



Universidad de Jaén

Escuela de Doctorado

TESIS DOCTORAL

TOMA DE DECISIONES INTELIGENTES BAJO
INCERTIDUMBRE

PRESENTADA POR:

DIEGO GARCÍA ZAMORA

DIRIGIDA POR:

LUIS MARTÍNEZ LÓPEZ

Jaén, Mayo 2023

Diego García Zamora: *Toma de decisiones inteligentes bajo incertidumbre*,
Mayo 2023

La memoria titulada Toma de decisiones inteligentes bajo incertidumbre, que presenta D. Diego García Zamora para optar al grado de doctor, ha sido realizada dentro del Programa de Doctorado en Tecnologías de la Información y la Comunicación de la Universidad de Jaén bajo la dirección del doctor D. Luis Martínez López. Para su evaluación, esta memoria se presenta como un compendio de trabajos publicados, acogándose y ajustándose a lo establecido en el punto 2 del artículo 25 del Reglamento de los Estudios de Doctorado de la Universidad de Jaén aprobado en febrero de 2012 y modificado en febrero de 2019.

En Jaén, a 16 de Mayo de 2023

Doctorando

Director

Fdo. Diego García Zamora

Fdo. Luis Martínez López

AGRADECIMIENTOS

Esta investigación ha sido parcialmente financiada por la ayuda Formación de Profesorado Universitario (FPU2019/01203) del Ministerio de Universidades del Gobierno de España.

ÍNDICE GENERAL

I	Memoria de tesis doctoral	
1	Introducción	3
1.1	Contexto inicial de la investigación	3
1.2	Motivación	5
1.3	Objetivos	7
1.4	Estructura	7
2	Conceptos teóricos y antecedentes	9
2.1	Toma de Decisiones en Grupo y Procesos de Alcance de Consenso	9
2.2	Toma de Decisiones en Grupo a Gran Escala	11
2.3	Principales limitaciones de la literatura en TDGGE	13
3	Discusión de los resultados	17
3.1	Análisis crítico sobre la temática	17
3.2	Preferencias no lineales	18
3.3	Agregación de valores extremos en PAC	19
3.4	Optimización de procesos de TDGGE	20
3.5	Modelos CCM generalizados para TDGGE	21
3.6	Métrica para modelos de consenso lingüísticos a gran escala	22
4	Publicaciones	25
4.1	Toma de Decisión en Grupo a Gran Escala: Revisión Sistemática	27
4.2	Preferencias no lineales en Toma de Decisión en Grupo.	29
4.3	Pesos simétricos para Operadores OWA. El Operador EVR-OWA	31
4.4	Distancia y grado de consenso en modelos CMC integrales	33
4.5	Formulación para modelos CCM basada en conjuntos difusos.	35
4.6	Una Métrica para Procesos de Alcance de Consenso a Gran Escala	37
5	Conclusiones y trabajos futuros	39
5.1	Conclusiones	39
5.2	Trabajos futuros	40

5.3	Publicaciones adicionales	41
5.4	Reconocimientos	44
5.5	Estancias y colaboraciones	44
II	Resumen en Inglés	
A	English Summary	55
A.1	State of the art	55
A.2	Motivation	57
A.3	Objectives	59
A.4	Structure	59
A.5	Background	60
A.5.1	Group Decision Making and Consensus Reaching Processes	60
A.5.2	Large-Scale Group Decision-Making	62
A.5.3	Main limitations of the literature on LSGDM	64
A.6	Discussion of results	66
A.6.1	Critical analysis of the matter	67
A.6.2	Non-linear preferences	68
A.6.3	Aggregation of extreme values in CRPs	68
A.6.4	Optimization of LSGDM processes	70
A.6.5	Generalized MCC models for LSGDM	70
A.6.6	Metric for large-scale linguistic consensus modeling	71
A.7	Conclusions and future works	72
A.7.1	Conclusions	72
A.7.2	Future works	73
A.7.3	Additional publications	74
A.7.4	Awards	77
A.7.5	Research stays	78
	Referencias	79

LISTA DE FIGURAS

Fig. 1.1	Esquema de un proceso de TD	3
Fig. 2.1	Esquema de un problema TDG	10
Fig. 2.2	Esquema de un PAC	11
Fig. 2.3	Esquema de un problema de TDGGE	12
Fig. 2.4	Trabajos revisados en la Sección 4.1 según el número de decisores.	15
Fig. A.1	Decision-making scheme	55
Fig. A.2	Scheme of a GDM problem	61
Fig. A.3	Scheme of a CRP	62
Fig. A.4	Scheme of an LSGDM problem	63
Fig. A.5	Papers reviewed in Section 4.1 according to the number of decision-makers.	66

ACRÓNIMOS

TD	Toma de Decisiones
TDG	Toma de Decisiones en Grupo
PAC	Procesos para Alcanzar el Consenso
TDGGE	Toma de Decisiones en Grupo a Gran Escala
PACGE	Procesos para Alcanzar el Consenso en Gran Escala
CCM	Consenso de Coste Mínimo

Parte I

MEMORIA DE TESIS DOCTORAL

INTRODUCCIÓN

En el primer capítulo de esta memoria, se proporciona una introducción que tiene como objetivo contextualizar la investigación realizada en esta tesis doctoral. Primero, se aborda el área de investigación sobre la que se enfoca la tesis, las motivaciones y las hipótesis que han impulsado su realización. Posteriormente, se presentan los objetivos que se pretenden alcanzar y, finalmente, se describe la estructura general de la tesis.

1.1 CONTEXTO INICIAL DE LA INVESTIGACIÓN

La Toma de Decisiones (TD) suele entenderse como un proceso cognitivo que involucra diversos procesos mentales y de razonamiento para elegir la opción más apropiada entre varias posibles soluciones en una situación determinada [23]. La TD se vuelve más compleja en situaciones de incertidumbre que requieren considerar diversos tipos de costes, conflictos y grandes volúmenes de datos [36]. Para abordar problemas de esta complejidad, se desarrollan técnicas inteligentes de decisión adaptados específicamente al problema en cuestión [5]. De forma general, se puede decir que los procesos de TD tienen ciertas fases comunes [18], tales como las siguientes (ver Fig. 1.1).

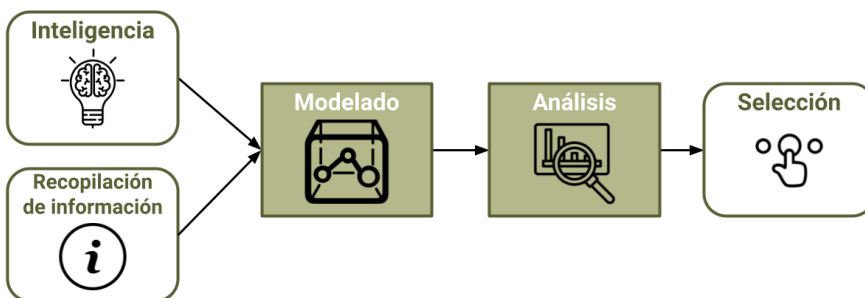


Fig. 1.1: Esquema de un proceso de TD

INTELIGENCIA. Observar el mundo real para identificar el problema.

RECOPIACIÓN DE INFORMACIÓN. Obtener datos, conocimiento y preferencias relacionados con el problema.

MODELADO. Definir un marco de trabajo que establezca la estructura del problema, las preferencias y la incertidumbre.

ANÁLISIS. Estudiar y combinar la información según los objetivos, restricciones y resultados considerados en la fase de selección.

SELECCIÓN. Explotar los resultados del análisis para seleccionar una alternativa/solución al problema.

En la actualidad, cada vez es más común utilizar procesos de TD dirigidos por datos (data-driven) y modelos cuantitativos que pueden limitar la participación de expertos humanos que habitualmente toman parte en los procesos de decisión utilizando información cualitativa [1]. A pesar de esto, en muchos campos que requieren decisiones inteligentes, eficientes y eficaces en condiciones de incertidumbre, la participación de decisores humanos sigue siendo esencial [37]. De hecho, para abordar situaciones de decisión en las que no hay datos o información objetiva disponible sobre el problema en cuestión, los enfoques de TD guiados por expertos (expert-driven) siguen siendo indispensables [41]. Sin embargo, para integrar de forma eficiente el conocimiento experto en la TD es necesario tener en cuenta ciertas limitaciones asociadas a la condición humana.

En primer lugar, para garantizar una TD eficaz conviene atender al modelado de las preferencias de los expertos. A diferencia de cuando se utilizan datos numéricos, usar opiniones dadas por expertos requiere considerar tanto aspectos psicológicos involucrados en el proceso de obtención de las preferencias como el modelado de la incertidumbre asociada a las mismas [14, 22].

En segundo lugar, es necesario considerar que, al contrario de lo que ocurre cuando se utilizan modelos dirigidos por datos, cuando a los expertos se les pide que expresen sus preferencias acerca de las posibles soluciones al problema de TD, éstos tendrán una visión parcial sobre el mismo atendiendo no sólo a su formación y experiencia, sino también a sus propios intereses [24]. Para eliminar los posibles sesgos en el proceso de TD originados por estos factores es recomendable el uso de técnicas de Toma de Decisiones en Grupo (TDG), que tienen en cuenta simultáneamente las opiniones de varios expertos [32].

Finalmente, cuando varios expertos participan en un problema de TDG es de esperar que, en cierto sentido, todos ellos busquen ver reflejadas sus opiniones particulares en la decisión final, lo que puede llevar a situaciones de conflicto entre los miembros del grupo [9]. Los Procesos para Alcanzar el Consenso (PAC) tienen como objetivo garantizar un nivel de acuerdo en las decisiones obtenidas en problemas de TDG [40]. Generalmente, se dice que un PAC es un proceso iterativo, habitualmente coordinado por un moderador humano, cuyo objetivo es aumentar el grado de acuerdo entre los miembros del grupo durante múltiples rondas de discusión si es necesario.

En los problemas de TDG clásicamente participaban un número reducido de expertos. Sin embargo, los avances tecnológicos de los últimos tiempos permiten involucrar a muchos más decisores en la resolución de los problemas de TDG [25]. En este contexto, ha surgido recientemente un gran interés en los denominados problemas de Toma de Decisiones en Grupo a Gran Escala (TDGGE), así como sus Procesos para Alcanzar el Consenso en Gran Escala (PACGE), cuyo objetivo inicial es resolver problemas de TDG en los que intervienen un gran número de decisores. Considerar muchos decisores en los procesos de TD permite tener en cuenta más experiencias, conocimiento y perspectivas, lo cual puede conducir a una decisión más completa que tenga en cuenta una mayor variedad de factores y posibles resultados. Consecuentemente, los grandes grupos pueden tomar decisiones con una mayor diversidad y mejor documentadas que las decisiones tomadas por un único individuo o un pequeño grupo.

1.2 MOTIVACIÓN

La TDGGE ofrece una capacidad mayor para resolver problemas reales de TDG en los que participan un gran número de decisores, frente la TDG clásica en los que el número se limita a un conjunto reducido de los mismos. Sin embargo, aumentar el número de decisores involucrados supone también un aumento de la complejidad del proceso de TD, lo cual requiere el desarrollo de nuevos modelos, métodos y herramientas para mejorar y analizar estos problemas bajo las nuevas premisas. Esto es especialmente importante para garan-

tizar la efectividad de los procesos de TDGGE y abordar nuevos desafíos emergentes como los siguientes:

1. Modelado no lineal de preferencias. Tradicionalmente, se ha considerado que los expertos proporcionan sus opiniones de forma lineal [10]. Sin embargo, estudios psicológicos recientes sostienen que usar deformaciones no lineales de sus preferencias podría mejorar los resultados de la TD [6].
2. Procesos de TDGGE que pueden y/o deben involucrar cientos o miles de expertos. En la literatura especializada, la TDGGE se ha definido como un problema de TDG en el que intervienen más de una veintena de expertos [5]. Sin embargo, la filosofía de este tipo de problemas, por los avances tecnológicos actuales y la demanda social, debe enfocarse a problemas en los que puedan tomar parte cientos, miles e incluso más decisores [37]. Por tanto, es necesario mejorar los procesos de TDGGE para poder manejar eficientemente las opiniones en grupos realmente grandes, como los usuarios de un marketplace o de una red social.
3. Métricas para PACGE. En la literatura relacionada existen múltiples propuestas para PACGE, pero es difícil discriminar de manera objetiva cuál es la más adecuado para resolver un problema de TDGGE concreto. Consecuentemente, es necesario desarrollar métricas capaces de determinar el rendimiento de los PACGE de forma objetiva [15].

Estas limitaciones y desafíos en el ámbito de la TDGGE bajo incertidumbre nos llevaron a formular las siguientes hipótesis al inicio de esta investigación:

1. El uso de modelos de representación no lineal de las opiniones de los expertos permitirá mejorar los resultados de los problemas de TDG y sus PAC.
2. La optimización de los procesos de TDGGE actuales permitirá abordar de forma eficiente problemas con un gran número de decisores, mejorando los resultados y campos de aplicación actuales.

3. La definición de métricas para los PACGE permitirá una evaluación más eficaz del rendimiento tanto de los PAC existentes como de las nuevas propuestas.

1.3 OBJETIVOS

Teniendo en cuenta las motivaciones derivadas de las limitaciones en la literatura actual de TDGGE y partiendo de las hipótesis iniciales, el propósito central de esta tesis doctoral consiste en mejorar los procesos de TDGGE en presencia de incertidumbre y sus PACGE mediante el empleo de herramientas y modelos matemáticos. Con ello se busca superar las deficiencias metodológicas actuales y contribuir a una mayor precisión y robustez en la TD en este campo. En consecuencia, se proponen los siguientes objetivos:

1. Definir un marco metodológico para modelar el comportamiento no lineal de los expertos al proporcionar sus opiniones que permita corregir las desviaciones derivadas de la psicología humana.
2. Optimizar procesos de TDGGE para abordar problemas de TD que requieran de la participación de un gran número de decisores (cientos, miles, ...).
3. Crear métricas para PACGE que establezcan estándares de rendimiento para el alcance de consenso.

1.4 ESTRUCTURA

De acuerdo a lo establecido en el artículo 25 punto 2 de la normativa actual de los Estudios de Doctorado en la Universidad de Jaén (RD. 99/2011), esta tesis doctoral consistirá en una compilación de artículos publicados por el estudiante de doctorado. El objetivo de esta compilación es alcanzar los objetivos previamente establecidos en la sección anterior. Específicamente, esta memoria se compone de seis artículos, publicados o aceptados, en revistas internacionales Q1 indexadas en la base de datos Journal Citation Reports (JCR).

El resto de la memoria consta de los siguientes capítulos:

CAPÍTULO 2. Se presentan los conceptos fundamentales relacionados con la temática de la tesis doctoral. Se describen los prob-

lemas de TDG, prestando especial atención a la TDGGE, y se analizan las ventajas y limitaciones de los modelos de decisión existentes. También, se expone la necesidad de los PACGE para alcanzar soluciones consensuadas.

CAPÍTULO 3. Se describen los seis artículos que conforman esta memoria, resaltando los resultados logrados y las conclusiones obtenidas en cada uno de ellos.

CAPÍTULO 4. Está integrado por las seis propuestas mencionadas anteriormente.

CAPÍTULO 5. Se identifican las principales conclusiones la tesis doctoral y se sugieren posibles campos de investigación para futuros trabajos.

De forma adicional se ha incluido un Apéndice (Apéndice A) que presenta un resumen en inglés de la investigación realizada, con el fin de cumplir con los requisitos necesarios para obtener la Mención Internacional de Doctorado. Para finalizar, se ha incluido una recopilación bibliográfica de los artículos más relevantes relacionados con esta memoria.

CONCEPTOS TEÓRICOS Y ANTECEDENTES

En este capítulo se presenta un resumen breve de los conceptos teóricos y antecedentes relevantes para la investigación presentada en esta memoria. Concretamente, se abordan los conceptos básicos sobre la TDG y sus PAC, así como un resumen del estado del arte de la TDGGE, revisando las principales propuestas en la literatura, así como las limitaciones existentes en TDGGE tanto desde el punto de vista de la TDG como de los PAC. Los contenidos de este capítulo se desarrollan con mayor profundidad en la Sección 4.1, que se corresponde con una revisión sistemática sobre TDGGE realizada y publicada durante mi investigación y en la que dichos conceptos y cuestiones relacionadas con ellos se muestran en mayor detalle.

2.1 TOMA DE DECISIONES EN GRUPO Y PROCESOS DE ALCANCE DE CONSENSO

Un problema de TDG se presenta cuando se necesita que varios individuos elijan la mejor de entre varias alternativas para solucionar un problema determinado [10]. Formalmente, los problemas de TDG se modelan como un par (D, A) en el que D es un conjunto finito de m decisores

$$D = \{dm_1, dm_2, \dots, dm_m\},$$

a los que se les pide evaluar n alternativas

$$A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\},$$

con el objetivo de seleccionar la mejor solución para el problema de TD. Por lo general, la resolución de este tipo de problemas consta de dos pasos principales [28] (ver Fig. 2.1).

AGREGACIÓN. Para representar la opinión global del grupo, las preferencias de los decisores se combinan mediante un operador de agregación en una única preferencia colectiva.

EXPLOTACIÓN. Se elige una o varias alternativas como solución al problema.

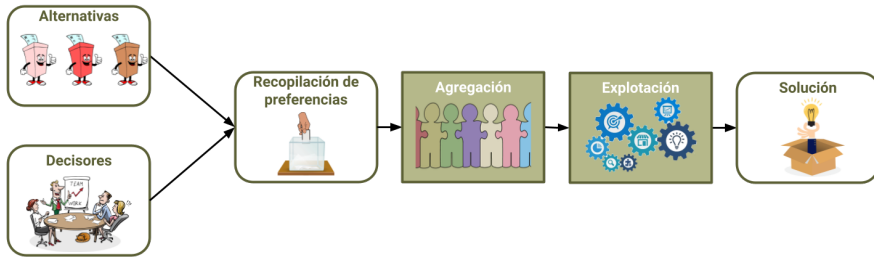


Fig. 2.1: Esquema de un problema TDG

En el pasado, Butler y Rothstein [4] propusieron varias reglas para resolver el proceso de TDG, como la regla de la mayoría, la regla de la minoría o el recuento de Borda. No obstante, al emplear estas reglas, es posible que algunos decisores no estén completamente satisfechos con la solución elegida ya que sus opiniones pueden no haber sido debidamente consideradas en la elección colectiva final. Con el fin de abordar las posibles discrepancias entre las opiniones de los decisores, se suele incorporar un PAC en la resolución de los problemas de TDG. Un PAC es un proceso dinámico e iterativo en el que los decisores discuten entre sí y ajustan sus opiniones iniciales para lograr una mayor consenso dentro del grupo. Por lo general, estos procesos son supervisados por un moderador que se encarga de proporcionar a los decisores la información necesaria sobre el estado de las negociaciones para eliminar conflictos. En términos generales, un PAC se compone de cuatro pasos principales, según se ha descrito en la literatura [24] (ver Fig. 2.2).

RECOPIACIÓN DE PREFERENCIAS. Los decisores proporcionan sus evaluaciones sobre las alternativas utilizando estructuras de preferencia.

CÓMPUTO DEL NIVEL DE CONSENSO . Se utilizan medidas de consenso para obtener el nivel actual de acuerdo en el grupo.

CONTROL DEL CONSENSO. Se compara el nivel actual de acuerdo en el grupo con un nivel de consenso deseado previamente establecido. Si el grupo logra alcanzar el nivel deseado, el PAC finaliza y se procede con el proceso de selección para elegir la mejor alternativa. En caso contrario, se lleva a cabo otra ronda. Para evitar que el proceso se prolongue indefinidamente, se establece un límite en el número de rondas permitidas.

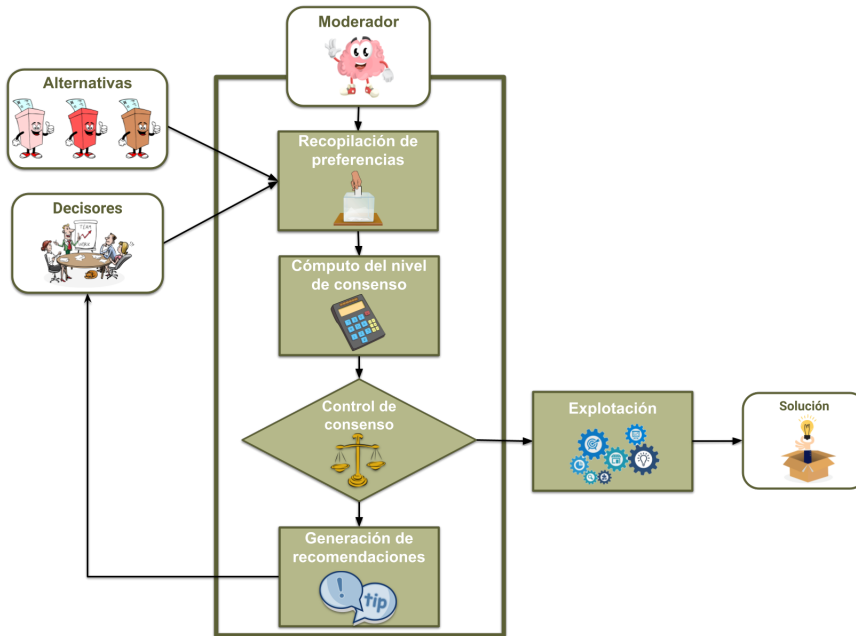


Fig. 2.2: Esquema de un PAC

GENERACIÓN DE RECOMENDACIONES. El moderador identifica a los decisores y a las opiniones que causan mayor conflicto en el grupo y les sugiere la forma de modificarlas para eliminar dicho conflicto.

2.2 TOMA DE DECISIONES EN GRUPO A GRAN ESCALA

Históricamente, los problemas de TDG y sus PAC han involucrado solo a un número reducido de decisores. No obstante, los avances tecnológicos recientes, como el Big Data [21] y el comercio electrónico [35], junto con las demandas de la sociedad moderna para abordar problemas críticos como situaciones de emergencia [34] o sostenibilidad [17], han dado lugar a nuevas situaciones de decisión que requieren la participación de un mayor número de decisores en los procesos de TD. En este contexto, surge la denominada TDGGE, que, de acuerdo a la definición clásica, se refiere a los problemas de TDG en los que participan un gran número de decisores (habitualmente se ha definido en la literatura especializada como veinte o más decisores) [7].



Fig. 2.3: Esquema de un problema de TDGGE

Tang et al. [33] y Labella et al. [12] señalan que la participación de un gran número de decisores con diferentes puntos de vista y preferencias requiere considerar nuevos aspectos en el proceso general de resolución de problemas de TDG (ver Fig. 2.3):

REDUCCIÓN DE LA DIMENSIÓN. Para manejar la gran cantidad de información involucrada en los modelos de TDGGE, se utilizan mecanismos para reducir la dimensionalidad de los datos.

PONDERACIÓN Y AGREGACIÓN DE INFORMACIÓN. Están relacionadas con la tarea de determinar adecuadamente la importancia de cada uno de los decisores que participan en el proceso de decisión y fusionar sus opiniones de manera efectiva.

GESTIÓN DE COMPORTAMIENTOS Se refiere a la necesidad de incluir mecanismos para detectar y manejar a los decisores que no colaboran en el proceso de TD, con el fin de evitar que estos decisores afecten negativamente el resultado final.

GESTIÓN DE COSTES. Es necesario considerar los recursos humanos, económicos y de tiempo requeridos para desarrollar modelos que tengan como objetivo gestionar la participación de cientos, miles o incluso millones de decisores en el proceso de decisión.

ANÁLISIS DE REDES SOCIALES. En grupos grandes, es hay que considerar cómo las relaciones entre los decisores (como la confianza o la reputación) influyen en el proceso de decisión.

CONSENSO. A medida que aumenta el número de personas involucradas en una decisión, la probabilidad de desacuerdo también aumenta. Por lo tanto, es esencial desarrollar PACGE para grandes grupos con el fin de llegar a soluciones acordadas.

La TDGGE se basa en el esquema clásico de TDG (ver Fig. 2.1), que consta de dos fases: agregación y explotación. Sin embargo, la fase de agregación en TDGGE es mucho más compleja ya que se tienen en cuenta varios aspectos para fusionar los valores originales de las opiniones de los decisores. Gracias a esta combinación de técnicas, es posible proponer una amplia variedad de esquemas TDGGE. Algunas de las más importantes se describen a continuación.

1. Palomares et al. [25] y Dong et al. [8] introducen modelos de consenso que consideran la gestión de comportamientos no cooperativos y la reducción de la dimensión para la ponderación y agregación de información.
2. En su trabajo, Zhang et al. [42] utilizan un proceso de agregación lingüística para abordar problemas de TDGGE multiatributo bajo incertidumbre.
3. Liu et al. [16] proponen un modelo de consenso que integra mecanismos para controlar el coste de cambio de opinión de los decisores y utilizan análisis de redes sociales para determinar la importancia de los mismos.
4. Lu et al. [19] introducen un proceso de consenso que combina técnicas de análisis de redes sociales y clustering para realizar la reducción de dimensiones y determinar la influencia de los decisores en un proceso de decisión. Este proceso también tiene en cuenta el costo asociado con el cambio de preferencias de los decisores.
5. Shi et al. [29] utilizan técnicas de gestión de comportamiento y costos en su modelo de consenso, el cual también incorpora una reducción de dimensión con pesos adaptativos.

2.3 PRINCIPALES LIMITACIONES DE LA LITERATURA EN TDGGE

Actualmente, la TDGGE es un tema candente entre los investigadores de diversas áreas (investigación operativa, decisiones políticas, informática, gestión, ingeniería, marketing, etc. [15, 25, 37]) . Sin embargo, los cimientos de la TDGGE se basan en supuestos heredados de su uso extendido, y no en fundamentos sólidos de carácter teórico

o práctico. Para abordar los nuevos desafíos que enfrenta la investigación en el área, esta sección tiene como objetivo discutir las principales deficiencias de la TDGGE.

En líneas generales, las principales limitaciones de la TDGGE parten de su propia definición. La definición extendida en la literatura especializada considera que la TDGGE consiste en “problemas de TDG con más veinte expertos”. Esta definición parece estar completamente obsoleta, especialmente teniendo en cuenta que con las nuevas tecnologías permiten considerar situaciones de decisión que involucren cientos o miles de decisores. Por tanto, es necesario revisar esta definición para garantizar no sólo la aplicabilidad en la práctica de los modelos, sino también para poder comparar los procesos de manera justa.

Además, en la literatura especializada es habitual encontrar técnicas de TDG aplicadas directamente en TDGGE sin estudiar su viabilidad y rendimiento [27]. En lo que respecta al desempeño de los modelos revisados en la Sección 4.1, una crítica importante es la falta de estudios que demuestren el buen rendimiento de las técnicas clásicas de TDG en contextos a gran escala que involucren cientos o miles de decisores. Aunque estos métodos se han aplicado exitosamente en contextos con cincuenta o menos decisores, no hay evidencia de que sean igualmente efectivos en situaciones de decisión con un mayor número de decisores. Se necesitan estudios rigurosos para evaluar la viabilidad de estas técnicas en contextos a gran escala, y en caso necesario, adaptar las propuestas existentes para abordar problemas TDGGE.

Otra consecuencia de la definición de TDGGE como “TDG con veinte o más expertos” es su abuso en publicaciones sobre el tema que no están dirigidos a resolver problemas del mundo real. La gran mayoría de las propuestas revisadas en la sección 4.1 se limitan a probar la validez de los correspondientes modelos sobre ejemplos que consideran menos de cincuenta expertos, sin dar estudios objetivos ni verificables de su rendimiento a la hora de manejar miles de decisores (ver Fig. 2.4). En este sentido, es necesario tener un nivel de exigencia y calidad mucho mayor en cuanto a las condiciones en las que se prueba la validez de un método.

Además, es práctica habitual utilizar un sesgo en las medidas de desempeño y usar aquellas más convenientes para destacar las ventajas de los modelos propuestos al compararlos con otros, pero no hay

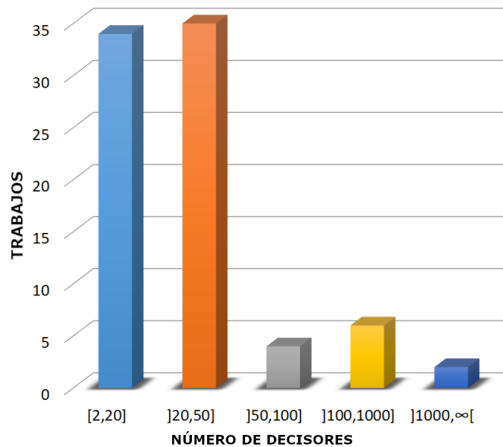


Fig. 2.4: Trabajos revisados en la Sección 4.1 según el número de decisores.

métricas objetivas que permitan presentar de manera justa tanto los aspectos positivos como los negativos de tales modelos. Un nuevo enfoque con esta capacidad ha sido propuesto recientemente para los modelos de consenso en TDG [15], pero no existen propuestas para TDGGE. Es importante desarrollar nuevas métricas para abordar otros problemas que permitan analizar objetivamente diferentes características de los métodos TDGGE.

En lo que respecta a las estructuras de preferencia, conviene destacar el elevado número de éstas que se pueden encontrar en la literatura (ver Sección 4.1). Sin embargo, considerar estructuras de preferencia excesivamente complejas aumenta significativamente el número de variables del problema de TDGGE, lo que conlleva un mayor consumo de recursos [27]. Por tanto, en TDGGE, las mejoras en el modelado de preferencias no deberían de implicar un incremento de las variables del problema, sino que deberían enfocarse a un mejor modelado de la psicología humana. En este sentido, también indicar que las propuestas existentes para la representación de preferencias suelen asumir que los decisores proporcionan sus preferencias de forma lineal. Sin embargo, estudios recientes sugieren que al utilizar escalas no lineales para reasignar las preferencias de los decisores, se obtienen soluciones colectivas más realistas desde un punto de vista psicológico [6, 20]. Por lo tanto, es necesario llevar a cabo estudios más profundos sobre el impacto de las escalas no lineales en TDGGE.

DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS

En este capítulo, se presentará un resumen de las propuestas que conforman esta memoria de investigación, así como los resultados y conclusiones derivados de ellas.

3.1 ANÁLISIS CRÍTICO SOBRE LA TEMÁTICA

El objetivo del primer trabajo de esta memoria, incluido en la Sección 4.1, es servir como estado del arte actualizado para que los investigadores comprendan mejor el concepto de TDGGE, presenten propuestas orientadas a abordar nuevos retos en el área relacionados con nuevos desarrollos tecnológicos como Big Data o redes sociales, y presten más atención a la validez de sus modelos en estos contextos.

En tal trabajo se ha llevado a cabo una revisión sistemática de la literatura existente sobre TDGGE, siguiendo las indicaciones propuestas por Kitchenham et al. [11] para el desarrollo de análisis bibliográficos en Ingeniería del Software. Utilizando esta metodología, se han revisado las propuestas existentes desde cuatro perspectivas diferentes: Estructura de Preferencias, Reglas de Decisión de Grupo, Evaluación de la Calidad y Aplicaciones. Estos puntos de vista contienen las palabras clave más relevantes en la literatura sobre TDGGE y representan los diferentes pasos a considerar al proponer modelos. Dado que el análisis realizado ha revelado varias limitaciones importantes en la investigación actual en el área, este artículo también proporciona un análisis crítico detallado de estas malas prácticas encontradas en la literatura, así como algunas indicaciones sobre cómo reorientar la investigación futura hacia una TDGGE más realista, relacionada con proponer metodologías para hacer frente a situaciones de decisión que implican un gran número de decisores.

En líneas generales, es importante destacar que la definición de modelos teóricos y la comprobación de su rendimiento en ejemplos muy simples (toy examples), en los que se consideran entre veinte y cincuenta decisores, que difícilmente se podrían aplicar en situaciones prácticas reales si no especifican explícitamente el

número de decisores que son capaces de gestionar y demuestran su buen rendimiento en estos contextos. En un ámbito aplicado como la TDGGE, los investigadores deberían centrar los estudios futuros en abordar problemas del mundo real que involucren a un gran grupo de decisores (por ejemplo, Netflix gestiona 209 millones de suscripciones de pago) en lugar de proponer modelos “a gran escala” que funcionan con veinte decisores y no clarifican cómo sería su desempeño si se aumentase esa cifra.

Con el objetivo de aportar mayor transparencia a los procesos de TDGGE, en este trabajo también se propone la definición de modelos de m -TDGGE como aquellas propuestas que pueden manejar eficientemente al menos m decisores. Esto no sólo ofrece una visión más justa del rendimiento de cada propuesta, sino que además permite diferenciar a modelos orientados a manejar pocos cientos de decisores de modelos diseñados para manejar millones.

3.2 PREFERENCIAS NO LINEALES

En la actualidad, los PAC son un pilar fundamental de la investigación en TDG. Aunque existen diversas propuestas de PAC en la literatura, éstos suelen asumir escalas lineales para las preferencias de los expertos [10]. Sin embargo, estudios recientes sugieren que el uso de escalas no lineales pueden mejorar los resultados de la TDG [6, 20].

En el trabajo presentado en la Sección 4.2 se explora el uso de escalas no lineales para definir modelos de preferencia más realistas a partir de las preferencias originales de los expertos, incluso en situaciones a gran escala. En ese trabajo se ha realizado un estudio exhaustivo de las propiedades analíticas de tales escalas no lineales y se han obtenido las principales características matemáticas de las funciones que pueden ser adecuadas para adaptar las preferencias de los expertos de acuerdo a este factor psicológico. A estas funciones las hemos llamado Amplificaciones de Valores Extremos (EVAs, de Extreme Values Amplifications) y permiten reasignar relaciones de preferencia difusas dadas en una escala lineal a una escala no lineal, aumentando la distancia entre los valores extremos y disminuyendo la distancia entre los valores intermedios. Además, se ha enunciado la definición dual de las Reducciones de Valores Extremos (EVR, de

Extreme Values Reductions), que reducen la distancia entre valores extremos y amplifican la distancia entre los intermedios.

Se ha introducido un método general para construir EVAs y EVRs y se han propuesto varias familias de EVAs. Se ha comprobado que el uso de las escalas no lineales proporcionadas por los EVAs mejora el rendimiento de los modelos de consenso utilizados en el estudio. Concretamente, además de obtener resultados más realistas desde el punto de vista psicológico, las simulaciones muestran que el enfoque EVA reduce el número medio de rondas necesarias para alcanzar el consenso en ambos modelos y aumenta el nivel de consenso.

3.3 AGREGACIÓN DE VALORES EXTREMOS EN PAC

En TDG, es necesario combinar las preferencias de los expertos en una fase de agregación para obtener una opinión colectiva antes de pasar a la fase de explotación [28]. En la literatura de operadores de agregación, los operadores OWA (de Ordered Weighed Average, en inglés) destacan porque permiten fusionar información de acuerdo a la magnitud de los valores que se quieren agregar [38]. Para calcular los pesos correspondientes, se han propuesto varias alternativas, incluyendo el método propuesto por Yager, que se basa en el uso de una familia biparamétrica de cuantificadores lingüísticos difusos lineales [39].

En el trabajo desarrollado en la Sección 4.3 se prueba que, aunque el método propuesto por Yager [39] es sencillo y efectivo, presenta importantes inconvenientes en cuanto a la elección de los parámetros. Por ejemplo, las agregaciones podrían producir resultados sesgados (medida de orness [2] no igual a 0.5) o incluso no agregar suficiente información (medida de entropía [2] baja). Además, el operador OWA construido a partir de estos cuantificadores ignora completamente los valores más extremos en el proceso de agregación, lo que podría resultar en agregaciones no realistas.

Estas agregaciones sesgadas son un gran inconveniente en aplicaciones del mundo real como los PAC [10, 23], pues un operador OWA cuya orness es mayor que 0.5 tendería a priorizar los valores extremos cercanos a 1 respecto a los cercanos a 0, lo cual no es razonable ya que estos valores deberían ser igual de importantes. Además, un consenso teórico que ignore por completo los valores más extremos no sería realista. Puesto que también se ha demostrado

que la información menos extrema tiene un efecto cohesionador y facilita el acuerdo entre expertos [30, 31], en el trabajo de la Sección 4.3 se exploran nuevas formas de generar pesos OWA que prioricen la información intermedia por delante de los datos extremos, como lo hacen los cuantificadores lingüísticos difusos lineales, pero teniendo en cuenta más información en el proceso de agregación y evitando agregaciones sesgadas en los resultados.

Para superar estas limitaciones, se ha propuesto el operador EVR-OWA que utiliza EVR como cuantificadores lingüísticos difusos. Este operador OWA tiene en cuenta los valores más extremos pero da más importancia a los intermedios. Además, las agregaciones realizadas por los operadores EVR-OWA son mejores para ciertas aplicaciones del mundo real como los modelos de consenso para TDG [10], puesto que estos operadores agregan las preferencias de forma no sesgada y permiten tener en cuenta más información en el proceso de agregación.

La propuesta del operador EVR-OWA no solo proporciona un método sencillo y general para obtener ponderaciones OWA, sino que también proporciona una caracterización que relaciona aquellas familias de pesos para OWA simétricas, positivas y que priorizan valores intermedios, con los EVRs.

3.4 OPTIMIZACIÓN DE PROCESOS DE TDGGE

Los modelos de Consenso de Coste Mínimo (CCM), basados en la resolución de problemas de optimización convexa, son PAC automáticos que no necesitan de un mecanismo de recomendación, por lo que son especialmente interesantes para TDGGE [3, 27]. Estos modelos minimizan el coste de modificar las preferencias de los expertos para alcanzar un consenso mutuo y establecen que la distancia entre las preferencias individuales modificadas y la opinión colectiva debe estar limitada por un umbral $\varepsilon > 0$. Recientemente, se han propuesto los modelos de CCM integrales, que añaden una restricción adicional relacionada con un umbral de consenso $\gamma \in [0, 1]$ asociado a una medida de consenso.

El trabajo presentado en la Sección 4.4 analiza la relación entre las restricciones mencionadas en los modelos CCM integrales desde dos perspectivas diferentes. La primera se basa en desigualdades y permite determinar cotas simples para relacionar los parámetros ε y

γ . La segunda perspectiva se basa en la Teoría de Polítopos Convexos y proporciona algoritmos que calculan cotas más precisas y complejas para relacionar estos parámetros.

Puesto que en los modelos CCM integrales los valores de los parámetros se fijan a priori, el método propuesto permite identificar las configuraciones de parámetros que pueden simplificar el modelo de optimización, eliminando aquellas restricciones que son redundantes y, consecuentemente, mejorando notablemente la eficiencia de estos modelos en TDGGE.

3.5 MODELOS CCM GENERALIZADOS PARA TDGGE

Los modelos CCM han sido ampliamente utilizados para obtener consenso en problemas de TDG. Sin embargo, la relación entre las extensiones previas de estos modelos aun no ha sido estudiada, lo que limita su aplicación práctica. En el artículo presentado en la sección 4.5, se presenta una reformulación de los modelos CCM utilizando la Teoría de Conjuntos Difusos para abordar problemas de TDG. El enfoque propuesto, llamado FZZ-MCC, ofrece una comprensión más clara de los modelos CCM y sus extensiones, así como una metodología rigurosa y flexible para abordar diversos tipos de problemas de TDG. Además, se demuestra la aplicabilidad del enfoque FZZ-MCC a través de tres ejemplos prácticos relacionados con la democracia electrónica, la selección de personal y la selección de proveedores ecológicos.

El enfoque FZZ-MCC introduce tres ventajas principales:

- Notación rigurosa y unificada basada en Conjuntos Difusos que permite generalizar estudios previos sobre CCM.
- Generalización de nociones clásicas relativas a TDG tales como estructura de preferencias, medida de consenso o función de coste.
- Flexibilidad para adaptar el esquema FZZ-MCC para abordar diversas situaciones de decisión.

Esta propuesta explota la flexibilidad del enfoque FZZ-MCC para proponer varios modelos totalmente nuevos basados en CCM:

- Se define un modelo FZZ-MCC para hacer frente a un escenario de democracia electrónica que implica la planificación urbana

mediante la gestión de miles de preferencias a través de modelos FZZ-MCC y Relaciones de Preferencias Multiplicativas.

- Un modelo FZZ-MCC se utiliza para persuadir eficientemente a un comité de contratación para seleccionar a un gerente en particular. Para ello, se analiza el coste asociado y se conduce a los decisores hacia un acuerdo sobre la solución objetivo predefinida.
- Se propone un modelo híbrido FZZ-MCC que combina valoraciones en una base de datos con las comparaciones por pares de los directivos, integrando conocimiento experto y datos en un problema de selección de proveedores ecológicos.

Además, todos estos modelos se han propuesto en términos de funciones objetivo y restricciones lineales y basadas en valores absolutos, lo que facilita su linealización para mejorar tanto su precisión como los aspectos de eficiencia computacional, que son esenciales para hacer frente a problemas de TDGGE.

3.6 MÉTRICA PARA MODELOS DE CONSENSO LINGÜÍSTICOS A GRAN ESCALA

Aunque los PAC basados en información lingüística han sido objeto de una amplia investigación y se han propuesto numerosas soluciones en la literatura especializada, no existe una métrica objetiva para comparar estos modelos y decidir cuál es el mejor para cada problema de decisión.

En el trabajo desarrollado en la Sección 4.6 introducimos una métrica para evaluar el rendimiento de los PAC lingüísticos que tiene en cuenta tanto el grado de consenso resultante como el costo de modificar las opiniones iniciales de los participantes.

Esta métrica se basa en un modelo lingüístico de CCM que utiliza información ELICIT (Extended Comparative Linguistic Expressions with Symbolic Translation) [14] para modelar la indecisión de los participantes y garantizar procesos de computación con palabras precisos. Además, esta métrica está definida en base a un modelo de optimización lineal para acelerar el modelo computacional y mejorar su precisión, pudiendo así ser aplicada en procesos de TDGGE con varios miles de expertos en pocos segundos.

La métrica propuesta para evaluar PAC lingüísticos compara el coste óptimo necesario para lograr el nivel de consenso deseado con los cambios realizados por el PAC. Si el grado de consenso logrado por el PAC es inferior al umbral deseado, la métrica calificará el PAC como poco efectivo. En el caso de que el PAC supere el umbral de consenso, la métrica le dará mayor o menor puntuación atendiendo a la magnitud de las modificaciones innecesarias en las preferencias realizadas por el PAC.

Esta métrica también se ha utilizado para evaluar el rendimiento de dos modelos de consenso lingüístico definidos en la literatura especializada [13, 26] y demostrar así su aplicabilidad en la práctica.

PUBLICACIONES

Este capítulo incluye las publicaciones que forman parte de la tesis doctoral, de acuerdo con lo establecido en el artículo 25, punto 2, de la normativa actual para los Estudios de Doctorado de la Universidad de Jaén, que se refiere al programa RD. 99/2011. Concretamente, en este capítulo se presentan seis artículos científicos, publicados o aceptados, en revistas internacionales indexadas en la base de datos JCR (Journal Citation Reports), la cual es producida por Clarivate Analytics.

4.1 TOMA DE DECISIÓN EN GRUPO A GRAN ESCALA: REVISIÓN
SISTEMÁTICA

ESTADO. Publicado.

TÍTULO. Large-scale group decision making: A systematic review
and a critical analysis.

AUTORES. D. García-Zamora, Á. Labella, W. Ding, R. M. Rodríguez,
and L. Martínez.

REVISTA. IEEE/CAA J. Autom. Sinica.

DOI. 10.1109/JAS.2022.105617.

ISSN. 2329-9266.

FACTOR DE IMPACTO. 7.847 (2021).

CUARTIL. Q1 - Automation and Control Systems.

4.2 PREFERENCIAS NO LINEALES EN TOMA DE DECISIÓN EN GRUPO.

ESTADO. Publicado.

TÍTULO. Nonlinear preferences in Group Decision-Making. Extreme Values Amplifications and Extreme Values Reductions.

AUTORES. D. García-Zamora, A. Labella, R. M. Rodríguez and L. Martínez.

REVISTA. International Journal of Intelligent Systems.

DOI. 10.1002/int.22561.

ISSN. 0884-8173.

FACTOR DE IMPACTO. 8.993 (2021).

CUARTIL. Q1 - Computer Science, Artificial Intelligence.

4.3 PESOS SIMÉTRICOS PARA OPERADORES OWA. EL OPERADOR
EVR-OWA

ESTADO. Publicado.

TÍTULO. Nonlinear Symmetric weights for OWA operators prioritizing intermediate values. The EVR-OWA operator.

AUTORES. D. García-Zamora, A. Labella, R. M. Rodríguez and L. Martínez.

REVISTA. Information Sciences.

DOI. [0.1016/j.ins.2021.10.077](https://doi.org/10.1016/j.ins.2021.10.077)

ISSN. 10020-0255.

FACTOR DE IMPACTO. 8.233 (2021)

CUARTIL. Q1 - Computer Science, Information Systems.

4.4 DISTANCIA Y GRADO DE CONSENSO EN MODELOS CMC INTEGRALES

ESTADO. Publicado.

TÍTULO. Relationship between the distance consensus and the consensus degree in comprehensive minimum cost consensus models: A polytope-based analysis.

AUTORES. D. García-Zamora, B. Dutta, S. Massanet, J. Riera and L. Martínez.

REVISTA. European Journal of Operational Research.

DOI. [10.1016/j.ejor.2022.08.015](https://doi.org/10.1016/j.ejor.2022.08.015)

ISSN. 0377-2217.

FACTOR DE IMPACTO. 6.363 (2021)

CUARTIL. Q1 - Operations Research & Management Science.

4.5 FORMULACIÓN PARA MODELOS CCM BASADA EN CONJUNTOS DIFUSOS.

ESTADO. Aceptado.

TÍTULO. A Fuzzy-set based formulation for Minimum Cost Consensus Models.

AUTORES. Diego García Zamora, Bapi Dutta, Álvaro Labella and Luis Martínez.

REVISTA. Computers & Industrial Engineering.

DOI. 10.1016/j.cie.2023.109295.

ISSN. 0360-8352.

FACTOR DE IMPACTO. 7.180 (2021)

CUARTIL. Q1-Computer Science, Interdisciplinary Applications; Q1-Engineering, Industrial.

4.6 UNA MÉTRICA PARA PROCESOS DE ALCANCE DE CONSENSO
A GRAN ESCALA

ESTADO. Publicado.

TÍTULO. A Linguistic Metric for Consensus Reaching Processes
based on ELICIT Comprehensive Minimum Cost Consensus
Models.

AUTORES. D. García-Zamora, Á. Labella, R. M. Rodríguez and L.
Martínez.

REVISTA. IEEE Transactions on Fuzzy Systems.

DOI. [10.1109/TFUZZ.2022.3213943](https://doi.org/10.1109/TFUZZ.2022.3213943).

ISSN. 1063-6706.

FACTOR DE IMPACTO. 12.253 (2021).

CUARTIL. Q₁ - Computer Science, Artificial Intelligence; Q₁ - Engi-
neering, Electrical & Electronic.

CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

Para finalizar esta memoria, presentaremos las conclusiones que hemos extraído durante nuestra investigación, así como los posibles proyectos futuros que podrían abordarse a partir de los resultados obtenidos.

5.1 CONCLUSIONES

La TDGGE surge para resolver problemas reales de decisión en contextos de incertidumbre que requieren considerar las opiniones de un gran número de decisores. Al tener en cuenta las opiniones de muchas personas se pueden lograr resultados más objetivos que cuando se utilizan grupos reducidos, pero a cambio aumenta la complejidad.

El primer objetivo de esta memoria consistía en proponer nuevos enfoques para modelar la naturaleza no lineal de las preferencias dadas por seres humanos. Para cumplirlo, hemos definido las funciones EVAs y EVRs, que permiten transformar las valoraciones de los decisores en problemas de TDG de forma no lineal. Hemos comprobado que utilizar EVAs en PAC, además de ser más realista desde el punto de vista psicológico, generalmente mejora los resultados del PAC. Por otro lado, se ha demostrado que los EVRs pueden ser utilizados para fusionar las opiniones de los decisores dando mayor prioridad a los valores intermedios, que son los de mayor relevancia para alcanzar el consenso.

El siguiente objetivo estaba relacionado con mejorar los modelos de TDGGE para abordar problemas que requieran de un gran número de decisores. Para ello, nos hemos centrado en los modelos de CCM, que, al ser PAC automáticos, son especialmente útiles para manejar problemas en TDGGE, pues no requieren de varias rondas de negociación para alcanzar una solución consensuada. En este aspecto, hemos analizado en detalle la estructura matemática de los modelos CCM integrales, concluyendo que es posible mejorar considerablemente su eficiencia cuando se eliminan restricciones que pueden

ser redundantes. Además, hemos propuesto los modelos FZZ-MCC, que generalizan los modelos CCM existentes en la literatura de una forma flexible. Desde un punto de vista práctico, hemos definido diversos modelos de consenso que permiten abordar problemas de TDGGE tales como democracia electrónica y la integración de datos y conocimiento experto en la TD.

El último objetivo consistía en la definición de métricas que permitan evaluar objetivamente el rendimiento de los PACGE. Para lograr esto, hemos desarrollado una métrica que evalúa los PAC atendiendo simultáneamente al nivel de acuerdo alcanzado y a las modificaciones realizadas en las preferencias originales.

En conclusión, es importante resaltar que hemos logrado alcanzar todos los objetivos establecidos al inicio de esta investigación, lo que ha permitido desarrollar herramientas, modelos y resultados que superan el estado del arte previo y abren nuevas posibilidades de investigación, tal como se describe en la siguiente sección.

5.2 TRABAJOS FUTUROS

Los resultados de esta investigación abren la posibilidad de explorar nuevas áreas de estudio que pueden ser abordadas en trabajos futuros. Algunas de las posibles líneas de investigación que pueden continuar el trabajo realizado en esta tesis doctoral son:

- Aplicar la teoría de EVAs y EVRs para hacer frente a retos de la TDGGE como la polarización de opiniones o las opiniones minoritarias.
- Estudiar el uso de Operadores EVR-OWA en problemas de TDGGE.
- Desarrollar nuevos modelos de TDGGE escalables para resolver problemas de TD del mundo real que involucren a millones de personas.
- Extender los modelos FZZ-MCC para hacer frente a nuevas situaciones de decisión, por ejemplo, integrando análisis de redes sociales.
- Explorar nuevos tipos de problemas de decisión desde la perspectiva de la TDGGE, como los de sorting, que buscan clasificar alternativas en diferentes categorías.

5.3 PUBLICACIONES ADICIONALES

En el desarrollo de esta investigación se han presentado otras publicaciones que no han sido recogidas en esta memoria y que enumeramos a continuación:

- Publicaciones en otras revistas internacionales:
 - H. Song, D. García-Zamora, A. Labella Romero, X. Jia, Y. Wang, and L. Martínez. “Handling multi-granular hesitant information: A group decision-making method based on cross-efficiency with regret theory”. In: *Expert Systems with Applications*, 2023, 120332. Impact factor 8.665, Q1.
 - Y. Wang, S. He, D. García Zamora, X. Pan, and L. Martínez, “A Large Scale Group Three-Way Decision-based consensus model for site selection of New Energy Vehicle charging stations” In: *Expert Systems with Applications*, 214, 119107 (2023). Impact factor 8.665, Q1.
 - S. Feng, Y. Xin, S. Xiong, Z. Cheng, M. Devecy, D. García-Zamora, and W. Pedrycz. “Safety Perception Evaluation of Civil Aviation Based on Weibo Posts in China: An Enhanced Large-Scale Group Decision-Making Framework”. *Int. J. Fuzzy Syst.* (2023). Impact factor 4.085, Q2.
 - M. Zhou, Z. Chen, J. Jiang, G. Qian, D. García-Zamora, B. Dutta, Q. Zhan, and L. Jin. “Auto-generated Relative Importance for Multi-agent Inducing Variable in Uncertain and Preference Involved Evaluation”. In: *International Journal of Computational Intelligence Systems* 15, 108 (2022). Impact factor 2.259, Q3.
 - Y. Wang, X. Pan, S. He, B. Dutta, D. García-Zamora, and L. Martínez, “A New Decision-Making Framework for Site Selection of Electric Vehicle Charging Station with Heterogeneous Information and Multi-Granular Linguistic Terms”. In: *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* (2022). Impact factor 12.253, Q1.
- Capítulos de libro:
 - D. García-Zamora, A. Labella, R. M. Rodríguez and L. Martínez. “Nonlinear Scaled Preferences in Linguistic

Multi-Criteria Group Decision Making”. In: *Real Life Applications of Multiple Criteria Decision-Making Techniques in Fuzzy Domain*. Springer Nature Singapore Pte Ltd; 2022.

- Congresos internacionales:

- Á. Labella, D. García-Zamora, W. He, R.M. Rodríguez, and L. Martínez (2022). “Grouping representative points in AHP-FuzzySort with agglomerative hierarchical clustering”. In: *The International Symposium on the Analytic Hierarchy Process (ISAHP2022)*, Online, December 15-18, 2022.
- D. García-Zamora, A. Labella, R. M. Rodríguez and L. Martínez. “Comprehensive Minimum Cost Consensus for Analyzing the Cost of Different Agreed Solutions”. In: *15th International FLINS Conference on Machine Learning, Multi agent and Cyber physical systems and the 17th International ISKE Conference (FLINS/ISKE 2022)*, 26-28 August Tianjin (China) 2022.
- D. García-Zamora, A. Labella, R. M. Rodríguez and L. Martínez. “Comprehensive Minimum Cost Consensus Models for ELICIT Information”. In: *2022 Word Congress on Computational Intelligence (IEEE WCCI2022)*, Padua, Italy 18-23 July 2022.
- J. Baz, D. García-Zamora, I. Díaz, S. Montes, L. Martínez. “Flexible-Dimensional EVR-OWA as Mean Estimator for Symmetric Distributions”. In: *The 19th International Conference On Information Processing And Management Of Uncertainty In Knowledge-Based Systems (IPMU 2022)*, Milan (Italy), July 11-15, 2022.
- Á. Labella, D. García-Zamora, R.M. Rodríguez, and L. Martínez (2022). “Fuzzy TODIM for ELICIT Information”. In: *International Conference on Intelligent and Fuzzy Systems (INFUS 2022)*, Istanbul (Turkey), July 19-21, 2022 .
- A. Labella, D. García-Zamora, R. M. Rodríguez and L. Martínez. “A Consensus-based Best-Worst Method for Multi-criteria Group Decision-Making”. In: *The Third International Workshop on Best-Worst Method (BWM-2022)*, Delft, The Netherlands, 09-10 June 2022.

- D. García-Zamora, A. Labella, R. M. Rodríguez and L. Martínez. “Modelling non linear preferences in Consensus Reaching Processes. A sustainability application”. In: *16th International Conference on Intelligent Systems and Knowledge Engineering (ISKE 2021)*, 26-28 November Chengdu (China) 2021.
- D. García-Zamora, A. Labella, R. M. Rodríguez and L. Martínez. “An Ordered Weighted Averaging Operator based on Extreme Values Reductions”. In: *The 19th World Congress of the International Fuzzy Systems Association. The 12th Conference of the European Society for Fuzzy Logic and Technology jointly with the AGOP, IJCRS, and FQAS conferences*. Bratislava (Slovakia), September 19-24, 2021.
- D. García-Zamora, A. Labella, R. M. Rodríguez and L. Martínez. “Non Linear Scales in GDM: Extreme Values Amplifications”. In: *International Virtual Workshop on Business Analytics Eureka*, 2-4 Junio, Ciudad Juarez (Mexico), 2021.
- A. Labella, D. García-Zamora, R. M. Rodríguez and L. Martínez. “A Novel Linguistic Cohesion Measure based on Restricted Equivalence Functions for Weighting Experts’ subgroups in Large-scale Group Decision Making Problems”. In: *International Virtual Workshop on Business Analytics Eureka*, 2-4 Junio, Ciudad Juarez (Mexico), 2021.
- Congresos Nacionales:
 - D. García-Zamora, A. Labella, R. M. Rodríguez and L. Martínez. “Nonlinear Preferences in Consensus Reaching Processes. Extreme Values Amplifications”. In: *XXI Congreso español sobre Tecnologías y Lógica Fuzzy (ESTYLF 2022)*, celebrado en Toledo el 4 -7 de Septiembre 2022.
 - D. García-Zamora, A. Labella, P. Nuñez-Cacho, R. M. Rodríguez and L. Martínez. “Modelos de consenso basados en Mínimo Coste para expresiones ELICIT”. In: *XXI Congreso español sobre Tecnologías y Lógica Fuzzy (ESTYLF 2022)*, celebrado en Toledo el 4 -7 de Septiembre 2022.
 - D. García-Zamora, A. Labella, R. M. Rodríguez and L. Martínez. “Preferencias no lineales en Toma de Decisión

en Grupo. Amplificación de Valores Extremos”. In: *CEDI 20/21: VI Congreso Español de Informática*, celebrado el 22 – 24. Septiembre 2021.

5.4 RECONOCIMIENTOS

Es importante mencionar que algunos de los trabajos realizados durante esta tesis doctoral han sido reconocidos por la comunidad científica:

1. El trabajo “Modelling Non Linear Preferences in Consensus Reaching Processes: A Sustainability Application”, presentado en the 16th International Conference on Intelligent Systems and Knowledge Engineering (ISKE 2021), celebrado en Chengdu, China, en noviembre de 2021 recibió el premio al mejor artículo de estudiante.
2. El poster titulado “ Non-linear preferences in Group Decision Making: Extreme Values Amplifications” recibió la mención especial en las Jornadas Doctorales para jóvenes investigadores de la Universidad de Jaén, celebradas en noviembre de 2021.
3. El trabajo titulado “Comprehensive Minimum Cost Consensus for Analyzing the Cost of Different Agreed Solutions”, presentado en the 15th International FLINS Conference on Machine Learning, Multi agent and Cyber physical systems and the 17th International ISKE Conference (FLINS/ISKE 2022), celebrado en Tianjin, China, durante agosto de 2022, también recibió el premio al mejor artículo de estudiante.

Los diplomas asociados con los reconocimientos mencionados anteriormente se incluyen al final de este capítulo.

5.5 ESTANCIAS Y COLABORACIONES

Durante la tesis doctoral, se llevaron a cabo dos estancias de investigación con el fin de mejorar la formación investigadora del doctorando mediante el conocimiento y la experiencia de expertos en la materia. Gracias a las ayuda de movilidad para beneficiarios del contrato FPU EST22/00031, concedida por el Ministerio de Universidades, se pudo realizar una estancia de tres meses (desde el

15/04/2022 hasta el 14/07/2022) en la School of Computing, Ulster University, en el Reino Unido. Además, se realizó otra estancia de un mes (desde el 23/01/2023 hasta el 24/02/2023) en el Grupo de Investigación en Inteligencia Artificial y Razonamiento Aproximado de la Universidad Pública de Navarra.

CERTIFICATE

BEST STUDENT PAPER

Presented to

Diego Garcia-Zamora

Paper Title

Modelling Non Linear Preferences in Consensus Reaching Processes: A Sustainability Application

**At the 16th International Conference on Intelligent Systems
and Knowledge Engineering (ISKE 2021)
held in Chengdu, China during November 26-28, 2021**

General Chair

**Jife Lu
University of Technology
Sydney, Australia**

Program Chair

**Luis Martínez López
University of Jaén, Spain**









Universidad de Jaén

Escuela de Doctorado
Vicerrectorado de Coordinación y Calidad de las Enseñanzas

D. Antonio Gálvez del Postigo Ruiz, Director de la Escuela de Doctorado de la Universidad de Jaén

Hace constar

Que D. DIEGO GARCÍA ZAMORA, con DNI 26054246F, ha obtenido **MENCIÓN ESPECIAL** en las Jornadas Doctorales para jóvenes investigadores de la Universidad de Jaén 2021 celebradas del 22 al 26 de noviembre de 2021 con la comunicación:

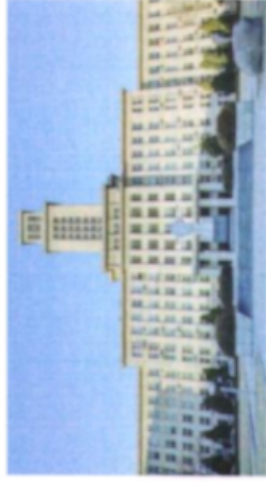
"Non-linear preferences in Group Decision Making: Extreme Values Amplifications"

Firmado digitalmente por GALVEZ DEL
POSTIGO RUIZ ANTONIO MIGUEL -
25041147N
Fecha: 2021.11.25 09:45:33 +01'00'

GALVEZ DEL POSTIGO RUIZ
ANTONIO MIGUEL - 25041147N

Fdo: D. Antonio Gálvez del Postigo Ruiz
Director de la Escuela de Doctorado





CERTIFICATE

The 15th International FLINS Conference
On Machine learning, Multi agent and Cyber physical systems

*August 26-28, 2022
Nankai University, Tianjin, China*

This is to certify that (Given name, Family name) _____ Diego García-Zamora

participated in the Conference and presented a paper entitled

Comprehensive Minimum Cost Consensus for Analyzing the Cost of Different Agreed Solutions

Best Student Paper Award

Qinglin Sun

Jie Lu

Chairs of International Program Committee

Parte II

RESUMEN EN INGLÉS

ENGLISH SUMMARY

As a partial requirement for obtaining the International Ph.D. Award, this appendix consists of an English summary of the thesis titled "Intelligent Decision-making under Uncertainty". The summary includes a brief introduction to the research topic and the motivation for the research conducted. It also outlines the objectives of this thesis and the structure of the chapters that shape it. Additionally, a summary of the research papers presented in the thesis is provided. Finally, the conclusions are discussed.

A.1 STATE OF THE ART

A Decision-making problem is usually understood as a cognitive process that involves various mental and reasoning processes to choose the most appropriate alternative among several possible solutions in a given situation [23]. A decision-making problem becomes more complex in situations of uncertainty that require consideration of various types of costs, conflicts, and large volumes of data [36]. To address problems of this complexity, intelligent decision techniques tailored specifically to the problem at hand are developed [5]. Generally speaking, decision-making processes have certain common phases (see Fig. A.1), such as [18]:

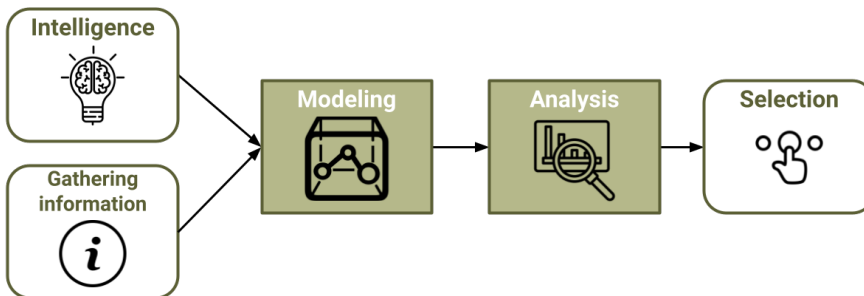


Fig. A.1: Decision-making scheme

INTELLIGENCE Observe the real world to identify the problem.

INFORMATION GATHERING Obtain data, knowledge, and preferences related to the problem.

MODELING Define a framework that establishes the structure of the problem, preferences, and uncertainty.

ANALYSIS Study and combine information according to the objectives, constraints, and results considered in the selection phase.

SELECTION Exploit the results of the analysis to select an alternative/solution to the problem.

Nowadays, it is increasingly common to rely on data-driven decision-making processes and quantitative models that may limit the participation of human experts, who usually develop their decision processes using qualitative information [1]. Despite this, in many fields that require intelligent, efficient, and effective decisions under uncertainty, the participation of human decision-makers remains essential [37]. Indeed, to address decision situations where no objective data or information is available about the problem at hand, expert-driven decision-making approaches remain indispensable [41]. However, in order to efficiently integrate expert knowledge into decision-making, it is necessary to take into account certain limitations associated with the human beings.

First, to ensure effective decision-making it is necessary to pay attention to the modeling of the experts' preferences. Unlike numerical data, using experts' opinions requires not only modeling the uncertainty associated with their preferences but also considering the psychological aspects involved in the preference elicitation process [14, 22]

Second, it is necessary to consider that when experts are required to elicit their preferences about the possible solutions to the decision-making problem, they may have a partial view of the problem based not only on their background and experience but also on their own interests [24]. To eliminate possible biases in the decision-making process caused by these factors, it is suitable to use Group Decision-Making (GDM) techniques, which simultaneously take into account the opinions of several experts [32].

Finally, when different experts participate in a GDM problem, it is expected that, in a certain sense, they all seek to see their particular opinions reflected in the final decision, which may lead to conflict situations among the members of the group [9]. Consensus Reaching Processes (CRPs) are intended to ensure a level of agreement on the decisions obtained in GDM problems [40]. Generally, a CRP is said to be an iterative process, usually coordinated by a human moderator, whose goal is to increase the degree of agreement among group members over multiple rounds of discussion.

GDM problems classically involved a small number of experts. However, recent technological advances make it possible to consider many decision-makers in the resolution of GDM problems [25]. In this context, a great interest has recently arisen in the so-called Large-Scale Group Decision-Making (LSGDM) problems, as well as in their Large-Scale Consensus Reaching Processes (LSCRPs), whose goal is to solve GDM problems that involve a large number of decision-makers [27]. Considering a large number of decision-makers in decision-making processes allows taking into account a greater number of experiences, backgrounds, and points of view, which can lead to a more comprehensive decision that considers a wider range of factors and possible outcomes. Consequently, large groups can make more diverse and better-informed decisions than decisions made by a single individual or a small group [25].

A.2 MOTIVATION

LSGDM offers a greater capacity to solve real-world GDM problems involving a large number of decision-makers, as opposed to the classical GDM in which the number is limited to a reduced set of participants. However, increasing the number of decision-makers involved also means an increase in the complexity of the decision-making process, which requires the development of new models, methods, and tools to improve and analyze these problems under the new assumptions. This is especially important to ensure the effectiveness of LSGDM processes and to address new emerging challenges such as the following ones:

1. Nonlinear preference modeling. Traditionally, it has been assumed that experts provide their opinions in a linear way

[10]. However, recent psychological studies argue that using nonlinear scales to represent their preferences could improve decision-making results [6].

2. LSGDM processes that involve hundreds or thousands of experts. In the specialized literature, LSGDM has been defined as a GDM problem involving more than twenty experts [5]. However, the philosophy of this type of problem, due to current technological advances and social demand, should be focused on problems in which hundreds, thousands, or even more decision-makers can take part. Therefore, LSGDM processes need to be improved to efficiently handle opinions in really large groups, such as users of a marketplace or a social network.
3. Metrics for LSCRPs. In the related literature, there are multiple proposals for LSCRPs, but it is difficult to objectively discriminate which one is the most suitable to solve a particular LSGDM problem. Consequently, it is necessary to develop metrics capable of determining the performance of LSCRPs in an objective manner [15].

These limitations and challenges in the field of LSGDM under uncertainty led us to formulate the following hypotheses at the beginning of this research:

1. The use of nonlinear representation models of experts' opinions will allow improving the results of GDM problems and their CRPs.
2. The optimization of current LSGDM processes will facilitate addressing problems with a large number of decision-makers efficiently, improving the current results and fields of application.
3. The definition of metrics for LSCRPs will enable more effective performance evaluation of both existing CRPs and new proposals.

A.3 OBJECTIVES

Taking into account the motivations derived from the limitations in the current LSGDM literature and considering the initial hypotheses, the main purpose of this doctoral thesis is to improve LSGDM processes under uncertainty, and their LSCRPs, through the use of mathematical tools and models. The aim is to overcome the current methodological deficiencies and contribute to greater accuracy and robustness in the decision-making field. Consequently, the following objectives are proposed:

1. Define a methodological framework for modeling the nonlinear behavior of experts when providing their opinions that allows correcting deviations derived from human psychology.
2. Optimize LSGDM processes to address decision-making problems that require the participation of a large number of decision-makers (hundreds, thousands, ...).
3. Introduce objective metrics for LSCRPs that establish performance standards for consensus outreach.

A.4 STRUCTURE

In accordance with Article 25 point 2 of the current regulations for Doctoral Studies at the University of Jaén (RD. 99/2011), this doctoral thesis consists of a compilation of articles published by the doctoral student. The aim of this compilation is to achieve the objectives established in the previous section. Specifically, this memory consists of seis articles, published or accepted, in Q1 international journals indexed in the Journal Citation Reports (JCR) database.

The remainder of the report consists of the following chapters:

CHAPTER 2. The fundamental concepts related to the subject matter of the doctoral thesis are presented. GDM problems are described, paying special attention to LSGDM, and the advantages and limitations of the existing decision models are analyzed. Also, the need for LSCRPs to reach consensual solutions is presented.

CHAPTER 3 . The papers that make up this report are described, highlighting the results and conclusions obtained from each one of them.

CHAPTER 4. It consists of the above-mentioned papers.

CHAPTER 5. The main conclusions of the doctoral thesis are identified and possible fields of research for future work are suggested.

Finally, a bibliographic compilation of the most relevant articles related to this report has been included.

A.5 BACKGROUND

This section presents a brief summary of the theoretical concepts and background relevant to the research presented in this report. Specifically, it addresses the basic concepts of GDM and its CRPs, as well as a summary of the main proposals in the literature, and the existing limitations in LSGDM. The contents of this chapter are further developed in Section 4.1, which corresponds to a systematic review of LSGDM performed during my research and in which these concepts and related issues are shown in more detail.

A.5.1 *Group Decision Making and Consensus Reaching Processes*

A GDM problem arises when several individuals are required to choose the best among several alternatives to solve a given problem [10]. Formally, GDM problems are modeled as a pair (D, A) in which D is a finite set of m decision-makers $D = \{dm_1, dm_2, \dots, dm_m\}$, who are asked to evaluate n alternatives $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ with the goal of selecting the best solution for the decision-making problem. In general, solving this type of problem consists of two main steps [28] (see Fig. A.2):

AGGREGATION To represent the overall opinion of the group, the preferences of the decision-makers are combined by an aggregation operator into a single collective preference.

EXPLOITATION. One or several alternatives are chosen as a solution to the problem.

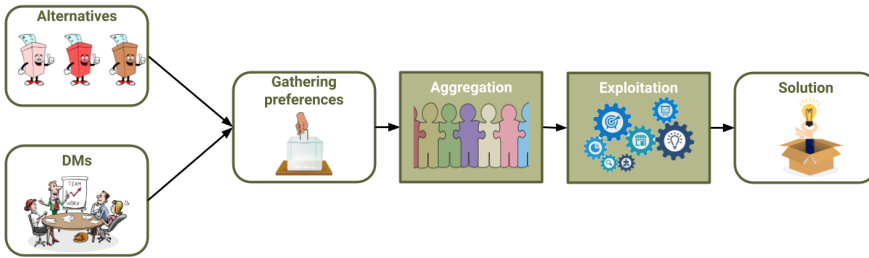


Fig. A.2: Scheme of a GDM problem

Butler and Rothstein [4] have proposed several rules to solve the GDM process, such as the majority or minority rules, or the Borda count. However, when employing these rules, some decision-makers could not be completely satisfied with the chosen solution since their views may not have been properly considered in the final collective choice. In order to address possible discrepancies among the decision makers' opinions, a CRP is often incorporated into the resolution of the GDM problem. A CRP is a dynamic, iterative process in which decision-makers discuss and adjust their initial opinions to achieve greater consensus within the group [23]. These processes are usually overseen by a moderator who is responsible for providing the decision-makers with the necessary information on the status of negotiations to smooth out conflicts. Generally speaking, a CRP is composed of four main steps, as described in the literature [24] (see Fig. A.3):

GATHERING PREFERENCES. Decision-makers provide their evaluations on the alternatives using a certain preference structure.

DETERMINING CONSENSUS LEVEL. Consensus measures are used to obtain the current level of agreement in the group.

CONSENSUS CONTROL. Such a level of agreement is compared to a previously established desired level of consensus. If the group succeeds in reaching the desired level, the CRP is terminated and the selection process is carried out to choose the best alternative. If not, another round is conducted. To prevent the process from dragging on indefinitely, a limit is set on the number of rounds allowed.

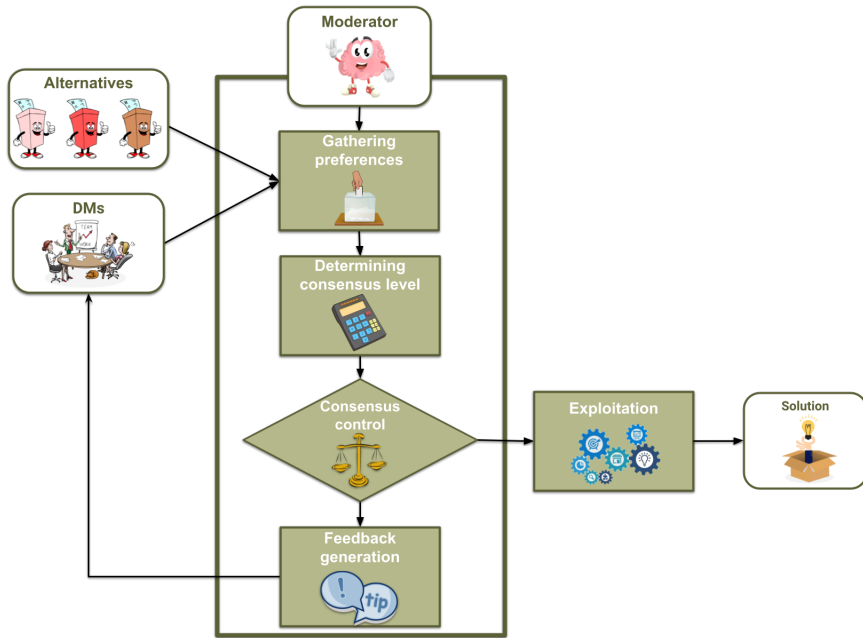


Fig. A.3: Scheme of a CRP

FEEDBACK GENERATION. The moderator identifies the decision-makers and opinions that cause the conflicts in the group and suggests ways to modify them to reduce the disagreements.

A.5.2 Large-Scale Group Decision-Making

Traditionally, GDM problems and their CRPs have involved only a small number of decision-makers. However, recent technological advances, such as Big Data [21] and e-commerce [35], together with the demands of modern society to address critical problems such as emergency situations [34] or sustainability [17], have given rise to new decision problems that require the involvement of a larger number of decision-makers. In this context, the so-called LSGDM arises, which, according to the classical definition, refers to GDM problems involving a large number of decision-makers (usually defined in the specialized literature as twenty or more decision-makers) [7].

Tang et al. [33] and Labella et al. [12] pointed out that the involvement of a large number of decision-makers with different views and



Fig. A.4: Scheme of an LSGDM problem

preferences requires considering new aspects in the overall LSGDM problem-solving process (see Fig. A.4):

DIMENSION REDUCTION. To handle the large amount of information involved in LSGDM models, some mechanisms are introduced to reduce the dimensionality of the data.

WEIGHTING AND AGGREGATION. These are related to the task of properly determining the importance of the decision-makers involved in the decision process and fusing their opinions effectively.

BEHAVIOR MANAGEMENT. Refers to the need to include mechanisms to detect and manage uncooperative decision-makers in the decision-making process, in order to prevent these decision-makers from negatively affecting the final outcome.

COST MANAGEMENT It is necessary to consider the human, economic, and time resources required to develop models that aim to manage hundreds, thousands, or even millions of decision-makers in the decision process.

Social network analysis. In large groups, it is necessary to consider how relationships between decision-makers (such as trust or reputation) influence the decision process.

CONSENSUS As the number of people involved in a decision increases, the likelihood of disagreement also increases. Therefore, it is essential to develop LSCRPs for large groups in order to reach agreed solutions.

LSGDM is based on the classical GDM scheme (see Fig. A.2), which consists of two phases: aggregation and exploitation. However, the aggregation phase in LSGDM is much more complex as several

aspects are taken into account to merge the original values of the decision-makers' opinions. Thanks to this combination of techniques, it is possible to propose a wide variety of LSGDM schemes. Some of the most important ones are described below.

1. Palomares et al. [25] and Dong et al. [8] introduced consensus models that consider non-cooperative behavior management and dimension reduction for information weighting and aggregation.
2. In their work, Zhang et al. [42] used a linguistic aggregation process to address multi-attribute LSGDM problems under uncertainty.
3. Liu et al. [16] proposed a consensus model that integrates mechanisms to control the cost of modifying decision-makers' opinions and use social network analysis to determine their importance.
4. Lu et al. [19] introduced a consensus process that combines social network analysis and clustering techniques to perform dimension reduction and determine the influence of decision-makers in a decision process. This process also takes into account the cost associated with changing decision-maker preferences.
5. Shi et al. [29] used behavior and cost management techniques in their consensus model, which also incorporates a dimension reduction with adaptive weights.

A.5.3 *Main limitations of the literature on LSGDM*

Currently, LSGDM is a hot topic among researchers in various areas (operations research, politics, computer science, management, engineering, marketing, etc. [15, 25, 37]). However, the foundations of LSGDM are based on assumptions inherited from its widespread use, rather than on solid theoretical or practical foundations. To determine the challenges in the research area, this section aims to discuss the main shortcomings of the current research on LSGDM.

In general terms, the main limitations of the LSGDM stem from its own definition. The widespread definition in the specialized litera-

ture considers that LSGDM consists of “GDM problems with more than twenty experts”. This definition seems to be completely obsolete, especially considering that new technologies allow considering decision situations involving hundreds or thousands of decision-makers. It is necessary to revise this definition to ensure not only the applicability of the models in real-world problems but also to be able to compare the different processes in a fair way.

Moreover, in the specialized literature, it is common to find GDM techniques applied directly in LSGDM without studying their feasibility and performance [27]. Regarding the models reviewed in Section 4.1, an important critique is the lack of studies demonstrating the good performance of classical GDM techniques in large-scale contexts involving hundreds or thousands of decision-makers. Although these methods have been successfully applied in contexts with fifty or fewer decision-makers, there is no evidence that they are equally effective in decision situations with larger numbers of decision-makers. Rigorous studies are needed to assess the feasibility of these techniques in large-scale contexts, and if necessary, adapt existing approaches to address LSGDM problems.

Another consequence of defining LSGDM as “GDM with twenty or more experts” is its abuse in publications that are not aimed at solving real-world problems. The vast majority of the proposals reviewed in section 4.1 are limited to testing the validity of the corresponding models on examples that consider less than fifty experts, without giving an objective and verifiable analysis of their performance when handling thousands of decision makers (see Figure A.5). In this sense, it is necessary to demand a higher level of quality in terms of the conditions under which the validity of a method is tested.

In addition, it is a common practice to apply the more convenient measure to highlight the advantages of the proposed models when comparing them with others, but there are no objective metrics to fairly present both the positive and negative aspects of such models. A new approach with this capability has recently been proposed for consensus models in GDM [15], but there are no proposals for LSGDM. It is important to develop new metrics to address other problems to objectively analyze different features of LSGDM methods.

Regarding preference structures, it is worth noting the large number of them that can be found in the literature (see Section 4.1).

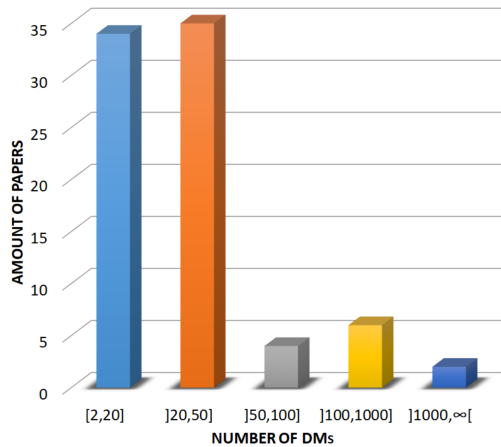


Fig. A.5: Papers reviewed in Section 4.1 according to the number of decision-makers.

However, considering excessively complex preference structures significantly increases the number of variables in the LSGDM problem, leading to higher resource consumption [27]. Therefore, in LSGDM, improvements in preference modeling should not imply an increase in the number of variables but focus on better modeling of human psychology. In this regard, it should be remarked that existing proposals for preference representation assume that decision-makers provide their preferences in a linear way. However, recent studies suggest that by using nonlinear scales to reallocate decision makers' preferences, more psychologically realistic collective solutions are obtained [6, 20]. Therefore, further studies on the impact of nonlinear scales in LSGDM are needed.

A.6 DISCUSSION OF RESULTS

This section presents a summary of the proposals that make up this research report, as well as the results and conclusions derived from them.

A.6.1 *Critical analysis of the matter*

The aim of the first paper in this report, included in Section 4.1, is to serve as an updated state-of-the-art for researchers. With a better understanding of the concept of LSGDM, researchers may present new proposals aimed at addressing the challenges in the area related to technological developments (such as Big Data or social networks), and pay more attention to the validity of their models in these contexts.

In this work, a systematic review of the existing literature on LSGDM has been carried out, following the indications proposed by Kitchenham et al. [11] for the development of bibliographic analysis in Software Engineering. Using this methodology, the existing proposals have been reviewed from four different perspectives: Preference Structure, Group Decision Rules, Quality Assessment, and Applications. These points of view contain the most relevant keywords in the LSGDM literature and represent the different steps to consider when proposing models. Since the analysis performed revealed several important limitations in the current research in the area, this paper also provides a further detailed critical analysis of these bad practices found in the literature, as well as some indications on how to redirect future research toward a more realistic LSGDM, related to proposing methodologies to cope with decision situations involving a really large number of decision-makers.

Generally speaking, it is important to note that the definition of theoretical models and the testing of their performance on very simple examples (toy examples), in which from twenty to fifty decision makers are considered, could hardly be applied in real practical situations if they do not explicitly specify the number of decision-makers they are able to manage and demonstrate their good performance in these contexts. In such an applied field as LSGDM, researchers should focus future studies on addressing real-world problems involving a large group of decision-makers (e.g., Netflix manages 209 million paid subscriptions) rather than proposing “large-scale” models that work with twenty decision-makers and do not clarify how they would perform if that number were increased.

In order to bring more transparency to LSGDM processes, this paper also proposes the definition of m -LSGDM models as those proposals that can efficiently handle at least m decision makers.

This not only provides a fairer view of the performance of each proposal but also allows differentiating models oriented to handle a few hundred decision-makers from models designed to handle millions.

A.6.2 *Non-linear preferences*

Even though there are several proposals of CRPs in the literature, they usually assume linear scales for experts' preferences [10]. However, recent studies suggest that the use of nonlinear scales can improve the results of GDM processes [6, 20].

The work presented in Section 4.2 explores the use of nonlinear scales to define more realistic preference models from the original preferences of experts, even in large-scale situations. In that work, we have made a comprehensive study of the analytical properties of such nonlinear scales and obtained the main mathematical characteristics of the functions that may be suitable for adapting expert preferences according to this psychological factor. We have called these functions Extreme Values Amplifications (EVAs) and they allow reallocating fuzzy preference relations given on a linear scale into a nonlinear scale by increasing the distance between extreme values and decreasing the distance between intermediate values. In addition, the dual definition of Extreme Values Reductions (EVR), which reduce the distance between extreme values and amplify the distance between intermediate values, has also been provided.

A general method for constructing EVAs and EVRs has been introduced and several families of EVAs have been proposed. The use of the nonlinear scales provided by EVAs has been found to improve the performance of the consensus models used in the study. Specifically, in addition to obtaining more psychologically realistic results, simulations show that the EVA approach reduces the average number of rounds required to reach consensus in both models and increases the level of consensus.

A.6.3 *Aggregation of extreme values in CRPs*

In GDM, it is necessary to combine the preferences of the experts in an aggregation phase to obtain a collective opinion before moving on to the exploitation phase. In the literature on aggregation operators,

Ordered Weighted Average (OWA) operators stand out because they allow merging information according to the magnitude of the values to be aggregated [38]. To calculate the corresponding weights, several alternatives have been proposed, including the method given by Yager, which is based on the use of a parametric family of linear fuzzy linguistic quantifiers [39].

The work developed in Section 4.3 proves that, although the method proposed by Yager [39] is simple and effective, it has significant drawbacks in terms of the choice of parameters. For example, aggregations could produce biased results (orness measure [2] not equal to 0.5) or even not aggregate enough information (entropy measure [2] low). Furthermore, the OWA operator constructed from these quantifiers completely ignores the most extreme values in the aggregation process, which could result in unrealistic aggregations.

These biased aggregations are a major drawback in real-world applications such as CRPs [10, 23], since an OWA operator whose orness is greater than 0.5 would tend to prioritize extreme values close to 1 over those close to 0, which is unreasonable since these values should be equally important. Moreover, a theoretical consensus that completely ignores the most extreme values would be unrealistic. Since it has also been shown that less extreme information has a cohesive effect and facilitates agreement among experts [30, 31], the paper in Section 4.3 explores new ways to generate OWA weights that prioritize intermediate information without neglecting extreme data by taking more information into account in the aggregation process and avoiding biased aggregations in the results.

To overcome these limitations, the EVR-OWA operator, which uses an EVR as a fuzzy linguistic quantifier, has been proposed. This OWA operator takes into account the most extreme values but gives more importance to the intermediate ones. Moreover, aggregations performed by EVR-OWA operators are better for certain real-world applications such as consensus models for GDM [10], because these operators aggregate preferences in an unbiased way and allow taking into account more information in the aggregation process.

The proposed EVR-OWA operator not only provides a simple and general method to obtain OWA weights but also provides a characterization that relates those families of symmetric, positive OWA weights that prioritize intermediate values to the EVRs.

A.6.4 *Optimization of LSGDM processes*

The Minimum Cost Consensus (MCC) models, which are based on convex optimization problems, are automatic CRPs that do not need a recommendation mechanism, and, consequently, they are particularly interesting for LSGDM problems [3, 27]. These models minimize the cost of modifying experts' preferences to reach a consensus and guarantee that the distance between the modified individual preferences and the collective opinion is bounded by a threshold $\varepsilon > 0$. Recently, Comprehensive Minimum Cost Consensus (CMCC) models have been proposed, which add an additional constraint related to the consensus threshold $\gamma \in [0, 1]$ associated with a consensus measure.

The work presented in Section 4.4 analyzes the relationship between the aforementioned constraints in CMCC models from two different perspectives. The first one is based on inequalities and allows determining simple bounds to relate the parameters ε and γ . The second perspective is based on Convex Polytope Theory and provides algorithms that compute more precise and complex constraints to relate these parameters.

Since in CMCC models the parameter values are fixed a priori, the proposed method allows identifying parameter configurations that can simplify the optimization model, eliminating those constraints that are redundant and, consequently, significantly improving the efficiency of these models in LSGDM.

A.6.5 *Generalized MCC models for LSGDM*

MCC models have been widely used to reach agreed solutions to GDM problems. However, the relationship between previous extensions of these models has not yet been studied, which limits their practical application. In this paper, a reformulation of MCC models using Fuzzy Set Theory is presented. The proposed approach, called FZZ-MCC, provides a clearer understanding of MCC models and their extensions, as well as a rigorous and flexible methodology to address various types of GDM problems. In addition, the applicability of the FZZ-MCC approach is demonstrated through three practical examples related to e-democracy, personnel selection, and green supplier selection.

The FZZ-MCC approach introduces three main advantages:

- A rigorous and unified notation based on Fuzzy Sets that allows generalizing previous studies on MCC,
- Generalization of classical notions related to GDM such as preference structure, consensus measure, or cost function,
- Abstract nature that implies flexibility to adapt the FZZ-MCC scheme to address various decision situations.

In this proposal, the flexibility of the FZZ-MCC approach is exploited to propose several models based on MCC:

- An FZZ-MCC model is defined to cope with an e-democracy scenario involving urban planning by managing thousands of preferences through MCC models and multiplicative preference relations.
- An FZZ-MCC model is used to efficiently persuade a hiring committee to select a particular manager. This is done by analyzing the associated cost of driving the decision-makers toward an agreement on the predefined target solution.
- A hybrid FZZ-MCC model is proposed that combines valuations in a database with managers' pairwise comparisons, integrating expert knowledge and data in a green supplier selection problem.

Moreover, all these models have been proposed in terms of linear and absolute-based objective functions and constraints, which facilitates their linearization to improve both their accuracy and computational efficiency aspects, which are essential for dealing with LSGDM problems.

A.6.6 *Metric for large-scale linguistic consensus modeling*

Even though CRPs based on linguistic information have been the subject of extensive research and numerous solutions have been proposed in the specialized literature, there is not an objective metric to compare these models and decide which one is the best for each decision problem.

In the work developed in Section 4.6, we introduce a metric to evaluate the performance of linguistic CRPs that takes into account both the resulting degree of consensus and the cost of modifying the initial opinions of the participants.

This metric is based on a linguistic CCM model that uses ELICIT (Extended Comparative Linguistic Expressions with Symbolic Translation) [14] information to model participant indecision and ensure accurate word computation processes. Furthermore, this metric is defined based on a linear optimization model to speed up the computational model and improve its accuracy, thus being able to be applied in LSGDM processes with several thousands of experts in a few seconds.

The proposed metric for evaluating linguistic CRPs compares the optimal cost required to achieve the desired level of consensus with the changes made by the CRP. If the degree of consensus achieved by the CRP is below the desired threshold, the metric will rate the CRP as ineffective. In the event that the CRP exceeds the consensus threshold, the metric will score the CRP higher or lower based on the extent of the unnecessary modifications made.

This metric has also been used to evaluate the performance of two linguistic consensus models defined in the literature [13, 26] to demonstrate their applicability in practice.

A.7 CONCLUSIONS AND FUTURE WORKS

To conclude this report, we present the conclusions we have drawn during this research, as well as possible future works that could be undertaken based on the results obtained.

A.7.1 *Conclusions*

LSGDM arises to solve real-world decision problems in contexts of uncertainty that require considering the opinions of a large number of decision-makers. By taking into account the opinions of many people, more objective results can be achieved than when using small groups, but at the same time, the complexity increases.

The first objective of this thesis was to propose new approaches to model the nonlinear nature of preferences given by human beings. To accomplish this, we have defined the EVAs and EVRs functions,

which allow transforming decision-makers' preferences in a nonlinear way. We have found that using EVAs in CRP, besides being more realistic from a psychological point of view, generally improves the results of the CRP. On the other hand, it has been shown that EVRs can be applied to merge decision-makers' opinions by giving higher priority to intermediate values, which are the most relevant for reaching a consensus.

The following objective was related to improving LSGDM models to address problems that require a large number of decision-makers. To this end, we focused on MCC models, which are particularly useful for handling problems in LSGDM as they do not require several rounds of negotiation to reach a consensual solution. In this aspect, we have analyzed in detail the mathematical structure of CMCC models, concluding that it is possible to considerably improve their efficiency when constraints that may be redundant are removed. In addition, we have proposed the FZZ-MCC models, which generalize existing MCC models in the literature in a flexible way using Fuzzy Set Theory. From a practical point of view, FZZ-MCC models have been used to define several consensus models that allow addressing LSGDM problems such as e-democracy and the integration of data and expert knowledge in decision-making.

The last objective consisted of defining metrics that enable objectively evaluating the performance of LSCRPs. To achieve this, we have developed a metric that evaluates CRPs by simultaneously taking into account the level of agreement reached in the CRP and the modifications made to the original preferences.

In conclusion, it is important to highlight that this thesis has achieved all the objectives established at the beginning of this research, which has allowed us to develop tools, models, and results that go beyond the previous state of the art and open up new research possibilities, as described below.

A.7.2 *Future works*

The results of this research open the possibility of exploring new areas of study that can be addressed in future works. Some of the possible lines of research that can continue the work done in this doctoral thesis are:

- Apply the theory of EVAs and EVRs to deal with LSGDM challenges such as the polarization of opinions or the management of minority opinions.
- Study the use of EVR-OWA Operators in LSGDM problems.
- Develop new scalable LSGDM models to solve real-world decision-making problems involving millions of people.
- Extend FZZ-MCC models to address new decision situations, e.g., integrating social network analysis.
- Explore new types of decision problems from the LSGDM perspective, such as sorting problems that seek to classify alternatives into different categories.

A.7.3 *Additional publications*

In the course of this research, other publications have been presented that have not been included in this report. They are listed below:

- Publications in international journals:
 - H. Song, D. García-Zamora, A. Labella Romero, X. Jia, Y. Wang, and L. Martínez. “Handling multi-granular hesitant information: A group decision-making method based on cross-efficiency with regret theory”. In: *Expert Systems with Applications*, 2023, 120332. Impact factor 8.665, Q1.
 - Y. Wang, S. He, D. García Zamora, X. Pan, and L. Martínez, “A Large Scale Group Three-Way Decision-based consensus model for site selection of New Energy Vehicle charging stations” In: *Expert Systems with Applications*, 214, 119107 (2023). Impact factor 8.665, Q1.
 - S. Feng, Y. Xin, S. Xiong, Z. Cheng, M. Devecy, D. García-Zamora, and W. Pedrycz. “Safety Perception Evaluation of Civil Aviation Based on Weibo Posts in China: An Enhanced Large-Scale Group Decision-Making Framework”. *Int. J. Fuzzy Syst.* (2023). Impact factor 4.085, Q2.
 - M. Zhou, Z. Chen, J. Jiang, G. Qian, D. García-Zamora, B. Dutta, Q. Zhan, and L. Jin. “Auto-generated Relative

Importance for Multi-agent Inducing Variable in Uncertain and Preference Involved Evaluation". In: *International Journal of Computational Intelligence Systems* 15, 108 (2022). Impact factor 2.259, Q3.

- Y. Wang, X. Pan, S. He, B. Dutta, D. García-Zamora, and L. Martínez, "A New Decision-Making Framework for Site Selection of Electric Vehicle Charging Station with Heterogeneous Information and Multi-Granular Linguistic Terms". In: *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* (2022). Impact factor 12.253, Q1.
- Book chapters:
 - D. García-Zamora, A. Labella, R. M. Rodríguez and L. Martínez. "Nonlinear Scaled Preferences in Linguistic Multi-Criteria Group Decision Making". In: *Real Life Applications of Multiple Criteria Decision-Making Techniques in Fuzzy Domain*. Springer Nature Singapore Pte Ltd; 2022.
- Internacional conferences:
 - Á. Labella, D. García-Zamora, W. He, R.M. Rodríguez, and L. Martínez (2022). "Grouping representative points in AHP-FuzzySort with agglomerative hierarchical clustering". In: The International Symposium on the Analytic Hierarchy Process (ISAHP2022), Online, December 15-18, 2022.
 - D. García-Zamora, A. Labella, R. M. Rodríguez and L. Martínez. "Comprehensive Minimum Cost Consensus for Analyzing the Cost of Different Agreed Solutions". In: *15th International FLINS Conference on Machine Learning, Multi agent and Cyber physical systems and the 17th International ISKE Conference (FLINS/ISKE 2022)*, 26-28 August Tianjin (China) 2022.
 - D. García-Zamora, A. Labella, R. M. Rodríguez and L. Martínez. "Comprehensive Minimum Cost Consensus Models for ELICIT Information". In: *2022 Word Congress on Computational Intelligence (IEEE WCCI2022)*, Padua, Italy 18-23 July 2022.
 - J. Baz, D. García-Zamora, I. Díaz, S. Montes, L. Martínez. "Flexible-Dimensional EVR-OWA as Mean Estimator for

- Symmetric Distributions". In: *The 19th International Conference On Information Processing And Management Of Uncertainty In Knowledge-Based Systems (IPMU 2022)*, Milan (Italy), July 11-15, 2022.
- Á. Labella, D. García-Zamora, R.M. Rodríguez, and L. Martínez (2022). "Fuzzy TODIM for ELICIT Information". In: *International Conference on Intelligent and Fuzzy Systems (INFUS 2022)*, Istanbul (Turkey), July 19-21, 2022 .
 - A. Labella, D. García-Zamora, R. M. Rodríguez and L. Martínez. "A Consensus-based Best-Worst Method for Multi-criteria Group Decision-Making". In: *The Third International Workshop on Best-Worst Method (BWM-2022)*, Delft, The Netherlands, 09-10 June 2022.
 - D. García-Zamora, A. Labella, R. M. Rodríguez and L. Martínez. "Modelling non linear preferences in Consensus Reaching Processes. A sustainability application". In: *16th International Conference on Intelligent Systems and Knowledge Engineering (ISKE 2021)*, 26-28 November Chengdu (China) 2021.
 - D. García-Zamora, A. Labella, R. M. Rodríguez and L. Martínez. "An Ordered Weighted Averaging Operator based on Extreme Values Reductions". In: *The 19th World Congress of the International Fuzzy Systems Association. The 12th Conference of the European Society for Fuzzy Logic and Technology jointly with the AGOP, IJCRS, and FQAS conferences*. Bratislava (Slovakia), September 19-24, 2021.
 - D. García-Zamora, A. Labella, R. M. Rodríguez and L. Martínez. "Non Linear Scales in GDM: Extreme Values Amplifications". In: *International Virtual Workshop on Business Analytics Eureka*, 2-4 Junio, Ciudad Juarez (Mexico), 2021.
 - A. Labella, D. García-Zamora, R. M. Rodríguez and L. Martínez. "A Novel Linguistic Cohesion Measure based on Restricted Equivalence Functions for Weighting Experts' subgroups in Large-scale Group Decision Making Problems". In: *International Virtual Workshop on Business Analytics Eureka*, 2-4 Junio, Ciudad Juarez (Mexico), 2021.

- National conferences:
 - D. García-Zamora, A. Labella, R. M. Rodríguez and L. Martínez. “Nonlinear Preferences in Consensus Reaching Processes. Extreme Values Amplifications”. In: *XXI Congreso español sobre Tecnologías y Lógica Fuzzy (ESTYLF 2022)*, celebrado en Toledo el 4 –7 de Septiembre 2022.
 - D. García-Zamora, A. Labella, P. Nuñez-Cacho, R. M. Rodríguez and L. Martínez. “Modelos de consenso basados en Mínimo Coste para expresiones ELICIT”. In: *XXI Congreso español sobre Tecnologías y Lógica Fuzzy (ESTYLF 2022)*, celebrado en Toledo el 4 –7 de Septiembre 2022.
 - D. García-Zamora, A. Labella, R. M. Rodríguez and L. Martínez. “Preferencias no lineales en Toma de Decisión en Grupo. Amplificación de Valores Extremos”. In: *CEDI 20/21: VI Congreso Español de Informática*, celebrado el 22 – 24. Septiembre 2021.

A.7.4 Awards

It is important to mention that some of the works developed during this doctoral thesis have been recognized by the scientific community:

1. The contribution entitled “Modelling Non Linear Preferences in Consensus Reaching Processes: A Sustainability Application”, presented at the 16th International Conference on Intelligent Systems and Knowledge Engineering (ISKE 2021), held in Chengdu, China, in November 2021, received the best student paper award.
2. The poster entitled “ Non-linear preferences in Group Decision Making: Extreme Values Amplifications” received a special mention at the Doctoral Conference for young researchers of the University of Jaen held in November 2021.
3. The contribution “Comprehensive Minimum Cost Consensus for Analyzing the Cost of Different Agreed Solutions”, presented at the 15th International FLINS Conference on Machine Learning, Multi-agent and Cyber-physical systems and the 17th International ISKE Conference (FLINS/ISKE 2022), held in Tian-

jin, China, during August 2022, also received the best student paper award.

All the diplomas associated with the aforementioned awards are included at the end of Chapter 5.

A.7.5 *Research stays*

During the doctoral thesis, two research stays were carried out in order to improve the research training of the doctoral student through the knowledge and experience of experts in the field. Thanks to the mobility aid for beneficiaries of the FPU contract EST22/00031, granted by the Ministry of Universities, a three-month stay (from 15/04/2022 to 14/07/2022) was made at the School of Computing, Ulster University, in the United Kingdom. In addition, a one-month stay (from 23/01/2023 to 24/02/2023) was spent at the Artificial Intelligence and Approximate Reasoning Research Group of the Public University of Navarra.

REFERENCIAS

- [1] U. Awan, S. Shamim, Z. Khan, N. Zia, S. Shariq, and M. Khan. "Big data analytics capability and decision-making: The role of data-driven insight on circular economy performance." In: *Technological forecasting and social change* 168 (2021).
- [2] G. Beliakov, H. Bustince, and T. Calvo. *A practical guide to averaging functions*. Springer, 2016.
- [3] D. Ben-Arieh and T. Easton. "Multi-criteria group consensus under linear cost opinion elasticity." In: *Decision Support Systems* 43.3 (2007). Integrated Decision Support, pp. 713–721.
- [4] C. Butler and A. Rothstein. *On Conflict and Consensus: a Handbook on Formal Consensus Decision Making*. Portland: Food Not Bombs Publishing, 1987.
- [5] G. Carvalho, A. S. Vivacqua, J. M. Souza, and S. P. J. Medeiros. "LaSca: a Large Scale Group Decision Support System." In: *Journal of Universal Computer Science* 17.2 (2011), pp. 261–275.
- [6] F. Delic A.and Ricci and J. Neidhardt. "Preference Networks and Non-Linear Preferences in Group Recommendations." In: *2019 IEEE/WIC/ACM International Conference on Web Intelligence (WI)*. 2019, pp. 403–407.
- [7] R. X. Ding, I. Palomares, X. Q. Wang, G. R. Yang, B. S. Liu, Y. C. Dong, E. Herrera-Viedma, and F. Herrera. "Large-Scale decision-making: Characterization, taxonomy, challenges and future directions from an Artificial Intelligence and applications perspective." In: *Information Fusion* 59 (2020), pp. 84–102.
- [8] Y. C. Dong, S. H. Zhao, H. J. Zhang, F. Chiclana, and E. Herrera-Viedma. "A Self-Management Mechanism for Noncooperative Behaviors in Large-Scale Group Consensus Reaching Processes." In: *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* 26.6 (2018), pp. 3276–3288.
- [9] Y. Du and X. Shen. "Group hierarchical DEMATEL method for reaching consensus." In: *Computers & Industrial Engineering* 175 (2023), p. 108842.

- [10] E. Herrera-Viedma, F. Herrera, and F. Chiclana. "A consensus model for multiperson decision making with different preference structures." In: *Systems, Man and Cybernetics, Part A: Systems and Humans, IEEE Transactions on* 32 (2002), pp. 394–402.
- [11] B. Kitchenham and S. Charters. *Guidelines for performing Systematic Literature Reviews in Software Engineering*. Tech. rep. EBSE 2007-001. Keele University, 2007.
- [12] Á. Labella, Y. Liu, R. Rodríguez, and L. Martínez. "Analyzing the performance of classical consensus models in large scale group decision making: A comparative study." In: *Applied Soft Computing* 67 (2018), pp. 677–690.
- [13] Á. Labella, R. M. Rodríguez, A. A. Alzahrani, and L. Martínez. "A Consensus Model for Extended Comparative Linguistic Expressions with Symbolic Translation." In: *Mathematics* 8.12 (2020), p. 2198.
- [14] Á. Labella, R. M. Rodríguez, and L. Martínez. "Computing with comparative linguistic expressions and symbolic translation for decision making: ELICIT information." In: *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* 28.10 (2019), pp. 2510–2522.
- [15] Álvaro Labella, Hongbin Liu, Rosa M. Rodríguez, and Luis Martínez. "A Cost Consensus Metric for Consensus Reaching Processes based on a comprehensive minimum cost model." In: *European Journal of Operational Research* 281.2 (2020), pp. 316–331.
- [16] B. Liu, Q. Zhou, R. Ding, I. Palomares, and F. Herrera. "Large-scale group decision making model based on social network analysis: Trust relationship-based conflict detection and elimination." In: *European Journal of Operational Research* 275.2 (2019), pp. 737–754.
- [17] L. Liu, W. Cao, B. Shi, and M. Tang. "Large-Scale Green Supplier Selection Approach under a Q-Rung Interval-Valued Orthopair Fuzzy Environment." In: *Processes* 7.9 (2019).
- [18] J. Lu, G. Zhang, D. Ruan, and F. Wu. *Multi-Objective Group Decision Making: Methods, Software and Applications with Fuzzy Set Techniques*. Imperial College Press, 2007.

- [19] Y. Lu, Y. Xu, E. Herrera-Viedma, and Y. Han. "Consensus of large-scale group decision making in social network: the minimum cost model based on robust optimization." In: *Information Sciences* 547 (2021), pp. 910–930.
- [20] J. Masthoff. "Group Modeling: Selecting a Sequence of Television Items to Suit a Group of Viewers." In: *User Model. User-Adapt. Interact.* 14 (2004), pp. 37–85.
- [21] S. Modgil, S. Gupta, U. Sivarajah, and B. Bhushan. "Big data-enabled large-scale group decision making for circular economy: An emerging market context." In: *Technological Forecasting and Social Change* 166 (2021), p. 120607.
- [22] S. Orlovsky. "Decision-making with a fuzzy preference relation." In: *Fuzzy sets and systems* 1.3 (1978), pp. 155–167.
- [23] I. Palomares. "Consensus model for large-scale group decision support in IT services management." In: *Intelligent Decision Technologies-Netherlands* 8.2 (2014), pp. 81–94.
- [24] I. Palomares, F. Estrella, L. Martínez, and F. Herrera. "Consensus under a fuzzy context: Taxonomy, analysis framework AFRYCA and experimental case of study." In: *Information Fusion* 20 (2014), pp. 252–271.
- [25] I. Palomares, L. Martinez, and F. Herrera. "A Consensus Model to Detect and Manage Noncooperative Behaviors in Large-Scale Group Decision Making." In: *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* 22.3 (2014), pp. 516–530.
- [26] R. M. Rodríguez, Á. Labella, M. Sesma-Sara, H. Bustince, and L. Martínez. "A cohesion-driven consensus reaching process for large scale group decision making under a hesitant fuzzy linguistic term sets environment." In: *Computers & Industrial Engineering* 155 (2021), p. 107158.
- [27] R. Rodríguez, Á. Labella, B. Dutta, and L. Martínez. "Comprehensive minimum cost models for large scale group decision making with consistent fuzzy preference relations." In: *Knowledge-Based Systems* 215 (2021), p. 106780.
- [28] M. Roubens. "Fuzzy sets and decision analysis." In: *Fuzzy Sets and Systems* 90.2 (1997). Fuzzy Sets: Where Do We Stand? Where Do We Go?

- [29] Z. Shi, X. Wang, I. Palomares, S. Guo, and R. Ding. "A novel consensus model for multi-attribute large-scale group decision making based on comprehensive behavior classification and adaptive weight updating." In: *Knowledge-Based Systems* 158 (2018), pp. 196–208.
- [30] A. Sîrbu, V. Loreto, and V.D.P. Servedio. "Opinion Dynamics with Disagreement and Modulated Information." In: *Journal of Statistical Physics* 151 (2013), pp. 218–237.
- [31] A. Sîrbu, V. Loreto, V.D.P. Servedio, and F. Tria. "Cohesion, Consensus and extreme information in opinion dynamics." In: *Advances in Complex Systems* 16.06 (2013), p. 1350035.
- [32] H. Song, Z. Gong, J. Forrest, W. Guo, and E. Herrera-Viedma. "Social network utility consensus model with empathic and fuzzy interactions." In: *Computers & Industrial Engineering* 175 (2023), p. 108904.
- [33] M. Tang and H. Liao. "From conventional group decision making to large-scale group decision making: What are the challenges and how to meet them in big data era? A state-of-the-art survey." In: *Omega* 100 (2021), p. 102141.
- [34] Q. Wan, X. Xu, X. Chen, and J. Zhuang. "A Two-Stage Optimization Model for Large-Scale Group Decision-Making in Disaster Management: Minimizing Group Conflict and Maximizing Individual Satisfaction." In: *Group Decision and Negotiation* 29.5 (2020), pp. 901–921.
- [35] T. Wu, X. Liu, and J. Qin. "A linguistic solution for double large-scale group decision-making in E-commerce." In: *Computers & Industrial Engineering* 116 (2018), pp. 97–112.
- [36] J. Xiao, X. Wang, and H. Zhang. "Coping with diversity ratings in prioritizing design requirements in quality function deployment: A consensus-based approach with minimum-maximum adjustments." In: *Computers & Industrial Engineering* 163 (2022), p. 107799.
- [37] Y. Xu, X. Wen, and W. Zhang. "A two-stage consensus method for large-scale multi-attribute group decision making with an application to earthquake shelter selection." In: *Computers & Industrial Engineering* 116 (2018), pp. 113–129.

- [38] R. Yager. "On ordered weighted averaging aggregation operators in multicriteria decisionmaking." In: *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics* 18.1 (1988), pp. 183–190.
- [39] R. Yager. "Quantifier guided aggregation using OWA operators." In: *International Journal of Intelligent Systems* 11.1 (1996), pp. 49–73.
- [40] B. Zhang, Y. Dong, and Y. Xu. "Maximum expert consensus models with linear cost function and aggregation operators." In: *Computers & Industrial Engineering* 66.1 (2013), pp. 147–157.
- [41] H. Zhang, F. Wang, and X. Song. "From collective opinion dependence to personalization: The impacts of social trust relationship in consensus formation." In: *Computers & Industrial Engineering* 172.A (2022), p. 108541.
- [42] Z. Zhang, C. Guo, and L. Martínez. "Managing Multigranular Linguistic Distribution Assessments in Large-Scale Multiattribute Group Decision Making." In: *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems* 47.11 (2017), pp. 3063–3076.

This document was typeset using the typographical look-and-feel classicthesis developed by André Miede and Ivo Pletikosić. The style was inspired by Robert Bringhurst’s seminal book on typography “The Elements of Typographic Style”. classicthesis is available for L^AT_EX: <https://bitbucket.org/amiede/classicthesis/>

