

MODELO DE FRACTURA EN MODO MIXTO (I Y II) PARA MATERIALES CEMENTICIOS

F. Suárez^{1*}, D. A. Cendón², J. C. Gálvez³

¹Departamento de Ingeniería Mecánica y Minera, Universidad de Jaén, EPS de Linares
Campus Científico Tecnológico de Linares, Cinturón Sur, s/n 23700 – Linares (Jaén)

* Persona de contacto: fsuarez@ujaen.es

²Departamento de Ciencia de Materiales, Universidad Politécnica de Madrid, E.T.S.I. Caminos,
Canales y Puertos, C/ Profesor Aranguren s/n 28040 – Madrid, España
E-mail: david.cendon.franco@upm.es

³Departamento de Ingeniería Civil-Construcción, Universidad Politécnica de Madrid, E.T.S.I. Caminos,
Canales y Puertos, C/ Profesor Aranguren s/n 28040 – Madrid, España
E-mail: jaime.galvez@upm.es

RESUMEN

Durante las pasadas décadas se ha dedicado un gran esfuerzo a la simulación de la fractura de materiales cuasifrágiles, como el hormigón. Muchos de los modelos propuestos se basan en el concepto de fisura cohesiva, habitualmente formulados en base a un comportamiento de rotura en modo predominantemente I, con un papel muy débil de las tensiones de cortante (modos II y III). En esta contribución se propone un modelo de material para simular la rotura en materiales de base cemento sometidos a estados de carga mixtos que combinan los modos de rotura I y II. La formulación propuesta se basa en el modelo de fisura cohesiva, extendida al caso de rotura en modo mixto, con un modo II significativo. El modelo se inspira en trabajos anteriores de Gálvez et al., pero, frente a ellos, aquí la rotura se formula a nivel de material, es decir, a nivel de los puntos de integración en un análisis con elementos finitos. A diferencia de trabajos anteriores, en los que la rotura se modelizaba mediante elementos intercara, el modelo propuesto es capaz de reproducir el camino de rotura sin información previa sobre el mismo.

PALABRAS CLAVE: Modo mixto, Fisura cohesiva, Materiales cuasifrágiles, Modelo de material

ABSTRACT

Over the last decades, a great effort has been devoted to simulating fracture in quasi-brittle materials, such as concrete. Many of the models proposed take advantage of the cohesive crack concept and their formulation is usually based on a cohesive behaviour under mode I, with a low or null influence of shear stresses (modes II and III). In this contribution a material model to simulate fracture of cement-based materials under mixed-mode loading (modes I and II) is proposed. The model is based on the cohesive crack, but extended to a mixed-mode fracture case, with a significant influence of mode II. This model is based on past works by Gálvez et al., although here fracture is simulated at a material level, that is to say, at the level of the integration points in a finite element analysis. Differently from previous works, where fracture was modelled by means of interface element, the model is able to reproduce the crack path by itself, with no prior information about it.

KEYWORDS: Mixed-mode loading, Cohesive crack, Quasi-brittle materials, Material model

1. INTRODUCCIÓN

La reproducción de la fractura mediante modelos numéricos ha sido objeto de estudio por parte de numerosos investigadores durante las pasadas décadas. En concreto, los materiales cuasifrágiles cuentan con una gran variedad de modelos numéricos basados en

planteamientos diversos que son bien conocidos y que han sido desarrollados durante años [1].

El concepto de fisura cohesiva fue introducido por Dugdale [2] y Barenblatt [3] a comienzos de los años 60 del siglo XX, pero fue Hillerborg [4] quien lo implementó de una manera más práctica y, desde

entonces, este concepto ha sido utilizado en numerosas ocasiones.

En relación a los modelos desarrollados para ser empleados con el Método de los Elementos Finitos, éstos suelen ser clasificados en tres grupos [5]: fisura difusa (*smearred crack*), fisura discreta (*discrete crack*) y modelos de celosía (*lattice*).

El modelo de fisura cohesiva, en sus diversas formulaciones, ha sido empleado con éxito en muchas situaciones en las que predomina el modo I, tal y como ocurre en un ensayo de flexión en tres puntos simétrico. Además, este modelo presenta dos ventajas fundamentales: es sencillo y fácil de calibrar, dado que se define con parámetros (f_t y G_f) medibles experimentalmente con ensayos estandarizados [6,7].

No obstante, en ocasiones la rotura está gobernada por una combinación de modos de rotura. En particular, puede encontrarse un notable número de estudios sobre la rotura bajo la combinación de modos I y II [8,9,10,11].

En este trabajo se presenta un modelo de material, es decir, formulado a nivel de puntos de integración en un modelo de elementos finitos, que reproduce la rotura en materiales de base cemento bajo situaciones de carga mixta en modos I y II. Este modelo está inspirado en el trabajo desarrollado por Gálvez et al. [12,13,14,15], en el que se reproducía la rotura mediante elementos de intercara; por tanto, en ese caso el camino de la fisura debía ser conocido a priori.

El principal objetivo de este trabajo es proporcionar un modelo para materiales de base cemento que prediga la propagación de la fisura bajo carga en modo mixto I y II sin proporcionar el camino de fisura como dato conocido. Esto se realiza mediante una formulación de material para emplearse en códigos de elementos finitos; en particular en este caso se ha implementado en Abaqus® para su versión de cálculo implícito mediante una subrutina de usuario UMAT.

En primer lugar se realiza una descripción del modelo y de su implementación para ser empleada con el Método de los Elementos Finitos. A continuación se contrastan los resultados numéricos con ensayos experimentales disponibles en la literatura y, finalmente, se realizan unos comentarios finales.

2. DESCRIPCIÓN DEL MODELO

Tal y como se ha mencionado, el modelo está basado en trabajos anteriores de Gálvez et al., de modo que para una descripción más detallada de algunos aspectos, el lector puede consultar [12,13,14,15].

2.1. Criterio de fallo

La interacción entre los mecanismos de rotura en modo I y en modo II se tiene en cuenta a través de la expresión hiperbólica propuesta por Červenka [15], definida por (1).

$$F = \tau^2 - 2 \cdot c \cdot \tan \phi_f \cdot (f_t - \sigma) - \tan^2 \phi_f \cdot (\sigma^2 - f_t^2) \quad (1)$$

donde σ representa la tensión normal, τ la tensión tangencial, c es la cohesión del material, f_t la resistencia a tracción y ϕ_f el ángulo de fricción del material.

Por lo tanto, el criterio de fallo está expresado en términos de las componentes intrínsecas del vector de tensiones \mathbf{t} , que puede definirse como la suma vectorial de una componente normal y otra tangencial, tal y como expresa (2).

$$\mathbf{t} = \sigma \cdot \mathbf{n} + \tau \cdot \mathbf{m} \quad (2)$$

donde \mathbf{n} y \mathbf{m} son los vectores unitarios perpendicular y paralelo a la superficie de fractura, respectivamente (ver Figura 1). La orientación de la grieta queda definida por el ángulo α .

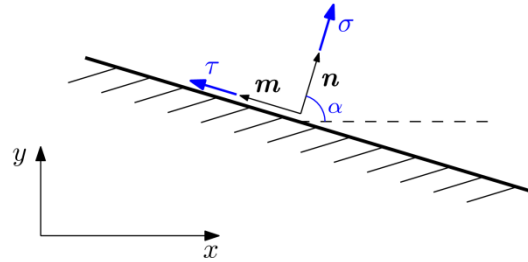


Figura 1: Tensiones normal y paralela al plano de fractura con sus vectores unitarios correspondientes.

2.2. Curvas de ablandamiento para la resistencia a tracción y para la cohesión

En el trabajo de Gálvez et al. [13] la fractura estaba representada por elementos de intercara y, por tanto, se trabajaba con valores de separación entre nodos, representando ésta la apertura de fisura. Dado que en el presente modelo se trabaja a nivel de material, en lugar de fuerzas y desplazamientos, se manejan ahora valores de deformaciones y tensiones. Por ello, la energía de fractura que caracteriza la rotura en modo I se define mediante (3), dividiendo la energía G_{fI} por la longitud característica del elemento l_{ch} , definida en el caso de un modelo bidimensional como la raíz cuadrada del área del elemento.

$$G_{fI}^* = \frac{G_{fI}}{l_{ch}} \quad (3)$$

Para evitar problemas numéricos, la energía de fractura en modo II G_{fII}^* se define en función de la del modo I, tal y como expresa (4).

$$G_{fII}^* = \frac{c_0}{f_{t0}} \cdot G_{fI}^* \quad (4)$$

donde c_0 y f_{t0} son la cohesión y la resistencia a tracción del material, respectivamente.

Por tanto, empleando expresiones exponenciales, las curvas de ablandamiento pueden definirse mediante (5) y (6).

$$f_t = f_{t0} \cdot \exp\left(-\frac{u \cdot f_{t0}}{G_{fI}^*}\right) \quad (5)$$

$$c = c_0 \cdot \exp\left(-\frac{u \cdot c_0}{G_{fII}^*}\right) \quad (6)$$

donde u es un parámetro director del daño que gobierna al mismo tiempo el deterioro de las propiedades mecánicas en dirección perpendicular y tangencial a la grieta.

2.3. Fenómeno de dilatancia

En materiales como el hormigón, el efecto de la dilatancia, que relaciona la apertura de fisura en perpendicular a la fisura con la paralela a la misma, debe tenerse en cuenta. Este efecto es consecuencia de la geometría irregular que presenta la superficie de fractura en este tipo de materiales y relaciona los incrementos de desplazamiento inelástico (debidos a la fractura) en dirección normal y tangencial a la fisura, \dot{u}_n^i y \dot{u}_t^i , respectivamente. Puede caracterizarse mediante el ángulo de dilatancia del material ϕ_d , tal y como se indica en (7).

$$\tan \phi_d = \frac{\dot{u}_n^i}{\dot{u}_t^i} \quad (7)$$

Se considera que el efecto de la dilatancia es lineal, con un valor máximo $\phi_{d,max}$, que se reduce cuando el desplazamiento entre labios de fisura alcanza un valor crítico $u_{cri,dil}$, tal y como indica (8).

$$\phi_d = \begin{cases} \phi_{d,max} \left(1 - \frac{u}{u_{cri,dil}}\right) & \forall u < u_{cri,dil} \\ 0 & \forall u \geq u_{cri,dil} \end{cases} \quad (8)$$

2.4. Evolución del daño bajo carga en modo mixto

Tal y como se ha mencionado, el proceso de rotura está gobernado por un parámetro u que, como puede comprobarse en las expresiones anteriores, afecta a los valores de f_t , c y ϕ_d . Dado que el criterio de fallo expresado por (1) depende de estos valores, puede decirse que el valor de u define la superficie hiperbólica de fractura en el plano $\sigma - \tau$.

La evolución del daño en el modelo puede entenderse con la Figura 2. Digamos que en el paso n el ángulo de la fisura α , el vector de tensiones \mathbf{t}_n y el valor del parámetro de daño u son conocidos. En el siguiente paso se producirá un incremento del tensor de deformaciones $\Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}$. El incremento de tensiones al final del paso se obtiene como la suma de una estimación elástica menos una corrección inelástica:

$$\Delta \boldsymbol{\sigma}_{n+1} = \Delta \boldsymbol{\sigma}_{e,n+1} - \Delta \boldsymbol{\sigma}_{i,n+1} \quad (9)$$

La parte elástica se obtiene mediante el tensor tangente elástico \mathbf{E} :

$$\Delta \boldsymbol{\sigma}_{e,n+1} = \mathbf{E} \cdot \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1} \quad (10)$$

La parte inelástica se obtiene mediante un proceso iterativo que se muestra gráficamente en la Figura 2 y que se describe a continuación:

- Mediante el lema de Cauchy se obtiene el incremento elástico en el plano $\sigma - \tau$:

$$\Delta \mathbf{t}_{e,n+1} = \Delta \boldsymbol{\sigma}_{e,n+1} \cdot \mathbf{n} \quad (11)$$

- La estimación elástica del incremento de \mathbf{t} se obtiene sumando el incremento elástico a su valor en el paso anterior, proporcionando el punto $(\sigma_{n+1}^0, \tau_{n+1}^0)$:

$$\mathbf{t}_{e,n+1} = \mathbf{t}_n + \Delta \mathbf{t}_{e,n+1} \quad (12)$$

- Mediante un proceso iterativo se obtiene la corrección inelástica $\Delta \lambda^1$ que proporciona una solución sobre la superficie hiperbólica de fractura:

$$\mathbf{t}_{n+1}^1 = \mathbf{t}_{e,n+1} - \Delta \lambda^1 \cdot \mathbf{E} \cdot \mathbf{b}_n \quad (13)$$

- Se actualizan las variables incluidas en el criterio de fallo con el nuevo valor del parámetro u :

$$u_{n+1}^1 = u_n + \Delta \lambda^1 \quad (14)$$

- Con las variables f_t , c y ϕ_d actualizadas, el vector \mathbf{t}_{n+1}^1 no cumple ya la condición de rotura (1), de modo que se tiene que repetir el proceso descrito hasta que el valor del corrector inelástico $\Delta \lambda^i$ sea suficientemente pequeño.

Una vez obtenidos el par de valores (σ, τ) , puede obtenerse el tensor de tensiones $\boldsymbol{\sigma}_{n+1}$.

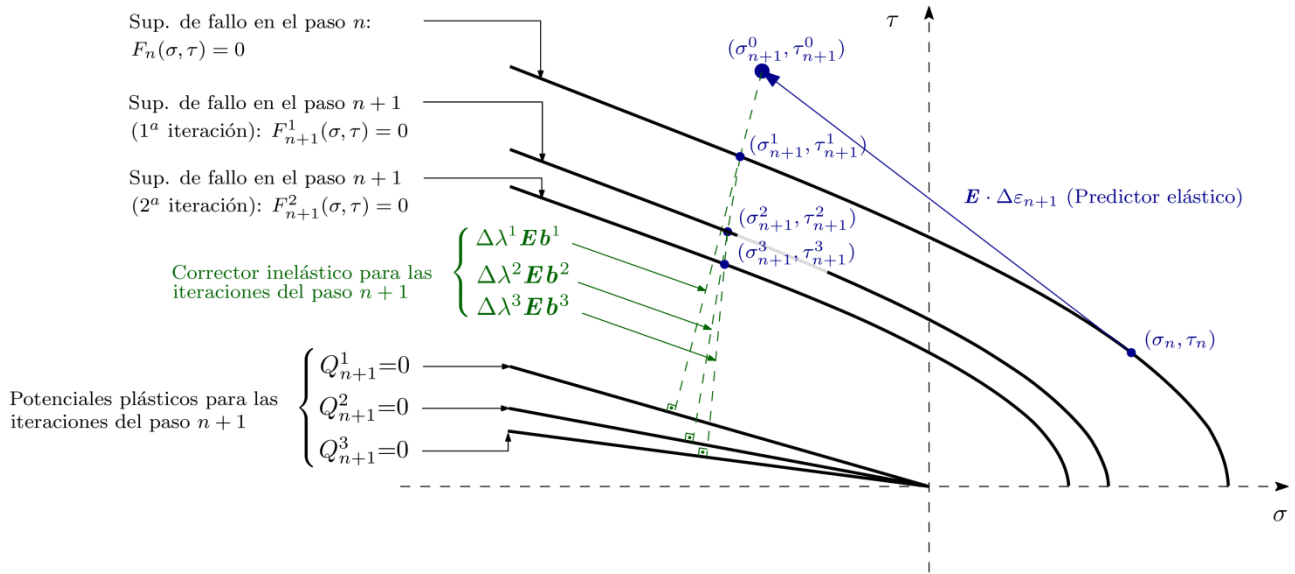


Figura 2: Descripción gráfica del proceso iterativo que permite obtener el vector \mathbf{t} para un determinado incremento de deformaciones $\Delta \boldsymbol{\varepsilon}$. Los subíndices indican el paso de cálculo y los superíndices el paso del proceso iterativo descrito.

2.5. Orientación de la fisura

Como se ha comentado, el modelo presentado está basado en el propuesto por Gálvez y Cendón [12,13], pero, a diferencia de aquél, que modelizaba la rotura mediante elementos intercara y, por tanto, conociendo *a priori* el camino de la fisura, en éste el proceso de rotura se formula a nivel de material, de modo una de las principales tareas es definir un criterio que prediga la orientación de la fisura únicamente en términos de tensiones y deformaciones.

Supongamos que en un cierto paso de cálculo el material aún no ha desarrollado ningún daño. Una vez se introduce el incremento de deformaciones en el paso siguiente, se inicia el daño, ¿pero con qué orientación aparece la fisura? La orientación de la grieta, definida por α (ver Figura 1), identifica una superficie de fractura diferente en el plano $\sigma - \tau$.

Mediante el lema de Cauchy se puede obtener el vector de tensiones \mathbf{t} para cada posible ángulo α y comprobar así el criterio de rotura (1). De este modo, pueden obtenerse varios valores de α que satisfagan el criterio de rotura, pero sólo uno ha de ser seleccionado. El criterio empleado en este caso es seleccionar aquel valor de α para el que se obtiene una mayor distancia a la hipérbola que define la superficie de rotura. Por ejemplo, en la Figura 3 se muestra un caso en el que cuatro valores de α proporcionan cuatro puntos en el plano $\sigma - \tau$. El punto 1 está dentro de la hipérbola, lo cual implica un valor negativo de la función F que describe el criterio de fallo, de modo que no se produce daño. Los puntos 2, 3 y 4 están fuera de la hipérbola y sí representan situaciones en las que se produce daño. El criterio empleado en el modelo resultaría en la elección

del punto 3, de entre los cuatro considerados en este ejemplo, pues es el que está a una distancia mayor de la superficie de rotura.

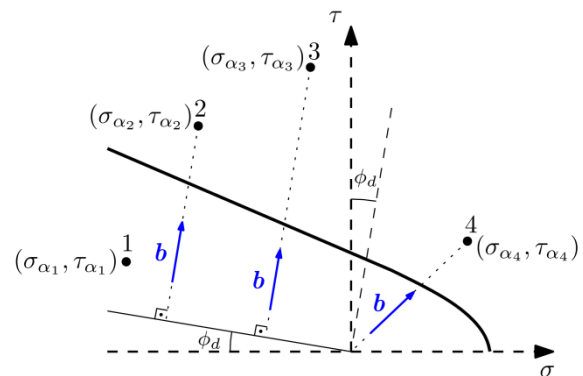


Figura 3: Explicación gráfica del criterio empleado para la selección del ángulo α de entre todos los que provocan incremento de daño.

3. CONTRASTACIÓN EXPERIMENTAL DEL MODELO

Para comprobar la validez del modelo, se reproduce uno de los ensayos de flexión en cuatro puntos sobre probetas de hormigón prismáticas de [11]. La geometría del ensayo se muestra en la Figura 4.

Este ensayo se realiza sobre una probeta entallada de hormigón apoyada sobre dos puntos no centrados con la probeta y en la que el desplazamiento de uno de los extremos superiores está impedido; la carga se aplica en un punto superior de la probeta situado horizontalmente entre los dos apoyos inferiores. Este ensayo provoca un estado de carga mixto entre los modos I y II, de modo que se considera una buena manera de comprobar la validez del modelo.

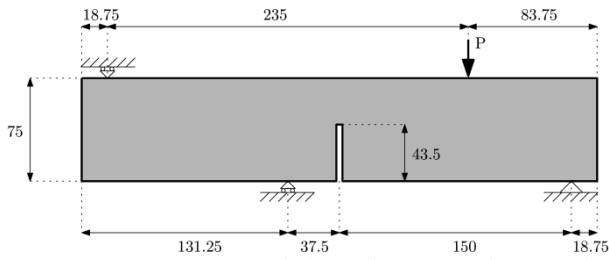


Figura 4: Dimensiones de la probeta y condiciones de contorno para el ensayo de flexión en cuatro puntos descentrado [11] reproducido con el modelo.

Al igual que en [13], donde se modelizaba este mismo ensayo, se considera un módulo elástico del hormigón de 38 GPa, un coeficiente de Poisson de 0,2, una resistencia a tracción de $f_{t0} = 3$ MPa, una energía de fractura en modo I de $G_{fI} = 69$ N/m, una cohesión de $c = 5$ MPa, un ángulo de fricción $\phi_f = 50^\circ$ y un ángulo de dilatación máxima de $\phi_{d,max} = 50^\circ$.

La Figura 5 muestra la malla de elementos finitos empleada en el modelo una vez desarrollado el proceso de rotura (los desplazamientos se muestran magnificados para hacer visible el camino de la fisura).

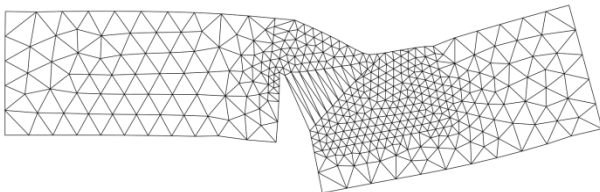


Figura 5: Geometría deformada de la malla de elementos finitos empleada tras el ensayo.

La Figura 6 muestra, sobre la malla de elementos finitos, la envolvente de las fisuras obtenidas con ensayos experimentales, en rojo, superpuesta al camino de la fisura obtenida con el modelo, en azul. Puede comprobarse cómo el modelo reproduce un camino de la fisura similar al observado experimentalmente.

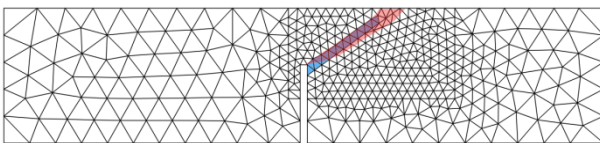


Figura 6: En rojo: envolvente del camino de fisura de los ensayos experimentales [11]. En azul: elementos por los que discurre la fisura en el modelo numérico.

Finalmente, las Figuras 7 y 8 muestran las curvas carga-CMOD (*Crack Mouth Opening Displacement*) y carga-desplazamiento del actuador que aplica la carga, comparando las envolventes experimentales y los resultados del modelo numérico. En ambos casos, las curvas se aproximan razonablemente bien a las observaciones experimentales.

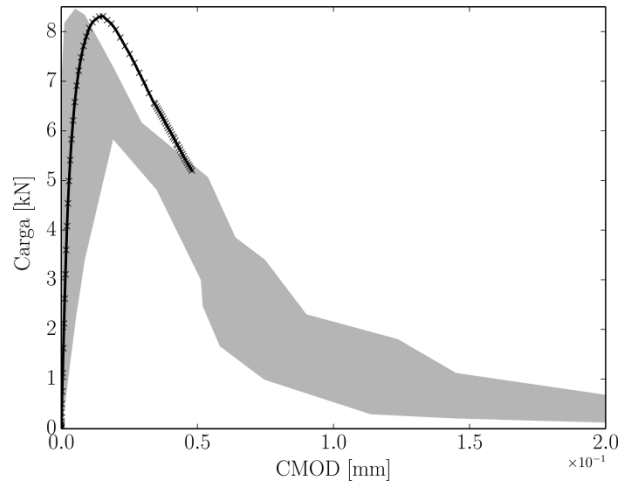


Figura 7: Curva CMOD-carga: en gris se muestra la envolvente experimental [11] y en negro el resultado de la simulación numérica.

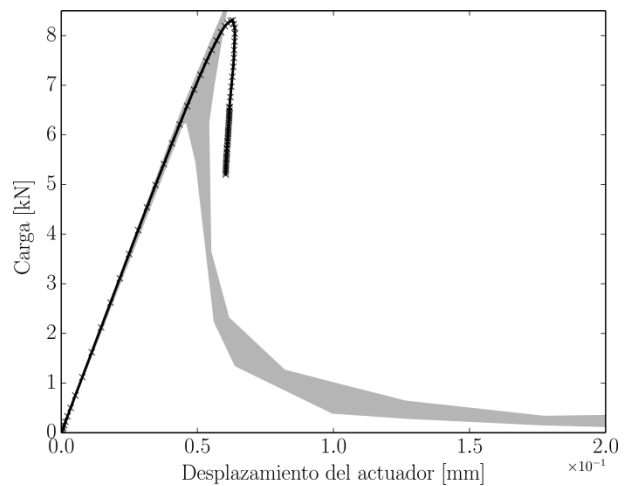


Figura 8: Curva desplazamiento del actuador-carga: en gris se muestra la envolvente experimental [11] y en negro el resultado de la simulación numérica.

4. COMENTARIOS FINALES

En esta contribución se ha presentado un modelo de material que reproduce la rotura bajo condiciones de carga mixta de modos I y II en materiales de base cemento, como el hormigón. El modelo está inspirado en el trabajo de Gálvez y Cendón [12,13,14,15] pero, al ser formulado a nivel de material, no precisa de información sobre el camino de fisura.

Se ha contrastado el modelo con un ensayo experimental en el que la rotura se desarrolla por combinación de los modos I y II, comprobando que el modelo es capaz de reproducir de forma razonablemente adecuada el camino de la fisura y el comportamiento mecánico del ensayo en términos de curvas carga-desplazamiento y carga-CMOD.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer al Ministerio de Economía y Competitividad la ayuda obtenida a través del proyecto de investigación BIA 2016-78742-C2-2-R

REFERENCIAS

- [1] Bazant, Z. P., Planas, J., *Fracture and size effect in concrete and other quasibrittle materials* (Vol. 16). CRC Press, 1997
- [2] Dugdale, D. S., Yielding of steel sheets containing slits. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 8(2), 100-104, 1960.
- [3] Barenblatt, G. I., The mathematical theory of equilibrium cracks in brittle fracture. *Advances in applied mechanics*, 7, 55-129, 1962.
- [4] Hillerborg, A., Modéer, M., & Petersson, P. E., Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements. *Cement and concrete research*, 6(6), 773-781, 1976.
- [5] Jirásek, M. (2011). Damage and smeared crack models. *Numerical modeling of concrete cracking*, 1-49, 2011.
- [6] American Society for Testing and Materials. Committee C-9 on Concrete and Concrete Aggregates. Standard Test Method for Splitting Tensile Strength of Cylindrical Concrete Specimens. ASTM International, 2011.
- [7] Recommendation, R. D. Determination of the Fracture Energy of Mortar and Concrete by Means of Three-Point Bend Tests on Notched Beams. *Materials and structures*, 18(106), 285-290, 1985.
- [8] Arrea, M., Mixed-mode crack propagation in mortar and concrete. Cornell University, Jan., 1982.
- [9] Bazant, Z. P., & Pfeiffer, P. A., Shear fracture tests of concrete. *Materials and Structures*, 19(2), 111-121, 1986.
- [10] Nooru-Mohamed, M. B., Mixed-mode fracture of concrete: an experimental approach. PhD thesis, Delft University of Technology, The Netherlands, 1992.
- [11] Gálvez, J. C., Elices, M., Guinea, G. V., & Planas, J., Mixed mode fracture of concrete under proportional and nonproportional loading. *International Journal of Fracture*, 94(3), 267-284, 1998.
- [12] Cendón, D. A., Estudio de la fractura en modo mixto de hormigones y morteros, Tesis Doctoral, Departamento de Ciencia de los Materiales. Universidad Politécnica de Madrid, 2002.
- [13] Gálvez, J. C., Červenka, J., Cendon, D. A., Saouma, V., A discrete crack approach to normal/shear cracking of concrete. *Cement and concrete research*, 32(10), 1567-1585, 2002.
- [14] Cendón, D. A., Gálvez, J. C., Elices, M., & Planas, J., Modelling the fracture of concrete under mixed loading. *International Journal of Fracture*, 103(3), 293-310, 2000.
- [15] Gálvez, J. C., & Cendón, D. A., Simulación de la fractura del hormigón en modo mixto. *Revista internacional de métodos numéricos*, 2002.
- [16] Cervenka, J., Discrete crack modeling in concrete structures. University of Colorado at Boulder, 1994.