



**UNIVERSIDAD DE JAÉN**  

---

**ESCUELA UNIVERSITARIA POLITÉCNICA**  
**DEPARTAMENTO DE ELECTRÓNICA**

**TESIS DOCTORAL**

**METODOLOGÍA DE DISEÑO DE ARRAYS  
BIDIMENSIONALES DE GEOMETRÍA ANULAR  
PARA LA GENERACIÓN DE IMAGEN  
ULTRASÓNICA VOLUMÉTRICA**

**PRESENTADA POR:  
GREGORIO GODOY VILCHES**

**DIRIGIDA POR:  
DR. D. LUIS GÓMEZ-ULLATE ALVEAR**

**JAÉN, 25 DE MARZO DE 2004**

**ISBN 84-8439-219-8**

**Nombre y apellidos del autor**

GREGORIO GODOY VILCHES

**Título de la Tesis Doctoral**

METODOLOGÍA DE DISEÑO DE ARRAYS BIDIMENSIONALES DE GEOMETRÍA ANULAR PARA  
LA GENERACIÓN DE IMAGEN ULTRASÓNICA VOLUMÉTRICA

**I.S.B.N.**

84-8439-219-8

**Fecha de Lectura**

25 DE MARZO DE 2004

**Centro y Departamento en que fue realizada la lectura**

ESCUELA UNIVERSITARIA POLITÉCNICA  
*Departamento de Electrónica*

**Composición del Tribunal/Dirección de la Tesis**

Dirección de la Tesis	Dr. D. Luis Gómez-Ullate Alvear
Presidente/a del Tribunal	Dr. D. Francisco Mur Pérez
Vocales	Dr. D. Francisco Montero de Espinosa Freijo Dr. D. Carlos Fritsch Yusta Dr. D. Miguel Ángel García Izquierdo
Secretario/a	Dr. D. Fernando Rivas Peña

**Calificación Obtenida**

APTO CUM LAUDE



UNIVERSIDAD DE JAÉN

tesis doctoral

## Resumen

Los arrays ultrasónicos bidimensionales (2D), permiten obtener la imagen volumétrica de la estructura interna de un objeto, sin mover el transductor. Uno de los principales inconvenientes de un array ultrasónico típico, es que debido a su estructura periódica, producen lóbulos de rejilla, que limitan el rango dinámico o contraste de las imágenes. Para evitar los lóbulos de rejilla, se limita la distancia entre elementos del array, y en consecuencia el tamaño de los elementos, a media longitud de onda ( $\lambda/2$ ). Esta condición, supone un claro problema para los arrays 2D por varios motivos: el número de elementos del array resulta excesivamente elevado (varios miles), para la tecnología existente hoy en día; además, al ser los elementos de tan pequeño tamaño, su impedancia eléctrica es muy alta, reduciendo la relación señal/ruido, y en consecuencia, el rango dinámico de las señales; finalmente, la gran densidad de conexiones necesarias, suponen un problema de fabricación difícil de resolver.

Una alternativa, es usar los arrays de anillos segmentados (arrays AS), que tienen una distribución de sus elementos menos periódica, por lo que producen lóbulos de rejilla de menor amplitud. Esta ventaja les permite aumentar la distancia entre sus elementos sobre  $\lambda/2$ , lográndose así disminuir el número de elementos, e incrementar el área de cada elemento.

En este trabajo sólo se realiza el estudio teórico de la capacidad de los arrays AS para generar imagen ultrasónica. En especial, se analiza la problemática específica de los arrays AS de gran tamaño, desde los siguientes puntos de vista:

- Implementación de un método computacional basado en la respuesta al impulso, para reducir el tiempo de computación, manteniendo acotado el error de cálculo.
- Estudio de las características del campo generado por un array AS, al aplicarle técnicas de conformación de haz (focalización y apodización).
- Aplicación de métodos de reducción de elementos en arrays AS.

Los resultados de la investigación se resumen en los siguientes puntos:

- Se ha diseñado un método de cálculo del campo creado por grandes aperturas, que reduce el coste computacional respecto al método exacto en un orden de magnitud, manteniendo al mismo tiempo bajos niveles de error.
- Se han estudiado métodos de conformación de haz aplicables a arrays AS. Dada la complejidad electrónica de la focalización dinámica y el elevado número de elementos a controlar, las técnicas de foco fijo aparecen como una alternativa viable, porque producen buenos resultados de resolución y profundidad de campo, manteniendo un nivel de complejidad electrónica aceptable. Las técnicas de apodización para arrays AS, sumadas a las lentes de foco fijo, permiten mejorar las características del haz.
- Es posible usar arrays AS de mediano y gran tamaño, con algunos centenares de elementos activos (entre 200 y 500) y buenas características de rango dinámico (entre -45dB y -55dB), con elementos de mayor tamaño que los usados en arrays convencionales de matriz cuadrada (relación de área mayor que cuatro a uno).

# METODOLOGÍA DE DISEÑO DE ARRAYS BIDIMENSIONALES DE GEOMETRÍA ANULAR PARA LA GENERACIÓN DE IMAGEN ULTRASÓNICA VOLUMÉTRICA

GREGORIO GODOY VILCHES



UNIVERSIDAD DE JAÉN

tesis doctoral



# Índice General

<b>Introducción</b>	<b>1</b>
<b>1 La imagen ultrasónica volumétrica</b>	<b>7</b>
1.1 Técnicas de barrido ultrasónico 3D . . . . .	8
1.1.1 Barrido mecánico . . . . .	9
1.1.2 Exploración manual con posicionamiento sensorizado . . . . .	10
1.1.3 Arrays 2D para imagen dinámica 3D . . . . .	11
1.2 Problemática de la imagen con arrays 2D de matriz cuadrada . . . . .	12
1.3 El array de anillos segmentados como alternativa al array de matriz cuadrada	15
1.4 Fabricación de arrays AS . . . . .	18
1.4.1 Tendencias actuales en la tecnología de fabricación de arrays . . . . .	19
1.5 Objetivos de la investigación . . . . .	21
1.6 Metodología . . . . .	22
1.7 Notación . . . . .	24
<b>2 Cálculo del campo de arrays de geometría anular en emisión-recepción</b>	<b>27</b>
2.1 Introducción . . . . .	27
2.2 Cálculo del campo acústico producido por un array . . . . .	29
2.3 Determinación de la respuesta al impulso de un segmento de anillo. Método exacto . . . . .	30
2.4 Método de discretización de la apertura . . . . .	31
2.4.1 Análisis del método de discretización de la apertura . . . . .	33
2.4.2 Error vs tiempo de computación. Influencia del periodo de muestreo espacial . . . . .	37

2.4.3	Error vs tiempo de computación. Influencia del periodo de muestreo temporal . . . . .	41
2.4.4	Muestreo polar en arrays AS . . . . .	44
2.4.5	Fabricación de arrays AS . . . . .	47
2.4.6	Tipos de aperturas: teóricas y reales . . . . .	49
2.4.7	Evaluación de errores: influencia del grado de sobremuestreo . . . . .	52
2.4.8	Cálculo de aperturas reales: influencia del tamaño de celda . . . . .	55
2.4.9	Cálculo de aperturas ideales o teóricas . . . . .	57
<b>3</b>	<b>Conformación del haz en arrays AS</b>	<b>59</b>
3.1	Focalización electrónica . . . . .	60
3.1.1	Lente cónica . . . . .	65
3.1.2	Lente toroidal . . . . .	66
3.2	Propiedades del haz ultrasónico . . . . .	68
3.2.1	Resolución lateral . . . . .	68
3.2.2	Profundidad de foco . . . . .	70
3.2.3	Amplitud de presión . . . . .	70
3.2.4	Rango dinámico . . . . .	71
3.3	Campo creado por las diferentes lentes de focalización . . . . .	71
3.3.1	Focalización dinámica . . . . .	72
3.3.2	Aproximación de Fresnel . . . . .	73
3.3.3	Focalización esférica de foco fijo . . . . .	74
3.3.4	Focalización cónica (non-diffracting) . . . . .	78
3.3.5	Focalización toroidal . . . . .	81
3.3.6	Focalización esférica con los anillos exteriores del array . . . . .	85
3.3.7	Resultados comparativos de las distintas lentes de focalización . . . . .	89
3.4	Filtros espaciales (apodización) . . . . .	90
3.4.1	Influencia de la apodización gaussiana sobre el haz en un array AS . . . . .	93
3.4.2	Influencia de distintas apodizaciones sobre el haz focalizado esféricamente en un array AS . . . . .	100

<b>4</b>	<b>Reducción del número de elementos en arrays 2D</b>	<b>103</b>
4.1	Introducción . . . . .	103
4.2	Apertura plena: análisis comparativo de arrays AS y MC . . . . .	106
4.2.1	Sobre el rango dinámico de las imágenes . . . . .	107
4.2.2	Factor de array . . . . .	108
4.2.3	Tamaño finito de los elementos . . . . .	110
4.2.4	NLR en función de la profundidad . . . . .	114
4.2.5	Imagen clase C con arrays AS y MC . . . . .	115
4.2.6	Influencia del tamaño del array en NLR . . . . .	118
4.2.7	Comparación entre arrays AS y MC variando la distancia entre elementos . . . . .	120
4.3	Técnicas de reducción del número de elementos . . . . .	124
4.4	Arrays aleatorios . . . . .	124
4.4.1	Arrays sin elementos comunes . . . . .	128
4.4.2	Análisis de aperturas aleatorias . . . . .	129
4.5	Arrays de Vernier . . . . .	131
4.5.1	Concepto de <i>apertura efectiva</i> . . . . .	131
4.5.2	Aplicación de la escala de Vernier a aperturas lineales . . . . .	134
4.5.3	Aplicación de la escala de Vernier a aperturas 2D cuadradas . . . . .	137
4.5.4	Aplicación de la escala de Vernier a aperturas sectoriales (AS) . . . . .	138
4.5.5	Algunas variantes de Vernier . . . . .	149
<b>5</b>	<b>Resultados, conclusiones y líneas de futuro</b>	<b>153</b>
5.1	Resultados y conclusiones . . . . .	153
5.2	Líneas de futuro . . . . .	160
	<b>Bibliografía</b>	<b>163</b>



# Introducción

Los arrays ultrasónicos han adquirido un gran auge, tanto en las aplicaciones de imagen médica, como industriales en el área de los ensayos no destructivos, porque permiten focalizar y deflectar el haz ultrasónico, sin necesidad de mover el transductor. Hoy en día, es muy común manejar arrays lineales de  $N \times 1$  con más de 100 elementos, que sólo pueden obtener la imagen de un plano perpendicular a la apertura (clase B).

Para obtener una imagen volumétrica sin movimiento del transductor, es necesario recurrir a los arrays bidimensionales (2D). Típicamente, aunque su apertura es circular, sus elementos se distribuyen sobre una matriz cuadrada (MC) de  $N \times N$ . De esta forma, se consigue dirigir el haz en cualquier dirección dentro de un volumen, y obtener su imagen interna, separar cortes en planos paralelos y/o perpendiculares al plano del transductor, etc.

Uno de los principales inconvenientes de un array ultrasónico, es que además del lóbulo principal, emiten otros lóbulos secundarios, principalmente lóbulos de rejilla, que limitan el rango dinámico o contraste de las imágenes. Para evitar los lóbulos de rejilla, se limita la distancia entre elementos del array, y en consecuencia el tamaño de los elementos, a media longitud de onda ( $\lambda/2$ ). Esta condición supone un claro problema para los arrays 2D, especialmente cuando son de gran tamaño, respecto a la longitud de onda (se utilizan grandes aperturas - p.e.:  $D = 60\lambda$  -, cuando se requiere una gran resolución de las imágenes), por tres motivos:

- Por un lado, el número de elementos del array es excesivamente alto para la tecnología existente hoy en día. En efecto, la apertura del ejemplo anterior con  $D = 60\lambda$ , tendría más de 10000 elementos separados  $\lambda/2$ , mientras que los sistemas actuales más avanzados de imagen, solo son capaces de controlar unos pocos cientos de elementos.

- Por otro lado, al ser los elementos de tan pequeño tamaño, su impedancia eléctrica es muy alta, reduciendo la relación señal/ruido y en consecuencia, el rango dinámico de las señales.
- Por último, la gran densidad de conexiones, supone un problema de fabricación difícil de resolver (téngase en cuenta que en aplicaciones típicas de imagen médica, el valor de  $\lambda$  puede llegar a 0.3mm).

Existen técnicas que permiten reducir el número de elementos activos de la apertura, manteniendo al mismo tiempo, buenas características del haz ultrasónico y bajo nivel de lóbulos de rejilla. Un método, se basa en romper la periodicidad de la apertura, seleccionando aleatoriamente un número reducido de elementos. Otro método, utiliza aperturas complementarias para emisión y recepción, de manera que, los lóbulos de rejilla en emisión, se cancelan porque coinciden con un cero en recepción y viceversa. La técnica más conocida que cumple esta condición, utiliza la escala de Vernier como norma de selección de elementos. A pesar de que estas técnicas, permiten reducir el número de elementos activos en un orden de magnitud, en cambio, al reducir drásticamente el área emisora-receptora, agravan el problema de relación señal/ruido, y por tanto, el contraste de las imágenes.

Una alternativa, es usar los arrays de anillos segmentados (arrays AS). Estas aperturas presentan una ventaja frente a los arrays de matriz cuadrada (arrays MC): la distribución de sus elementos es menos periódica que en los arrays de MC, produciendo lóbulos de rejilla de menor amplitud. Esta característica de los arrays AS, puede aprovecharse para aumentar la distancia entre sus elementos, a valores por encima de  $0.5\lambda$ , rompiendo así la condición impuesta a los arrays MC. Al aumentar la distancia entre elementos, se logra por un lado, disminuir el número de elementos y por tanto, los recursos necesarios, y por otro, incrementar el área de cada elemento, aumentando así el rango dinámico de las señales.

Nuestro grupo del CSIC, es el primero que ha planteado el array AS, como alternativa al array MC, y en la actualidad cuenta con una dilatada experiencia, que ha dado lugar a dos tesis doctorales y numerosas publicaciones. En la primera tesis, se realizó el estudio de arrays AS de pequeño tamaño (apertura plena con  $D < 20\lambda$ ), mientras que en la segunda, se planteó su fabricación a partir de materiales piezocompuestos. En este trabajo, se

realiza el estudio teórico de los arrays AS de gran tamaño, con problemas específicos aún no resueltos en la literatura y que se abordan en tres partes: la primera pretende diseñar métodos eficientes de cálculo del campo acústico, que permitan reducir el coste computacional, la segunda pretende estudiar los métodos de conformación de haz en arrays AS, y la tercera diseñar métodos de reducción de elementos en arrays AS. Veamos con más detalle estos aspectos.

En primer lugar, justificamos que éste es un trabajo teórico, porque existen limitaciones tecnológicas que impiden plantearse la comprobación experimental. En efecto, no se disponen ni de transductores ni de sistemas de imagen, con las capacidades requeridas en este trabajo. En las líneas de futuro, nos proponemos precisamente abordar estos problemas, a través de proyectos de investigación, que están ya en curso.

Por otra parte, en el capítulo dos de este trabajo, se estudia un método computacional basado en la respuesta al impulso, que permita reducir el tiempo de computación, manteniendo acotado el error de cálculo. El problema del coste computacional del campo ultrasónico, es especialmente importante, en el caso de arrays AS de gran tamaño, ya que el tiempo de computación por métodos exactos, es proporcional al número de elementos. En este trabajo, se plantea el método de discretización de la apertura (que puede ser rectangular o polar) y se analiza el compromiso tiempo-error de computación en función de los periodos de muestreo espacial y/o temporal.

En el capítulo tercero, se analizan las características del campo generado por el array AS, al aplicarle técnicas electrónicas de conformación de haz (focalización y apodización). En este sentido, se estudian las propiedades del haz acústico en un solo sentido (emisión o recepción), y se comparan diferentes funciones de conformación, con el objetivo de obtener un haz estrecho y uniforme, y lóbulos secundarios de nivel mínimo. Se comparan entre sí, las lentes esférica (focalización dinámica y fija), cónica y toroidal, así como configuraciones parciales de anillos. También, se realiza un análisis de la apodización gaussiana y su efecto sobre el campo, al aplicarla junto con las distintas lentes citadas anteriormente. También se estudian otras funciones de apodización.

Un array AS tiene menos elementos que un array MC, debido a que puede incrementar la distancia entre elementos. Por ejemplo, un array AS con distancia  $\lambda$  entre elementos, tiene la cuarta parte que una apertura MC, cuyos elementos están distanciados  $\lambda/2$ . De

todos modos, este número puede ser aún de varios miles, en el caso de arrays AS de gran tamaño. En tal caso, hay que reducir el número de elementos activos del array AS, aunque el orden de reducción a aplicar, sea inferior al de un array MC.

En el capítulo cuarto, se estudian métodos de reducción de elementos, en arrays AS de gran tamaño. En este estudio, se utilizan dos arrays de diámetros  $D = 30\lambda$  y  $D = 60\lambda$ , como casos de array mediano y grande respectivamente. Todas las pruebas se realizan deflectando el haz  $30^\circ$  en elevación. En primer lugar, se comparan las propiedades del haz generado por un array AS y otro MC, de características equivalentes (dos arrays son equivalentes, cuando sus aperturas son de la misma forma y tamaño y además contienen el mismo número de elementos, los cuales coinciden a su vez en área y relación de aspecto) con apertura plena. Se considera que los parámetros característicos de las aperturas reducidas, tienden a los de la apertura plena, la cual se toma como límite.

A continuación, en el capítulo se realiza un estudio comparativo para los siguientes algoritmos de reducción:

1. Algoritmo aleatorio global para las aperturas AS y MC
2. Algoritmo aleatorio por grupos (binned arrays) para las aperturas AS y MC
3. Técnica de vernier unidimensional en sentido tangencial para la apertura AS
4. Técnica de vernier unidimensional en sentido radial para la apertura AS
5. Técnica de vernier bidimensional, en los sentidos radial y tangencial para la apertura AS y en los ejes cartesianos para la apertura MC

Finalmente, en el capítulo quinto se presentan las conclusiones relativas a los tres aspectos tratados en los capítulos 2, 3 y 4, y que resumiremos del siguiente modo:

- Se ha diseñado un método de cálculo del campo creado por grandes aperturas, que reduce el coste computacional respecto al método exacto en un orden de magnitud, manteniendo al mismo tiempo bajos niveles de error.
- Se han estudiado métodos de conformación de haz aplicables a arrays AS. Dada la complejidad electrónica de la focalización dinámica y el elevado número de elementos a controlar, las técnicas de foco fijo aparecen como una alternativa viable, porque producen buenos resultados de resolución y profundidad de campo, manteniendo un nivel de complejidad electrónica aceptable. Las técnicas de apodización para arrays AS, sumadas a las lentes de foco fijo, permiten mejorar las características del haz.

- Es posible usar arrays AS de mediano y gran tamaño, con algunos centenares de elementos activos (entre 200 y 500) y buenas características de rango dinámico (entre -45dB y -55dB), con elementos de mayor tamaño que los usados en arrays convencionales de matriz cuadrada (relación de área mayor que cuatro a uno).

Finalmente, se presentan varias líneas de futuro, relacionadas con la imagen 3D y 4D (imagen volumétrica en tiempo real), incluyendo nuevos métodos de fabricación de arrays 2D y sistemas de imagen con gran número de canales.

Para concluir, diremos que se ha intentado que cada capítulo sea autocontenido, para que el lector pueda fácilmente extraer, aquellos aspectos que le resulten más interesantes, sin que tenga que precisar de una lectura lineal.



# Capítulo 1

## La imagen ultrasónica volumétrica

En una exploración ultrasónica convencional, el transductor se manipula para obtener una serie de imágenes bidimensionales, que mentalmente son combinadas por el operador, formando una imagen volumétrica de la zona de interés. El éxito del diagnóstico en la inspección es, en su mayor parte, dependiente de la habilidad y experiencia del operador que desempeña estas tareas, presentando las siguientes limitaciones:

- Con frecuencia, en las aplicaciones de imagen ultrasónica se requiere estimar y/o caracterizar un volumen. Las técnicas ultrasónicas convencionales 2D calculan el volumen mediante simples medidas de la altura, anchura y longitud en dos inspecciones ortogonales, suponiendo una forma idealizada (p.e. elipsoide). Esta práctica conlleva una escasa precisión, alta dependencia y variabilidad según el operador.
- Los sistemas de imagen ultrasónicos 2D convencionales, presentan inconvenientes para realizar estudios cuantitativos de seguimiento, debido a la dificultad de regular la posición del transductor sobre el mismo plano y en la misma orientación que en un examen previo.
- A menudo, no se pueden obtener todas las secciones deseadas, a causa de las restricciones impuestas por la geometría del medio, pues la posición y orientación de las imágenes 2D son determinadas por el transductor.
- Existe una pérdida de tiempo en la transformación mental de múltiples imágenes 2D para formar la imagen 3D, que además puede conducir a decisiones incorrectas en el diagnóstico.

En las dos últimas décadas, muchos investigadores han intentado desarrollar técnicas de imagen ultrasónica 3D [Bri82] [Gho82] [Kin93] [Ran93]. Sin embargo, el progreso ha sido lento debido a los enormes requerimientos computacionales, que se han encontrado en la adquisición, reconstrucción y visualización de la información 3D en tiempo casi real, sobre sistemas de bajo costo. Los avances en los últimos años en la tecnología de computadores de bajo costo, y de las técnicas de visualización, han hecho viable la imagen ultrasónica 3D, existiendo varios laboratorios que han comprobado su factibilidad. Recientemente, las compañías comerciales están comenzando a ofrecer estas opciones en sus equipos.

## 1.1 Técnicas de barrido ultrasónico 3D

La gran mayoría de los sistemas de imagen ultrasónica 3D, hacen uso de arrays de transductores convencionales 1D, capaces de adquirir una serie de imágenes 2D. Las distintas técnicas de barrido sólo difieren en el método usado, para determinar la posición y orientación de las imágenes 2D dentro del volumen examinado. La producción de imágenes 3D sin distorsión requiere mejorar tres factores:

- La técnica de exploración debe ser rápida, para evitar defectos en la imagen debido a movimientos involuntarios.
- Las ubicaciones y las orientaciones de las imágenes 2D adquiridas deben conocerse con precisión, para evitar distorsiones geométricas en la imagen 3D, que conducen a errores de medida.
- El aparato de exploración debe ser simple y fácil de usar, para que la exploración no sea complicada o difícil de realizar.

Durante las últimas dos décadas, se han desarrollado tres formas diferentes de obtener imágenes ultrasónicas volumétricas: mediante *barrido mecánico*, manualmente con ayuda de *sensores de posicionamiento* y técnicas basadas en *arrays 2D*.

### 1.1.1 Barrido mecánico

La exploración se realiza usando un elemento mecánico motorizado, para trasladar y/o girar o rotar un transductor convencional, que rápidamente adquiere una serie de imágenes ultrasónicas 2D, que abarcan el volumen de interés, y que son almacenadas por un computador. Como el protocolo de exploración está perfectamente predefinido y controlado, la orientación y la posición relativa de cada imagen 2D se conoce a priori con precisión.

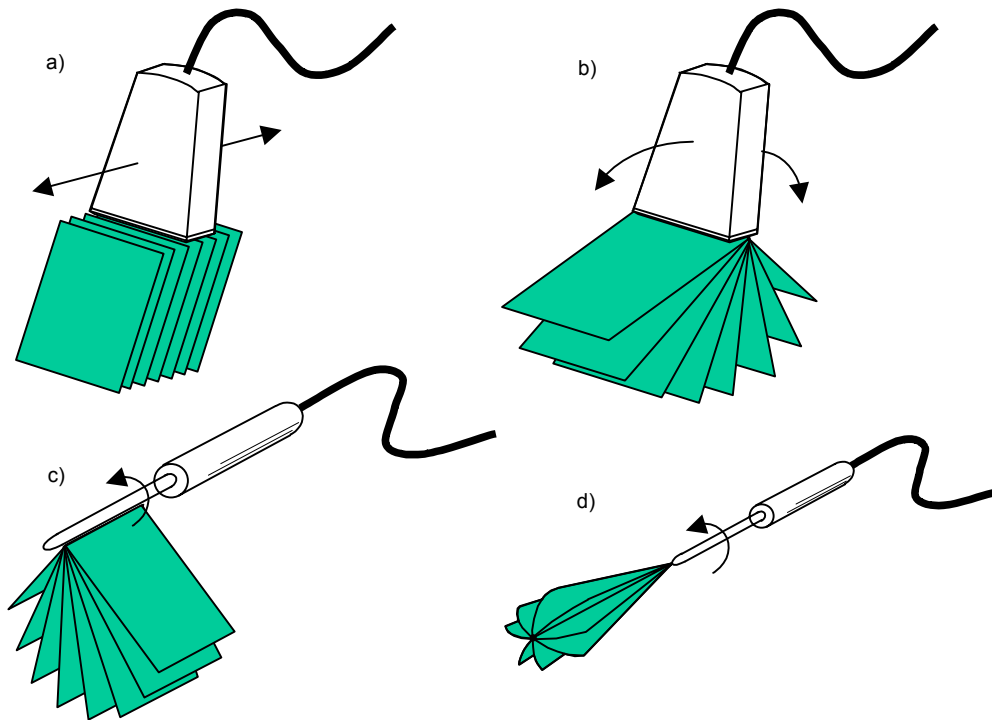
En la reconstrucción e inspección de la imagen 3D, se usan los parámetros geométricos predefinidos que describen la orientación y posición de cada imagen 2D del volumen. Generalmente, el intervalo angular o espacial de adquisición entre imágenes 2D consecutivas se hace ajustable [Smi00].

Se han desarrollado diversos tipos de aparatos de exploración, para trasladar o rotar el transductor convencional según las necesidades. Estos varían según el tamaño: desde pequeñas sondas 3D que alojan el transductor en el mecanismo de exploración, hasta fijaciones externas que soportan la sonda ultrasónica convencional. Hasta la fecha se han desarrollado tres tipos básicos de dispositivos mecánicos de exploración 3D: **lineal**, **sectorial** y **rotacional**.

**Exploración lineal.** Un mecanismo motorizado traslada linealmente al array lineal sobre la zona de exploración, mientras las imágenes 2D se adquieren a intervalos espaciales regulares, para que sean paralelas y uniformemente espaciadas (figura 1.1a) [Dow95] [Car93] [Ros93]. La geometría tan simple de las imágenes 2D adquiridas, permite una rápida reconstrucción del volumen.

**Exploración sectorial.** En este método, un dispositivo motorizado se usa para girar alternativamente un array lineal convencional, sobre un eje paralelo a la superficie del transductor, mientras las imágenes 2D son adquiridas a intervalos angulares regulares, obteniendo un conjunto de imágenes radiales, como la mostrada en la figura 1.1b [Dow95]. Este tipo de exploración también es posible, mediante una sonda con transductor integrado, o bien con una fijación externa (figura 1.1c) [Ton96]. En ambos casos, la sonda se mantiene en una ubicación fija sobre la zona a inspeccionar.

**Exploración rotacional.** Un mecanismo motorizado rota un array lineal de barrido sectorial un ángulo de  $180^\circ$ , mientras las imágenes 2D se adquieren. Con esta geometría de exploración, las imágenes adquiridas barren un volumen cónico, como el modelo mostrado



**Figura 1.1:** Métodos de exploración mecánica. a) Exploración lineal: una serie de imágenes 2D paralelas, son almacenadas y usadas para la reconstrucción de la imagen 3D. b) Exploración sectorial: se gira alternativamente un transductor lineal, para obtener las imágenes 2D, a intervalos angulares regulares. c) Este método de exploración sectorial, usa una sonda que gira alternativamente, donde se aloja el transductor lineal. d) Exploración rotacional: se rota un transductor lineal de barrido sectorial, explorando un volumen cónico.

en la figura 1.1d [Ton96].

### 1.1.2 Exploración manual con posicionamiento sensorizado

Las exploraciones mecánicas descritas anteriormente, ofrecen gran velocidad de adquisición, alta calidad de imagen 3D y rápida reconstrucción. Sin embargo, tienen el inconveniente del gran volumen y peso del aparato de exploración, que hace complicada la exploración de grandes estructuras. Para superar este inconveniente, se emplean las técnicas de exploración manuales que no necesitan de una fijación motorizada. Para ello, se añade al propio transductor (array 1D convencional), un sensor que mide su posición y orientación. Así, el transductor es manejado por el operador sobre el volumen a inspeccionar. Mientras el transductor está siendo manipulado, las imágenes 2D adquiridas

son almacenadas en un computador junto con sus posiciones y orientaciones. Esta información se usa a continuación para reconstruir la imagen 3D. Puesto que las ubicaciones relativas de las imágenes 2D adquiridas no son predefinidas, el operador debe asegurar que el muestreo espacial sea apropiado y que el conjunto de imágenes 2D no presente huecos importantes del volumen inspeccionado. Los métodos más usados son: mediante *brazo robot articulado* [Gei82], mediante *sensores acústicos* [Bri82], o *sensores magnéticos* [Leo97] y mediante *procesamiento digital de la imagen* adquirida [Tut98].

### 1.1.3 Arrays 2D para imagen dinámica 3D

Los métodos mecánicos y manuales descritos anteriormente, requieren que las imágenes 2D se generen con un transductor convencional (generalmente un array 1D), que se desplaza a través del volumen de interés. Sin embargo, si se usa un array 2D, éste puede permanecer estacionario, realizando la exploración del volumen de interés mediante barrido electrónico. Se han desarrollado algunos arrays 2D, siendo el más avanzado el de la Universidad de Duke, usado para ecocardiografía 3D en tiempo real. Mas tarde se ha mostrado su validez para imagen clínica [Smi91] [Smi92] [Tur91-1] [VR90] [VR91].

Un array 2D de barrido sectorial emite un haz ultrasónico que diverge con la distancia al transductor, así el volumen de exploración forma un tronco de pirámide. Los ecos detectados por el mismo array se procesan, mostrando múltiples planos del volumen en tiempo real. Estos planos pueden manipularse interactivamente, permitiendo al operador explorar el volumen completo. Aunque este método ha sido probado en ecocardiografía, se deben superar algunos problemas antes de que su uso se generalice. Dichos problemas están relacionados con el alto coste de los arrays 2D, resultado del bajo rendimiento del proceso de fabricación, que además requieren una gran cantidad de recursos electrónicos, a los que tienen que ser adecuadamente conectados los numerosos y pequeños elementos del array.

El array 2D se está incorporando tímidamente en la producción de imagen volumétrica, por que si bien, cuenta con la posibilidad de procesamiento paralelo [Sha84] [Smi91], y no requiere el movimiento del transductor para la exploración, debe aún superar una importante problemática.

## 1.2 Problemática de la imagen con arrays 2D de matriz cuadrada

La calidad de las imágenes con arrays ultrasónicos 2D depende de las propiedades del haz emitido, y éstas a su vez, de diversos factores tales como la geometría del array, frecuencia y ancho de banda del pulso emitido, la distribución de retardos aplicados a los elementos en emisión y en recepción, la modulación en amplitud de las señales emitidas/recibidas por los elementos (apodización), etc [Ull01-1]. Todos estos parámetros pueden ser modificados a voluntad y deben ser tenidos en cuenta, a la hora de realizar el diseño de un sistema de imagen con arrays ultrasónicos.

Para exponer los problemas relativos al uso de arrays 2D para imagen volumétrica, partimos de un array 2D circular de diámetro  $D$ , de  $N$  elementos cuadrados, de tamaño  $e$  y distancia  $d$  entre ellos, focalizado esféricamente en el punto  $x^F(x_r^F, 0, 0)$ .

La posibilidad de conseguir alta calidad en la imagen depende de la resolución lateral, la cual determina la capacidad para discriminar dos puntos situados a la misma profundidad. En la literatura es frecuente encontrar este parámetro en forma de *resolución angular*  $\Delta\beta$ , para un determinado nivel de amplitud del haz ultrasónico [Kra90]. Para un array lineal y excitación de onda continua se expresa por:

$$\Delta\beta = k_{BW} \cdot \arcsin(\lambda/D) \approx k_{BW} \cdot \lambda/D \quad (1.1)$$

donde se ha considerado  $D \gg \lambda$ .

Para el corte de -6dB y considerando un pulso de banda ancha con una banda relativa del 50% ( $B = 0.5$ ), resulta  $k_{BW} \approx 1.0$ , por lo que la expresión 1.1, se convierte en:

$$\Delta\beta_{(-6dB)} \approx \arcsin\left(\frac{\lambda}{D}\right) \quad (1.2)$$

De esta expresión se desprende que la anchura angular del haz en el foco no depende de la distancia focal. Además, si se mide el diámetro del transductor en unidades relativas a la longitud de onda, se puede estimar directamente la anchura angular del haz en el foco, como se muestra en la tabla 1.1.

Las aperturas de tamaño inferior a  $20\lambda$  se consideran aperturas pequeñas, y su resolución lateral es baja. Son propias para espacios de interés muy cercanos al transductor.

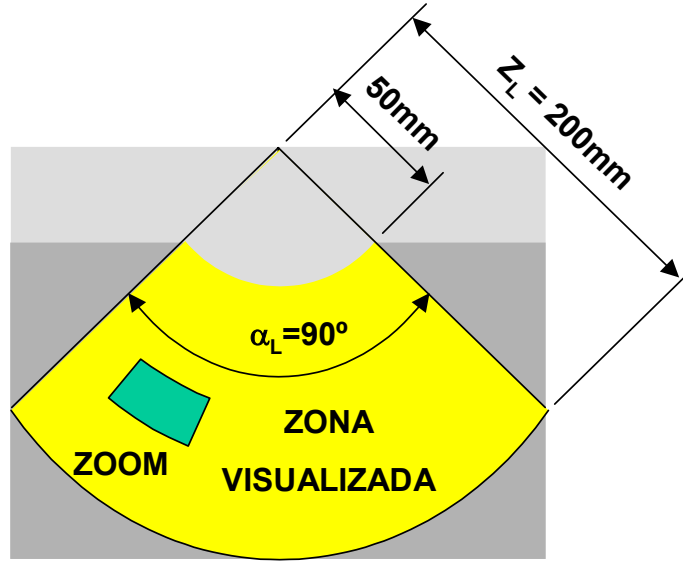
Tamaño del array	Pequeño		Mediano		Grande
Diámetro (D)	14 $\lambda$	19 $\lambda$	28 $\lambda$	40 $\lambda$	56 $\lambda$
Resol. Angular $\Delta\beta$ [ $^\circ$ ]	4 $^\circ$	3 $^\circ$	2 $^\circ$	1.4 $^\circ$	1 $^\circ$
Array lineal ( $N_{1D}$ )	28	38	56	82	114
Array bidimensional ( $N_{2D}$ )	28 <sup>2</sup> =784	38 <sup>2</sup> =1444	57 <sup>2</sup> =3249	82 <sup>2</sup> =6724	114 <sup>2</sup> =12996
Líneas de barrido $N_L$ (2D)	50	67	100	141	200
V. de adquisición $1/T_t$ [imag/s]	77	58	39	27	19
Líneas de barrido $N_L$ (3D)	50 <sup>2</sup> =2500	67 <sup>2</sup> =4489	100 <sup>2</sup> =10000	141 <sup>2</sup> =19881	200 <sup>2</sup> =40000
V. de adquisición $1/T_t$ [vol/s]	1.5	0.9	0.4	0.2	0.1

**Tabla 1.1:** Resolución angular  $\Delta\beta$  en función del diámetro D de la apertura, número de elementos de un array lineal  $N_{1D}$  y cuadrado  $N_{2D}$  para obtener dicha resolución, número de líneas de barrido  $N_L$  y velocidad de adquisición  $1/T_t$ . Se ha supuesto que los elementos se encuentran distanciados  $0.5\lambda$ .

Las aperturas mayores que  $40\lambda$  se suelen considerar como grandes aperturas, y producen muy buena resolución. Pueden ser válidas para obtener imágenes de espacios de interés lejanos a la apertura. Las aperturas entre  $20\lambda$  y  $40\lambda$  son de tamaño mediano, propicias para gran número de aplicaciones.

Por otro lado, la distancia  $d$  entre elementos de un array lineal o cuadrado, ha de mantenerse inferior a media longitud de onda para evitar los lóbulos de rejilla, que reducen el contraste de la imagen. De esta forma, a partir del tamaño  $D$  de la apertura se obtiene el número de elementos que debe tener un array lineal ( $N_{1D}$ ) o uno cuadrado ( $N_{2D}$ ), tal y como se muestra en la tabla 1.1. En ella, se observa que un array cuadrado grande requiere controlar más de 10000 elementos [Web94] [Alg95], muy lejos de la tecnología actual.

La velocidad de adquisición de imágenes volumétricas, es un problema importante adicional, sobretodo cuando se pretende obtener imágenes de órganos en movimiento. La velocidad de adquisición de un sistema de imagen basado en un array 2D de barrido sectorial, depende del máximo ángulo de barrido  $\alpha_L$ , de la resolución angular  $\Delta\beta$  y de la profundidad de inspección  $Z_L$  (ver figura 1.2). Para cumplir con Nyquist, será necesario muestrear dicho sector con un periodo angular entre líneas inferior a  $\Delta\beta/2$ , así el número



**Figura 1.2:** Barrido sectorial en un sistema de imagen con array ultrasónico.

de líneas  $N_L$  para inspeccionar dicho sector (imagen 2D) es:

$$N_L \geq 2\alpha_L / \Delta\beta$$

y para la obtención de imagen volumétrica, el cuadrado de la expresión anterior. La tabla 1.1 muestra también los valores de  $N_L$  para un barrido de  $\pm 45^\circ$  para los tres tamaños de array, pudiendo alcanzar 40000 para arrays 2D de gran tamaño.

El tiempo de vuelo (ida y vuelta) para cada una de las líneas, suponiendo una profundidad de inspección  $Z_L = 200\text{mm}$  (inspección de un feto o un corazón) y suponiendo una velocidad media del sonido en el medio  $c = 1.54\text{mm}/\mu\text{s}$  es:  $2Z_L/c = 260\mu\text{s}$ . Para un total de  $N_L$  líneas, se obtiene la expresión del tiempo de adquisición de una imagen:

$$T_t = N_L \cdot (2Z_L/c) \quad (1.3)$$

Para un array 2D grande ( $D = 60\lambda$ ), suponiendo  $N_L \approx 40000$  líneas, la velocidad de adquisición es  $f_t = 1/T_t = 0.1$  vol/s, mientras que para un array pequeño,  $D = 14\lambda$  con una resolución de  $\Delta\beta = 4^\circ$ ,  $N_L \approx 2500$  líneas y la velocidad de adquisición llega a ser de 1.5 vol/s.

Observando estas cifras se deduce que para conseguir imagen dinámica hay que reducir el tiempo de adquisición. Esto se puede lograr bien disminuyendo el número de líneas (p.e. disminuyendo la resolución o el ángulo de barrido), ó aumentando el paralelismo en las adquisiciones [Smi91].

De lo anterior se deduce que a pesar de las ventajas de usar arrays 2D (barrido sin movimiento y posibilidad de procesamiento paralelo), plantean también importantes inconvenientes como son: el *alto coste* de los arrays debido al bajo rendimiento del proceso de fabricación, la *gran cantidad de elementos* necesaria, que representa un problema significativo en el conexionado [Smi92], y sobretodo, en la electrónica de control que requiere una gran cantidad de recursos de cómputo. Otro inconveniente, es su *baja relación señal/ruido* (SNR), debido a la alta impedancia ( $>10k\Omega$ ), que presentan elementos tan pequeños [Smi92].

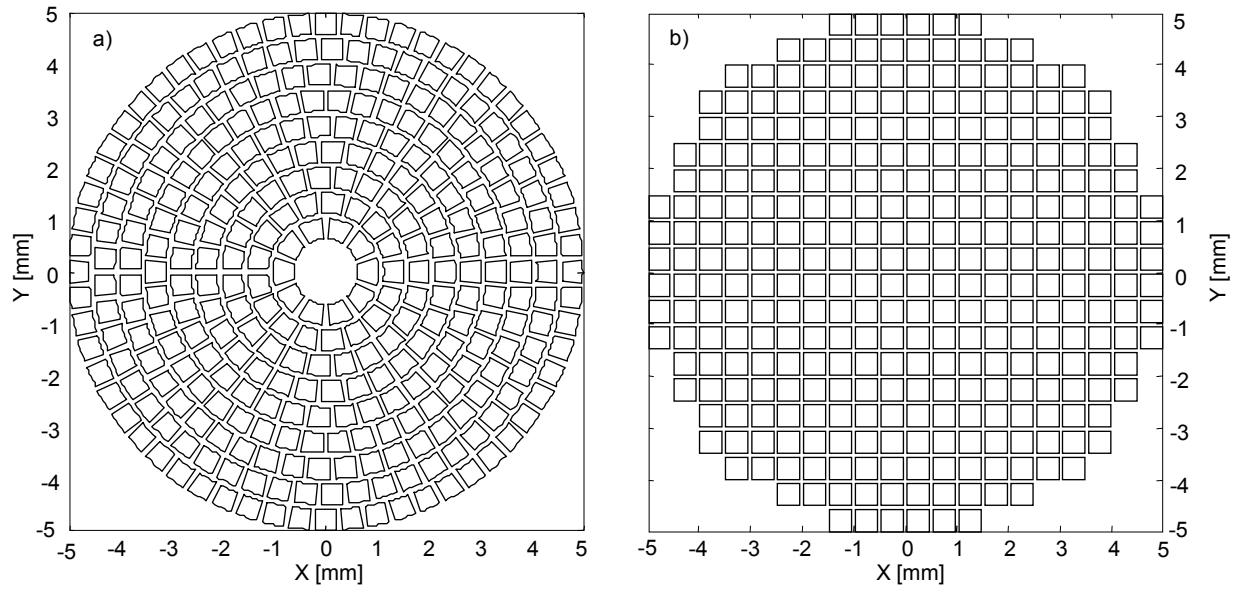
Algunos de estos inconvenientes están siendo resueltos. Por ejemplo, han sido desarrolladas diferentes estrategias para reducir el número de elementos activos, manteniendo al mismo tiempo, buenas características del campo [Ste76] [Tur91-1] [Dav94] [Web94] [Loc96] [Bru97] [Loc97] [Smi91]. Sin embargo, la SNR para estas soluciones sigue siendo relativamente baja, pues al reducir la superficie activa del array, disminuye también de forma importante la energía emitida.

Otro problema relacionado con la gran cantidad de elementos, es el problema del conexionado entre el sensor y la electrónica de control. Por un lado, puede ser paliado con la ayuda de emisores optoelectrónicos y cables de fibra óptica, con una reducción considerable del tamaño, y por otro, integrando en el propio sensor parte de la electrónica del sistema de control. Actualmente se está trabajando en la integración de la electrónica asociada al array [Koz01] y al conformador del haz [Hal96]. De ese modo, solo sería necesario conectar la salida de la lógica de control para la formación de las lentes y la salida del conformador al resto del sistema.

La fabricación de transductores capacitivos mediante técnicas de microelectrónica (cMUT) y el uso de conversores delta-sigma ( $\Delta\Sigma$ ), permitirán en un futuro una mejor integración de la electrónica de control con el array 2D [Lad98].

### **1.3 El array de anillos segmentados como alternativa al array de matriz cuadrada**

En [Mar00] se presenta el array de anillos segmentados (figura 1.3a) como una alternativa para aplicaciones de imagen volumétrica, frente a los convencionales arrays de estructura



**Figura 1.3:** Arrays de tamaño  $D = 20\lambda$ ,  $N = 316$  elementos y distancia entre elementos  $d = \lambda$ . a) Array de anillos segmentados (array AS). b) Array de matriz cuadrada (array MC).

cuadrada (figura 1.3b). Un array AS está compuesto por un conjunto de anillos concéntricos, generalmente de igual anchura, los cuales están divididos en sectores de igual dimensión para cada anillo.

En el trabajo citado se incluyen varias aportaciones referidas exclusivamente a aperturas plenas (todos los elementos) de pequeño tamaño ( $D \leq 20\lambda$ ), en los siguientes aspectos:

- Por un lado, se elaboran un conjunto de herramientas basadas en la respuesta al impulso, que permiten calcular el campo acústico producido por este tipo de arrays. Aunque el método permite obtener el resultado exacto, sin embargo, tiene el inconveniente de que resulta costoso en tiempo de computación, especialmente en el caso de grandes aperturas con gran número de elementos, tal y como se muestra más adelante en este trabajo.
- Por otro lado, se realiza un análisis detallado del campo ultrasónico irradiado por arrays AS, considerando distintas configuraciones de elementos en la apertura. El estudio se realiza para aperturas regulares e irregulares, con diferentes tamaño y relación de aspecto de los elementos. El trabajo analiza el lóbulo principal y los lóbulos de rejilla para un caso concreto de focalización: esférica fija con deflexión.

- A partir de los resultados anteriores, el citado trabajo se centra en aperturas no regulares para elaborar una serie de normas de diseño de arrays AS, que permitan obtener el campo ultrasónico de buena calidad, implicando al mismo tiempo un número reducido de elementos del array. En este sentido, se aportan las siguientes conclusiones:
  - En cuanto a la relación de aspecto: los arrays con una relación de aspecto cercana a la unidad, producen mejores resultados de campo.
  - En cuanto al tamaño del elemento  $e$ : está limitado por los ceros de la respuesta lateral del array dentro de la zona de barrido.
  - Manteniendo el mismo tamaño de elementos, al aumentar el tamaño del array (y por tanto, el número de elementos) disminuye el nivel de lóbulos de rejilla. Este efecto contrasta con lo que ocurre en los arrays 2D de matriz cuadrada, en los que el nivel de lóbulos de rejilla no varía con el tamaño del array.
  - Finalmente, se presenta una comparación entre el array AS y el array MC, ambos de pequeño diámetro y apertura plena. Dado que los arrays AS presentan menor periodicidad, producen lóbulos de rejilla de menor amplitud que los de estructura cuadrada. Este hecho permite traspasar la barrera de existente en los arrays convencionales (condición de  $\lambda/2$  para la distancia entre elementos) y utilizar elementos de tamaño igual o superior a  $\lambda$ , lográndose las siguientes ventajas: a) se reduce el número de elementos de la apertura plena y b) disminuye la impedancia de los elementos y en consecuencia aumenta la relación señal/ruido, y por tanto, el contraste de las imágenes.

El trabajo citado [Mar00] es pionero en el estudio de arrays AS para su aplicación a imagen volumétrica, y ha dado lugar a numerosas publicaciones [Mar97] [Mar99] [Mar00] [Ull01] [Mar00-1] [Mar01] [Mar01-1] [Ull02]. Además plantea una serie de líneas abiertas para futuros trabajos de investigación, unas dirigidas al estudio y diseño de este tipo de aperturas, otras dirigidas a su fabricación, y otras dirigidas al diseño de nuevos métodos, arquitecturas y procesamientos específicos para imagen 3D.

Referente al estudio de arrays, el trabajo citado plantea como líneas de futuro algunos aspectos especialmente aplicables a aperturas de gran tamaño:

- Encontrar otros modelos de cálculo del campo ultrasónico que permitan reducir el tiempo de computación.
- Extender el uso de lentes a otras diferentes a la focalización esférica.
- Plantear métodos de reducción de elementos a los arrays de anillo segmentados, aspecto necesario para hacer utilizables los arrays AS de gran tamaño (téngase en cuenta que, un array AS con  $D = 60\lambda$  y elementos de tamaño  $e = \lambda$ , tiene 2800 elementos, cifra aún muy superior al número de canales de los sistemas comerciales de imagen).

Estos son precisamente los principales aspectos abordados en este trabajo.

Posteriormente al trabajo desarrollado en [Mar00], también se ha abordado la problemática de la fabricación de arrays AS, que ha dado lugar a una nueva tesis [Akh02] y diversas publicaciones [Akh00] [Akh02-1] [Akh02-2].

A continuación, exponemos resumidamente este aspecto.

## 1.4 Fabricación de arrays AS

Los diseños que han aparecido en la literatura [Rei96] [Gie92] [Fji97] [Sch87] [Cha95] usan una estructura monolítica y elementos relativamente grandes, para aplicaciones de 1 a 2MHz, con propagación en sólidos (longitud de onda considerablemente superior que en líquidos).

La forma del elemento en un array monolítico es definida por la forma del electrodo que está conectado a la cerámica. Sin embargo, con este tipo de fabricación [Del79], existe un fuerte acoplamiento mecánico y eléctrico entre elementos vecinos, que prácticamente se elimina al cortar la cerámica. Aunque es aconsejable aislar los elementos entre sí, dada su irregularidad geométrica, no es posible separarlos con herramientas convencionales: p.e. fresas de disco. Otras soluciones (laser) producen despolarización, son caras, y deterioran la resonancia del material piezoeléctrico.

Una alternativa a esta solución, consiste en utilizar material piezo-compuesto tipo 1-3 como base del array AS. Para hacer el composite, se mecaniza el material formando una malla de celdas cuadradas e iguales entre sí, mediante cortes de paso mínimo, de

manera que no se pierda excesivo material (p.e. celdas entre 0.2mm y 0.3mm con un disco de 0.05mm de espesor). Como extremos de esta técnica, se pueden conseguir celdas de 0.15mm con disco de 0.03mm, con una pérdida de material que puede llegar al 30%.

Con el método de cálculo que hemos denominado de **discretización de la apertura** (capítulo 2 de este trabajo) se puede simular el campo radiado por los arrays fabricados mediante esta técnica. Para ello, se discretiza la apertura con un periodo de muestreo, similar al de la celda básica de fabricación del array, de acuerdo a la tecnología de fabricación actual.

La técnica de fabricación del array AS basada en composites, exige que el área de los elementos sea muy superior al tamaño de cada celda (p.e. lado del elemento  $\geq 3$  veces el lado de las celdas), para que las celdas se ajusten bien a la geometría del elemento, suponiendo una limitación en la longitud de onda de la aplicación.

En la actualidad todavía no se ha fabricado ningún array AS mediante esta técnica, con más de 64 elementos [Mar03-2] [Akh02-2].

### 1.4.1 Tendencias actuales en la tecnología de fabricación de arrays

La fabricación de arrays 2D para aplicaciones de imagen 3D presenta dos grandes retos. Por un lado, el elevado número de elementos, que dificulta enormemente el conexionado del transductor al sistema de imagen, inconveniente que se manifiesta fundamentalmente en arrays medianos y grandes [Dav98] [Lig98]. Por otro lado, el reducido tamaño de los elementos, que disminuye la relación señal/ruido. A pesar de que el uso de arrays AS (como se estudiará en el capítulo 4), reduce en parte tales inconvenientes, no obstante, constituyen dos grandes retos que las investigaciones en materia de tecnología de fabricación intenta paliar.

Hoy en día, se está investigando en tecnología microelectrónica para la fabricación de transductores ultrasónicos de tipo cMUT (transductores ultrasónicos capacitivos micromecanizados) [Soh96] [Hal96] [Lad96] [Lad98] [Jin98] [Jin99] [Jin99-1] [Boz99]. En la figura 1.4 se muestra una celda cMUT que consiste en una membrana metalizada (parte superior del electrodo), suspendida sobre un substrato de silicio fuertemente dopado (parte inferior del electrodo). Un elemento transductor está formado por muchas celdas iguales, usándose tanto para arrays 1D como 2D. Este método de fabricación tiene varias ventajas:

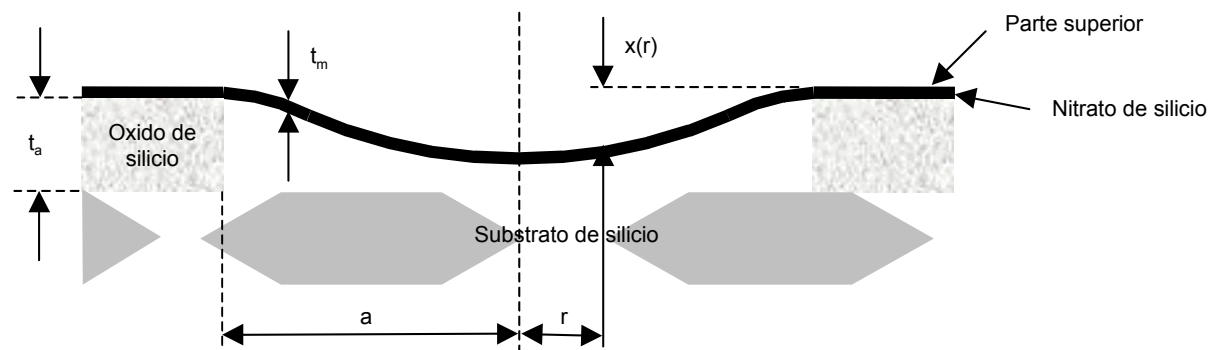


Figura 1.4: Vista esquemática de una celda de cMUT.

- En primer lugar, se adapta perfectamente a la superficie del elemento, dado el finísimo tamaño de las celdas (algunas decenas de micras). De este modo, la complejidad y coste del array depende exclusivamente del tamaño del array (número de celdas), siendo independiente de la geometría de los elementos.
- Además tiene otras ventajas, tales como su sensibilidad y ancho de banda, fácil fabricación, reducido tamaño y bajo ruido. Por último, facilitan la integración en el mismo transductor de la electrónica asociada al elemento: amplificadores, convertidores A/D [Koz01] (basados en convertidores  $\Delta\Sigma$  [Fre98]) y el conformador de haz [Hal96], reduciendo la complejidad de conexionado. La fabricación e interconexión de cMUTs 1D y 2D, es más simple que en los transductores piezoeléctricos [Jin98] [Jin99]. El array puede ser integrado con electrónica CMOS estándar usando interconexiones "through-chip" y la tecnología de pegado "flip-chip" [Jin99].

Los transductores cMUT comprenden frecuencias de trabajo en emisión entre 1 y 20MHz, con una SNR superior a 48dB, y hasta 130dB de rango dinámico para un ancho de banda de 3MHz en agua [Jin98]. Esta nueva generación de transductores ultrasónicos, son competitivos con los transductores piezoeléctricos tanto en aplicaciones en aire como en agua, gracias a la baja impedancia mecánica, asociada con la delgada membrana vibrante. Resumiendo, las ventajas de este tipo de transductores ultrasónicos son: la posibilidad de integración electrónica en la misma oblea de silicio donde se fabrica el transductor y realizar complejos diseños de arrays 1D y 2D usando simples técnicas fotolitográficas.

## 1.5 Objetivos de la investigación

El objetivo principal consiste, en avanzar en el estudio y diseño teórico de los arrays de estructura anular segmentada, como una alternativa ventajosa frente a las aperturas matriciales, para generar imágenes tridimensionales de mejor calidad, utilizando un menor número de recursos. En concreto, centraremos nuestro estudio en la problemática específica de los arrays de tamaño mediano y grande ( $D \geq 30\lambda$ ), que contienen un elevado número de elementos. En este sentido, se realizará un estudio teórico de las características de las imágenes, considerando ambos caminos (o procesos) de emisión y recepción.

Para cumplir este objetivo, dividiremos la investigación en los siguientes objetivos parciales:

1. Desarrollar métodos de cálculo válidos para arrays AS de gran tamaño, que permitan reducir el tiempo de computación respecto al método exacto, dentro de un margen de error aceptable ( $\text{RMS} \leq 2\%$ ). En parte de nuestro trabajo, se considerará al elemento formado por un conjunto de celdas cuadradas (propio de la fabricación con material piezoeléctrico), que se aproximan a la forma teórica que se desea estudiar. También se pretende, determinar la influencia del paso del corte de las celdas, en la calidad de la imagen ultrasónica.
2. Analizar teóricamente, cómo influye en las características de la imagen, distintos perfiles de lentes de focalización en emisión y en recepción. Es conocido, que la focalización dinámica optimiza la imagen en recepción. En cambio, en emisión interesa usar perfiles de lentes, capaces de producir un haz ultrasónico uniforme y estrecho a lo largo de una línea (limited-diffracting beams). Se estudian diversas posibilidades para crear este tipo de haces, tales como la focalización cónica, toroidal, etc., y su aplicación al caso particular del array AS. Además, se estudian otras formas de manipular electrónicamente los elementos del array, para mejorar las características del haz ultrasónico, mediante funciones (o filtros espaciales), que modulan la amplitud de los pulsos de excitación en emisión (apodización en emisión), o la ganancia de los amplificadores en recepción (apodización en recepción). Se estudiarán entre todas estas posibilidades, cuales son aquellas que permiten obtener imágenes con mejores características.

3. Por último, se estudiarán distintos métodos de reducción de elementos en arrays AS, que permitan al mismo tiempo, mantener buenas características de la imagen, manteniendo la misma resolución que la apertura plena y lóbulos de rejilla por debajo de 40 dB respecto del haz principal. En este sentido, se realiza también una comparación con los métodos convencionales, aplicados a los arrays 2D de matriz cuadrada. Se pretende aumentar el tamaño de los elementos respecto de los sistemas convencionales, aumentar el área emisora y reducir el número de elementos activos, pero sin deteriorar las características de las imágenes.

## 1.6 Metodología

En cuanto a la metodología, hemos de destacar las dificultades que existen para realizar la comprobación experimental de las aportaciones teóricas de esta investigación, debido a que no existe la tecnología adecuada para realizarla. En primer lugar, respecto de la fabricación del transductor. Ya hemos señalado anteriormente, que los arrays AS fabricados a partir de material piezocompuesto en el CSIC, no alcanzan a más de 64 elementos distribuidos en tres anillos [Akh02-2]. En la actualidad, el mismo equipo del CSIC pretende fabricar un array de 128 elementos, pero tanto este prototipo como el anterior, son de pequeño diámetro ( $D = 10\lambda$ ) cuyo interés queda fuera de los tamaños considerados en este trabajo ( $D \geq 30\lambda$ ).

Por otro lado, las técnicas cMUT, que están siendo investigadas durante los últimos siete años [Boz99] [Lad96] [Soh96] [Lad98], permitirían una fabricación más sencilla de arrays de geometría compleja y con gran número de elementos. Sin embargo, existen aún dificultades en el diseño y fabricación con esta técnica, por lo que aún no han sido comercializados.

Además, el número de elementos activos de un array de gran tamaño, requiere sistemas de imagen que dispongan de cientos de canales, lo cual, tampoco está disponible con la tecnología actual. Esta es la principal razón, por la que los arrays 2D convencionales de estructura cuadrada, aún no están siendo comercializados.

Por ambos motivos, en este trabajo de investigación se omite la comprobación experimental, siendo su desarrollo exclusivamente teórico. Este carácter teórico, coincide

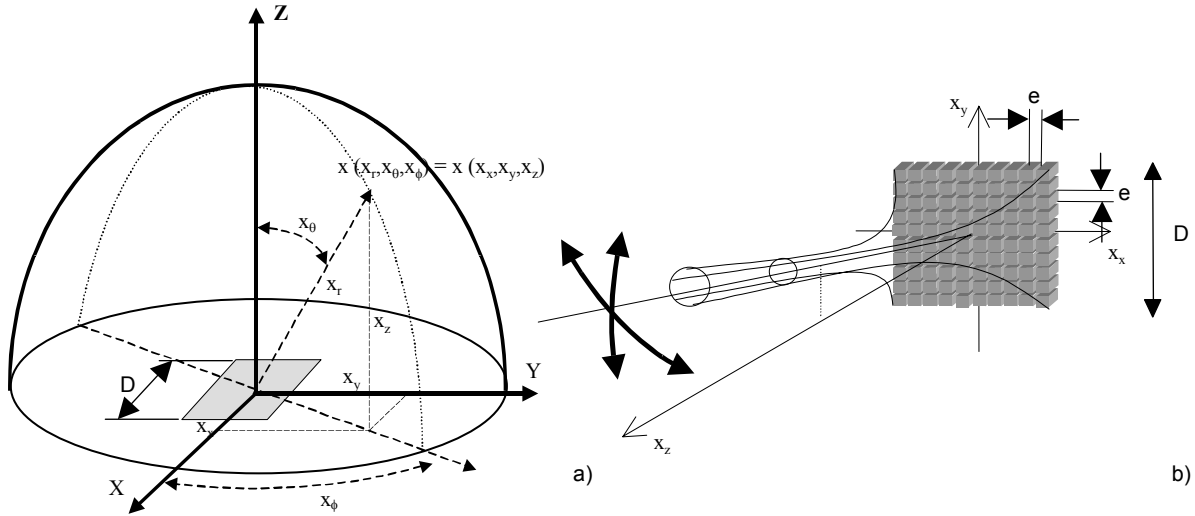
con el tratamiento de gran parte de los trabajos dedicados a arrays 2D [Tur91] [Smi91] [Web94] [Yen02] [Tur92-1] [Loc96] [Loc95] [Bru97] [Hol97] [Tru99] [Sch98]. Sólo en centros muy especializados de Estados Unidos, como por ejemplo en la Universidad de Duke [Lig98] o de Michigan [ODo95], disponen de equipos de laboratorio capaces de realizar tal experimentación.

En el segundo capítulo de este trabajo se desarrollan las herramientas de cálculo, que permiten obtener el campo ultrasónico formado por un array, con elementos de geometría arbitraria. En este sentido, se desarrollan métodos de cálculo, basados en el método de **discretización de la apertura** [Piw99]. Estos métodos son válidos para cualquier geometría de los elementos del array y requieren un bajo coste computacional. En dicho capítulo, se realiza también un balance entre el coste computacional y el error producido en la computación, al variar el muestreo espacial y temporal, para alcanzar un compromiso ventajoso al efectuar las computaciones.

En el capítulo tercero se estudia teóricamente, cómo influyen en las características de la imagen las distintas manipulaciones electrónicas, que se pueden realizar sobre los elementos del array AS de tamaño medio: lentes de focalización y funciones de apodización. En ambos casos, se ensayan diferentes funciones para emisión o para recepción, aunque el efecto de considerar conjuntamente ambos procesos de emisión-recepción, ha quedado fuera de los objetivos de este trabajo.

Finalmente, en el capítulo cuarto se tratan métodos para reducir el número de elementos en arrays AS de gran tamaño. En primer lugar, se realiza un estudio comparativo del array AS con el equivalente de estructura cuadrada, considerando la apertura plena, y se determinan las propiedades del haz ultrasónico con ambos tipos de arrays. Entendemos que dos arrays son equivalentes, cuando tienen el mismo tamaño y mismo número de elementos (misma superficie emisora y mismo número de canales del sistema de imagen). La apertura plena fija además, los límites que pueden alcanzar las aperturas reducidas. Posteriormente, en el mismo capítulo, se plantean diferentes modos de reducción de elementos, elaborando un análisis comparativo con los resultados que se obtendrían de la apertura equivalente de estructura cuadrada.

Por último, en el capítulo quinto se plantean las conclusiones y líneas de futuro.



**Figura 1.5:** Notación del sistema de coordenadas espaciales. a) Coordenadas de la semiesfera frente al transductor que constituye la zona de exploración. b) Notación de las dimensiones de un array de matriz cuadrada.

## 1.7 Notación

En este trabajo, para referenciar un punto en el espacio, se usa el sistema de coordenadas esféricas. En la figura 1.5a se muestra la notación empleada. El transductor se posiciona sobre el plano  $x_z = 0$ , y su centro siempre ocupa el centro de coordenadas. Así un punto del espacio tendrá por coordenadas  $\vec{x}(x_r, x_\theta, x_\phi)$ . Cuando el transductor es focalizado en un punto del espacio  $\vec{x}^F$  llamado foco, sus coordenadas se expresan según:  $\vec{x}^F(x_r^F, x_\theta^F, x_\phi^F)$ . El campo de visión abarcado corresponde a todos los puntos de la semiesfera cuya elevación  $x_\theta$  está comprendida entre  $0^\circ$  y  $90^\circ$  (tomado desde la perpendicular a la superficie del transductor) y cuyo azimut  $x_\phi$  está entre  $0^\circ$  y  $360^\circ$ . En alguna ocasión también se emplea el sistema de coordenadas cartesianas: así, un punto se referencia por  $\vec{x}(x_x, x_y, x_z)$ .

Se parte de un array 2D circular o cuadrado de tamaño  $D$ , de  $N$  elementos todos iguales, cuya relación de aspecto es unitaria, de tamaño  $e$  y distancia  $d$  entre ellos. Sus centros ocupan las posiciones definidas por las direcciones  $(x_r, 90^\circ, x_\phi) \equiv (x_x, x_y, 0)$  (ver figura 1.5b).

Respecto de las características de los arrays que serán tratados en los distintos capítulos: en el capítulo segundo (de cálculo), se emplean tres arrays de tamaño pequeño ( $D = 20\lambda$ ) con 64, 128 y 256 elementos, y tamaños de elemento  $e$  de  $2.03\lambda$ ,  $1.45\lambda$  y  $1.02\lambda$

respectivamente. En el capítulo tercero se usan dos arrays medianos ( $D = 30\lambda$ ), ambos de 800 elementos, el primero  $e = 0.84\lambda$  y en el segundo  $e = \lambda$ , ambos con  $d = \lambda$ . Finalmente en el capítulo cuarto, se usan arrays medianos ( $D = 30\lambda$ ) y grandes ( $D = 60\lambda$ ), de anillos segmentados y de matriz cuadrada con características equivalentes, y todos sin espacio entre elementos  $e = d$ . Los tamaños de elemento para este capítulo oscilan entre  $0.5\lambda$  y  $2\lambda$ .

Los arrays se suponen inmersos en agua ( $c \approx 1.5mm/\mu s$ ), unas veces emitiendo pulsos gaussianos de banda ancha, de una frecuencia central de  $3MHz$  ( $\lambda = c/f = 0.5mm$ ) y ancho de banda  $B = 0.5$  (50% a -6dB). Otras veces emiten onda continua de frecuencia  $3MHz$ .



# Capítulo 2

## Cálculo del campo de arrays de geometría anular en emisión-recepción

### 2.1 Introducción

La presión acústica en un punto arbitrario debido a la excitación de un transductor ultrasónico, puede calcularse en el dominio temporal, por el conocido método de la respuesta espacial al impulso (RI) [Ste71]. Cuando la geometría del transductor es no-regular, la determinación de la respuesta impulsiva por métodos exactos resulta compleja y el tiempo de computación se alarga considerablemente [Jen97]. En tales casos, resulta interesante computar directamente la respuesta impulsiva discretizando la apertura, lo cual simplifica los algoritmos de cálculo.

En este capítulo se aplica el método de discretización, al caso de arrays de anillos segmentados (arrays AS), tal y como ha sido propuesto por Piwakowski para otros tipos de aperturas [Piw89] [Piw99]. También se realiza un estudio de la eficiencia del método, contrastando el error de computación frente al tiempo de cálculo al cambiar, por un lado, el tamaño de las celdas de discretización y, por otro, el periodo de muestreo temporal para la computación. Comparando los resultados con el método exacto, se deduce que al crecer el número de elementos del array, la computación directa adquiere claras ventajas, ya que permite reducir el tiempo de computación en un orden de magnitud, produciendo

errores muy pequeños.

Por otro lado, la especial estructura anular de los arrays AS nos ha permitido proponer una variante del método de discretización (basado en celdas cuadradas) que denominamos muestreo polar de la apertura, usando celdas con forma de segmento anular, que se adaptan mejor a la geometría del elemento. El muestreo polar permite mejorar los resultados del método de discretización convencional, tanto en tiempo como en los errores de discretización.

El campo acústico radiado por un array ultrasónico se puede obtener por diversos métodos que se encuentran en la literatura específica de la materia. Algunos de ellos están basados en la RI, y tienen la ventaja de ser muy versátiles, pudiendo adaptarse a cualquier geometría, incluidas las no planas, y aceptar cualquier tipo de función de apodización sobre la superficie del transductor. Sin embargo, la obtención exacta de la RI requiere el cálculo de complicadas integrales, y solamente en casos muy simples se obtienen funciones analíticas exactas de ésta (p.e. pistón plano de perfil circular [Tup69], rectangular [Eme92], triangular [Jen96], anillo circular [Ard81]). Cuando la geometría del transductor es relativamente compleja, como ocurre con el caso del segmento anular, existen métodos de computación exacta que requieren un importante coste computacional [Cro97] [Mar01-1].

Dicho coste se hace especialmente importante, cuando se pretende diseñar arrays bidimensionales con un gran número de elementos y estudiar las características del campo en un volumen. Veámoslo mediante un ejemplo: si se quiere obtener una imagen en clase C de una semiesfera situada frente al array, con una resolución de un grado por métodos exactos, exige computar el campo ultrasónico de aproximadamente 16200 puntos, lo que significa 13,5 horas de computación [Mar00]. Si pensamos la gran variedad de condiciones en las que se realizarán las computaciones, con diferentes tipos de apertura (tamaños y formas), diferentes funciones de focalización, de deflexión y de apodización, diferentes volúmenes de interés (imágenes clase C a diferentes distancias del array, imágenes clase B con diferentes ángulos de acimut, etc.), se entiende la conveniencia de optimizar el tiempo de computación para minimizar el coste del diseño.

En este capítulo se analiza el comportamiento de un método de cálculo directo, basado en la discretización de la apertura en celdas cuadradas y se compara con el método exacto

de cálculo de la RI, particularizando el estudio para arrays AS. Primeramente, se muestran las diferencias intrínsecas del cálculo de la RI por ambos métodos. A continuación, se estudia el comportamiento del método discreto con la frecuencia de muestreo espacial y finalmente con la frecuencia de muestreo temporal, en ambos casos en comparación con el cálculo exacto, con objeto de reducir el tiempo de cálculo y error acotado.

En todas las simulaciones de este capítulo, se considera un array AS inmerso en agua ( $c = 1.5\text{mm}/\mu\text{s}$ ) que emite un pulso gaussiano de 3MHz de frecuencia central ( $\lambda = 0.5\text{mm}$ ) y 1.5MHz de ancho de banda a -6dB. Se opera siempre en coordenadas esféricas, con el array situado en el centro del sistema de coordenadas.

Los perfiles laterales han sido obtenidos a 25mm de profundidad, focalizando sólo en emisión a esta misma profundidad, unas veces con una deflexión de  $20^\circ$  y otras de  $40^\circ$ . El ángulo de azimut se ha mantenido constante a  $x_\phi = 0^\circ$ .

## 2.2 Cálculo del campo acústico producido por un array

La presión ultrasónica radiada por un array de  $N$  elementos en un punto  $\vec{x}$  del espacio se puede calcular con la expresión:

$$p(\vec{x}, t) = \rho_0 \frac{\partial v(t)}{\partial t} * \sum_{i=1}^N a_i h_i(\vec{x}, t - T_i) = \rho_0 v_d(t) * h_A(\vec{x}, t) \quad (2.1)$$

donde  $*$  indica la operación de convolución,  $\rho_0$  es la densidad del medio,  $v(t)$  es la velocidad en la superficie emisora del transductor y  $v_d(t)$  su derivada respecto del tiempo. La función  $h_i(\vec{x}, t - T_i)$  es la respuesta espacial al impulso del  $i$ -ésimo elemento al que se aplica un retardo de focalización  $T_i$ , y  $a_i$  es su apodización. La respuesta impulsiva del array completo es  $h_A(\vec{x}, t)$  y se obtiene por superposición de los  $N$  elementos.

La función  $h_i(\vec{x}, t - T_i)$ , representa el potencial de velocidad creado por cada elemento del array en el punto  $\vec{x}$  del espacio, al aplicar una excitación impulsional de velocidad de Dirac  $\delta(t)$  en la superficie  $S_i$  del elemento plano, y se calcula mediante la integral [Ste71]:

$$h_i(\vec{x}, t - T_i) = \int_{S_i} \frac{\delta(t - R/c - T_i)}{2\pi R} dS \quad (2.2)$$

siendo  $c$  es la velocidad del sonido y  $R$  el radio de la onda esférica que en recepción se propaga desde el punto de campo  $\vec{x}$ , barriendo la superficie del transductor.

En emisión-recepción el cálculo del campo ultrasónico se puede calcular mediante la expresión [Cro97]:

$$p(\vec{x}, t) = \frac{\rho_0}{c} \frac{\partial^2 v(t)}{\partial t^2} * h_A^T(\vec{x}, t) * h_A^R(\vec{x}, t) \quad (2.3)$$

donde  $h_A^R$  y  $h_A^T$  son las respuestas impulsivas del array emisor y receptor respectivamente. De acuerdo a la expresión 2.3, se puede decir que en emisión-recepción el array tiene una respuesta al impulso  $h_A(\vec{x}, t)$  resultado de la convolución de las respectivas respuestas impulsivas del array emisor y receptor según  $h_A(\vec{x}, t) = h_A^T(\vec{x}, t) * h_A^R(\vec{x}, t)$ .

Cuando el array es atacado con onda continua, la respuesta impulsiva en emisión-recepción (pulso-eco) para el cálculo del campo ultrasónico, se obtiene a partir de la transformada de Fourier de la respuesta al impulso  $H_A(\vec{x}, \omega_0) = F\{h_A(\vec{x}, t)\}$  particularizada a la frecuencia de excitación  $\omega_0$  del transductor:

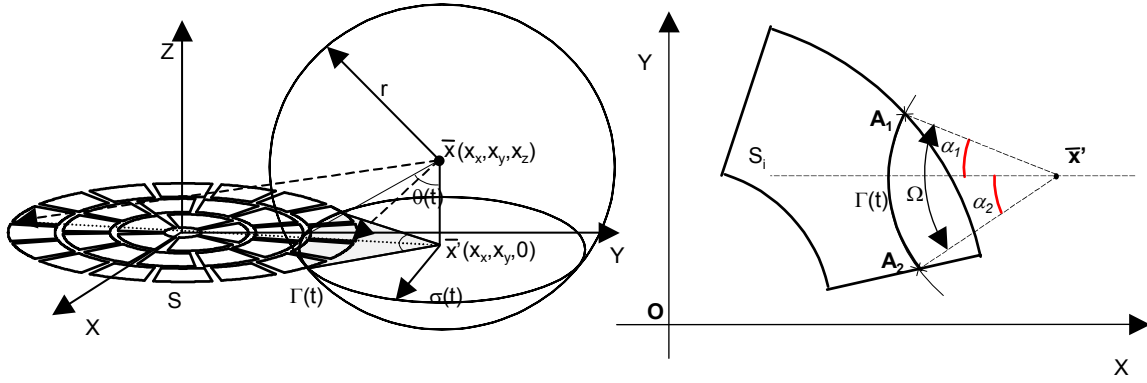
$$p(\vec{x}, t) = \frac{\rho_0}{c} (j\omega_0)^2 v_0 H_A(\vec{x}, \omega_0) e^{-j\omega_0 t} \quad (2.4)$$

## 2.3 Determinación de la respuesta al impulso de un segmento de anillo. Método exacto

La función de integración 2.2 es una función del tiempo, que en cada instante  $t$  solo adquiere valores distintos de cero, en aquellos puntos del array, que se encuentran a una distancia  $c(t + T_i)$  del punto de cálculo  $\vec{x}$ , siendo estos los únicos que contribuyen a la creación de campo. Para cada elemento del array, estos puntos serían los que se encuentran, en la intersección de la superficie radiante  $S_i$  del elemento y la esfera con centro en  $\vec{x}$  y radio  $R = ct$ , es decir, el arco  $\Gamma$  de ángulo  $\Omega$  de la figura 2.1, cuya solución analítica es bien conocida [Ste71]:

$$h_i(\vec{x}, t - T_i) = \frac{c}{2\pi} \Omega_i(\vec{x}, t - T_i) \quad (2.5)$$

Para arrays AS el método exacto se basa en aplicar la expresión 2.5, calculando la intersección de la onda esférica, con los distintos segmentos de anillo que forman la apertura [Rei96] [Jen97]. Para ello, se calculan para cada instante de tiempo  $t$  y cada elemento los puntos de cruce  $A_j$  entre los bordes del elemento y la onda impulsiva que se propaga



**Figura 2.1:** Interpretación física del cálculo de la respuesta impulsiva (RI) de un array mediante el método exacto.

esféricamente desde el punto del campo hacia el plano del elemento (resolviendo un sistema de ecuaciones de segundo grado). Posteriormente se determinan los ángulos  $\alpha_j$  y se suman para obtener la respuesta al impulso en el instante  $t$ :  $\Omega = \alpha_1 + \alpha_2$ .

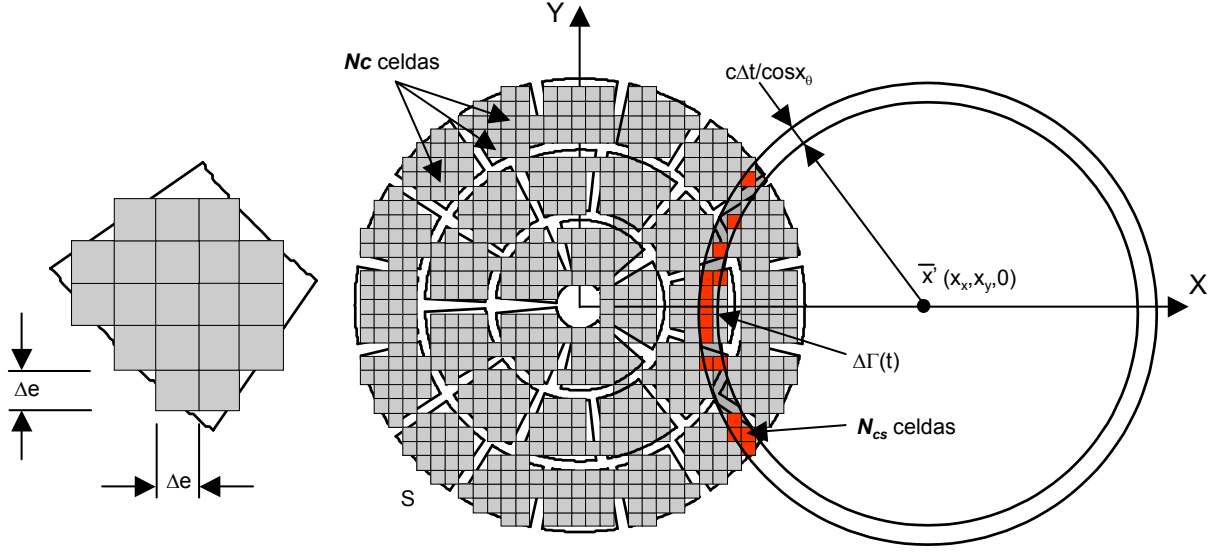
Este es un método que permite calcular la RI exacta de aperturas arbitrarias, pero con alto coste computacional en el caso de arrays con gran número de elementos. En [Mar01-1], a partir de esta metodología, se obtiene una expresión analítica para la RI del sector anular, la cual mejora el tiempo respecto del método anterior [Rei96] [Jen97], pero su coste computacional sigue siendo alto cuando el número de elementos del array es muy elevado. Téngase en cuenta que, el tiempo de computación es directamente proporcional al número de elementos, cualquiera que sea el tamaño de la apertura global, pues según la expresión 2.1, la RI del array  $h_A(\vec{x}, t)$  es la superposición de las RIs de todos los elementos del array. Si el tiempo de cálculo de un elemento es  $t_{RI_{ele}}$ , para un array de  $N$  elementos, el tiempo total de cálculo será:

$$t_{RI_{exa}} \approx t_{RI_{ele}} N \quad (2.6)$$

Un análisis detallado del coste-error computacional al variar el periodo de muestreo temporal  $\Delta t$  se encuentra en [Mar01-1].

## 2.4 Método de discretización de la apertura

El método de discretización de la apertura consiste (ver figura 2.2) en dividir la superficie del array en  $N_c$  celdas de superficie  $\Delta S_j = \Delta x_j \cdot \Delta y_j$ . Si las celdas tienen el mismo lado,



**Figura 2.2:** Interpretación física del cálculo de la RI de un array con el método discreto. Posición de la onda esférica en dos instantes de tiempo separados  $\Delta t$ .

llamaremos periodo de muestreo espacial a  $\Delta e = \Delta x_j = \Delta y_j$ . La integral que se extiende a la superficie de la apertura  $S$ , se sustituye por el sumatorio de la contribución de todas aquellas celdas  $N_{cs}$ , cuyo centro para un instante de muestreo  $t_s$  considerado se encuentra entre dos ondas esféricas, separadas un periodo de muestreo  $\Delta t$ . La RI definida por  $h_A$  en el instante de muestreo  $t_s$  es:

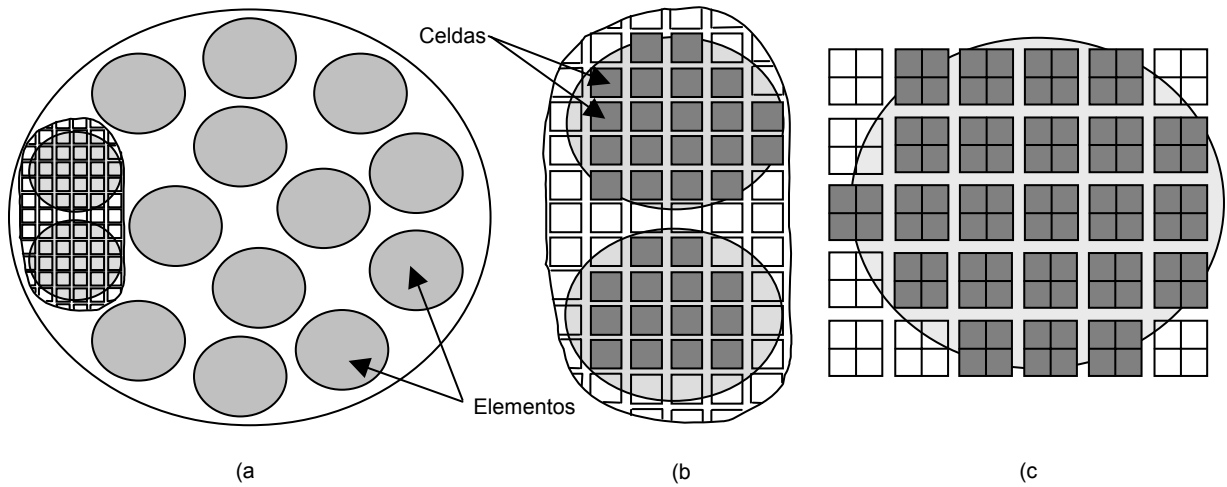
$$h_A(t_s) = \frac{1}{\Delta t} \sum_{j=1}^{N_{cs}} b_j \quad \forall \quad t_s - \Delta t/2 \leq t_j \leq t_s + \Delta t/2 \quad (2.7)$$

donde  $b_j$  representa el potencial de velocidad de cada celda  $j$  cuando se excita con un pulso de Dirac, y  $t_j$  es el tiempo que tarda la onda esférica en recorrer desde la celda  $j$  al punto del campo  $\vec{x}$  en cuestión:

$$b_j = \frac{a_j \Delta S_j}{2\pi R_j} \quad (2.8)$$

$$t_j = \frac{R_j}{c} + T_j \quad (2.9)$$

siendo  $a_j$  el factor de apodización correspondiente a la celda  $j$ , y  $R_j$  la distancia entre el centro de la celda y el punto del campo. Todas las celdas que pertenecen a un mismo elemento, tendrán el mismo retardo de focalización  $T_j$ . A este, se añade un tiempo variable para cada celda, debido al tiempo de propagación de la onda esférica  $R_j/c$  según la expresión 2.9.



**Figura 2.3:** Muestreo espacial. a) Apertura discretizada. b) Dos estrategias de elección de celdas. c) Sobremuestreo espacial.

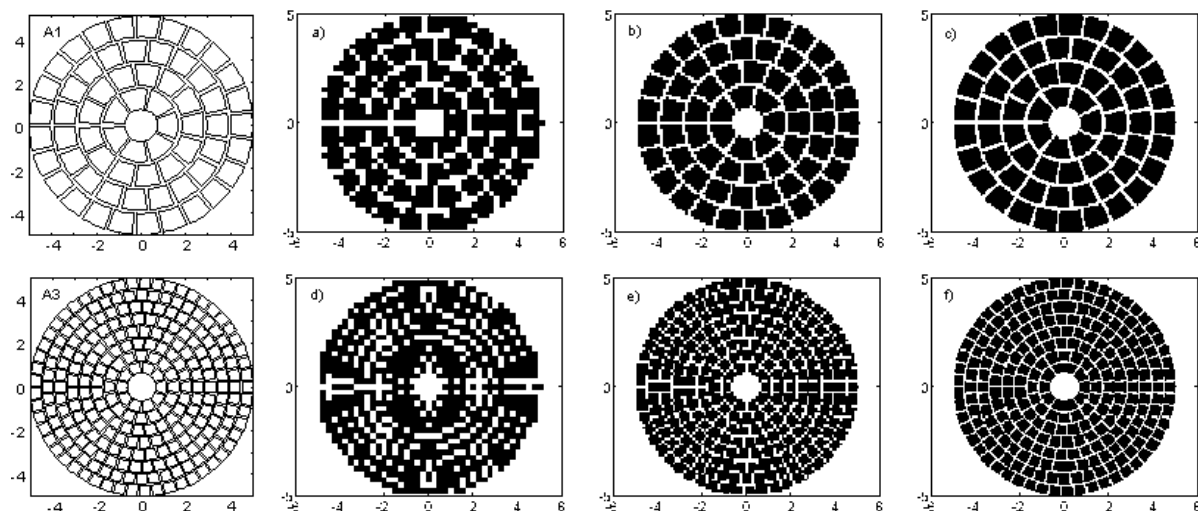
Definido de esta forma, el método de discretización de la apertura, aproxima cada celda a un punto radiante, que emite ondas esféricas de Dirac de peso  $b_j$  y que contribuye a la RI en el instante  $t_j$ . Así, el peso de la celda  $j$  durante el tiempo que dicha celda se encuentra entre los dos frentes de onda separados un tiempo  $\Delta t$  es precisamente  $b_j$ . Aún siendo una aproximación, si la celda es lo suficientemente pequeña, el error que se comete es también pequeño.

### 2.4.1 Análisis del método de discretización de la apertura

#### Sobre las estrategias de muestreo espacial

En la figura 2.3a se representa una apertura teórica de forma circular formada por 14 elementos también circulares, discretizados mediante celdas cuadradas. En la figura 2.3b se muestra, para un mismo periodo de muestreo espacial, dos diferentes formas de elegir las celdas, que forman dos elementos de la apertura. Las estrategias de elección de celdas que componen un elemento son diversas. Por ejemplo:

- Elegir aquellas cuyo centro se encuentre dentro o sobre de los límites del elemento.
- Aquellas cuya suma de áreas se aproxime en mayor medida al área del elemento.
- Todas las que tengan alguna zona de área común al elemento.



**Figura 2.4:** Aperturas de estudio A1 y A3. Diámetro de ambas:  $D = 20\lambda$ . a), b) y c) discretizaciones de la apertura A1. d), e) y f) discretizaciones de A3. Según d)  $\Delta e_n = 1/2$  a) y e)  $\Delta e_n = 1/4$ . b) y f)  $\Delta e_n = 1/8$  y c)  $\Delta e_n = 1/16$ .

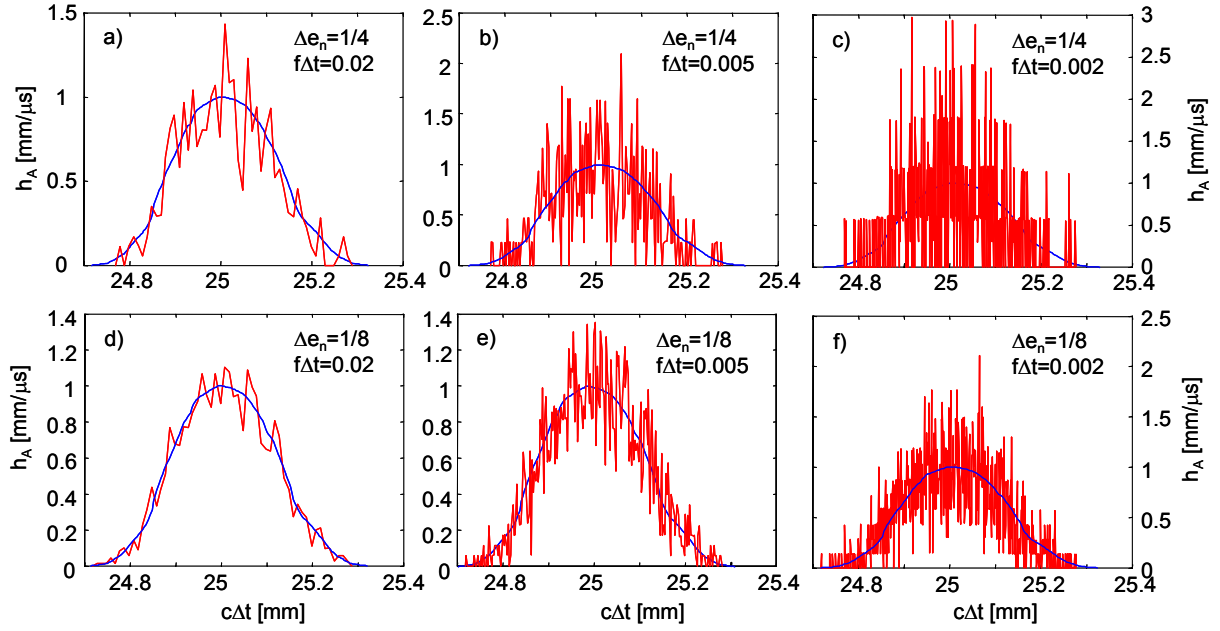
- Todas las que se encuentren íntegramente dentro del elemento.
- Etc.

En dicha figura, se representa la primera estrategia citada para el elemento superior y la última para el elemento inferior.

La estrategia que mejores resultados arroja entre las citadas es la que más se aproxima a la forma y superficie de cada elemento de la apertura original. A priori, parece que es la segunda estrategia, sin embargo, el tiempo de cómputo que exige el algoritmo de discretización ralentiza el cálculo excesivamente para una mínima mejora en los resultados. Por eso, en este trabajo se ha elegido la primera, que además se obtiene con un algoritmo fácil de implementar y rápido del calcular.

Arrays	N	d	e	$d_c$
A1	64	$2.4\lambda$	$2.03\lambda$	$2.9\lambda$
A2	128	$1.8\lambda$	$1.45\lambda$	$1.7\lambda$
A3	256	$1.2\lambda$	$1.02\lambda$	$2.6\lambda$

**Tabla 2.1:** Características de los arrays en estudio.  $D = 20\lambda$ : diámetro.  $N$ : número de elementos.  $d$ : distancia entre elementos.  $e$ : tamaño de elementos.  $d_c$ : diámetro del círculo central.



**Figura 2.5:** Respuesta impulsiva normalizada para la apertura A1 en el punto  $(25\text{mm}, 20^\circ, 0^\circ)$  focalizando en el mismo. AZUL: método exacto. ROJO: método discreto. a), b) y c) discretizada según  $\Delta e_n = 1/4$  y d), e) y f) según  $\Delta e_n = 1/8$ . Con periodo de muestro temporal: a) y d)  $f\Delta t = 0.02$ , b) y e)  $f\Delta t = 0.005$ , y c) y f)  $f\Delta t = 0.002$ .

### Sobre el tiempo de cálculo

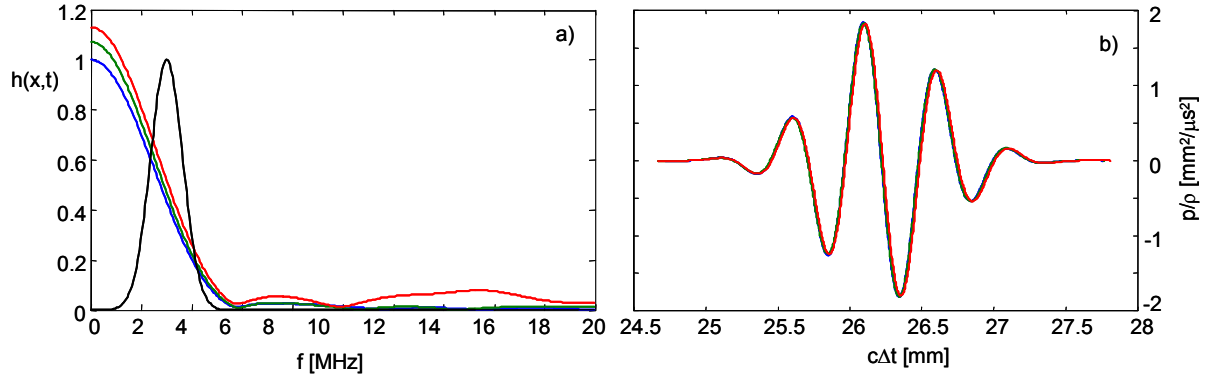
El cálculo de la RI en el punto de campo  $\vec{x}$  finaliza, cuando la onda esférica ha recorrido toda la superficie de la apertura. Todas las celdas han contribuido al cálculo de la RI y según la expresión 2.7, el tiempo de cálculo por este método  $t_{RI_{dis}}$  es proporcional al número de celdas  $N_c$  en que queda dividida la apertura:

$$t_{RI_{dis}} = k_1 N_c = k_2 \left( \frac{D}{\Delta e} \right)^2 = k_{dis} N \left( \frac{e}{\Delta e} \right)^2 = k_{dis} \frac{N}{(\Delta e_n)^2} \quad (2.10)$$

siendo  $\Delta e$  el periodo de muestreo espacial o tamaño de la celda y  $e$  el tamaño del elemento.  $\Delta e_n = \frac{\Delta e}{e}$  relaciona el periodo de muestreo espacial  $\Delta e$  con el tamaño del elemento  $e$ .

### Sobre la discretización de la RI

Por un lado, la figura 2.4 muestra las aperturas A1 y A3 discretizadas con distintos periodos de muestreo espacial  $\Delta e_n$  y por otro, la tabla 2.1 muestra las características más sobresalientes de cada una de las aperturas A1, A2 y A3 sobre las que basaremos nuestro análisis.



**Figura 2.6:** Respuesta de la apertura A1 en el punto  $P(25\text{mm}, 20^\circ, 0^\circ)$  focalizando en dicho punto para  $f\Delta t = 0.005$ . a) Espectro normalizado en amplitud de  $h(x, t)$  para tres discretizaciones diferentes según  $\Delta e_n$ : ROJA:  $1/4$ , VERDE:  $1/8$  y AZUL: exacta, además de la derivada del pulso  $v_d(t)$  en NEGRO. b) Pulso de presión en el punto P.

La figura 2.5 muestra el aspecto que tiene la respuesta impulsional  $h_A(\vec{x}, t)$  en el punto  $(25\text{mm}, 20^\circ, 0^\circ)$  para la apertura A1, usando los métodos de cálculo exacto y discreto respectivamente.

El método discreto genera una RI deformada en comparación con la exacta. En la figura se aprecia que un aumento de la frecuencia espacial, contribuye a una reducción del error respecto de la RI exacta. En cambio, no ocurre lo mismo al aumentar la frecuencia de muestreo temporal.

Sin embargo, en la figura 2.6 se aprecia que las ondas de presión calculadas con ambas RIs son prácticamente coincidentes. Su explicación reside en que el espectro de la RI exacta y el de la obtenida con las distintas discretizaciones, difieren poco en la banda del espectro de frecuencias del pulso de excitación  $v$ , presentando sus mayores diferencias en el resto. En el dominio de la frecuencia, la presión se obtiene mediante el producto de los espectros de la RI y del pulso de excitación, y por tanto, el pulso de excitación se convierte en un filtro paso banda, donde los espectros de la RI exacta y de la apertura discretizada casi coinciden. En consecuencia, en la computación no se requiere usar los niveles de discretización espacial y temporal necesarios para minimizar los errores de la RI, sino otros mucho más bajos.

## 2.4.2 Error vs tiempo de computación. Influencia del periodo de muestreo espacial

El tiempo de cálculo global se dedica por un lado a determinar la respuesta impulsiva RI, y por otro, a realizar la operación de convolución según la expresión 2.1. El tiempo dedicado al cómputo de la RI depende del número de elementos y/o del número de celdas según muestran las expresiones 2.6 y 2.10. Por otro lado, el tiempo dedicado a la operación de convolución  $f(\Delta t)$ , sólo es función del periodo de muestreo temporal  $\Delta t$ , que fija el tamaño de los vectores que convolucionan. Así, el tiempo de cálculo total de la presión en un punto con el método exacto  $t_{c_{exa}}$  y con el discreto  $t_{c_{dis}}$  es respectivamente [God01]:

$$t_{c_{exa}} = k_{exa}N + f(\Delta t) \quad (2.11)$$

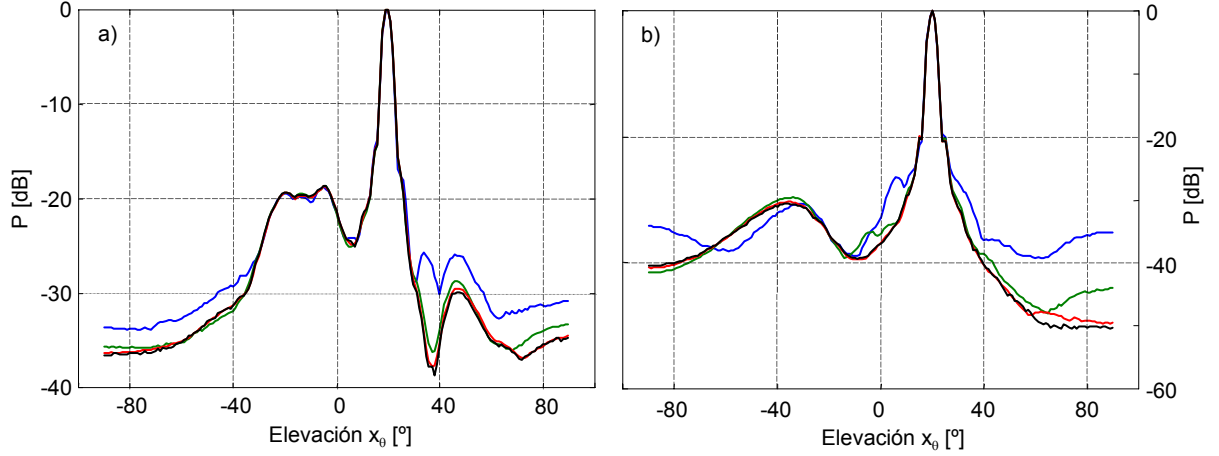
$$t_{c_{dis}} = k_{dis}N_c + f(\Delta t) = k_{dis}\frac{N}{(\Delta e_n)^2} + f(\Delta t) \quad (2.12)$$

Para un mismo periodo de muestreo temporal, el tiempo dedicado a la operación de convolución, es el mismo para ambos métodos. Por tanto, la diferencia del tiempo de cálculo global entre ambos métodos, sólo es debida al cálculo de la RI, que depende del número de celdas de discretización  $N_c$  en el caso del método discreto, y del número de elementos  $N$  en el exacto.

Se puede eliminar la influencia del muestreo temporal  $\Delta t$  respecto del tiempo de cálculo, usando el mismo periodo de muestreo  $\Delta t$  para ambos métodos, y a continuación restando ambas expresiones. Sin embargo, no será necesario, pues el segundo sumando  $f(\Delta t)$  es mínimo en comparación con los primeros.

El estudio de la influencia de  $\Delta t$  en el error del método exacto [Mar01-1] pone de manifiesto, que es prácticamente nulo eligiendo  $\Delta t$ , de modo que, el número de puntos no nulos que contiene  $h_A$  sea mayor de 1000. Por eso, tanto para el método exacto, como para todas las discretizaciones, se ha realizado el cálculo con 1000 puntos en la RI, para eliminar su influencia en el estudio.

Para comprobar la influencia del periodo de muestreo espacial  $\Delta e$ , se discretizan las tres aperturas de la tabla 2.1, según los siguientes valores relativos a la longitud de onda  $\lambda$ ,  $\Delta e/\lambda = \{1/2, 1/3, 1/4, 1/5, 1/6, 1/7, 1/8, 1/9, 1/10, 1/11\}$  usando la primera estrategia de elección de celdas mencionada. A continuación, se obtienen perfiles laterales de presión y se anota el tiempo de cómputo, para  $x_\theta$  entre  $-90^\circ$  y  $+90^\circ$  y  $x_r = 25mm$  de



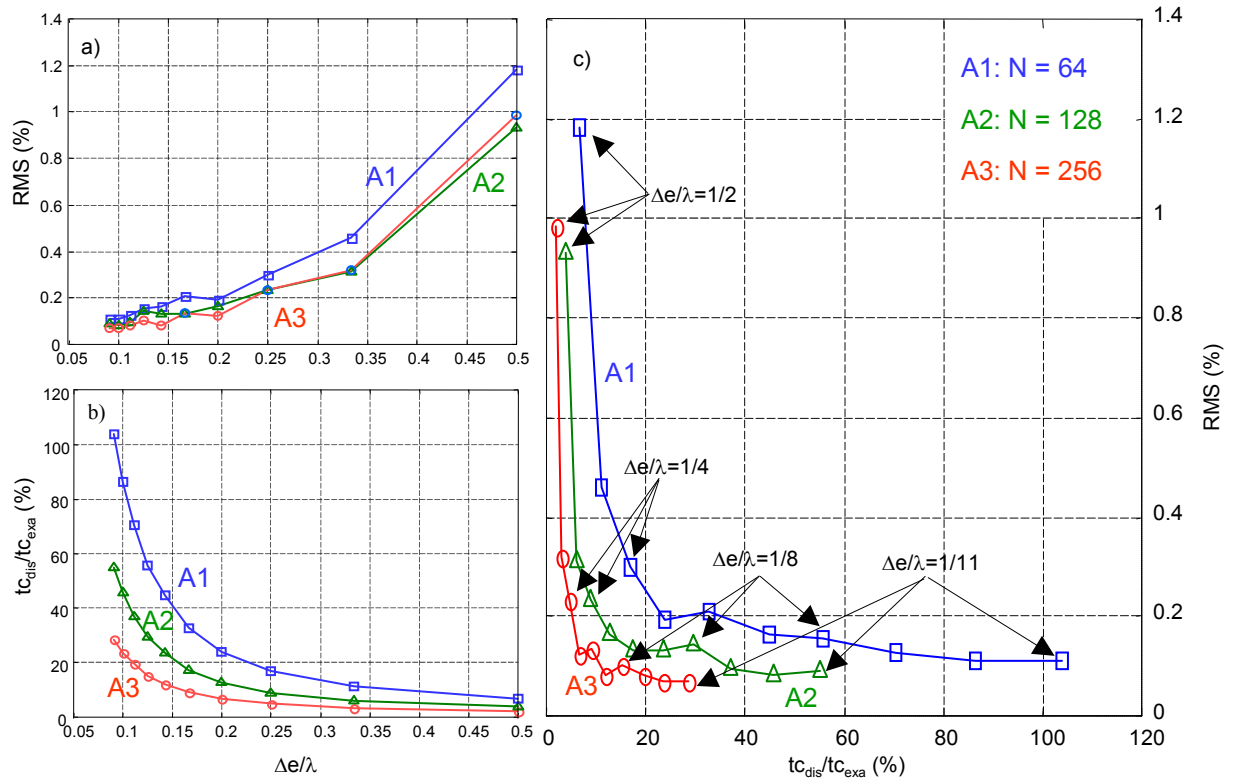
**Figura 2.7:** Influencia del periodo de muestreo espacial. Perfiles laterales para banda ancha (BA) a 25mm de profundidad, focalizando en  $x^F(25mm, 20^\circ, 0^\circ)$ . a) apertura A1 y b) A3, discretizadas según  $\Delta e/\lambda$ : AZUL: 1/2, VERDE: 1/4, ROJO: 1/8, NEGRO: teórica.

profundidad, focalizando en  $x^F(x_r^F = 25mm, x_\theta^F = 20^\circ, x_\phi^F = 0^\circ)$  de los arrays obtenidos para cada discretización. Además, se obtienen los perfiles laterales por el método exacto, para cada uno de los arrays (aperturas teóricas): A1, A2 y A3 con las mismas condiciones de focalización. Finalmente, se determinan las diferencias usando el perfil obtenido con cada discretización, frente al obtenido por el método exacto, medidas mediante el *error cuadrático* (RMS):

$$e_D(\%) = 100 \sqrt{\frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} (p_i - p_{ri})^2} \quad (2.13)$$

siendo  $p$  y  $p_r$  los vectores de presión, ambos compuestos por  $N_p$  puntos con todos sus valores positivos. El vector  $p_r$  corresponde a la curva o perfil de referencia calculado por el método exacto. El error se expresa en % tomando ambos vectores normalizados según el valor máximo de  $p_r$ .

En la figura 2.7 se aprecia cómo los perfiles obtenidos con  $\Delta e/\lambda = 1/2$  generan diferencias respecto de la teórica que visualmente se pueden calificar de importantes, ya que la rejilla espacial no se adecua a la geometría del elemento, apareciendo lóbulos fantasmas sobre el diagrama de radiación [Wil97]. Mientras que con 1/4 o con 1/8, las diferencias visuales son bastante menos relevantes. Las diferencias absolutas no se reparten a lo largo de todo el perfil, sino que se localizan en las zonas próximas al haz principal y lóbulos de rejilla, es decir, donde mayor amplitud se alcanza, si bien al expresar las diferencias en



**Figura 2.8:** Influencia del periodo de muestreo espacial. Error RMS obtenido de los perfiles laterales para BA a 25mm de profundidad  $x_\theta = -60^\circ : 60^\circ$  focalizando en  $x^F(25mm, 20^\circ, 0^\circ)$ , a) en función del periodo de muestreo espacial, para las tres aperturas y para 1000 puntos de la RI, en comparación con la apertura teórica.  $\square$ : A1,  $\Delta$ : A2,  $O$ : A3, b) en función del tiempo de cálculo relativo a la apertura teórica.

dB, como muestra la figura, parece lo contrario.

El error en función del periodo de muestreo espacial de la figura 2.8a, mantiene una cierta linealidad para todas las discretizaciones, exceptuando para el periodo de muestreo mayor  $\Delta e/\lambda = 1/2$ . A partir de estas curvas se deduce que para los arrays y condiciones de excitación del ejemplo, la relación de linealidad es  $e_D(\%) \approx \Delta e/\lambda$ , de manera que, si se desea un error de tan solo 0.25%, la discretización debe ser de 1/4 y si se desea de 0.1%, debe ser de 1/10. Estos valores no deben tomarse como una norma, porque cambian con la apertura y condiciones de focalización. El error es muy parecido para las tres aperturas, aunque menor para aquellas aperturas con elementos más pequeños (A3). Exceptuando para la apertura A1 con  $\Delta e/\lambda = 1/2$ , las demás discretizaciones mantienen una diferencia con la teórica inferior al 1%.

Despreciando la influencia del tiempo de cómputo de la convolución, en el tiempo de cálculo del método exacto (expresión 2.11) y del método discreto (expresión 2.12), la relación  $t_{c_{dis}}/t_{c_{exa}} \approx \frac{k}{(\Delta e_n)^2}$ . Así, en la figura 2.8b se muestra la evolución de dicha relación con el periodo de muestreo espacial. Las abscisas de la intersección de una recta horizontal  $t_{c_{dis}}/t_{c_{exa}} = cte$  con la curva de cada apertura, muestra la discretización necesaria para que el periodo de muestreo espacial  $\Delta e_n$  sea el mismo para las tres aperturas. Por ejemplo, las abscisas de la intersección de  $t_{c_{dis}}/t_{c_{exa}} = 20\%$  son  $\Delta e = 0.23\lambda$ ,  $0.15\lambda$  y  $0.11\lambda$ , para las aperturas A1, A2 y A3 respectivamente. Como sus tamaños de elementos son  $e = 2.03\lambda$ ,  $1.45\lambda$  y  $1.02\lambda$  (según la tabla 2.1), se cumple que  $\Delta e_n = \frac{0.23\lambda}{2.03\lambda} = \frac{0.15\lambda}{1.45\lambda} = \frac{0.11\lambda}{1.02\lambda}$ . Dado que en una apertura plana, el número de celdas aumenta proporcionalmente con el cuadrado del cociente  $D/\Delta e$ , el tiempo de cálculo sigue una ley cuadrática respecto de la frecuencia de muestreo espacial, según la expresión 2.10. La diferente evolución del tiempo de cálculo de una a otra apertura, viene determinada por el número de elementos N. Como el tiempo de computación del método exacto mantiene linealidad respecto del número de elementos (expresión 2.6), las aperturas con menos elementos, muestran un tiempo de cálculo relativo superior. Sólo la apertura A1 con discretización  $\Delta e/\lambda = 1/11$ , supera en tiempo al método exacto. Para la apertura A3 que tiene 256 elementos, para cualquier discretización de las mostradas en este estudio, el tiempo de cálculo es inferior a la tercera parte del método exacto. Incluso con pocos elementos (apertura A1), si el periodo de muestreo espacial no es demasiado pequeño, el método discreto resulta también una opción muy interesante. Cuando una apertura está formada por varios cientos de elementos, como sucede con las aperturas medianas ( $D=30\lambda$ ) y grandes ( $D=60\lambda$ ), el método discreto se muestra como una opción muy interesante de cálculo.

Finalmente, en la figura 2.8c, obtenida a partir de las dos anteriores eliminando el periodo de muestreo espacial, se muestra el error en función del tiempo de cálculo respecto del método exacto. Es una figura característica que refleja el compromiso entre ambas variables (error/tiempo). Un método es interesante, cuando las curvas se encuentran cercanas a ambos ejes. En la figura, la zona de trabajo más interesante es la más próxima al origen de coordenadas, por que en ella se optimiza el compromiso entre el tiempo de cálculo y el error obtenido. Otro aspecto interesante, es que en esta zona, se aglutinan la mayor parte de los puntos de las curvas. También se observa como mejoran los resultados

comparativos al crecer el número de elementos del array. A partir de esta figura, las discretizaciones más interesantes, se obtienen para  $\Delta e/\lambda$  entre  $1/8$  y  $1/4$  para aperturas con más de 64 elementos.

### 2.4.3 Error vs tiempo de computación. Influencia del periodo de muestreo temporal

Igual que ocurre con el muestreo espacial, la frecuencia de muestreo temporal  $\Delta t$  tiene una fuerte influencia tanto en el error como en el tiempo de computación [God01].

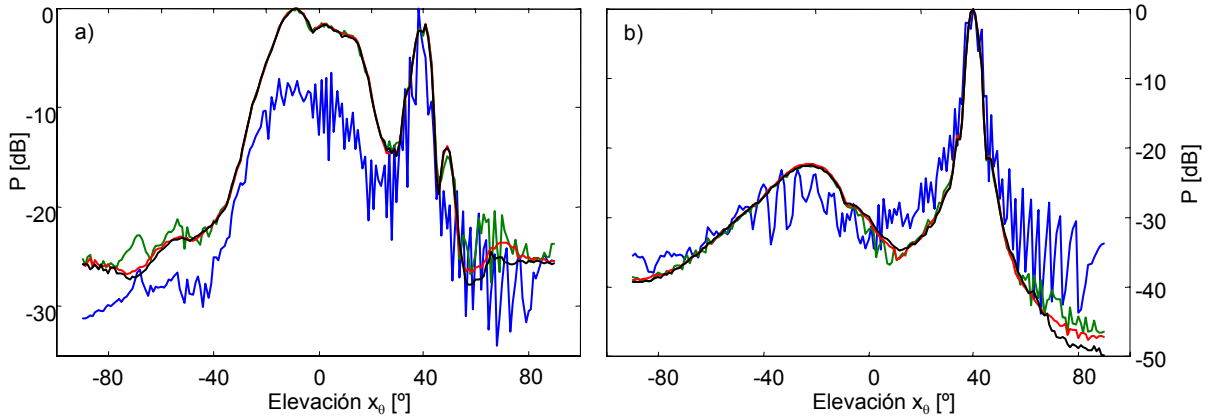
Este estudio se va a realizar para tres periodos de muestreo espacial ( $\Delta e/\lambda = 1/2, 1/4$  y  $1/8$ ), a partir de las conclusiones del apartado anterior. Allí obteníamos que usando un periodo de muestreo espacial  $\Delta e/\lambda = 1/8$ , el tiempo de cálculo respecto del método exacto es de 15%, 30% y 60% para las aperturas A3, A2 y A1 respectivamente (inversamente proporcional al número de elementos). Por eso, es predecible para periodos de muestreo  $\Delta t$  reducidos, obtener estos porcentajes de tiempo de cálculo.

Para el error, tampoco se conoce una expresión de dependencia. Aunque, empíricamente en el apartado anterior se extrae que  $e_D(\%) \approx \Delta e/\lambda$  para las discretizaciones de  $1/4$  y  $1/8$  (ver figura 2.8a), sin embargo estos resultados no se pueden extrapolar, puesto que dependen de la geometría del array y de los parámetros de focalización.

En este apartado, se discretizan las tres aperturas con los tres periodos de muestreo descritos y se obtienen perfiles laterales de las nueve aperturas discretizadas para los periodos de muestreo temporal definidos por  $f\Delta t = \{1/2, 1/4, 1/10, 1/20, 1/40, 1/100, 1/200, 1/400\}$ , con deflexión de  $40^\circ$  y se comparan en tiempo de cálculo y error con el método exacto.

La figura 2.9 muestra que para periodos de muestreo temporal cercanos al límite del criterio de Nyquist ( $1/2 \geq f\Delta t \geq 1/10$ ), las diferencias respecto al método exacto son importantes. Sin embargo, para periodos de muestreo temporal en los que  $f\Delta t < 1/10$ , el error se mantiene prácticamente sin variación (ver figura 2.10).

Esta última figura muestra, que mientras la dependencia del método discreto respecto de la frecuencia de muestreo espacial, se puede calificar de pequeña (errores inferiores al 1% para periodos de muestreo,  $\Delta e/\lambda \leq 1/2$ ), respecto de la frecuencia de muestreo temporal su dependencia es más significativa, especialmente para  $f\Delta t \geq 1/10$ .



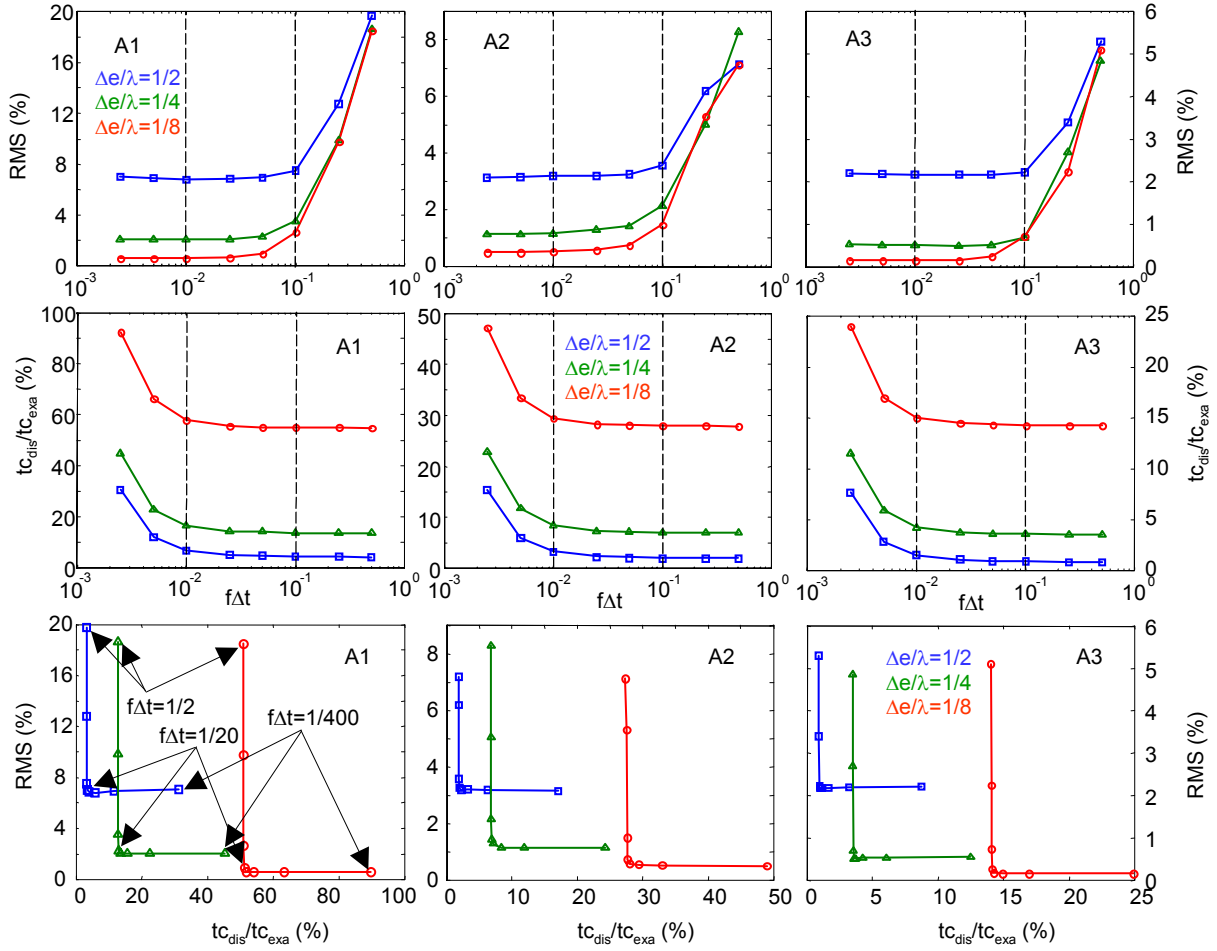
**Figura 2.9:** Muestreo temporal. Perfiles laterales para BA a 25mm de profundidad, focalizando en el punto  $x^F(25mm, 40^\circ, 0^\circ)$ , para  $\Delta e = \lambda/8$ . Para las aperturas: a) A1 y b) A3. Periodo de muestreo temporal  $f\Delta t$ : AZUL: 0.5, VERDE: 0.1, ROJO: 0.025 y NEGRO: teórica (exacta) con 1000 puntos de la RI.

Comparando con la figura 2.8a, también se pone de manifiesto que el error de discretización aumenta con el ángulo de deflexión. Mientras, que allí los errores se encuentran por debajo del 1% con  $20^\circ$  de deflexión, aquí con  $40^\circ$  son más relevantes, especialmente para la apertura A1 que tiene los elementos más grandes.

Por mucho que se incremente el periodo de muestreo, e independientemente del número de elementos de la apertura, el tiempo de cálculo del método discreto en relación con el método exacto, se mantiene prácticamente sin variación a partir de  $f\Delta t > 1/100$  (ver figura 2.10). En dicha figura, se vuelve a poner de manifiesto, la gran dependencia del tiempo de cálculo del método exacto, respecto del número de elementos. En todos los casos presentados en la figura 2.10, el tiempo de cálculo de la apertura discreta es menor que con el método exacto, siendo la apertura A3 la que ofrece mayores ventajas.

Todas las aperturas y discretizaciones presentan un importante incremento en la relación  $t_{c_{dis}}/t_{c_{exa}}$  para  $f\Delta t < 1/100$ , siendo prácticamente invariable para periodos de muestreo superiores a este valor.

Analizando conjuntamente el error y el tiempo de cálculo, lo principal que se puede destacar es el aspecto de dichas curvas. Las cuales permiten trabajar a error constante, o bien, a tiempo relativo de cálculo  $t_{c_{dis}}/t_{c_{exa}}$  constante, independientemente de la apertura y grado de discretización. Para trabajar a error constante es necesario usar un periodo, tal que,  $f\Delta t \leq 1/40$ . Para trabajar a tiempo  $t_{c_{dis}}/t_{c_{exa}}$  constante el periodo, es tal que,



**Figura 2.10:** Influencia del periodo de muestreo temporal. Arriba: errores RMS. Centro: tiempo de cálculo respecto de la respuesta exacta con 1000 puntos de la RI, del perfil lateral para BA a 25mm de profundidad focalizando en el punto  $x^F(25mm, 40^\circ, 0^\circ)$ . Abajo: Error en función del tiempo de cálculo. De izquierda a derecha para las aperturas A1, A2 y A3. Discretizaciones  $\Delta e/\lambda$  :  $\square$  : 1/2,  $\triangle$  : 1/4,  $\circ$  : 1/8.

$f\Delta t \geq 1/20$ . Como ambos periodos son contiguos en la simulación, se puede concluir que el periodo de muestreo óptimo, para trabajar de una u otra forma, es tal que,  $f\Delta t \approx 1/30$ . Además, usando periodos de muestreo temporal comprendidos entre  $1/20 \leq f\Delta t \leq 1/100$ , tanto el error como la relación  $t_{c_{dis}}/t_{c_{exa}}$  se mantienen prácticamente invariables (dotando al método de una cierta independencia respecto del periodo de muestreo temporal).

Se descarta la discretización donde  $\Delta e/\lambda = 1/2$ , por mantener errores superiores al 2%, independientemente de la apertura y periodo de muestreo temporal. Respecto de las otras dos discretizaciones ( $\Delta e/\lambda = 1/4$  y  $1/8$ ), si se comparan los errores y tiempos de cálculo, el error de una respecto de la otra disminuye aproximadamente a la cuarta parte, y el tiempo de cálculo aprox. se cuadruplica. Por tanto, se proponen discretizaciones comprendidas entre dichos valores, coincidiendo con las conclusiones del apartado anterior.

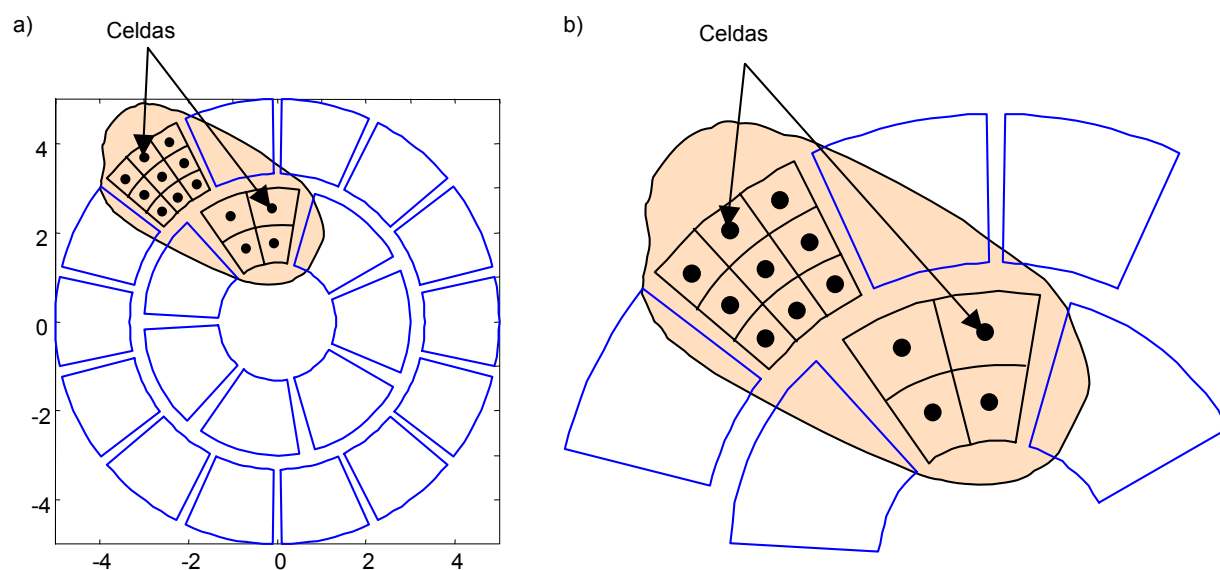
#### 2.4.4 Muestreo polar en arrays AS

El método de discretización mostrado presenta grandes ventajas en velocidad de cálculo respecto del método exacto, especialmente para arrays con un gran número de elementos. Además permite el cálculo de cualquier tipo de apertura, sin tener que realizar ninguna modificación al algoritmo, simplemente definiendo el contorno de cada elemento en la entrada de datos en el proceso de discretización. Sin embargo, para el caso de arrays AS en particular y teniendo en cuenta la forma de los elementos, se puede pensar en la conveniencia de usar un muestreo polar en lugar de rectangular.

Llamando  $s$  al grado de muestreo polar, para un array AS, se construyen las distintas celdas que pertenecerán a la apertura de cálculo, dividiendo cada elemento de tamaño  $e$  de la apertura teórica en  $1, 4, 9, 16, \dots, s^2$  celdas, cuya superficie se obtiene de dividir la superficie de cada elemento en  $s^2$  partes. Así, el periodo de muestreo espacial resultante es  $\Delta e = \frac{e}{s}$  y sustituyendo en la expresión 2.10 se obtiene el tiempo de cálculo de la respuesta al impulso RI:

$$t_{RI_{dis}} = k_{dis}N \left( \frac{e}{\Delta e} \right)^2 = k_{dis}Ns^2 \quad (2.14)$$

De igual forma, este tipo de muestreo también se puede realizar para aperturas con elementos cuadrados o rectangulares. Para ello, en el muestreo rectangular, el periodo de muestreo espacial  $\Delta e$  debe ser divisor del tamaño del elemento  $e$ .

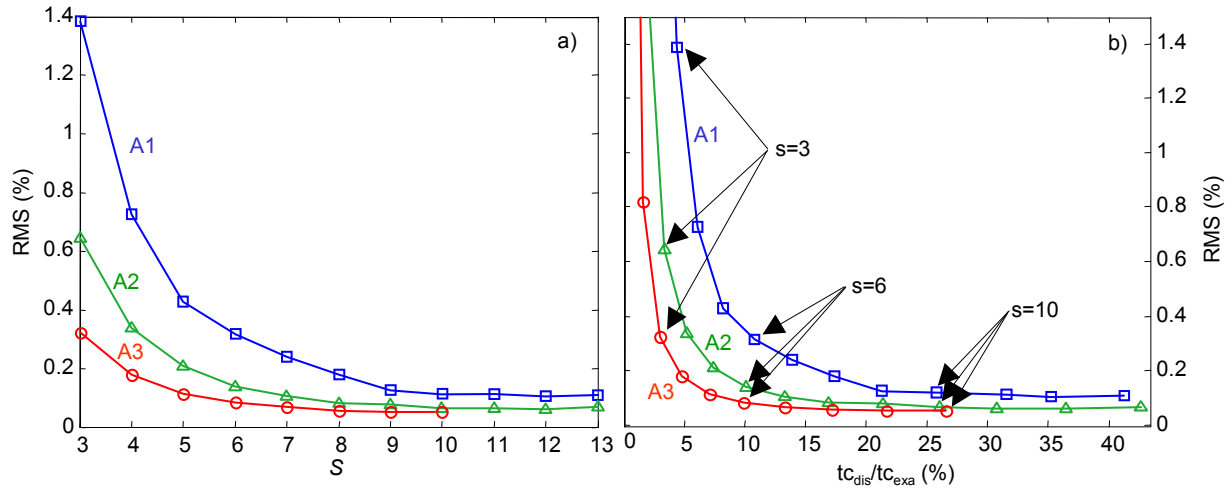


**Figura 2.11:** Muestreo polar en arrays AS. a) Array AS de 21 elementos. Uno de los elementos se ha muestreado con un grado  $s = 2$  y a otro con un grado  $s = 3$ . b) Zoom de los elementos muestreados.

La idea básica se muestra en la figura 2.11. En ella se presentan dos elementos de un array AS discretizados mediante muestreo polar. Como se aprecia en la figura, las celdas se adaptan perfectamente a la geometría del array, incluso cuando existe hueco entre elementos. Desde el punto de vista de cálculo, es necesario también conocer la posición del centro de cada celda, que en la dirección tangencial se encontrará en su centro angular, y radialmente en su centro radial.

Partiendo de estas ideas, se va a comparar el muestreo espacial polar con el muestreo espacial rectangular con relación al error RMS y al tiempo de cálculo. Para ello, se realizan muestreos polares de las tres aperturas similares a los del apartado 2.4.2, eligiendo periodos de muestreo, para obtener aperturas de cálculo, con un número de celdas similar al usado en dicho apartado.

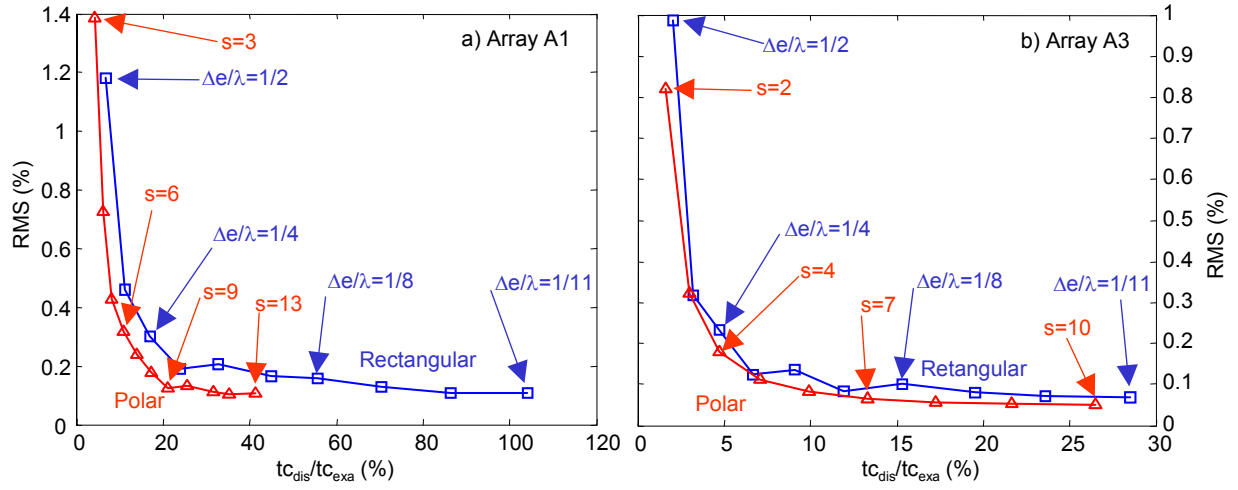
En la figura 2.12, se muestran los resultados comparativos con el método exacto. Para un mismo grado de muestreo  $s$ , el error disminuye a medida que la apertura tiene mayor número de elementos. Esto es así, por que al ser elementos mas pequeños también lo es el tamaño de las celdas. Sin embargo, se ha comprobado que si las celdas tienen el mismo tamaño, el error absoluto es el mismo independientemente del número de elementos de la apertura.



**Figura 2.12:** Muestreo polar. Error RMS porcentual en comparación con el método exacto. Mismos perfiles y condiciones de focalización que la figura 2.8. a) En función del grado de muestreo. b) En función del tiempo relativo al método exacto. Aperturas:  $\square$  : A1,  $\triangle$  : A2,  $\circ$  : A3).

Por otro lado, para que el error se mantenga por debajo de unos límites razonables (p.e. por debajo de 0.35%) para la apertura A1, se necesita muestrear con  $s \geq 6$  ( $N_c \geq 2304$ ). Aun así, en este límite, el tiempo de cálculo es la décima parte del empleado por el método exacto. Con este grado de muestreo, las aperturas A2 y A3, producen un error inferior a 0.1%. Si a partir de este punto se incrementa  $s$ , el tiempo de cálculo aumenta considerablemente sin que el error disminuya apreciablemente.

En la figura 2.13 se muestran los resultados de error y tiempo de cálculo con muestreo rectangular y polar para las aperturas A1 y A3. Las curvas correspondientes al muestreo polar, son más cercanas a ambos ejes de coordenadas. Se aprecia que para un mismo tiempo de cálculo, si se desea trabajar con errores más pequeños, o bien, para un determinado error, efectuar los cálculos más rápidamente, es más interesante el muestreo polar que el rectangular, independientemente de la apertura. Se cifra en un 40% la mejora de los resultados arrojados por el error con muestreo polar en comparación con el rectangular. Por tanto, en arrays AS se aconseja el uso del muestreo polar, en lugar de rectangular. El grado de muestreo  $s$  a aplicar para conseguir las condiciones óptimas de error y tiempo de cálculo, se encuentra para la apertura A1 entre 7 y 9, y para la apertura A3 entre 3 y 5. En ambos casos, significa usar celdas de tamaño cercano a  $\lambda/4$ .



**Figura 2.13:** Error RMS en función del tiempo de cálculo, para las aperturas a) A1 y b) A3. Con muestreo rectangular ( $\square$ ) y con muestreo polar ( $\triangle$ ).

## 2.4.5 Fabricación de arrays AS

La discretización de la apertura guarda una cierta analogía con la tecnología de fabricación de arrays. En la figura 2.14 se muestra el procedimiento de fabricación de arrays AS, usando técnicas de piezocomposites con conectividad 1-3. La piezocerámica activa se corta y los huecos se rellenan con polímeros inertes (araldite) formando celdas cuadradas. En fabricación se llega a celdas de 0.15mm de lado, cortadas con un ancho de disco entre 0.03 y 0.05mm de espesor, lo que equivale a celdas cuadradas entre 0.165 y 0.175mm de lado total, para frecuencias de 3MHz en agua (este tamaño de celdas supone aproximadamente  $\lambda/3$  y para frecuencias mas altas el tamaño de celda es aún inferior).

Con el método de cálculo discreto se puede simular el campo radiado por los arrays fabricados mediante la técnica anterior. Si se discretiza la apertura, según una estructura reticular con un periodo de muestreo  $\Delta e$ , similar al de la celda básica de fabricación del array, se obtiene una apertura semejante a la de fabricación, la cual, no coincide con la geometría teórica del array.

Para delimitar las fuentes de error debidas al muestreo espacial, en este caso, una vez elegido un determinado periodo de muestreo  $\Delta e$ , además, se puede realizar un *sobremuestreo* de grado  $s$  a cada celda, similar a la discretización realizada para cada elemento con muestreo polar. El sobremuestreo se basa en dividir cada celda de lado  $\Delta e$ , en  $s^2$  celdas de computación:

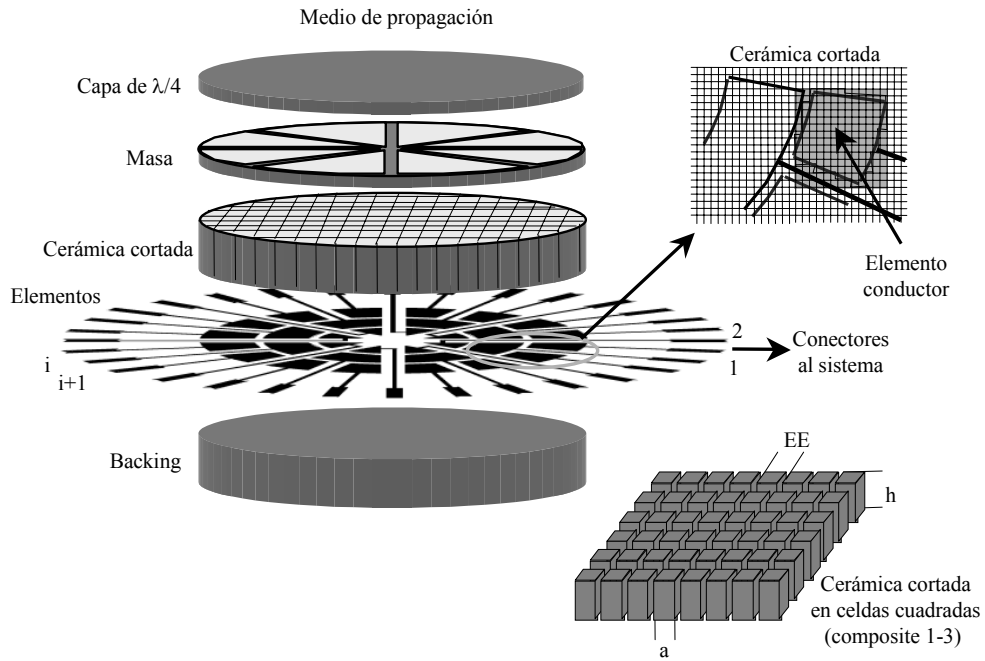


Figura 2.14: Fabricación de arrays AS.

- para  $s = 1$ , 1 celda de lado  $\Delta e$  (sin sobremuestreo).
- para  $s = 2$ , 4 celdas de lado  $\Delta e/2$ .
- en general,  $s^2$  " " "  $\Delta e/s$ .

La superficie de cada celda es  $(\Delta e/s)^2$ . De esta forma, nos encontramos con dos periodos de muestro espacial diferentes: el periodo de muestreo  $\Delta e$  que delimita la celda de fabricación, que provoca errores debidos a la pérdida o ganancia de superficie, de cada uno de los elementos de la apertura, además de los provocados por la variación de forma que ha sufrido cada uno de los elementos, respecto de su forma teórica original, y un segundo muestreo (sobremuestreo) que delimita el error provocado por el muestreo espacial, propio del método de computación, donde cada celda de fabricación ha sido dividida en otras más pequeñas. A modo de ejemplo, en la figura 2.3c se ha usado un grado de sobremuestreo  $s = 2$ , dividiéndose cada celda de lado  $\Delta e$  en 4 celdas de lado  $\Delta e/2$ . Para realizar una discretización, el orden a seguir será siempre el mismo, primero se elige un periodo de muestreo  $\Delta e$  que determina la apertura de cálculo, y a continuación grado de sobremuestreo  $s$  sobre cada celda.

### 2.4.6 Tipos de aperturas: teóricas y reales

A lo largo de esta exposición nos referiremos a los siguientes tipos de aperturas:

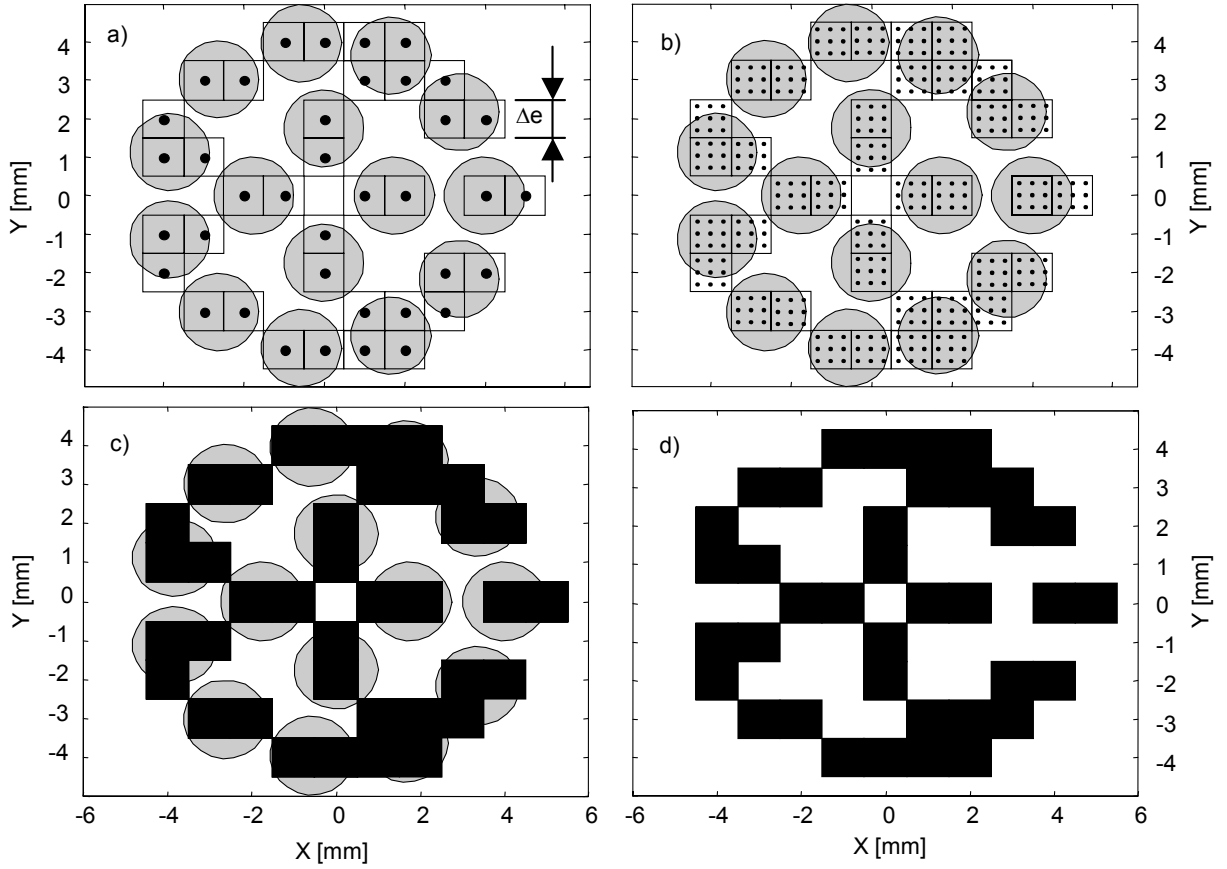
- *Apertura teórica*, formada por elementos de geometría ideal (p.e. anillos segmentados). Corresponde a la apertura diseñada (figuras 2.3a, 2.4A1 y A3).
- *Apertura real*, obtenida mediante algún método de fabricación, difiere de la geometría ideal.
- *Apertura de cálculo*, obtenida como consecuencia de la discretización espacial. Está formada por celdas cuadradas o sectoriales, elegidas de cada uno de los elementos de la apertura, resultado de muestrearla con un periodo de muestreo  $\Delta e$  y a continuación sobremuestrearla (corresponde a la apertura de color NEGRO de las figuras 2.15c y d).

Dado que la estimación de la RI está ligada a la celda (como resultado de la discretización), el método discreto tiene implícitas dos fuentes de error, debidas por un lado, a que la *apertura de cálculo* presenta distinta superficie y forma que la teórica, y por otro lado, a que el método de estimación de la RI asociado a la celda no es exacto.

Si no se realiza sobremuestreo, la *apertura de cálculo* presentará los dos tipos de error. Si se realiza sobremuestreo de grado  $s$ , presentará el primero y un determinado porcentaje del segundo. Pero si se realiza un sobremuestreo de grado  $s$  elevado, el error de computación será prácticamente nulo, obteniendo la *respuesta exacta* de la *apertura de cálculo*, que coincide con la *real*. En la figura 2.15a podemos observar una apertura teórica de 10mm de diámetro, con 15 elementos circulares que es discretizada con un periodo de muestreo  $\Delta e$ , obteniendo una apertura de cálculo (figura 2.15d), completamente distinta de la teórica inicial, tanto en forma como en superficie.

Bajo estos conceptos quedan determinadas las dos fuentes de error que afectan al método. El primero corresponde al deterioro que sufre el campo al usar una apertura distinta de la teórica, le llamamos *error de forma*  $e_F$  y se obtiene por la diferencia entre la respuesta exacta para la *apertura teórica*  $r_t$  y la respuesta exacta para la *apertura de cálculo*  $r_c$ .

$$e_F = r_t - r_c \quad (2.15)$$



**Figura 2.15:** Acción de la estrategia de elección, muestreo y sobremuestreo sobre una apertura de elementos circulares. a) Acción conjunta de un muestreo con periodo  $\Delta e$  y la estrategia de elección. b) Sobremuestreo de grado  $s = 3$ . c) Comparación entre la apertura teórica y la apertura de cálculo. d) Apertura de cálculo.

El segundo es el error de computación, resultado de aproximar las celdas cuadradas a emisores/receptores puntuales, y le llamamos *error de aproximación*,  $e_A$ :

$$e_A = r_c - r_{sc} \quad (2.16)$$

siendo  $r_c$  y  $r_{sc}$  la respuesta exacta y aproximada de la apertura discreta, cuando se realiza sobremuestreo de orden  $s$  respectivamente.

El error de aproximación aumenta con el tamaño de la celda de computación. Cuando el grado de sobremuestreo es la unidad (sin sobremuestreo), el error de aproximación es máximo. A medida que el grado de sobremuestreo  $s$  aumenta,  $e_A$  se hace cada vez más pequeño, y cuando  $s$  es grande,  $r_{sc} \approx r_c$  y  $e_A$  tiende a cero.

Finalmente, el *error de discretización*  $e_D$ , es el error total, y se obtiene como la suma de los dos anteriores:

$$e_D = e_F + e_A = r_t - r_c + r_c - r_{sc} = r_t - r_{sc} \quad (2.17)$$

es decir,  $e_D$  es el resultado de comparar la respuesta exacta de la *apertura teórica*  $r_t$ , y la respuesta  $r_{sc}$  obtenida con un determinado grado de sobremuestreo  $s$ , para la *apertura de cálculo*. Como antes, si  $s = 1$ , el error de discretización será máximo y cuando  $s$  es elevado,  $e_D$  será mínimo y prácticamente igual al *error de forma*.

El cálculo de estos errores es válido para todo punto del espacio  $\vec{x}$  y para todo instante de tiempo  $t$ , siendo aplicables tanto a la respuesta impulsiva  $h_A(\vec{x}, t)$ , como al campo de presiones  $p(v, \vec{x}, t)$ .

Por otro lado, existirá un compromiso entre frecuencia de muestreo espacial y el tiempo de cálculo, el cual, inevitablemente se incrementará a medida que la celda se escoja más pequeña. Pero, independientemente del tiempo de cálculo, mediante una adecuada entrada de datos, este método permite describir el campo radiado por aperturas reales fabricadas usando composites tipo 1-3, según el apartado 2.4.5.

### Expresión del error

Para medir los errores de forma, de aproximación y de discretización, este último como la suma de los dos primeros, se realizan comparaciones basadas en perfiles laterales y axiales de presión, con distintas condiciones de excitación del array, en relación al método exacto. El problema que se plantea, es que el error cuadrático de la expresión 2.13 no es lineal, y no sirve para evaluar la suma de ambos. Por eso, definimos un segundo índice para evaluar el error, como la diferencia absoluta de áreas (*error absoluto*):

$$e_D(\%) = 100 \frac{\left| \sum_{i=1}^{N_p} (p_i - p_{ri}) \right|}{\sum_{i=1}^{N_p} p_{ri}} = 100 \frac{|P - P_r|}{P_r} \quad (2.18)$$

donde  $P$  y  $P_r$  son las áreas encerradas por cada perfil y el eje de abcisas.

En las simulaciones que se presentan a continuación, mientras no se mencione expresamente, los errores de las expresiones 2.15, 2.16 y 2.17 necesitan el cálculo de una expresión lineal, por lo que se calcularán según la expresión 2.18, tanto para banda ancha (BA) como para onda continua (OC). Por otro lado, los resultados medidos con el índice RMS son siempre inferiores que los medidos con el absoluto.

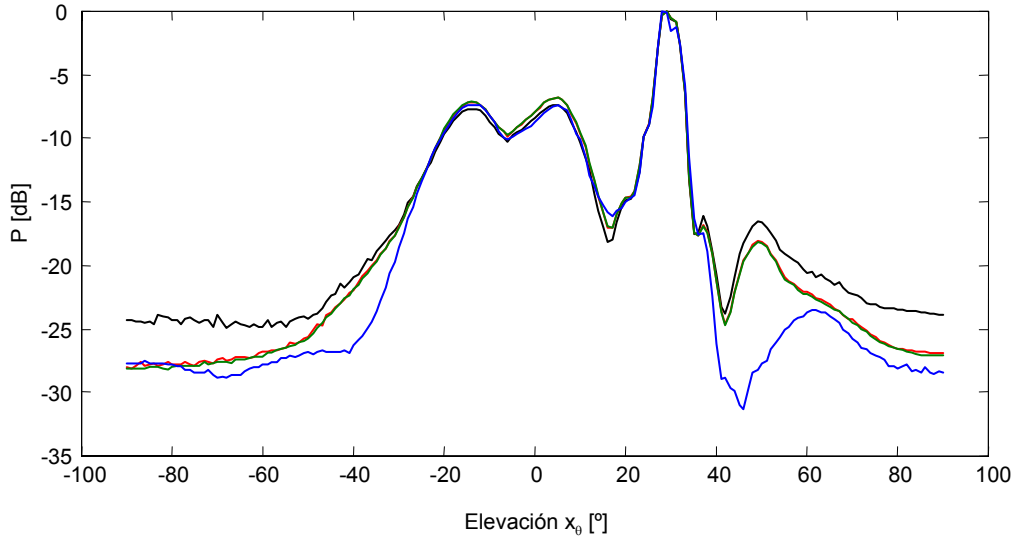
$s$	$N_c$	Area (%)	Tiempo de cálculo (%)	$e_F$ para BA $r_t - r_c$ (%)	$e_A$ para BA $r_c - r_{sc}$ (%)	$e_D$ para BA $e_F + e_A$ (%)	$e_D$ para OC (%)
1 ( $r_{sc1}$ )	898	71.46	6.3	4.93	11.06	15.99	20.73
2 ( $r_{sc2}$ )	3592	"	16.15	4.93	2.03	6.96	10.76
3 ( $r_{sc3}$ )	8082	"	32.37	4.93	0.67	5.60	8.97
4 ( $r_{sc4}$ )	14368	"	55.03	4.93	0.20	5.13	8.55
5 ( $r_c$ )	22450	"	85.21	4.93	0	4.93	8.24
TEÓRICA ( $r_t$ )	-	75.03	100	0	0	0	0

**Tabla 2.2:** Tiempo de cálculo y errores para banda ancha (BA) y para onda continua (OC), del perfil lateral a 25mm de profundidad para la apertura teórica A1 de la figura 2.4 y de cálculo focalizando en emisión en el punto  $x^F(25mm, 30^\circ, 0^\circ)$ , para distintos grados de sobremuestreo.

### 2.4.7 Evaluación de errores: influencia del grado de sobremuestreo

Para analizar la influencia del grado de sobremuestreo, el periodo de muestreo espacial elegido es  $\Delta e_n = 1/4$ , una medida de la celda básica de fabricación que se puede conseguir con los actuales medios de fabricación para valores de  $e \geq 0.7mm$ . La apertura de cálculo, con este periodo de muestreo, cuenta con  $N_c = 898$  celdas que cubren el 71.46% de la superficie total, mientras que la teórica, cuyas características se muestran en la tabla 2.1, cuenta con el 75.03%. La forma de la apertura teórica (A1) y de cálculo (a), se observan en la figura 2.4, apreciándose claramente sus diferencias, debido a que el periodo de muestreo espacial  $\Delta e_n$  usado es relativamente grande, a pesar de que tiene un tamaño equiparable a la celda básica de fabricación del array. Cuando  $\Delta e_n$  es relativamente grande, la estrategia de fabricación cobra especial relevancia. Por poner un ejemplo, un pequeño giro en la posición de la apertura teórica, generará una apertura real diferente. Extrapolando al método de fabricación, podemos decir, que un pequeño giro del circuito flexible del elemento conductor, dará lugar a un array que se puede comportar de forma diferente.

Además, se puede comprobar la influencia del grado de sobremuestreo. Para ello, se analizan perfiles laterales con focalización esférica en emisión, de la apertura discretizada para distintos grados de sobremuestreo. Con idea de eliminar en lo posible la influencia del muestreo temporal, se toman 1000 puntos en el cálculo de la RI.



**Figura 2.16:** Perfiles laterales para banda ancha a 25mm de profundidad, para la apertura teórica y real con focalización fija en emisión en  $x^F(25mm, 30^\circ, 0^\circ)$ . Respuesta exacta para la apertura teórica  $r_t$  (AZUL). Respuesta exacta para la apertura real  $r_c$  (VERDE). Respuesta para un grado de sobremuestreo  $s = 3$  (ROJO) y con  $s = 1$  (NEGRO).

En la tabla 2.2 se reflejan dos aspectos importantes de la discretización cómo son: el tiempo de cálculo de la RI, que según la expresión 2.10 es proporcional al número de celdas, y por otro lado, la superficie útil o activa que determina la amplitud del campo de presiones. Concretamente, en la citada tabla se refleja cómo debido a este aspecto, la presión obtenida a partir de la apertura teórica, presenta niveles de intensidad ligeramente superiores a los de la apertura discretizada. En la misma tabla, también se desglosan los distintos tipos de error, para diferentes grados de sobremuestreo, según las expresiones 2.15, 2.16 y 2.17 para banda ancha y  $e_D$  para onda continua (OC). El perfil de referencia corresponde a la presión exacta de la apertura teórica  $r_t$ . La apertura de cálculo se ha obtenido para distintos grados de sobremuestreo  $s$ . Como respuesta exacta para la apertura de cálculo  $r_c$ , se ha tomado un grado de sobremuestreo  $s = 5$ .

En la tabla 2.2 se observa cómo el tiempo de cálculo aumenta con el grado de sobremuestreo, ya que aumenta considerablemente el número de celdas, pero siempre es inferior al obtenido con el método exacto. Resaltar que el tiempo de cálculo, varía de forma lineal con el número de celdas en que queda dividida la apertura. Usando un ordenador personal PIII-667MHz, la capacidad de procesamiento es de 413 celdas/seg, y además, un tiempo de cálculo fijo e independiente del número de celdas de 2.5 seg. Por otro lado, el error de

$s$	Tiempo de cálculo (%)	$e_F$ para BA $r_t - r_c$ (%)	$e_A$ para BA $r_c - r_{sc}$ (%)	$e_D$ para BA $e_F + e_A$ (%)	$e_D$ para OC (%)
1 ( $r_{sc1}$ )	6.9	6.98	5.25	12.23	16.57
2 ( $r_{sc2}$ )	18.39	6.98	1.13	8.09	10.41
3 ( $r_{sc3}$ )	37.80	6.98	0.39	7.37	9.32
4 ( $r_{sc4}$ )	63.69	6.98	0.09	7.07	8.90
5 ( $r_c$ )	98.69	6.98	0	6.98	8.76
TEÓRICA ( $r_t$ )	100	0	0	0	0

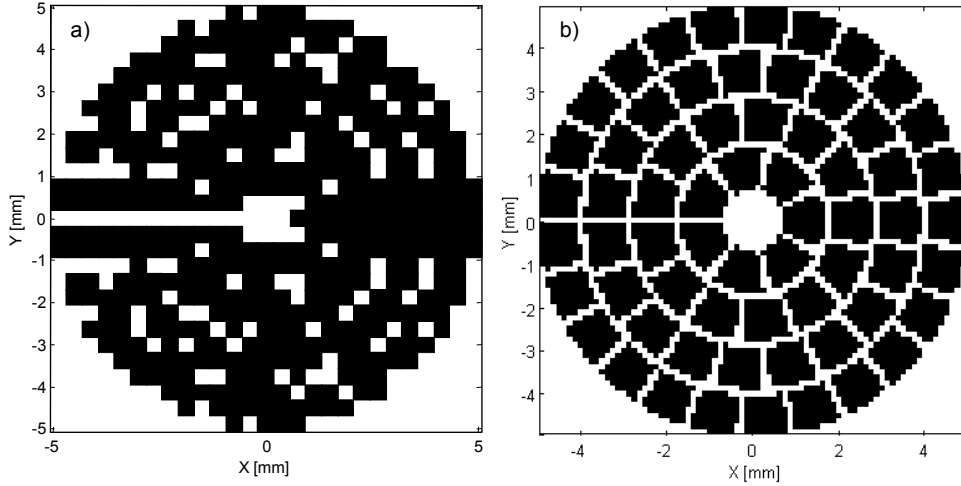
**Tabla 2.3:** Tiempo de cálculo y errores para banda ancha (BA) y para onda continua (OC), del perfil axial con focalización dinámica deflectando  $30^\circ$ , de las aperturas teóricas y de cálculo de la apertura A1, mostradas en la figura 2.4, para distintos grados de sobremuestreo.

discretización  $e_D$ , aunque lógicamente disminuye al aumentar el grado de sobremuestreo, no lo hace nunca por debajo del 5% para BA ni del 8% para OC, debido a las diferencias de superficie y forma  $e_F$  entre las dos aperturas. Para grados de sobremuestreo  $s \geq 3$ , los errores se mantienen prácticamente constantes, tanto para BA como para OC. Finalmente, los errores para OC son del orden de un 60% superiores casi en todos los casos a los de BA.

En dicha tabla también se observa que el error de forma  $e_F$  no depende del grado de sobremuestreo y, es prácticamente igual al error global para grados de sobremuestreo superiores a 2. En cambio, para bajos grados de sobremuestreo ( $s \leq 2$ ), el error de aproximación  $e_A$  llega a ser relativamente alto.

Los distintos perfiles laterales para BA se muestran en la figura 2.16. Donde más coincidencias se producen, y por tanto, las zonas donde la respuesta de una apertura real, se aproxima en mayor medida a la teórica, corresponde a la zona próxima al haz principal y a la de los lóbulos de rejilla, que son las zonas donde el campo adquiere mayor amplitud. Aunque las diferencias absolutas se reparten a lo largo del perfil, estas son amplificadas en las zonas con menor amplitud, cuando se expresan en decibelios (dB), como sucede en esta figura.

Además, se ha realizado también un análisis del error correspondiente a perfiles axiales con focalización dinámica, deflectando  $30^\circ$  para las mismas aperturas. Los resultados muestran, que tanto los tiempos de cálculo como los errores para BA y OC, se mantienen



**Figura 2.17:** Influencia del tamaño de celda. Apertura A1 con celdas de tamaño relativo: a)  $3/8$  y b)  $1/8$ .

en niveles muy similares a los perfiles laterales del estudio anterior, según se muestra en la tabla 2.3.

### 2.4.8 Cálculo de aperturas reales: influencia del tamaño de celda

A continuación, se realiza un estudio de tres aperturas reales con diferente tamaño de celda, en sintonía con el tamaño de celda, que se obtiene con los actuales medios de fabricación de composites piezocerámicos. En la figura 2.17 se muestran dos aperturas reales de las tres sobre las que se realiza el estudio, obtenidas a partir de la apertura teórica A1, con tamaños de celda  $\Delta e_n$  diferentes: a)  $3/8$  y b)  $1/8$ . En ella se observa para la apertura A1, cómo con un tamaño de celda relativamente grande ( $3/8$ ), no se distinguen los distintos elementos que componen la apertura, mientras que cuando el tamaño de celda es más pequeño ( $\Delta e_n = 1/8$ ), cada uno de los elementos se adapta a su forma teórica.

El cálculo de error (evaluado mediante el índice RMS) para estas aperturas, se realiza aplicando un grado de sobremuestreo elevado ( $s = 5$ ), para minimizar el error por aproximación ( $e_A \approx 0$ ). Así, el error total de discretización  $e_D$  coincidirá con el error de forma  $e_F$  como la diferencia entre la respuesta exacta para la apertura teórica  $r_t$  y la respuesta exacta para la apertura de cálculo  $r_c$ :

$$e_D = e_F + e_A \approx r_t - r_c = e_F$$

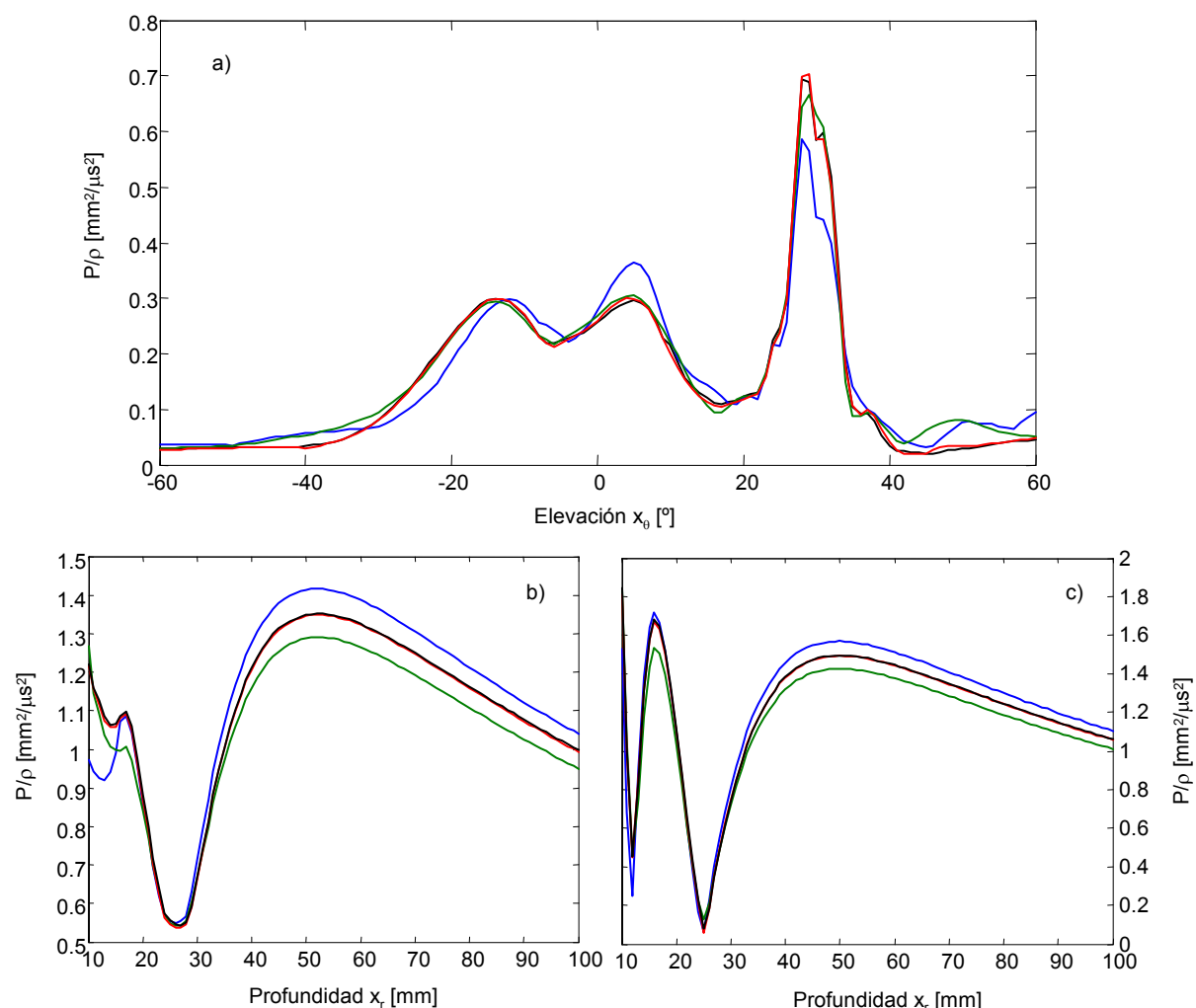
$\Delta e_n$	$N_c$	Tiempo de cálculo (%)	$e_D$ para BA (%)	$e_D$ para OC (%)	Area (%)
$3/8 (r_{c1})$	436	41.01	5.55	8.67	78.06
$2/8 (r_{c2})$	898	85.21	2.78	4.84	71.46
$1/8 (r_{c3})$	3756	416.6	0.72	1.45	74.72
<i>TEÓRICA</i> ( $r_t$ )	-	100.0	0	0	75.03

**Tabla 2.4:** Influencia del tamaño de la celda. Errores RMS del perfil lateral a 25mm de profundidad focalizando en el punto  $x^F(25mm, 30^\circ, 0^\circ)$ , de la apertura A1 para tres tamaños de celda, definidos por los periodos de muestreo espacial  $\Delta e_n = \{3/8, 2/8, 1/8\}$ .

En la tabla 2.4 se indican las características de la apertura de cálculo, obtenidas con los tres tamaños de celda, así como los errores respecto a la apertura teórica, para el perfil lateral de presiones de la figura 2.18a, donde se han tomado 1000 puntos de la RI, con objeto de eliminar la posible influencia del muestreo temporal. En la tabla se aprecia cómo el número de celdas se multiplica casi por 9 entre la apertura de mayor y menor tamaño de celda, de ahí las diferencias de la figura 2.17. Además, el incremento del número de celdas provoca, que el tiempo de cálculo se incremente en la misma proporción, como se mostró en el apartado anterior. Por otro lado, de los tres tamaños de celda, el que se aproxima en mayor medida a la superficie teórica es el de 1/8, provocando errores inferiores, mientras que para 3/8 y para 2/8, aunque ambas se alejan casi igual de la superficie teórica, el error de discretización es mayor en la primera que en la segunda.

En el perfil lateral de presiones de la figura 2.18a, se observa en qué zonas las diferencias son más acentuadas. Salvo con el tamaño de celda mayor (3/8), los perfiles se aproximan en casi todos los puntos bastante bien al obtenido con la apertura teórica, como así lo reflejan los errores de la tabla 2.4.

Para comprobar si las diferencias de superficie útil de cada una de las tres aperturas reales con distintos tamaños de celda, se trasladan al campo de presiones, se ha realizado un perfil axial a  $x_\theta = 0^\circ$  sin focalización. En la tabla 2.5, se muestran los resultados comparativos del error de discretización tomando el índice RMS. Los errores de forma, correspondientes a cada una de las aperturas, se encuentran en sintonía con las diferencias de superficie respecto de la teórica, aunque las desviaciones son más altas con banda ancha.



**Figura 2.18:** Influencia del tamaño de celda. a) Perfiles laterales obtenidos con las características de focalización de la tabla 2.4. b) y c) Perfiles axiales sin focalizar: b) para BA y c) para OC. Tamaños de celda: AZUL: 3/8. VERDE: 2/8. ROJO: 1/8 y NEGRO: TEÓRICA.

Por otro lado, el perfil axial de presiones que se muestra en la figura 2.18b y c, reproduce las diferencias de superficie de las tres aperturas. Se observa, cómo a partir del límite de campo lejano (50mm), para estas dos aperturas que difieren en mayor medida respecto de la superficie útil, sus diferencias relativas respecto de la teórica, permanecen prácticamente invariables con la profundidad.

### 2.4.9 Cálculo de aperturas ideales o teóricas

En el apartado 2.4.2, se realizó un análisis de la influencia del muestreo espacial en el error y tiempo de computación, de una apertura teórica (ideal). En cambio, la discretización de

$\Delta e_n$	Tiempo de cálculo (%)	$e_D$ para BA (%)	$e_D$ para OC (%)	Area (%)
3/8	79.49	5.10	4.32	78.06
2/8	162.1	3.86	3.54	71.46
1/8	666.7	0.42	0.41	74.72
TEÓRICA	100	0	0	75.03

**Tabla 2.5:** Influencia del tamaño de la celda en el error RMS del perfil axial ( $x_\theta^F = 0^\circ$ ,  $x_r^F = \infty$ ) para BA y OC en comparación con la apertura teórica.

una apertura, siempre genera las dos fuentes de error descritas anteriormente, llamadas error de forma  $e_F$  y de aproximación  $e_A$ . Estos errores, se pueden evaluar de forma independiente, y todo lo estudiado en el apartado anterior para aperturas reales, se puede aplicar también a las aperturas ideales, independientemente que se use un periodo de muestreo espacial  $\Delta e$  grande o pequeño.

Lo que en determinados casos puede suceder, es que alguna de las dos fuentes de error se anule, como ocurre con el muestreo polar, donde el error de forma es nulo, pues el conjunto de celdas resultante de la discretización, reproduce fielmente a cada elemento. El único error que existirá en este caso, es el de aproximación.

En el caso de muestreo rectangular, ambos errores existirán en mayor o menor medida dependiendo del tamaño de celda  $\Delta e$ . Para separar ambos tipos de error, basta con anular el error de aproximación, sobremuestreando con un grado  $s$  alto cada celda, una vez discretizada la apertura. En la tabla 2.2 se ha calculado el error de forma ( $e_F = 4.93\%$ ) sobremuestreando las celdas originales con  $s = 5$  en la apertura A1 y posteriormente se ha obtenido el error de aproximación que es  $e_A = 11.06\%$  ( $e_A = e_D - e_F$ ) para el muestreo original  $\Delta e_n = 1/4$ .

Bajo este punto de vista, las aperturas teóricas son un caso particular de las reales, cuando se usa un periodo de muestreo espacial  $\Delta e$  pequeño. Por otro lado, separar ambos tipos de error, solo adquiere sentido cuando  $\Delta e$  es grande, y también los errores cometidos.

# Capítulo 3

## Conformación del haz en arrays AS

La estructura en array, convierte al propio sensor mediante el control de la ganancia y del retardo del pulso de excitación de cada elemento, en un versátil filtro espacial. Gracias a este control, es posible direccionar el haz principal, así como reducir la presencia de ruido y de interferencias sobre la señal recibida. Al conjunto de técnicas que permiten modelar la forma del campo producido por un array, se las conoce como técnicas de conformación del haz. Su aplicación se extiende por diferentes campos, tanto en electromagnetismo (radar, radiocomunicaciones, etc) [VV88] [Gda97], como en acústica (sonar, imagen acústica, etc) [Mac83].

En este capítulo se estudia cómo influyen en las características de la imagen, las distintas técnicas de conformación del haz que se realizan sobre los elementos del array: lentes de focalización y funciones de apodización. En ambos casos, se ensayan diferentes funciones válidas para emisión y/o para recepción, aunque solo se consideran los resultados en un solo sentido, bien sea de emisión o recepción.

Primeramente, se estudia cómo influyen las lentes de focalización, en las características de la imagen. Es conocido, que la focalización dinámica es la que optimiza la imagen en recepción [Fos89] [Lu90]. En cambio, en emisión interesa usar perfiles de lentes, capaces de producir un haz ultrasónico uniforme y estrecho a lo largo de una línea, como los campos de difracción limitada [Dur87-2] (limited diffracting beams). Existen diversas posibilidades para crear este tipo de haces, tales como la focalización cónica [Pat82] [Hol98] y emitir con los anillos exteriores del array [DH81] [Son89].

En segundo lugar, se analiza como influye en las características del haz ultrasónico,

distintas funciones de apodización (o filtros espaciales), que modulan la amplitud de los pulsos en emisión (apodización en emisión) o en recepción (apodización en recepción).

En ambos casos, la influencia sobre las características de la imagen, afectan principalmente al nivel de presión, a la resolución lateral, a la profundidad de foco y al contraste. No se exponen mecanismos para mejorar la resolución axial, que viene determinada por las características del pulso de excitación (frecuencia y ancho de banda), intrínsecas de la electrónica y de las características electromecánicas del transductor, y no de la estrategia de conformación del haz, usada para generar las imágenes.

### 3.1 Focalización electrónica

La focalización electrónica permite implementar sistemas de barrido electrónico, capaces de elaborar imágenes de forma más rápida que otros sistemas de barrido mecánico, eliminando al mismo tiempo los errores inherentes de los sistemas mecánicos como holguras, falta de precisión en el movimiento, etc.

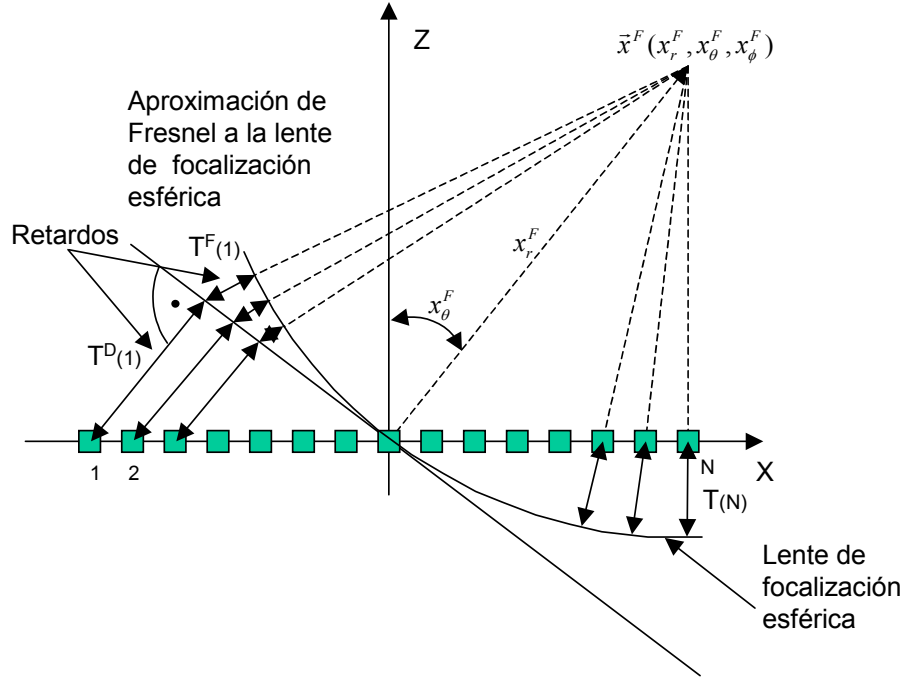
También permite variar la forma del haz, aplicando retardos que emulan lentes acústicas, mejorando así las propiedades del sistema de imagen.

Una lente de focalización electrónica, queda definida por los retardos que compensan la diferencia de recorridos, entre cada uno de los elementos del array, y un punto o una dirección determinada del espacio, de forma que, las señales acústicas que emiten los distintos elementos, actúan de forma simultánea, formando un nuevo haz principal sobre la zona de interés.

El tiempo  $t_i$  que la señal procedente del elemento  $i$  del array, tarda en llegar al punto del espacio  $\vec{x}^F$ , viene determinado por la siguiente expresión:

$$\begin{aligned}
 t_i(\vec{x}^F) &= \frac{1}{c} \sqrt{(x_x^F - x_{xi})^2 + (x_y^F - x_{yi})^2 + (x_z^F)^2} \\
 &= \frac{1}{c} \sqrt{(x_r^F \sin x_\theta^F \cos x_\phi^F - x_{xi})^2 + (x_r^F \sin x_\theta^F \sin x_\phi^F - x_{yi})^2 + (x_r^F \cos x_\theta^F)^2} \\
 &= \frac{1}{c} \sqrt{1 + \frac{x_{xi}^2 + x_{yi}^2}{(x_r^F)^2} - 2 \frac{(x_{xi} \cos x_\phi^F + x_{yi} \sin x_\phi^F)}{x_r^F} \sin x_\theta^F} \\
 &= \frac{x_r^F}{c} \sqrt{1 + \frac{x_{Ri}^2}{(x_r^F)^2} - 2 \frac{Q_i}{x_r^F} \sin x_\theta^F} \tag{3.1}
 \end{aligned}$$

siendo  $x_{Ri}^2 = x_{xi}^2 + x_{yi}^2$  y  $Q_i = x_{xi} \cos x_\phi^F + x_{yi} \sin x_\phi^F$ .



**Figura 3.1:** Lente de focalización acústica. Der: focalización esférica, Izq: aproximación de Fresnel.

Donde  $(x_{xi}, x_{yi}, 0)$  son las coordenadas cartesianas del centro del elemento  $i$  y  $\vec{x}^F(x_r^F, x_\theta^F, x_\phi^F)$  y  $\vec{x}^F(x_x^F, x_y^F, x_z^F)$  son las coordenadas esféricas y cartesianas respectivamente del punto  $\vec{x}^F$  que denominamos foco (ver figura 3.1). Para focalizar *esféricamente* el haz en el foco, los retardos  $T_i(\vec{x}^F)$  de todos los elementos que forman la lente, se calculan de manera que, todas las señales lleguen desde los elementos al foco simultáneamente:

$$t_i(\vec{x}^F) + T_i(\vec{x}^F) = cte \quad \forall i \quad (3.2)$$

siendo el valor de  $cte$ , tal que los retardos  $T_i$  sean siempre positivos.

Cuando la distancia desde el array al foco cumple la condición  $x_r^F \gg D/2$ , la expresión 3.1 puede ser aproximada mediante el desarrollo binomial:

$$\sqrt{1+b} \approx 1 + \frac{b}{2} - \frac{b^2}{8} + \dots \quad |b| \ll 1$$

de tal forma que, el tiempo  $t_i$  que la señal del elemento  $i$  del array tarda en llegar al foco  $\vec{x}^F$ , viene dado por la expresión:

$$\begin{aligned} t_i(\vec{x}^F) &= \frac{x_r^F}{c} \sqrt{1 + \frac{x_{Ri}^2}{(x_r^F)^2} - 2 \frac{x_{Ri}}{x_r^F} \sin x_\theta^F} \\ &= \frac{x_r^F}{c} \left( 1 + \frac{x_{Ri}^2}{2(x_r^F)^2} - \frac{Q_i}{x_r^F} \sin x_\theta^F - \frac{Q_i^2}{2(x_r^F)^2} \sin^2 x_\theta^F + O()^3 \right) \end{aligned} \quad (3.3)$$

incluyendo en  $O()^3$  los términos del desarrollo de orden igual o superior a 3.

El desarrollo binomial, permite descomponer el tiempo de vuelo del ultrasonido en cuatro sumandos, definidos en la expresión 3.3, que son de izquierda a derecha:

- Una constante para todos los elementos del array, que depende de la distancia radial desde el centro del array al foco  $x_r^F$ .
- Un segundo sumando, que depende parabólicamente de la distancia del elemento al centro del array  $x_{Ri}$ .
- Un tercer sumando, que depende de la orientación del foco respecto de cada elemento del array  $(x_\theta^F, x_\phi^F)$ .
- Finalmente, el último sumando es una mezcla de los dos anteriores.

Teniendo en cuenta que el primer sumando es el mismo para todos los elementos del array, y despreciando los términos de orden superior a 2, los retardos  $T_i$  de la expresión 3.2 de la lente acústica, quedan definidos por:

$$T_i(\vec{x}^F) = \frac{Q_i}{c} \sin x_\theta^F + \frac{Q_i^2}{2x_r^F c} \sin^2 x_\theta^F - \frac{x_{Ri}^2}{2x_r^F c} \quad (3.4)$$

Cuando el array es lineal, se cumple:  $x_{yi} = 0$ ,  $x_\phi^F = 0 \implies x_{xi} = Q_i = x_{Ri}$ , y la expresión 3.4 se convierte en:

$$T_i(\vec{x}^F) = \frac{x_{Ri}}{c} \sin x_\theta^F - \frac{x_{Ri}^2}{2x_r^F c} \cos^2 x_\theta^F \quad (3.5)$$

La descomposición binomial también es conocida como *aproximación de Fresnel* de la lente esférica, y permite dividir el cálculo de los retardos que forman la lente, en solo dos términos (ver figura 3.1), despreciando el término central de la expresión 3.4:

$$T_i(\vec{x}^F) = T_i^D(x_\theta^F, x_\phi^F) + T_i^F(x_r^F) \quad (3.6)$$

- Por un lado, la *deflexión* del haz  $T_i^D$ , que orienta el campo en una dirección determinada  $x_\theta^F$ :

$$T_i^D(x_\theta^F, x_\phi^F) = \frac{Q_i}{c} \sin x_\theta^F \quad (3.7)$$

Este término depende de la orientación del foco, pero no de la distancia focal. La deflexión es aplicable tanto en campo cercano como en campo lejano.

- Por otro lado, la *focalización*  $T_i^F$  permite adaptar la curvatura de la lente a la distancia focal, mejorando el comportamiento de la apertura en campo cercano, que es la zona de interés en la mayoría de las aplicaciones ultrasónicas:

$$T_i^F(x_r^F) = -\frac{x_{Ri}^2}{2x_r^F c} \quad (3.8)$$

Corresponde a una aproximación parabólica del casquete esférico que supone la focalización esférica. Es decir, los retardos de focalización que corresponden al término de focalización, se aproximan por un paraboloide de revolución dado por la expresión 3.8.

Esta aproximación al cálculo de los retardos de una lente esférica, permite su cómputo mucho más rápido y facilita la implementación de la focalización dinámica.

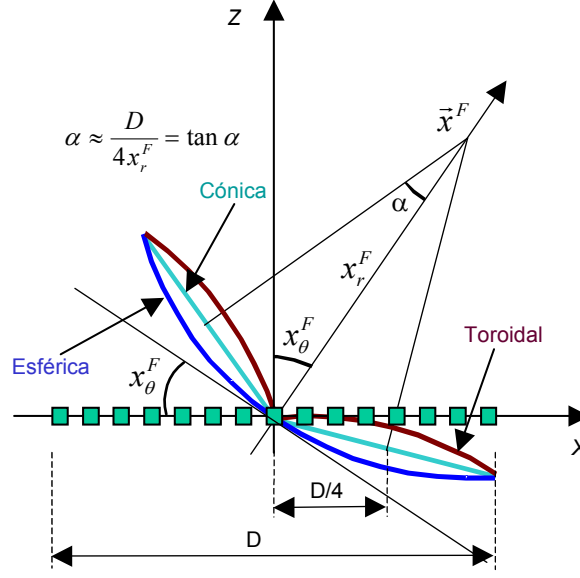
Para el estudio de las diferentes lentes de focalización, vamos a tener presente el *ángulo de focalización*  $\alpha$  de la lente cónica [Mar02], que es el ángulo del semicono, que se formaría al unir el foco, con los extremos de un hipotético transductor circular de diámetro  $D/2$ , según la figura 3.2. Este ángulo es una medida de la curvatura de la lente y se expresa mediante:

$$\alpha = \arctan\left(\frac{D}{4x_r^F}\right) = \arctan\left(\frac{1}{4F}\right); \quad x_r^F = \frac{D}{4 \tan \alpha} \approx \frac{D}{4\alpha} \quad (3.9)$$

tal aproximación es posible, pues los ángulos de focalización suelen ser inferiores a  $7^\circ$ , que equivalen a focos situados a mayor distancia que  $2D$  del array, evitando curvaturas excesivamente fuertes. Cuando el foco se encuentra en el límite entre el campo cercano y lejano,  $1/\alpha$  representa el número de veces que el diámetro contiene a una longitud de onda del pulso de excitación, es decir:  $D/\lambda$ .

Las lentes de focalización electrónica se pueden clasificar, atendiendo al ángulo de focalización en: lentes de *curvatura fuerte* ( $\alpha \geq 6^\circ$ ), de *curvatura media* ( $3^\circ < \alpha < 6^\circ$ ) y de *curvatura débil* ( $\alpha \leq 3^\circ$ ). Para un ángulo de focalización de  $0^\circ$ , el foco se sitúa en el infinito, y por tanto, solo puede existir deflexión (no focalización). Para que la energía se concentre a lo largo de la línea focal, se usan lentes con curvatura media o débil. Mientras que con curvaturas fuertes, la energía se concentra en las proximidades del foco, haciendo que el haz se disperse excesivamente, tanto delante como detrás del foco, con la correspondiente pérdida de resolución.

A partir del ángulo de focalización  $\alpha$ , y basándonos en la figura 3.2, los retardos de focalización de la expresión 3.6 se pueden rescribir según la lente sea cónica, esférica ó



**Figura 3.2:** Perfil geométrico de las lentes de focalización cónica (CYAN), esférica (AZUL) y toroidal (MARRÓN).  $x_r^F$  es la profundidad de foco,  $x_\theta^F$  es el ángulo de deflexión y  $\alpha$  el ángulo de focalización.

toroidal según:

1. Un término de deflexión pura  $T_i^D(x_\theta^F, x_\phi^F)$  dado por la expresión 3.7.

Por otro lado, el término de focalización  $T_i^F(\cdot)$  de la expresión 3.8 se puede descomponer en otros dos términos, que son:

2. Un término lineal axisimétrico de focalización cónica, que determina la curvatura de la lente:

$$T_i^\alpha(\alpha) = -\frac{x_{Ri}}{c} \tan \alpha \quad (3.10)$$

3. Un término cuadrático de focalización:

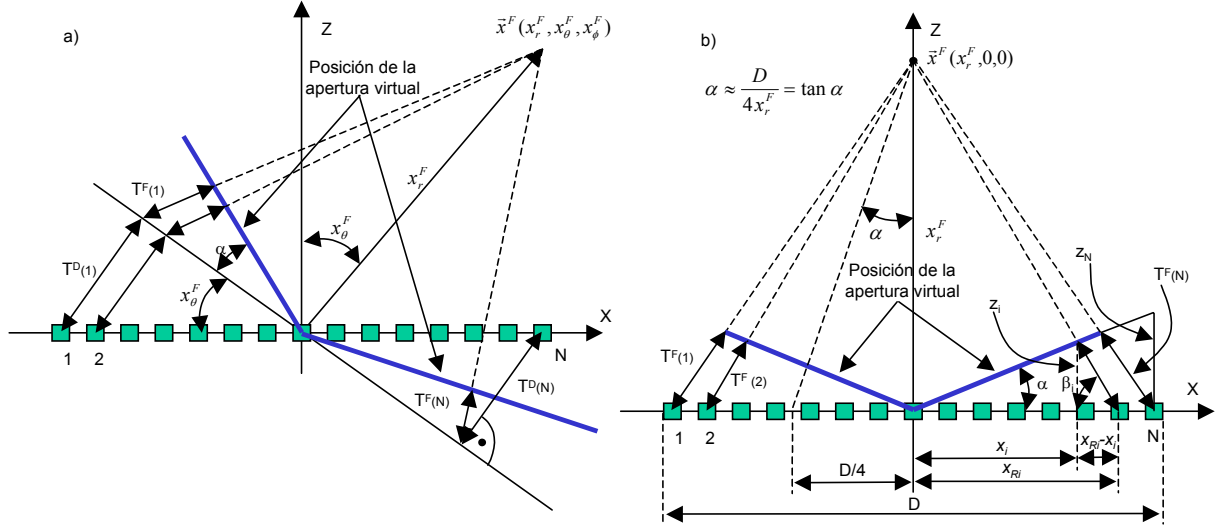
$$T_i^{CU}(x_r^F) = -\frac{(x_{Ri} - D/4)^2}{2x_r^F c} \quad (3.11)$$

Así, los retardos para cada una de las tres lentes son:

$$T_i^{CON} = T_i^D(x_\theta^F, x_\phi^F) + T_i^\alpha(\alpha) \quad \text{para lente cónica} \quad (3.12)$$

$$T_i^{ESF} = T_i^D(x_\theta^F, x_\phi^F) + T_i^\alpha(\alpha) + T_i^{CU}(x_r^F) \quad \text{para lente esférica} \quad (3.13)$$

$$T_i^{TOR} = T_i^D(x_\theta^F, x_\phi^F) + T_i^\alpha(\alpha) - T_i^{CU}(x_r^F) \quad \text{para lente toroidal} \quad (3.14)$$



**Figura 3.3:** Focalización cónica en un array lineal. a) Retardos de focalización ( $T^F$ ) y deflexión ( $T^D$ ). b) Retardos de solo focalización ( $T^F$ ).

En los siguientes apartados se realiza un desarrollo más detallado de estas lentes, de las que se usan expresiones exactas para los retardos.

### 3.1.1 Lente cónica

Los retardos de focalización, al igual que en la aproximación de Fresnel a la lente esférica, constan de dos términos: uno de deflexión  $T_i^D$  de ángulo  $(x_\theta^F, x_\phi^F)$  y otro de focalización cónica  $T_i^F$  formando un ángulo  $\alpha$  (ángulo del cono de focalización) respecto de la apertura virtual deflectada (figura 3.3).

Cuando se produce deflexión del haz, el término de deflexión de la expresión 3.7, sitúa al array virtual perpendicular a la dirección del foco. El ángulo  $\beta_i$  (figura 3.3b) entre el centro de cada elemento de la apertura virtual y el foco se calcula según:

$$\beta_i = \arctan\left(\frac{x_r^F}{x_{Ri}}\right) \quad (3.15)$$

Igualando  $z_i$  mediante la proyección del retardo sobre el plano del transductor denominado  $x_{Ri} - x_i$ :

$$z_i = (x_{Ri} - x_i) \tan \beta_i = x_i \tan \alpha$$

y como el retardo de focalización es función de  $x_i$ :

$$T_i^F = -\frac{x_{Ri} - x_i}{c \cos \beta_i}$$

sustituyendo, se obtiene el valor exacto del término de focalización  $T_i^F$ :

$$T_i^F = -\frac{\tan \alpha}{c \cos \beta_i (\tan \alpha + \tan \beta_i)} x_{Ri} \quad (3.16)$$

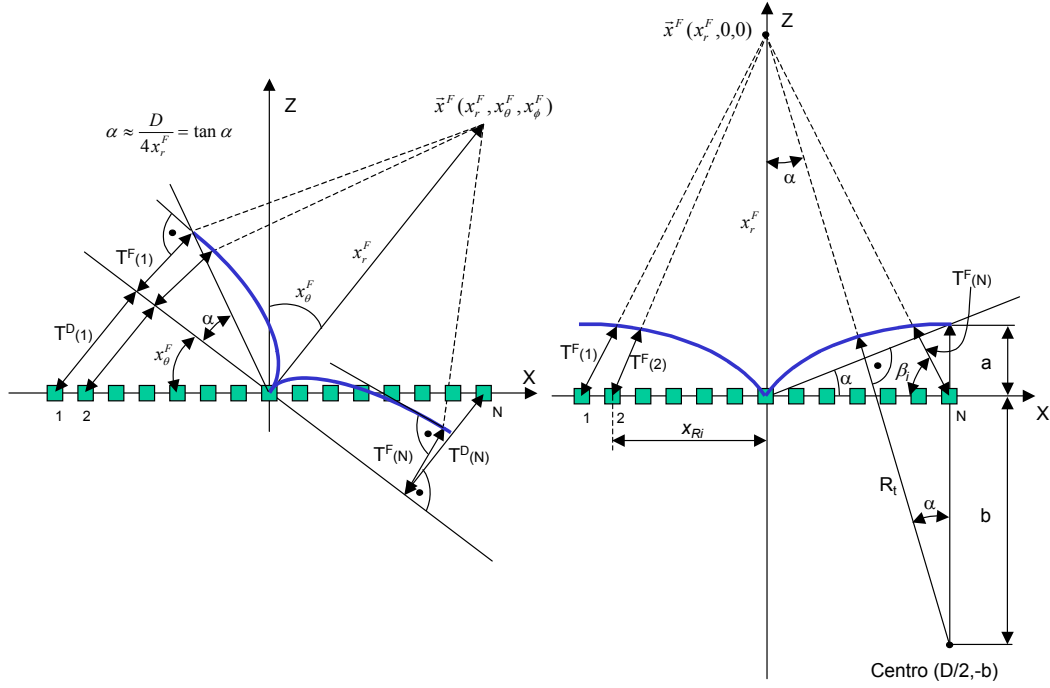
realmente, para ángulos  $\alpha$  pequeños y  $\beta_i$  grandes (curvaturas medias y débiles), el denominador tiende a  $c$ , y la expresión 3.16 se puede escribir:  $T_i^F \approx -\frac{\tan \alpha}{c} x_{Ri} = T_i^\alpha(\alpha)$  (expresión 3.12). En estas condiciones, el término  $\tan \alpha$  del numerador se puede aproximar por  $\alpha$ , y se tiene  $T_i^F \approx -\frac{\alpha}{c} x_{Ri}$ . Sin embargo, a medida que se va reduciendo la distancia radial del foco  $x_r^F$  (mayor curvatura), estas aproximaciones generan errores crecientes en comparación con la expresión exacta 3.16. Independientemente de si los retardos de focalización se calculan exactamente o por cualquiera de sus aproximaciones, el retardo de focalización cónica es proporcional a la distancia radial de cada anillo  $x_{Ri}$ , y la constante de proporcionalidad  $\alpha/c$  ó  $\tan(\alpha)/c$  establece la pendiente del cono de la lente, que coincide con el ángulo de focalización de la expresión 3.9.

### 3.1.2 Lente toroidal

De igual forma que para la aproximación de Fresnel de la lente esférica y para la lente cónica, los retardos de focalización de la lente toroidal, se dividen en una deflexión pura más una focalización. El término de deflexión es el mismo que en ambos casos, y el de focalización se calcula siguiendo un razonamiento parecido a la focalización cónica, observando la figura 3.4.

Al igual que con focalización cónica, se establece un cono de focalización de ángulo  $\alpha$ , como resultado de unir los dos extremos del arco de circunferencia que engendra el toro. Esta generatriz, al igual que en la lente cónica, corresponde a la posición de los elementos sobre el array virtual, una vez aplicados los retardos de focalización.

El centro del arco de circunferencia que al girar alrededor del eje  $Z$  engendra el toro [Yam82] vendrá definido por las coordenadas  $(D/2, -b)$ . El radio  $R_t$  y la coordenada  $z$  del centro del arco, se calcula de forma que el arco pase por los puntos  $(0, 0)$  y  $(D/2, a)$ .



**Figura 3.4:** Focalización toroidal.

Así:

$$a = \frac{D}{2} \tan \alpha = \frac{D^2}{8x_r^F}; \quad R_t = x_r^F (1 + \tan^2 \alpha); \quad b = R_t - a$$

El arco de circunferencia que engendra el toro, responde a la ecuación en el plano  $y = 0$ :

$$\left(x_i - \frac{D}{2}\right)^2 + (z_i + b)^2 = R_t^2 \quad (3.17)$$

Para determinar los retardos de focalización, es necesario calcular la intersección de las rectas, que unen el centro de cada uno de los elementos con el foco. La ecuación de las rectas es:  $z_i = x_r^F \left(1 - \frac{x_i}{x_{Ri}}\right)$ , siendo  $x_r^F$  y  $x_{Ri}$  sus intersecciones con el eje de ordenadas y abscisas respectivamente. Calculada la coordenada  $x_i$  de la intersección, y teniendo en cuenta  $\beta_i$  de la expresión 3.15, el valor exacto del retardo de focalización  $T_i^F$  es:

$$T_i^F = -\frac{x_{Ri} - x_i}{c \cos \beta_i} \quad \text{o} \quad T_i^F = -\sqrt{(x_{Ri} - x_i)^2 + z_i^2} \quad (3.18)$$

Una aproximación para obtener el retardo de focalización toroidal  $T_i^{TOR}$  se basa en superponer los retardos de focalización de las lentes esférica y cónica según:

$$T_i^{TOR} = 2T_i^{CON} - T_i^{ESF}$$

así, se consigue una lente toroidal con la misma pendiente que la esférica, pero invertida respecto de la cónica.

## 3.2 Propiedades del haz ultrasónico

Uniéndolo el borde exterior de la apertura con el foco, se genera un cono que llamaremos *cono de focalización* de ángulo  $\Delta\delta$ . En el caso de focalización esférica, en la región interior del cono es donde el campo alcanza su mayor amplitud. En la figura 3.5 se muestra un transductor de radio  $R$  focalizado en el eje a una profundidad  $x_r^F$ . El vértice del cono se encuentra en el foco, divergiendo tanto hacia el transductor, como en sentido contrario hacia el campo lejano.

El tipo de focalización modifica el haz acústico, influyendo en factores tales como: la *resolución lateral*, la *profundidad de campo*, la *amplitud de presión* y el *rango dinámico*. Estos parámetros relativos a la calidad de la imagen ultrasónica, se miden en el cono de focalización. La *profundidad de campo* y la *resolución lateral* ó *ancho de campo* se encuentran estrechamente interrelacionados, de forma que cuando se trata de mejorar uno de ellos, empeora el otro, lo que supone un compromiso entre ambos en el diseño de la lente del array.

### 3.2.1 Resolución lateral

En un sistema de imagen, la resolución lateral  $\Delta x$ , indica la mínima distancia a la que se deben colocar dos reflectores puntuales, situados ambos en un mismo plano paralelo al transductor, siendo distinguibles. Dicha distancia también puede ser expresada angularmente, conociéndose como resolución lateral angular  $\Delta\beta$  o simplemente resolución angular.

Independientemente de los distintos criterios usados por los distintos autores, la resolución lateral es determinada por el ancho del lóbulo principal (ancho de campo). En un sistema de imagen la resolución es mejor, y por tanto, aumenta la capacidad de discriminar dos puntos en la imagen, cuanto menor es el ancho del lóbulo principal. Angularmente depende del diámetro del transductor  $D$ , de la longitud de onda del pulso ultrasónico  $\lambda$  y de un coeficiente  $k_{BW}$ , que permite determinar el ancho de haz, y por tanto, la resolución

lateral para diferentes niveles de amplitud del lóbulo principal [Kin87]:

$$\Delta\beta = k_{BW} \frac{\lambda}{D} \quad (3.19)$$

Si en vez de angularmente, se mide linealmente a una profundidad  $x_r$ :

$$\Delta x = x_r \Delta\beta = k_{BW} \frac{\lambda}{D} x_r \quad (3.20)$$

Concretamente para onda continua con focalización esférica, el coeficiente  $k_{BW}$  en emisión medido a distintos niveles, se muestra en la siguiente tabla [Kin87]:

$dB$	-1	-3	-4	-6	-10	-12
$k_{BW}$	0.63	1.00	1.18	1.44	1.80	2.00

**Tabla 3.1:** Coeficiente  $k_{BW}$  para onda continua y lente esférica a distintos niveles de presión.

La **resolución angular**  $\Delta\beta$ , define el ángulo con que se ve al lóbulo principal o **ancho del campo**  $\Delta x$  desde el centro del transductor. Cuando el ancho de campo se mide en el plano focal ( $x_r = x_r^F$ ), el parámetro  $F = \frac{x_r^F}{D}$  (*F-number*) de una lente es una medida relativa del grado de focalización de ésta, y entonces:  $\Delta x = k_{BW} \lambda F$ . Esta expresión muestra que el ancho del lóbulo principal, y por tanto la resolución, es inversamente proporcional al diámetro de la apertura. Para una apertura teóricamente puntual, la resolución es infinita, por lo que no se podrían discriminar dos puntos por muy separados que estuvieran. Mientras que se necesitan aperturas grandes para conseguir discriminar puntos relativamente cercanos.

Uno de los criterios más usados para obtener la resolución lateral, es midiendo la anchura del haz cuando la amplitud del lóbulo principal se reduce a la mitad [Pat82] [Lu90]. Este será el criterio empleado en este trabajo.

Por otro lado, cuando el nivel de lóbulos laterales es elevado, puede ocurrir que el haz se ensanche bruscamente, en la zona de más baja amplitud del lóbulo principal. Por eso, también es necesario medir su ancho a niveles inferiores. La anchura del haz en la zona baja afecta a la detección de pequeños objetos, tales como pequeños quistes que no producen eco. En este capítulo dicha medida se efectúa a -30dB en emisión. Estos dos criterios, se tendrán en cuenta para la medida del ancho de campo, al aplicar las distintas lentes a un array.

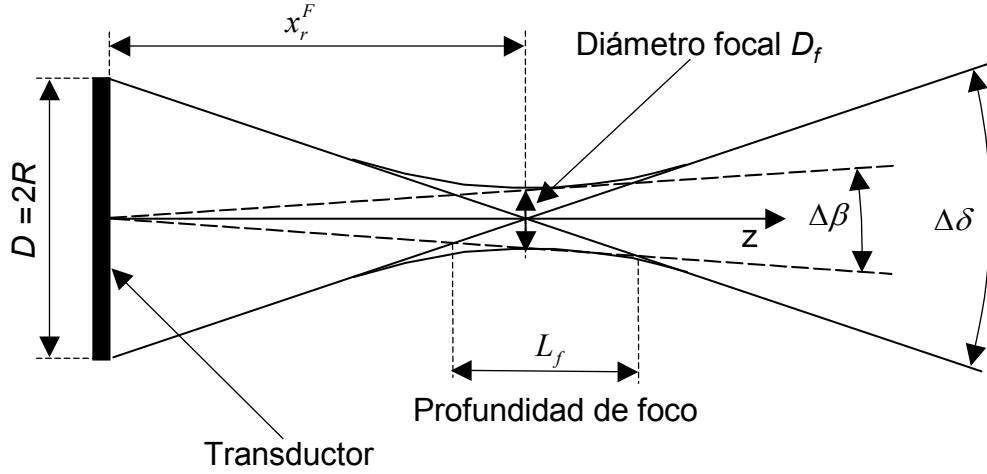


Figura 3.5: Cono de focalización. Profundidad y ancho de campo.

### 3.2.2 Profundidad de foco

Se llama **profundidad de foco**  $L_f$  de un transductor focalizado, al margen de profundidad dentro del cual la presión mantiene condiciones de amplitud y resolución equiparables al foco. Una forma de obtener este parámetro, es midiendo la distancia en profundidad, en que la presión cae una cierta magnitud con relación al máximo. Otra forma de definir la profundidad de foco, es midiendo la distancia en que el ancho del haz, se incrementa en una cierta proporción respecto al foco [Lu90]. En este trabajo se emplea el primer criterio, medido a -6dB respecto del valor máximo.

La profundidad de foco se puede expresar como [Kin87]:

$$L_f = k_{PF}\lambda \left( \frac{x_r^F}{D} \right)^2 = k_{PF}\lambda F^2 \quad (3.21)$$

siendo  $k_{PF}$  un coeficiente que depende de la geometría de la apertura, onda de excitación, distancia focal y tipo de lente.

Según la expresión 3.21, se incrementa la profundidad de campo de un transductor dado, focalizando a mayor profundidad, sin embargo, esto provoca una pérdida de resolución lateral.

### 3.2.3 Amplitud de presión

Existe una relación directa entre la lente usada y la amplitud de campo obtenida. Por eso, para un array determinado, se puede establecer un análisis comparativo de los distintos

tipos de lente, con relación a la envolvente de los perfiles axiales de presión en la dirección focal. Esta es proporcional a la superficie radiante  $A$ , inversamente proporcional a la longitud de onda del pulso de excitación y a la profundidad, modulada por el patrón de difracción del elemento:

$$P \approx k_1 + \frac{A}{\lambda(x_r + k_2)} \operatorname{sinc} \left( 0.9 \frac{e}{\lambda} \sin x_\theta^F \right) \quad (3.22)$$

La expresión anterior, para una determinada dirección focal, define una familia de hipérbolas equiláteras quedando particularizadas cada una mediante los coeficientes  $k_1$  y  $k_2$  específicos para cada tipo de lente. Para  $k_1 = 0$ , esta expresión consta de dos factores: el primero que define cómo varía la curva a lo largo de la profundidad  $x_r$ , y el segundo que corresponde a la función de radiación de un emisor rectangular de dimensiones equivalentes [Ull96]. Para  $k_1 = k_2 = 0$ , la expresión anterior se aproxima en gran medida al perfil axial óptimo a lo largo de la línea focal, que se obtiene con focalización dinámica.

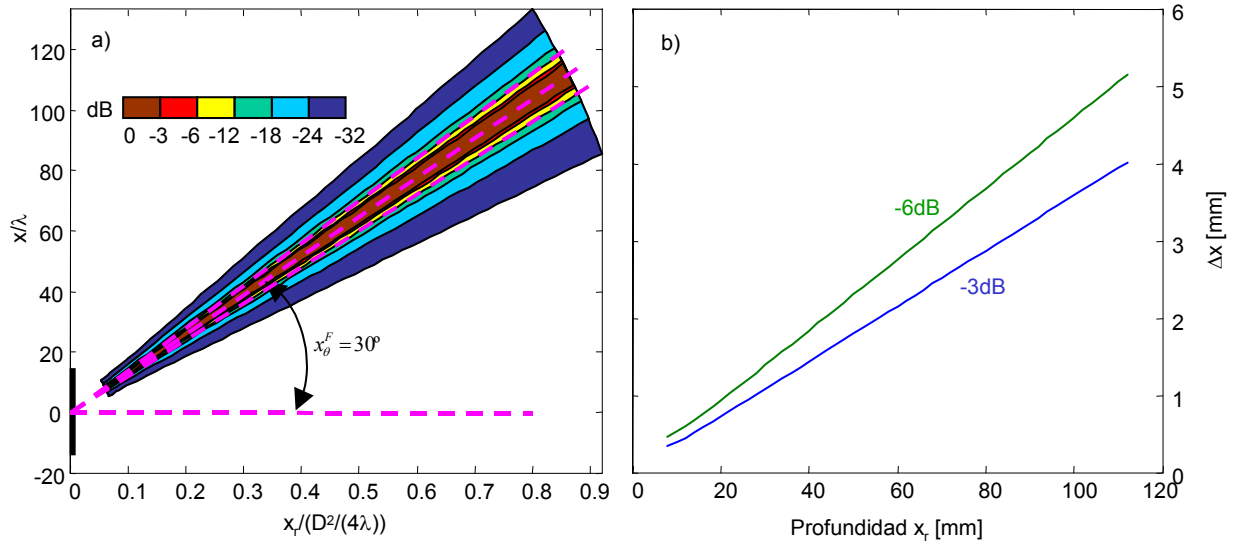
### 3.2.4 Rango dinámico

Finalmente, las lentes de focalización también afectan al nivel de lóbulos secundarios y lóbulos de rejilla que determinan el rango dinámico del sistema. En los apartados que siguen se evalúa también este aspecto.

## 3.3 Campo creado por las diferentes lentes de focalización

En este apartado estudiaremos la lente **esférica** y su **aproximación paraxial o de Fresnel**, la lente **cónica** y la lente **toroidal**. Comenzamos estudiando la focalización esférica dinámica, que normalmente se usa en recepción, siendo referencia comparativa para el resto de lentes. Seguidamente se estudian el resto de las lentes en emisión (o recepción) de foco fijo en el siguiente orden: esférica, cónica, toroidal y apertura anular.

El estudio de las distintas lentes se realiza sobre una misma apertura que llamaremos AS1. Sus características son: diámetro exterior:  $D = 15mm = 30\lambda$ , diámetro interior:  $2.03mm \approx 4\lambda$ , número de elementos  $N = 800$ , distancia entre elementos:  $d = \lambda$ , tamaño de elementos:  $e = 0.84\lambda$ . Todos los perfiles axiales que se muestran, así como todas las



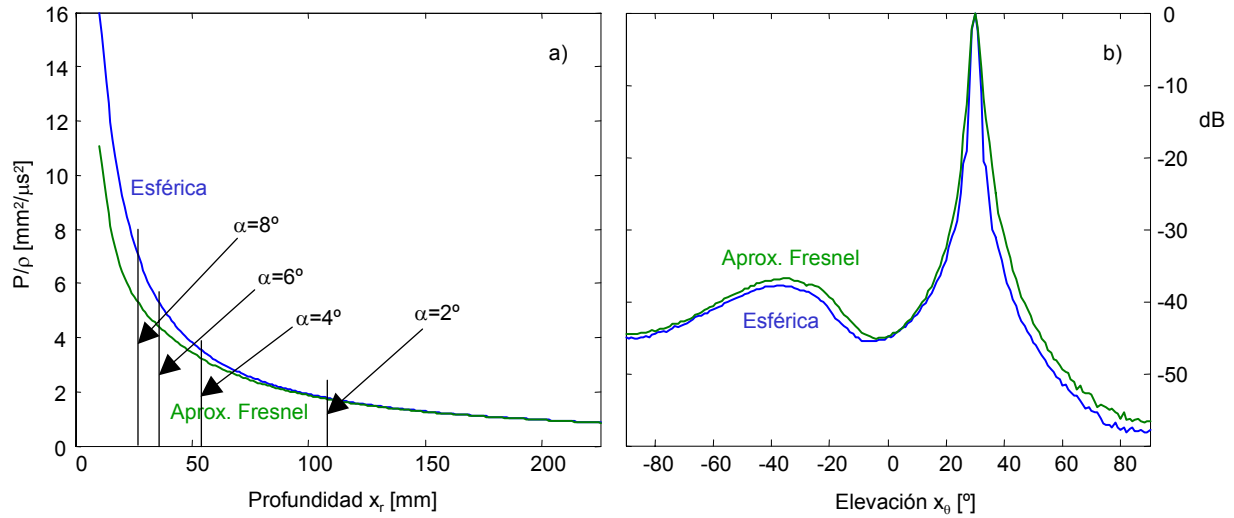
**Figura 3.6:** Focalización dinámica. a) Imagen en clase B normalizada, con ángulo de focalización de  $4^\circ$  y deflectando  $30^\circ$ . b) Ancho del haz a lo largo del eje de focalización a  $-3\text{dB}$  (AZUL) y a  $-6\text{dB}$  (VERDE), ambas deflectando  $30^\circ$  en elevación.

imágenes en clase B, se han obtenido en solo emisión para la apertura anterior. El array emite en agua ( $c = 1.5\text{mm}/\mu\text{s}$ ) un pulso ultrasónico de  $3\text{MHz}$  y  $50\%$  de ancho de banda a  $-6\text{dB}$  ( $\lambda = 0.5\text{mm}$ ). En todos los casos se opera deflectando  $30^\circ$  en elevación.

### 3.3.1 Focalización dinámica

La técnica de focalización dinámica en recepción, es usada en los sistemas de imagen ultrasónica convencionales, para incrementar la resolución y el contraste de la imagen [Fos89] [Lu90]. En esta técnica basada en la lente esférica, se cambia el foco dinámicamente, de manera que, se encuentre situado en todo momento, sobre el frente de ondas en propagación.

Los resultados con focalización dinámica son óptimos para la imagen acústica, con una resolución angular constante a lo largo de la profundidad (ver figura 3.6a y b). El ancho del haz, y por tanto, la resolución angular, son invariables con la profundidad, siendo definidas por la expresión 3.20 para  $k_{BW} = 1.44$ , que corresponde al diámetro focal a  $-6\text{dB}$  de una lente esférica para cualquier distancia focal. El valor medido para el array AS1 a  $-6\text{dB}$  sin deflectar es  $k_{BW} = 1.31$ , ligeramente inferior al teórico y deflectando  $30^\circ$  es de  $k_{BW} = 1.38$ . Esta diferencia se justifica por el hueco central en la apertura.



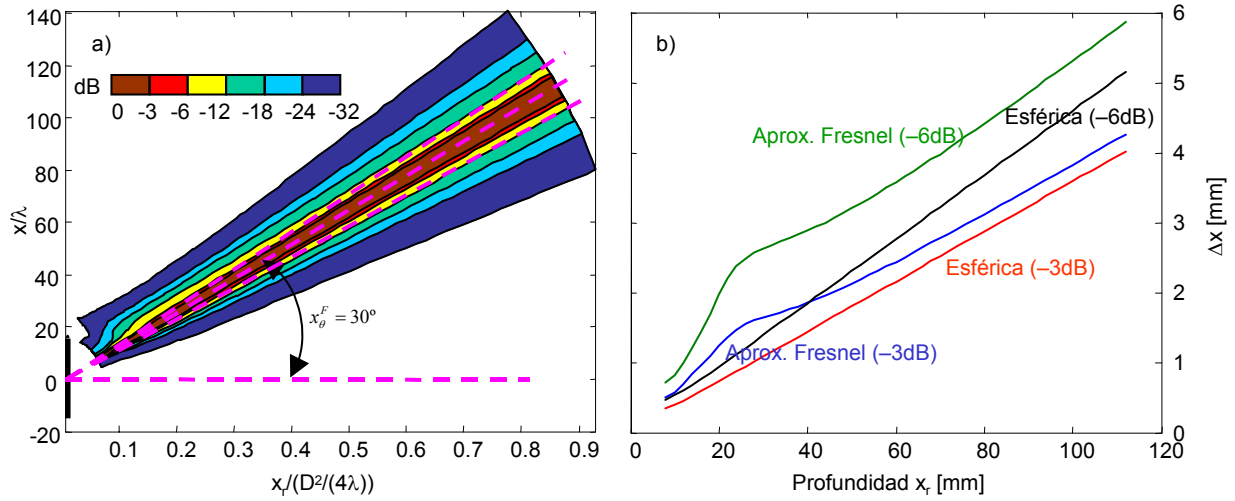
**Figura 3.7:** Aproximación de Fresnel. a) Perfil axial en recepción con focalización dinámica deflectando  $30^\circ$  en elevación. b) Perfil lateral para un ángulo de focalización de  $4^\circ$  y deflectando  $30^\circ$ . AZUL: Lente esférica. VERDE: Aproximación de Fresnel.

Las simulaciones realizadas han mostrado cómo la expresión 3.22 para  $k_1 = k_2 = 0$ , es prácticamente coincidente con los resultados obtenidos, donde para  $30^\circ$  de deflexión, le corresponde una pérdida en amplitud de 2.6dB, casi constante con la profundidad.

### 3.3.2 Aproximación de Fresnel

La aproximación de Fresnel es usada con frecuencia, para el cálculo de los retardos de la lente esférica en la focalización dinámica. Como la focalización dinámica sigue al frente de ondas, nos limitaremos a los resultados en el plano focal, en comparación con la esférica exacta del apartado anterior.

La amplitud máxima de presión se ve menguada respecto a los valores del cálculo exacto, siendo la diferencia más perceptible para curvaturas fuertes (hasta una profundidad de  $D^2/(8\lambda)$ ). Por ejemplo, para un ángulo de focalización de  $2^\circ$  prácticamente no existe diferencia, mientras que para un ángulo de  $8^\circ$  ésta es de  $1.7\text{mm}^2/\mu\text{s}^2$  (ver figura 3.7a). En el perfil lateral de la figura 3.7b, se observa que el máximo de los lóbulos de rejilla que se encuentra a  $-30^\circ$ , se eleva hasta -37.8dB para la lente esférica, 1dB por debajo de la aproximación. Por otro lado, el ancho del haz a -30dB pasa de  $13^\circ$  a  $18.5^\circ$  con la aproximación. En ambos casos existe una repercusión negativa con la aproximación, especialmente por que el campo se ensancha apreciablemente en la base del haz.

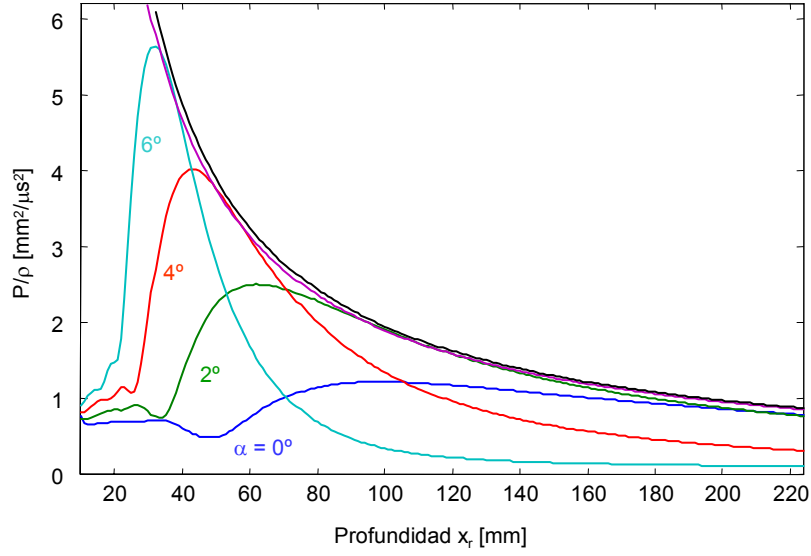


**Figura 3.8:** Aproximación de Fresnel. a) Imagen de clase B normalizada y b) Ancho del haz a lo largo de la profundidad a diferentes niveles de presión: ROJO y NEGRO: esférica dinámica. AZUL y VERDE: aproximación paraxial. Ambas obtenidas con ángulo de focalización de  $4^\circ$  y deflectando  $30^\circ$ .

Si comparamos la imagen clase B de la figura 3.6a con la figura 3.8a, se establecen diferencias importantes motivadas por la aproximación paraxial de la lente esférica, fundamentalmente en la zona de campo muy cercano. El campo a lo largo de la profundidad pierde el aspecto cónico, y el haz se ensancha. Esto mismo se observa también en la figura 3.8b, donde se muestra el ancho del campo en función de la profundidad a dos niveles ( $-3\text{dB}$  y  $-6\text{dB}$ ), para una focalización dinámica realizada con lente esférica (ROJO y NEGRO) y para una focalización dinámica realizada con la aproximación de Fresnel (AZUL y VERDE). La aproximación introduce una no linealidad, sobretodo en la zona de campo muy cercano, haciendo que las diferencias sean más importantes que a otras profundidades. A ambos niveles, la aproximación supone un incremento del ancho, que a partir de  $50\text{mm}$  de profundidad se mantiene constante y que se cifra en  $0.3\text{mm}$  a  $-3\text{dB}$  y en  $0.7\text{mm}$  a  $-6\text{dB}$ .

### 3.3.3 Focalización esférica de foco fijo

En la focalización esférica, las aportaciones de todos los elementos llegan simultáneamente al foco  $x^F$ , produciendo un máximo de energía cercano a dicho punto. En la figura 3.9, se muestran para el mismo array, distintos perfiles axiales variando el ángulo de focalización.



**Figura 3.9:** Lente esférica de foco fijo. Perfil axial del array AS1 deflectando  $30^\circ$  en elevación, para distintos ángulos de focalización (de AZUL a CYAN:  $\alpha = 0^\circ, 2^\circ, 4^\circ$  y  $6^\circ$ ). Envoltente real (MAGENTA) y con focalización dinámica (ideal: NEGRO).

Para curvaturas fuertes, la amplitud máxima de presión llega a  $5.7\text{mm}^2/\mu\text{s}^2$ , más que con ningún otro tipo de lente. Para un ángulo de focalización de  $4^\circ$  (curvatura media) llega hasta  $4\text{mm}^2/\mu\text{s}^2$  y para un ángulo de  $2^\circ$  (curvatura débil) alcanza los  $2.5\text{mm}^2/\mu\text{s}^2$ . Además, se muestra el perfil obtenido con un ángulo  $\alpha = 0^\circ$ , es decir, sin focalización ( $x_z^F = \infty$ ).

La solución analítica para onda continua de la integral de Rayleigh-Sommerfeld [Goo68], particularizada para un transductor circular de radio  $R$ , focalizado a una profundidad  $x_z^F$  para un punto del eje del transductor distante  $x_z$  es [Kin87]:

$$P_{axial}(x_z, x_z^F, k) = \begin{cases} -\left(\frac{x_z^F}{x_z - x_z^F}\right) \sqrt{2 \left(1 - \cos\left(kR^2 \frac{x_z - x_z^F}{2x_z x_z^F}\right)\right)} & \text{si } x_z < x_z^F \\ \frac{kR^2}{2x_z^F} & \text{si } x_z = x_z^F \\ \left(\frac{x_z^F}{x_z - x_z^F}\right) \sqrt{2 \left(1 - \cos\left(kR^2 \frac{x_z - x_z^F}{2x_z x_z^F}\right)\right)} & \text{si } x_z > x_z^F \end{cases} \quad (3.23)$$

siendo  $x(x_x, 0, x_z)$  las coordenadas rectangulares de un punto en el espacio,  $\vec{x}^F(0, 0, x_z^F)$  es el foco y  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  el número de onda. Una aproximación de la profundidad a la que se encuentra la amplitud máxima de presión, se obtiene mediante la expresión:

$$x_z^{\max} \approx \frac{2x_z^F}{1 + \sqrt{1 + \left(\frac{4\pi x_z^F}{kR^2}\right)^2}} \quad (3.24)$$

indicando que el máximo siempre se encuentra antes que el foco. Aunque ésta expresión no sea exacta, coincide con el máximo cuando no se focaliza ( $x_z^F \rightarrow \infty$ ):

$$\lim_{x_z^F \rightarrow \infty} (x_z^{\max}) = \frac{D^2}{4\lambda}$$

es decir, la profundidad a partir de la que se considera campo lejano. La amplitud máxima de presión  $P_{axial}^m$ , se obtiene sustituyendo  $x_z = x_z^{\max}$  en la expresión 3.23. Cuando se introduce deflexión del haz, el máximo además quedará afectado por el patrón de radiación del elemento según:

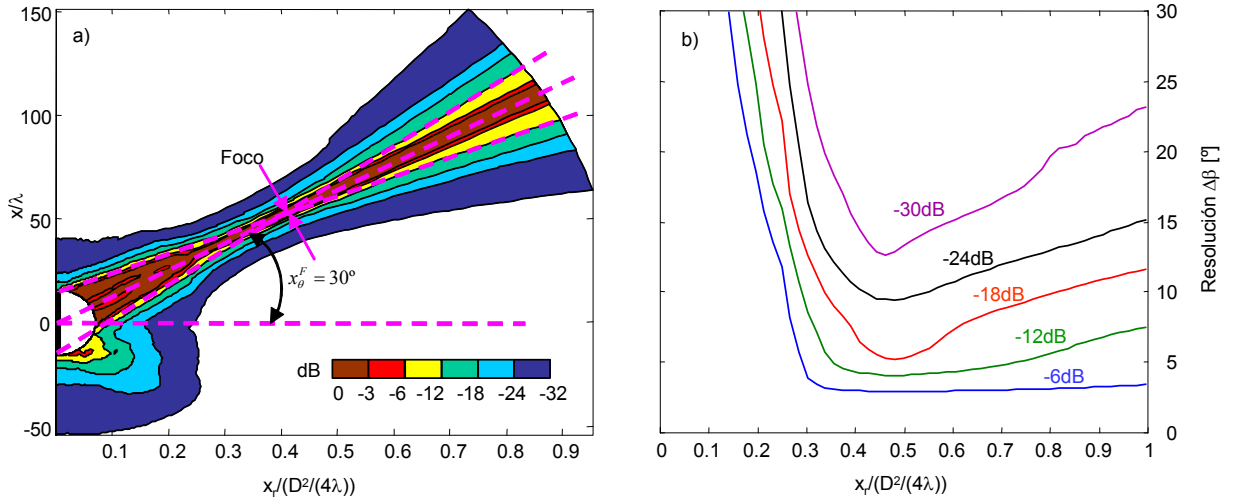
$$P_{axial}^{\max} = P_{axial}^m \operatorname{sinc} \left( 0.9 \frac{e}{\lambda} \sin x_\theta^F \right) \quad (3.25)$$

Con esta lente, cuando se aplica la expresión 3.22, el coeficiente  $k_2$  que teóricamente debe ser nulo (como se indicó anteriormente), en su cálculo exacto se obtiene  $k_2 = 1.12$ , es decir, es necesario desplazar a la derecha 1.12mm la envolvente de los perfiles axiales (real) para hacerla coincidir con la obtenida mediante focalización dinámica (ideal). Para esta lente  $k_2$  es muy pequeño, indicando que el perfil obtenido mediante la expresión anterior, se aproxima en gran medida al obtenido mediante focalización dinámica. No así para otras lentes, como veremos en este estudio.

La profundidad de campo  $L_f$  medida a -6dB para esta lente y el coeficiente  $k_{PF}$  según la expresión 3.21 para ángulos de focalización entre  $0^\circ$  y  $6^\circ$ , se muestran en la tabla 3.2.

La figura 3.10a representa el campo ultrasónico de clase B con banda ancha para un ángulo de focalización de  $4^\circ$  (curvatura media). Con este tipo de focalización, el haz se estrecha progresivamente siguiendo el cono de focalización (resultado de unir los extremos del array con el foco), hasta poco antes de llegar al foco, donde adquiere su mínima anchura, para a continuación ensancharse siguiendo de nuevo el cono de focalización. Dentro de esta zona, la intensidad de campo se mantiene relativamente alta, por encima de -6dB. En la figura 3.10b se muestran las curvas de resolución angular en función de la profundidad para diferentes niveles, obtenidas a partir de la imagen de clase B. Hasta -12dB (zona interior al cono) la resolución es prácticamente constante a partir de una profundidad de  $0.3D^2/(4\lambda)$ , aumentando para niveles más bajos de amplitud.

Aplicando la expresión 3.20 para  $k_{BW} = 1.44$  (corte de -6dB) y un ángulo de focalización de  $4^\circ$  ( $x_r^F = 53.6mm$ ) se obtiene un ancho del haz de 2.57mm, y 2.96mm afectado de deflexión ( $30^\circ$ ), en comparación con 2.74mm obtenidos de la simulación de AS1 deflectado

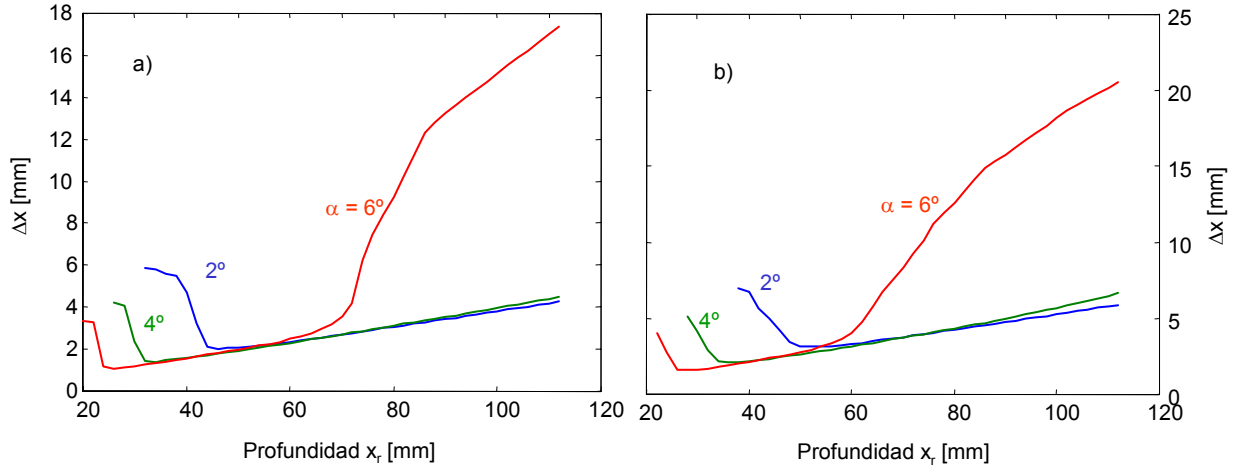


**Figura 3.10:** Lente esférica. a) Imagen de clase B normalizada y b) Resolución lateral en función de la profundidad a diferentes niveles de presión: AZUL: -6dB, VERDE: -12dB, ROJO: -18dB, NEGRO: -24dB y MAGENTA: -30dB. Ambas obtenidas con ángulo de focalización de  $4^\circ$  y deflectando  $30^\circ$ .

$\alpha [^\circ]$	0	1	2	3	4	5	6
$L_{f_{BA}} [mm]$	242.87	163.07	108.27	72.56	49.84	35.41	26.00
$L_{f_{OC}} [mm]$	242.87	171.89	108.39	69.81	47.33	33.72	25.03
$k_{PF_{BA}}$	0	1.59	4.22	6.38	7.80	8.67	9.19

**Tabla 3.2:** Profundidad de foco con banda ancha  $L_{f_{BA}}$  y con onda continua  $L_{f_{OC}}$  y constante  $k_{PF_{BA}}$  en función del ángulo de focalización  $\alpha$ .

con banda ancha. El ancho del haz en emisión para curvaturas débiles e intermedias (ángulo de focalización de  $2^\circ$  y  $4^\circ$  respectivamente), oscila entre 1mm y 4mm a -3dB, con una ley casi lineal entre  $D^2/12\lambda$  y campo lejano, mientras que estos valores se incrementan un 50% a -6dB (ver figura 3.11). Con curvaturas fuertes (ángulo de focalización de  $6^\circ$ ) la resolución pierde su linealidad, incrementándose el ancho de campo de forma importante. Esto es debido a que con curvaturas fuertes, el haz se abre excesivamente a partir de la situación del foco, repercutiendo negativamente en la resolución. Las curvaturas intermedias y débiles (lentes con mayor profundidad de foco), proporcionan un campo más uniforme en profundidad, haciendo que la resolución angular sea constante a -3dB y a -6dB.



**Figura 3.11:** Lente esférica. Ancho del haz a lo largo del eje de focalización: a) a -3dB y b) a -6dB para tres ángulos de focalización: AZUL: 2°, VERDE: 4° y ROJO: 6°.

### 3.3.4 Focalización cónica (non-diffracting)

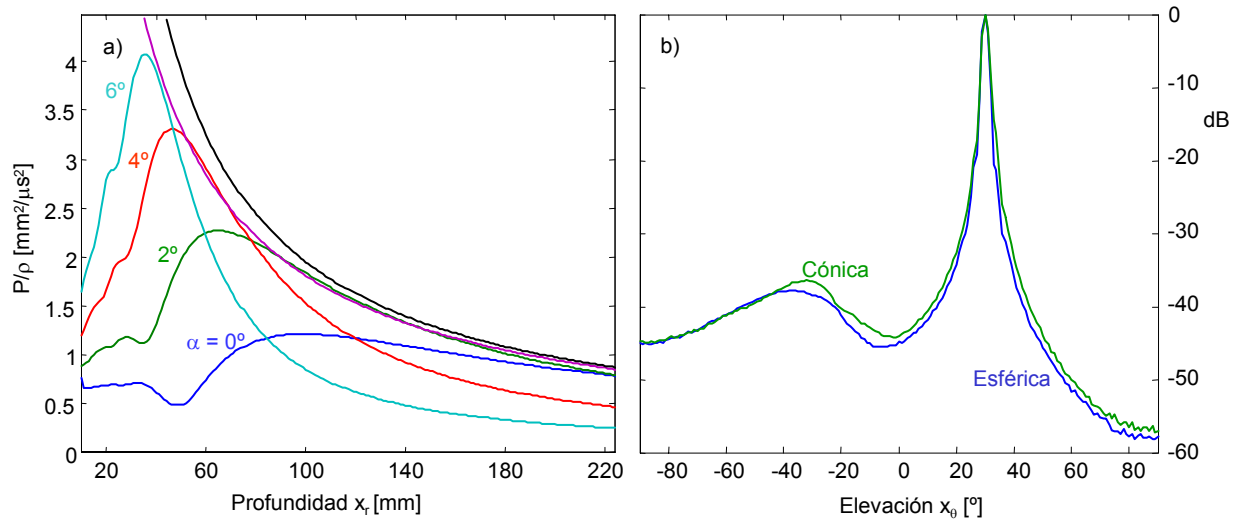
Las características del campo generado mediante un array de cientos de elementos con focalización cónica y ángulo de focalización  $\alpha$ , es muy similar al de un transductor de perfil cónico, donde  $\alpha$  es el ángulo entre la generatriz del cono y el plano perpendicular al eje acústico ( $\alpha = 0$  es un array plano). Denominamos zona de focalización cónica, a la comprendida en un romboide de revolución de vértices en los puntos  $\{(0, 0), (0, 2x_r^F)\}$  y  $(\pm D/4, x_r^F)\}$ , en esta zona el campo resulta más elevado [Ull90]. Una aproximación de la profundidad del campo y de resolución lateral del campo generado mediante una lente cónica sin deflexión aplicada a un array plano [Pat82] [Hol98] es:

$$L_{f(-6dB)} \approx 2x_r^F = \frac{R}{\tan \alpha} \quad (3.26)$$

$$\Delta x_{(-6dB)} = \frac{0.48\lambda}{\sin \alpha} \quad (3.27)$$

Ambas expresiones comparten el ángulo  $\alpha$  del cono. Para un array dado, solo es posible modificar este parámetro para mejorar la profundidad de campo, y en tal caso, repercute negativamente en la resolución lateral y viceversa. Además, la expresión 3.27 expresa, que el ancho del haz es constante e independiente de la profundidad, en la zona que queda definida la profundidad de campo. Esta es una característica típica de los haces no difractados.

Para esta lente, el coeficiente  $k_2$  de la expresión 3.22 es de  $6.05\text{mm}$ , alejándose como

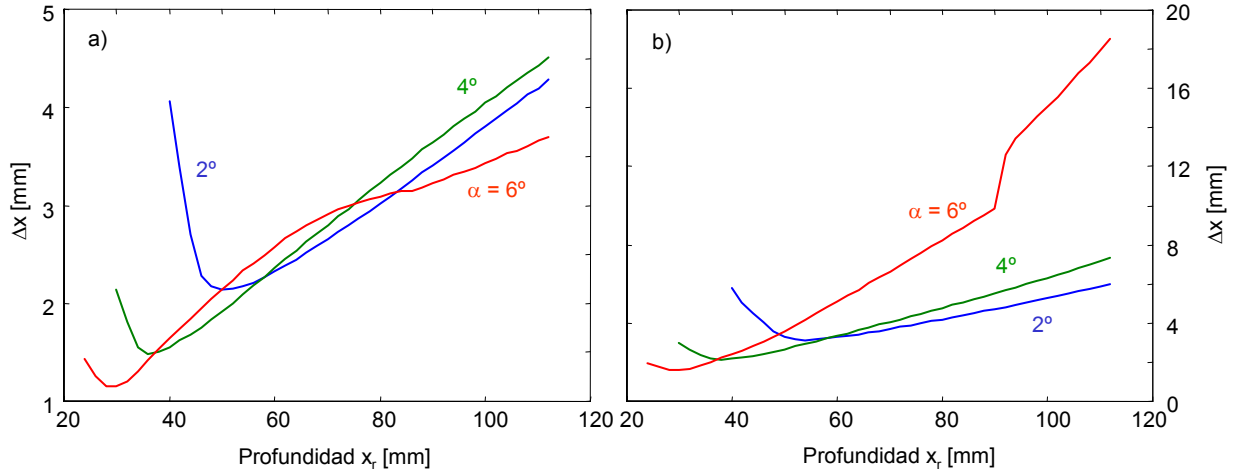


**Figura 3.12:** Lente cónica. a) Perfil axial del array AS1 deflectando  $30^\circ$  en elevación para distintos ángulos de focalización (de AZUL a CYAN:  $\alpha = 0^\circ, 2^\circ, 4^\circ$ , y  $6^\circ$ . Envoltente real (MAGENTA) e ideal (NEGRO). b) Perfil lateral para un ángulo de focalización de  $4^\circ$  y deflectando  $30^\circ$ . AZUL: esférica, VERDE: cónica.

aparece en la figura 3.12a, del perfil obtenido con focalización dinámica. Este valor es superior que con lente esférica, indicando una caída de la amplitud más moderada con la distancia focal. Por otro lado, y en esta misma figura, se observa cómo para una curvatura fuerte de  $6^\circ$ , la presión solo llega hasta  $4.2 \text{ mm}^2/\mu\text{s}^2$  y con una curvatura intermedia de  $4^\circ$  tan solo a  $3.3 \text{ mm}^2/\mu\text{s}^2$ , ambos valores bastante inferiores a los de la lente esférica. Además, el máximo de presión se ha desplazado hacia la derecha (ha incrementado de profundidad), una distancia aproximadamente igual a  $k_2$ .

En lo que respecta al perfil lateral de la figura 3.12b, los lóbulos de rejilla se elevan 1.5dB respecto de la lente esférica, y los lóbulos laterales se encuentran también enmascarados por el lóbulo principal, si bien el campo se ensancha ligeramente en la base, llegando a  $16^\circ$  para -30dB, algo superior que con lente esférica.

La profundidad de campo a -6dB para distintos ángulos de focalización, es superior en un 40% aproximadamente que con focalización esférica, y de igual forma, el coeficiente  $k_{PF}$  casi duplica al de lente esférica, tal y como se muestra en la tabla 3.3. Al no presentar unos picos de presión tan pronunciados, la energía se reparte en los alrededores del máximo, creciendo la profundidad de campo de forma importante, en comparación con la esférica. No obstante, los valores de la tabla 3.3 son 60% inferiores a los que resulta de aplicar la



**Figura 3.13:** Lente cónica. Ancho del haz a lo largo del eje de focalización: a) a -3dB y b) a -6dB. Para tres grados de curvatura en función del ángulo de focalización: AZUL:  $2^\circ$ , VERDE:  $4^\circ$  y ROJO:  $6^\circ$ .

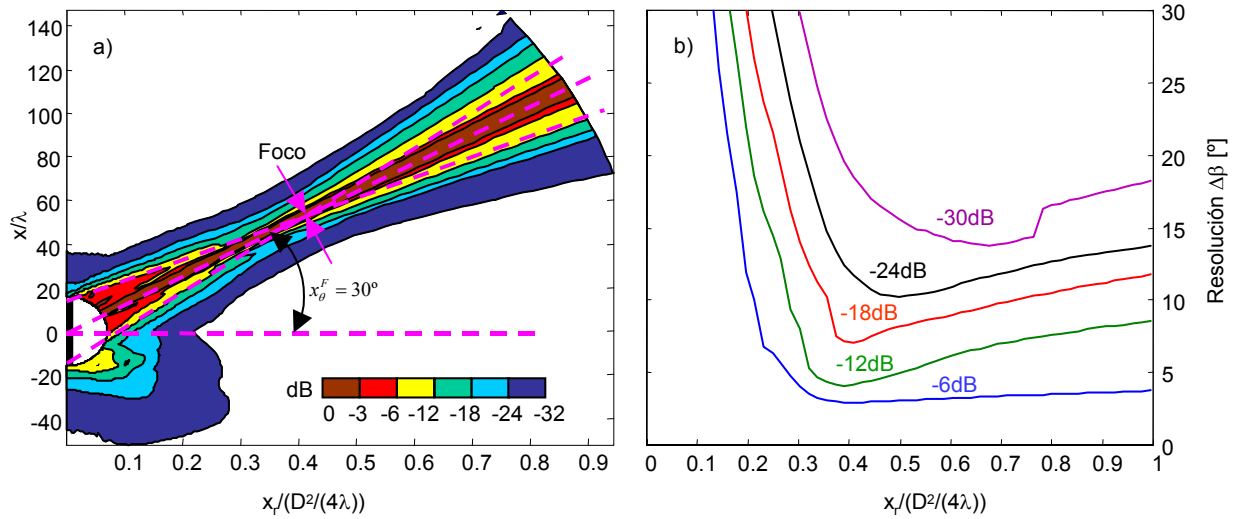
expresión 3.26.

$\alpha [^\circ]$	0	1	2	3	4	5	6
$L_f [mm]$	242.87	173.88	125.97	98.87	74.28	58.54	48.39
$k_{PF}$	0	1.69	4.89	8.69	11.62	14.34	17.10

**Tabla 3.3:** Profundidades de foco  $L_f$  con banda ancha y constante  $k_{PF}$  en función del ángulo de focalización  $\alpha$ .

El ancho de campo en emisión a -3dB, varía linealmente entre 2.3mm en el mínimo y 4.2mm en campo lejano para una focalización débil ( $2^\circ$ ), mientras que para una focalización fuerte ( $6^\circ$ ) varía linealmente entre 1.2mm en el mínimo y 3.7mm en campo lejano, según la figura 3.13a. A -6dB (figura 3.13b) la linealidad se pierde para focalización fuerte ( $6^\circ$ ), manteniéndose para focalización intermedia y débil, aunque su anchura aumenta hasta 7mm en campo lejano. Sin embargo, esta lente soporta mejor que la esférica focalizaciones fuertes. Si se comparan estos resultados con la expresión 3.27, por ejemplo para un ángulo de focalización  $\alpha = 4^\circ$ , resultan prácticamente coincidentes a 53.6mm de profundidad. Sin embargo, el ancho de campo no es constante con la profundidad como muestra la expresión, si bien, tiene una variación mucho menos acusada que la lente esférica.

Otra diferencia apreciable de esta lente en comparación con la esférica (que se observa



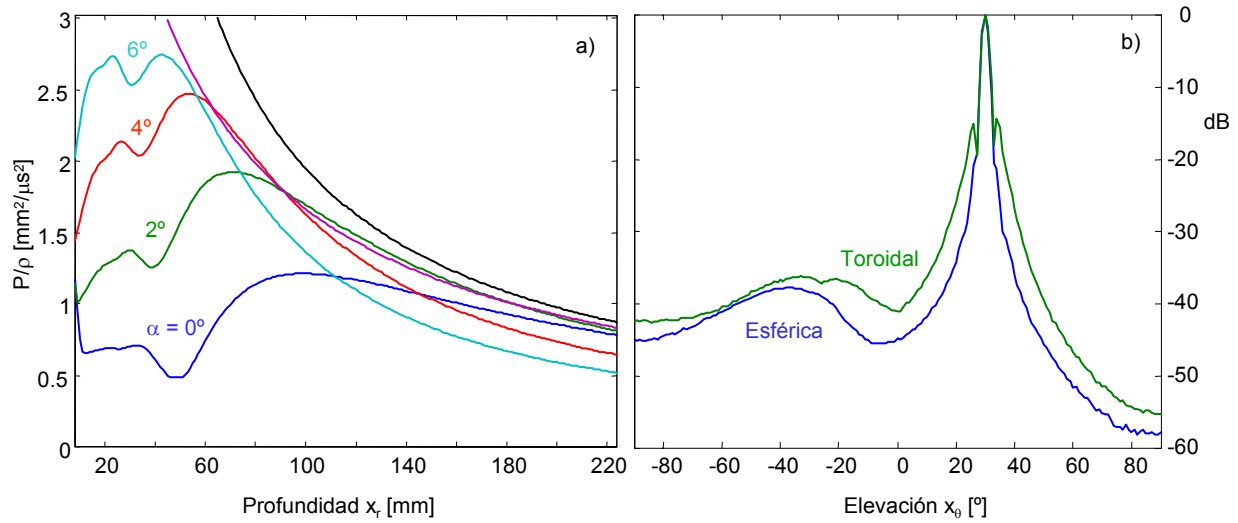
**Figura 3.14:** Lente cónica. a) Imagen de clase B normalizada y b) Resolución lateral en función de la profundidad a diferentes niveles de presión: AZUL: -6dB, VERDE: -12dB, ROJO: -18dB, NEGRO: -24dB y MAGENTA: -30dB. Ambas obtenidas con ángulo de focalización de  $4^\circ$  y deflectando  $30^\circ$ .

en la imagen de clase B de la figura 3.14a), es que incluso en la zona próxima al array, el campo que se encuentra por encima de -3dB, se ha estrechado alcanzando niveles parecidos a los del foco. O sea, el cono de focalización ha desaparecido, convirtiéndose en una línea de anchura prácticamente constante hasta la situación del foco. El cono, sin embargo, se aprecia a niveles de intensidad de campo inferiores a -3dB. El haz es más estrecho que con la focalización esférica, y tanto delante como detrás del foco, se produce un ensanchamiento menos acusado, haciendo que el campo sea más uniforme, a lo largo de toda la profundidad en la dirección focal.

Esta lente presenta un conjunto de características, que mejora las propiedades en relación con la lente esférica, aconsejándose su uso para la emisión, pues consigue uniformidad de campo incluso en campo muy cercano, además de soportar mejor lentes con curvatura mas fuerte, de hasta  $5^\circ$ .

### 3.3.5 Focalización toroidal

Para esta lente, el coeficiente  $k_2$  de la expresión 3.22 es  $17.3mm$ , alejándose aún más que la lente cónica, como se muestra en la figura 3.15a, del perfil obtenido con focalización dinámica. Por otro lado, y en esta misma figura, se observa cómo para una curvatura

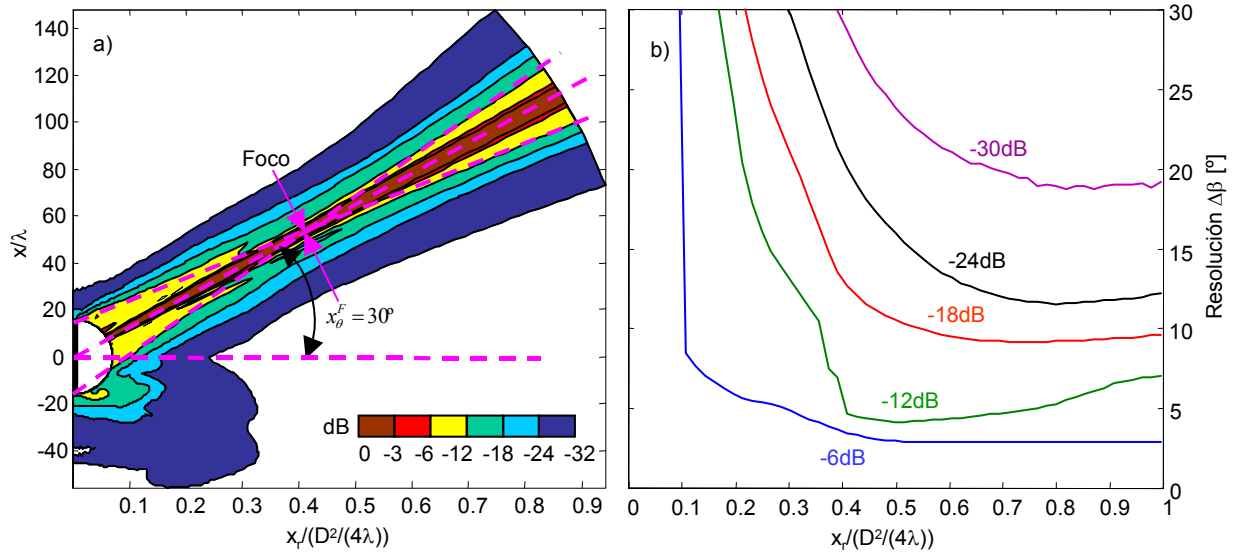


**Figura 3.15:** Lente toroidal. a) Perfil axial del array AS1 deflectando  $30^\circ$  en elevación para distintos ángulos de focalización (de AZUL a CYAN:  $\alpha = 0^\circ, 2^\circ, 4^\circ$ , y  $6^\circ$ . Envoltente real (MAGENTA) e ideal (NEGRO). Perfil lateral para un ángulo de focalización de  $4^\circ$  y deflectando  $30^\circ$ . AZUL: esférica, VERDE: toroidal.

fuerte de  $6^\circ$ , la presión solo llega hasta  $2.8\text{mm}^2/\mu\text{s}^2$  y con una curvatura intermedia de  $4^\circ$  tan solo a  $2.4\text{mm}^2/\mu\text{s}^2$ , ambas presiones bastante inferiores a las lentes anteriores.

Existe también una notable diferencia en campo muy cercano, en comparación con las lentes anteriores, ya que toma amplitudes comparables a las del foco, debido a que la pendiente o ángulo de la lente en los anillos más cercanos al centro del array es bastante mayor que en las lentes anteriores, haciendo que la energía radiada por los anillos interiores, se concentre en la zona de campo muy cercano aunque el foco esté alejado, elevando la presión en la zona cercana más que otra lente. Además, el máximo de presión se encuentra ahora, a distancias superiores a las de la lente esférica en 10mm aproximadamente, independientemente del ángulo de focalización. Es decir, el efecto de la focalización toroidal, en este sentido, incrementa el efecto de la dispersión con relación a la esférica, alejando el máximo de presión. Esto también explica que la amplitud máxima de presión sea inferior que la cónica y que la esférica, para un mismo ángulo. En cierto modo, el foco deja de tener sentido quedando enmascarado.

El nivel de lóbulos de rejilla se eleva hasta  $-36.3\text{dB}$  en la figura 3.15b. El ancho de campo es de  $25^\circ$  a  $-30\text{dB}$ , siendo más ancho que con cualquiera de las lentes estudiadas (duplicando a la esférica). Además, y por primera vez, aparecen claramente diferenciados



**Figura 3.16:** Lente toroidal. a) Imagen de clase B normalizada y b) Resolución lateral en función de la profundidad a diferentes niveles de presión: AZUL: -6dB, VERDE: -12dB, ROJO: -18dB, NEGRO: -24dB y MAGENTA: -30dB. Ambas obtenidas con ángulo de focalización de  $4^\circ$  y deflectando  $30^\circ$ .

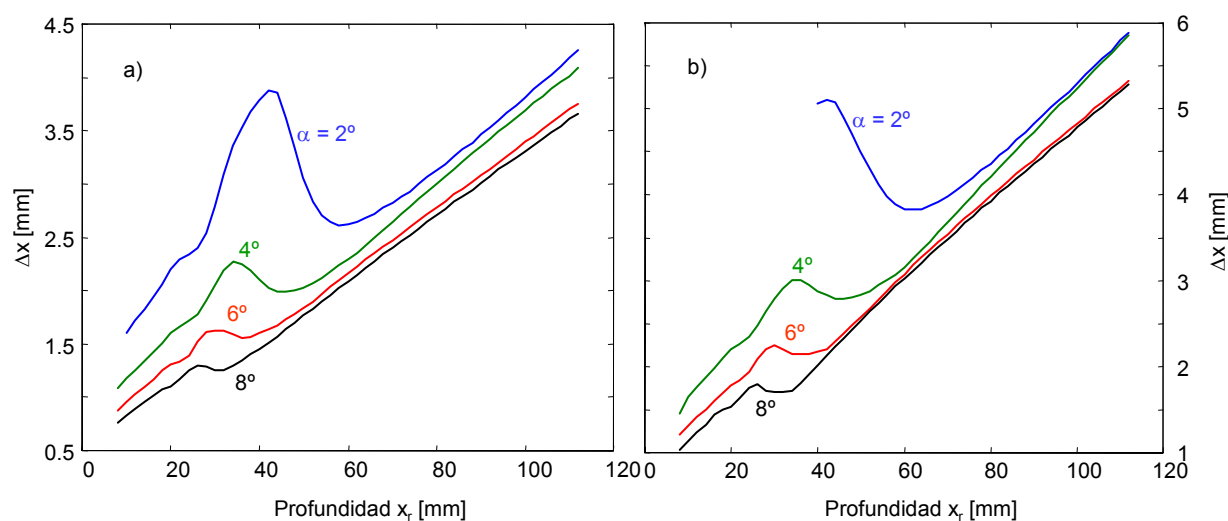
los lóbulos secundarios a partir de -14dB, que dejan de estar enmascarados por el lóbulo principal, ensanchando de forma importante la base de haz.

La profundidad de campo a -6dB para distintos ángulos de focalización es muy superior que con las lentes anteriores, y casi duplica para curvaturas medias y fuertes a la obtenida con lente esférica. La profundidad de campo queda determinada por el corte a -6dB posterior al foco, ya que el perfil se encuentra por encima de -6dB en todo el rango anterior al foco. De igual forma, el coeficiente  $k_{PF}$  obtenido con lente toroidal, llega a duplicar a las anteriores tal y como se muestra en la tabla 3.4.

$\alpha [^\circ]$	0	1	2	3	4	5	6
$L_f [mm]$	242.87	231.0	189.39	153.62	128.29	110.83	99.31
$k_{PF}$	0	2.25	7.39	13.50	20.07	27.15	35.11

**Tabla 3.4:** Profundidades de foco  $L_f$  con banda ancha y constante  $k_{PF}$  en función del ángulo de focalización  $\alpha$ .

El campo de presiones de clase B (ver figura 3.16a) es más uniforme que con lente cónica, ya que el foco es prácticamente indistinguible. A la distancia focal, no se produce la concentración de curvas de nivel, como ocurre con lente esférica (el cono de focalización



**Figura 3.17:** Lente toroidal. Ancho del haz a lo largo del eje de focalización: a) a -3dB y b) a -6dB para cuatro curvaturas en función del ángulo de focalización: AZUL:  $2^\circ$ , VERDE:  $4^\circ$ , ROJO:  $6^\circ$  y NEGRO:  $8^\circ$ .

prácticamente desaparece). Si bien, el haz es ligeramente más ancho que con lente cónica. Las discontinuidades de campo muy cercano quedan más amortiguadas y si se compara con la lente cónica, el haz se mantiene estrecho en esta zona anterior al foco, para valores superiores a -6dB, mientras que con lente cónica esto ocurría solo hasta -3dB.

La resolución en emisión a -3dB, varía entre 2.6mm en el foco y 4.2mm en campo lejano para una focalización débil ( $2^\circ$ ), mientras que para una focalización fuerte ( $6^\circ$ ), varía linealmente entre 1.5mm en el foco y 3.7mm en campo lejano, según la figura 3.17a. Si se aumenta la curvatura a  $7^\circ$  u  $8^\circ$ , se consigue aún mayor linealidad en la resolución, aproximándose en gran medida e incluso mejorando en distintas zonas a la focalización dinámica.

Para resoluciones medidas a -6dB (ver figura 3.17b), la linealidad se mantiene independientemente del ángulo de focalización. Para una focalización fuerte de  $8^\circ$ , se tienen resoluciones de 1.7mm en el foco y de 5.3mm en campo lejano. Por otro lado, esta es la única lente que soporta perfectamente curvaturas fuertes de  $6^\circ$  o incluso de  $8^\circ$ , manteniendo la linealidad a lo largo de toda la profundidad.

### 3.3.6 Focalización esférica con los anillos exteriores del array

El array anular ha sido propuesto para imagen ultrasónica [DH81] [Son89] [Hol98], por que permite obtener un campo altamente directivo, sin necesidad de aplicar técnicas de focalización dinámica. El campo generado se encuentra bien estudiado, tanto en la dirección normal a la apertura [Die79] [Wey80] [Ard81] como deflectando el haz [Ull01] [ODo95].

La solución analítica para onda continua de la integral de Rayleigh-Sommerfeld [Goo68] particularizada para un anillo estrecho de espesor  $e$  y radio externo  $R_2$ , e interno  $R_1$ , para un punto del eje del anillo distante  $x_z$  es:

$$P_{axial} = \sqrt{2 \left( 1 - \cos \left( \frac{\pi}{\lambda x_z} (R_2^2 - R_1^2) \right) \right)} \approx \sqrt{2 \left( 1 - \cos \left( \frac{\pi e D}{\lambda x_z} \right) \right)} \quad (3.28)$$

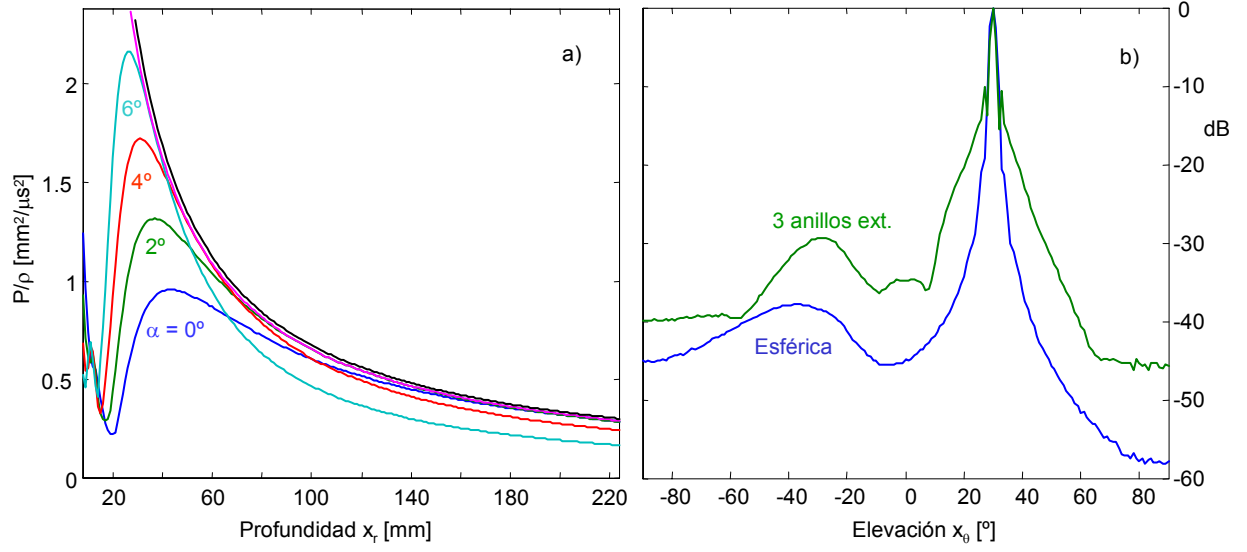
La función es oscilante desde el transductor variando entre 0 y  $2mm^2/\mu s^2$ . El máximo más alejado del transductor se obtiene igualando a 2 la expresión anterior:

$$x_z^{\max} = \frac{R_2^2 - R_1^2}{\lambda} \approx \frac{eD}{\lambda}$$

Si consideramos los 3 anillos exteriores del array AS1 ( $e = (3 - 0.14)\lambda$ ,  $D = 30\lambda$ ), resulta que la profundidad a la que se encuentra el máximo de presión es 42.9mm sin deflectar, mientras que en la simulación para banda ancha oscila entre 21 y 44mm (para ángulos de focalización  $\alpha$  variando entre  $6^\circ$  y  $0^\circ$  respectivamente). Cuando en la simulación se deflecta  $30^\circ$ , dicha profundidad oscila entre 26 y 43mm para los mismos ángulos de focalización.

Al considerar un conjunto reducido de anillos exteriores del array, disminuye la capacidad de focalización, es decir, el máximo no se desplaza a lo largo de la profundidad, al variar la curvatura de lente (ver figura 3.18a). Por otro lado, al disminuir la superficie radiante, la amplitud de presión se ve reducida en comparación con la apertura completa. Concretamente usando 3 anillos solamente se usa el 27.3% de la superficie total de la apertura, en comparación con el 79.2% para la apertura de estudio. Esta proporción se encuentra en sintonía con la disminución de amplitud respecto de la obtenida con lente esférica.

La profundidad de campo a -6dB obtenida a partir del perfil axial de la expresión 3.28



**Figura 3.18:** Focalización esférica con los tres anillos exteriores del array AS1. a) Perfil axial deflectando  $30^\circ$  en elevación para distintos ángulos de focalización (de AZUL a CYAN:  $\alpha = 0^\circ, 2^\circ, 4^\circ$ , y  $6^\circ$ ). Envoltente real (MAGENTA) e ideal (NEGRO). b) Perfil lateral para un ángulo de focalización de  $4^\circ$  y deflectando  $30^\circ$ . AZUL: esférica, VERDE: 3 anillos.

es:

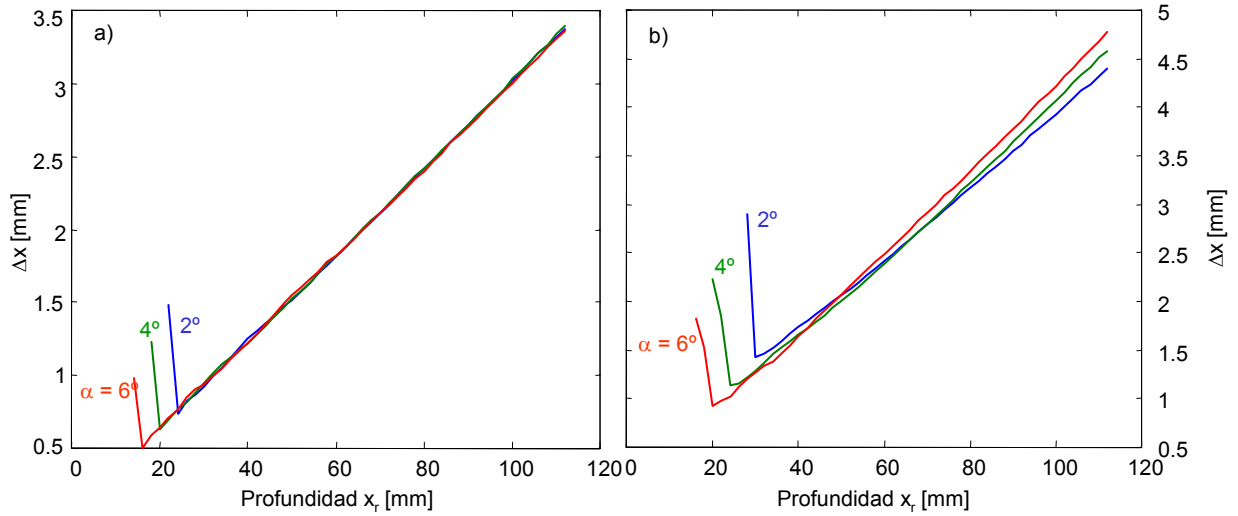
$$L_f = \frac{3}{\lambda} (R_2^2 - R_1^2) \approx 3 \frac{eD}{\lambda} \quad (3.29)$$

La profundidad de campo y el coeficiente  $k_{PF}$  según se muestra en la tabla 3.5, es inferior a la obtenida mediante lente esférica de la apertura completa para curvaturas débiles y al contrario para curvaturas fuertes, siendo equiparables en curvaturas medias. Por tanto, muy inferiores a la lente cónica o toroidal.

$\alpha [^\circ]$	0	1	2	3	4	5	6
$L_f [mm]$	106.2	90.72	77.16	65.03	54.24	43.84	36.74
$k_{PF}$	0	0.88	3.01	5.71	8.48	10.74	12.98

**Tabla 3.5:** Profundidades de foco  $L_f$  con banda ancha y constante  $k_{PF}$  en función del ángulo de focalización  $\alpha$ .

Aplicando la expresión 3.29 para un solo anillo exterior de espesor  $e = 0.84\lambda$  y sin deflectar, se obtiene una profundidad de campo de 37.8mm, que es exactamente lo obtenido en la simulación, mientras que deflectando  $30^\circ$  para los tres anillos exteriores, se obtienen 94.22mm frente a 111.5mm de la expresión anterior afectada de deflexión.



**Figura 3.19:** Focalización esférica con los tres anillos exteriores. Ancho del haz a lo largo del eje de focalización: a) a -3dB y b) a -6dB para tres curvaturas en función del ángulo de focalización (AZUL: 2°, VERDE: 4° y ROJA: 6°).

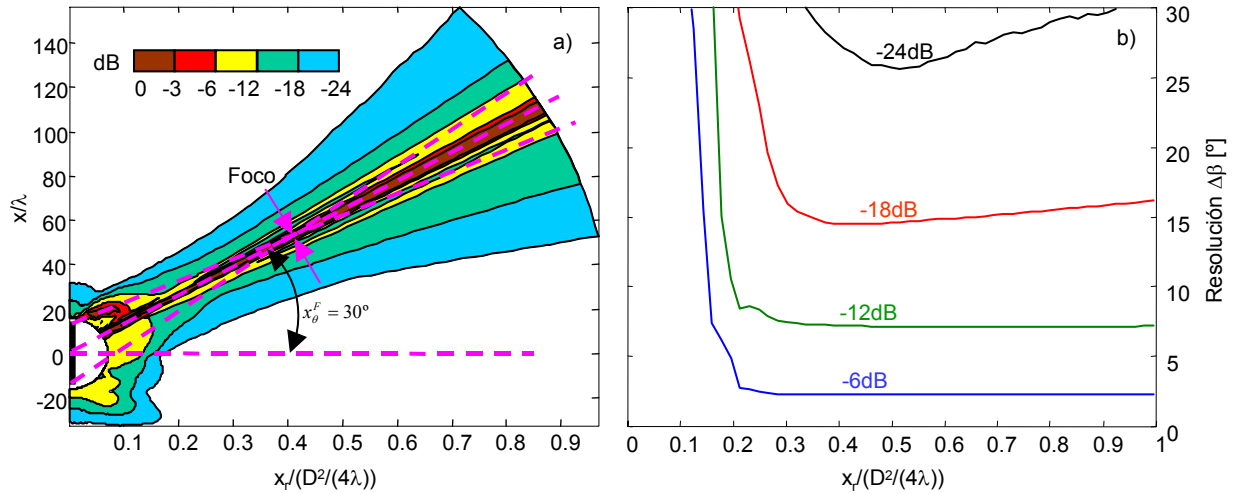
Para esta lente, el coeficiente  $k_2 = 1.1mm$  en la expresión 3.22, coincidiendo prácticamente como refleja la figura 3.18a con el perfil obtenido con focalización dinámica.

En el perfil lateral de la figura 3.18b, se observa que aunque el lóbulo principal es más estrecho en su zona más alta, aparecen como en el caso de lente toroidal, lóbulos secundarios bien diferenciados que se encuentran a partir de -10dB, ensanchando de forma importante el haz en su base (el ancho del haz es de 38° a -30dB). Mientras que la amplitud máxima de los lóbulos de rejilla se eleva hasta -29.3dB.

Teóricamente, el perfil lateral sin deflectar para onda continua, sigue el patrón de una función de Bessel de orden cero  $J_0\left(\frac{kR}{x_z}r\right)$ , que tabularmente a -6dB le corresponde un ancho de haz de  $2 \cdot 1.5211 = \frac{kR}{x_z}\Delta x$ . Dividiendo por la profundidad  $x_z$  se obtiene la resolución angular a este nivel:

$$\Delta\beta = \frac{\Delta x}{x_z} = k_{BW} \frac{\lambda}{D} = 0.97 \frac{\lambda}{D} \quad (3.30)$$

Comparando el resultado con el obtenido para el array AS1, se comprueba que el ancho del haz con uno o varios anillos exteriores, es bastante inferior al de una apertura circular con el mismo diámetro. Concretamente la resolución mejora un 48% en relación con la obtenida en el foco con la lente esférica, donde se concluyó que  $k_{BW} = 1.44$  para el corte a -6dB. Según la expresión 3.30, la resolución angular del anillo es constante con



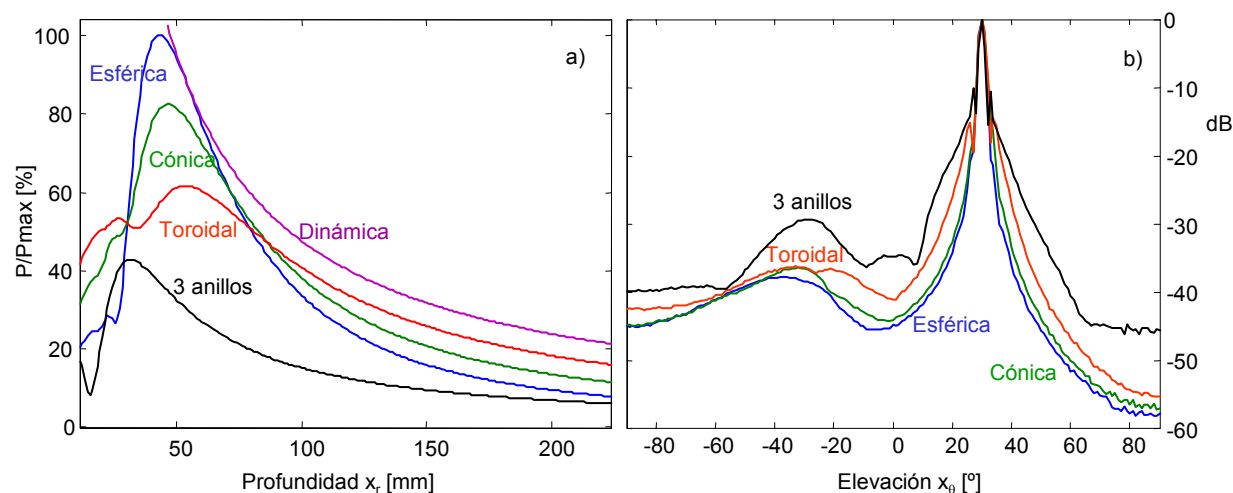
**Figura 3.20:** Focalización esférica con tres anillos exteriores del array AS1. a) Imagen de clase B normalizada y b) Resolución lateral en función de la profundidad a diferentes niveles de presión: AZUL: -6dB, VERDE: -12dB, ROJO: -18dB, NEGRO: -24dB y MAGENTA: -30dB. Ambas obtenidas con ángulo de focalización de  $4^\circ$  y deflectando  $30^\circ$ .

la profundidad, al igual que sucede con focalización dinámica. Esto hace que la apertura se comporte como un emisor sin difracción.

El ancho del haz a -6dB obtenido de la simulación con tres anillos exteriores del array AS1, a 112mm de profundidad, es 3.75mm sin deflectar y 4.5mm deflectando  $30^\circ$ , mientras que con la expresión 3.30 se obtienen 3.62mm y 4.18mm respectivamente, según la figura 3.19b. Concretamente para -3dB, la anchura del haz varía entre 0.5mm en las proximidades del transductor y 3.4mm en campo lejano (figura 3.19a), y para -6dB (figura 3.19b) la variación sigue siendo absolutamente lineal entre 1mm y 4.5mm.

El campo de presiones para esta apertura (ver figura 3.20a) es aún más uniforme que con focalización cónica o toroidal, exceptuando la zona de campo muy cercano (por debajo de  $D^2/(20\lambda)$ ). A partir de esta profundidad, se reproduce la clase B de la lente cónica, quedando dentro del cono de focalización, un nivel de intensidad superior a -9dB. Si bien, el nivel de fondo de la imagen está alrededor de -24dB, mientras que con otras lentes estaba a -32dB. También se observan en la imagen los lóbulos laterales más elevados que con cualquier otra lente.

La resolución lateral de la figura 3.20b hasta -18dB es prácticamente constante, a partir de la profundidad donde se sitúa el máximo de presión. Luego tiene menos variación



**Figura 3.21:** a) Perfil axial y b) Perfil lateral del array AS1. Ambos deflectando  $30^\circ$  y ángulo de focalización de  $4^\circ$ . AZUL: esférica, VERDE: cónica, ROJO: toroidal, NEGRO: 3 anillos exteriores, MAGENTA: dinámica.

durante más profundidad que con ninguna otra lente anterior.

A modo de resumen, los anillos exteriores presentan una baja eficiencia energética, al usar solo una pequeña porción de la apertura, si bien pocos elementos que controlar, gran profundidad de campo y muy buena resolución lateral, a medida que se incrementa el diámetro del anillo. Sin embargo, grandes anillos son un gran inconveniente para la imagen médica, ya que puede causar distorsiones de campo (aberraciones de fase, etc) [Fox79], además de aumentar el nivel de lóbulos laterales y de rejilla, reduciendo el contraste.

### 3.3.7 Resultados comparativos de las distintas lentes de focalización

En la figura 3.21a se muestra el perfil axial resultante de aplicar las distintas lentes. Con un pequeño margen de error, los máximos del perfil de las lentes cónica, toroidal y con tres anillos exteriores del array AS1 en comparación con el de lente esférica, se encuentran 20, 40 y 60% por debajo respectivamente. Si bien el último, responde a la relación de superficies radiantes. A excepción de esta última, los máximos están desplazados ligeramente hacia la derecha en relación con la esférica, motivados por los perfiles de las distintas lentes.

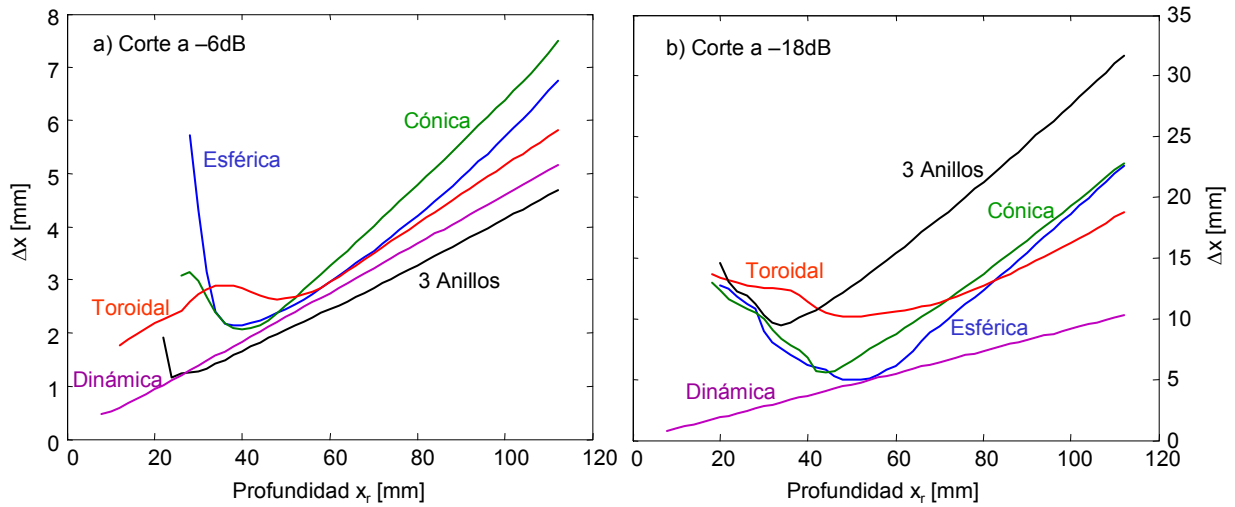
Los perfiles laterales generados por las lentes esférica y cónica son bastante similares,

sin presentar para esta deflexión, lóbulos secundarios apreciablemente diferenciados del lóbulo principal. No ocurre así con la lente toroidal y con los anillos exteriores del array, donde se aprecian lóbulos secundarios claramente diferenciados que ensanchan el haz en la base de forma importante. Si bien, el perfil con lente toroidal presenta características menos desfavorables, que focalizando con los anillos exteriores, con un nivel de lóbulos de rejilla y anchura del haz, ambos inferiores.

Teniendo en cuenta que con focalización dinámica, se obtiene el límite teórico de resolución lateral, tomaremos el ancho de haz de esta lente como referencia de las restantes. Por otro lado, la evolución del ancho de campo a -6dB con la profundidad (ver figura 3.22a) para lente esférica de foco fijo, presenta mejor comportamiento que la cónica a profundidades superiores al foco, y al contrario a profundidades inferiores. Puesto que la focalización dinámica se construye focalizando esféricamente punto a punto, ambas coinciden en las proximidades del foco. Sin tener en cuenta la respuesta obtenida con los tres anillos exteriores, cuya mejora a -6dB es apreciable respecto de la dinámica (teóricamente un 48%, aunque prácticamente menor), es la toroidal la que mejor se comporta en relación con la dinámica, ya que presenta un haz menos afectado por la difracción. Comparando lo que sucede a -18dB (ver figura 3.22b), la que peor comportamiento revela es la obtenida con los anillos exteriores debido al gran nivel de lóbulos laterales, mientras que la toroidal presenta una evolución más uniforme que el resto.

### 3.4 Filtros espaciales (apodización)

Otra forma de mejorar las características del haz ultrasónico, es modulando electrónicamente en amplitud el pulso de excitación (apodización en emisión), o la ganancia de los amplificadores en recepción, de cada uno de los elementos del array (apodización en recepción), mediante funciones (o filtros espaciales). El efecto del filtrado espacial sobre el haz, es reducir los lóbulos laterales, a costa de ensanchar ligeramente el lóbulo principal. Por tanto, se pierde resolución lateral cuando se mide en niveles próximos al máximo de presión y se gana en la proximidades de la base. El compromiso que se establece entre el nivel de lóbulos laterales y la anchura del haz principal es un fenómeno bien conocido, tanto desde un punto de vista de la teoría de filtros como desde un punto de vista de las



**Figura 3.22:** Ancho del haz proporcionado por distintas lentes a lo largo del eje de focalización con un ángulo de focalización de  $4^\circ$  del array AS1 deflectando  $30^\circ$ . a) Corte a -6dB y b) Corte a -18dB.

aperturas multielemento.

Los lóbulos laterales en el patrón de radiación de un array, son equiparables a la banda no pasante en un filtro pasobanda. Como sucede en el diseño de filtros, los lóbulos laterales no son completamente eliminados usando una apertura finita. Pero su amplitud puede reducirse un cierto grado, ajustando la amplitud de la señal de cada elemento en emisión y/o en recepción.

El término apodización se deriva del griego y significa eliminar los lóbulos secundarios o pies de un patrón de difracción. En el caso de un pistón circular, el patrón de difracción es un lóbulo central rodeado de anillos concéntricos. El lóbulo central contiene el 84% del total de la energía radiada, y el 16% restante se distribuye entre los distintos anillos. La presencia de estos anillos disminuye el poder de resolución del sistema de imagen, hasta el punto donde la apodización es requerida.

La apodización se puede lograr alterando la forma de la apertura o sus características de emisión y/o recepción. La expresión para calcular el campo difractado de Fraunhofer [Goo68] se define:

$$\begin{aligned}
 U(k_y, k_z) &= \iint_{-\infty}^{+\infty} A(y, z) e^{j(k_y y + k_z z)} dy dz \\
 A(y, z) &= A_0(y, z) e^{j\varphi(y, z)} \\
 k_y &\equiv kY/R, \quad k_z \equiv kZ/R
 \end{aligned}$$

Bartlett	Blackman	Coseno	Welch
$1 - \frac{ r }{R}$	$0.42 + 0.5 \cos\left(\frac{\pi r}{R}\right) + 0.08 \cos\left(\frac{2\pi r}{R}\right)$	$\cos\left(\frac{\pi r}{2R}\right)$	$1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2$
Gausiana	Hamming	Hanning	Connes
$e^{-\left(\frac{r}{\sigma}\right)^2}$	$0.54 + 0.46 \cos\left(\frac{\pi r}{R}\right)$	$\cos^2\left(\frac{\pi r}{2R}\right)$	$\left(1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2\right)^2$

**Tabla 3.6:** Expresión de algunas de las funciones de apodización mas usadas en ultrasonidos.

donde  $A(y, z)$  es la función apertura y  $k_y$  y  $k_z$  son las frecuencias angulares espaciales a lo largo de los dos ejes. Dicha expresión muestra que la distribución del campo  $U(k_y, k_z)$ , para el patrón de difracción de Fraunhofer, es la transformada de Fourier de la distribución del campo sobre la apertura (es decir, la función que se ha denominado apertura:  $A(y, z) = F^{-1}\{U(k_y, k_z)\}$ ). Así tal vez, la forma más simple de apodizar es aquella donde solo se altera la amplitud  $A_0$  (aunque también se puede conseguir alterando la fase  $e^{j\varphi(y,z)}$  o ambas), que decrecerá radialmente desde el eje, hasta ser prácticamente despreciable en el borde del transductor (apodización clásica). En particular, suponiendo que la caída en amplitud de  $A_0$  sigue una curva gausiana, su transformada también lo es, y en consecuencia, el sistema de anillos propio de los lóbulos laterales desaparece. Aún cuando el máximo central se ensancha, los lóbulos laterales se suprimen.

Existe una gran cantidad de funciones de apodización distintas de la unitaria, propuestas en la literatura: gausiana, coseno, Bartlett, Hamming, Hanning, Blackman, etc., cuya expresión matemática y aspecto se muestran en la tabla 3.6 y figura 3.23 respectivamente. Estas mismas funciones que están centradas en el eje del array: ponderación máxima en el eje y mínima en el anillo exterior, no producen el efecto deseado de apodización, cuando se eliminan algunos de los anillos centrales del array, en tal caso, pueden ser modificadas como se muestra en la misma figura: ponderación mínima en los anillos interior y exterior y máxima en el anillo intermedio, ofreciendo buenos resultados como se mostrará más adelante.

A continuación, se realiza el estudio teórico de una de ellas: la apodización Gausiana, así como su aplicación a un array AS y su influencia sobre tres focalizaciones distintas: esférica, cónica y toroidal. Después estudiaremos la influencia de cuatro tipos de apodización como son: *Bartlett*, *Coseno*, *Connes* y *Gausiana*, sobre el array AS1 focalizado esféricamente.

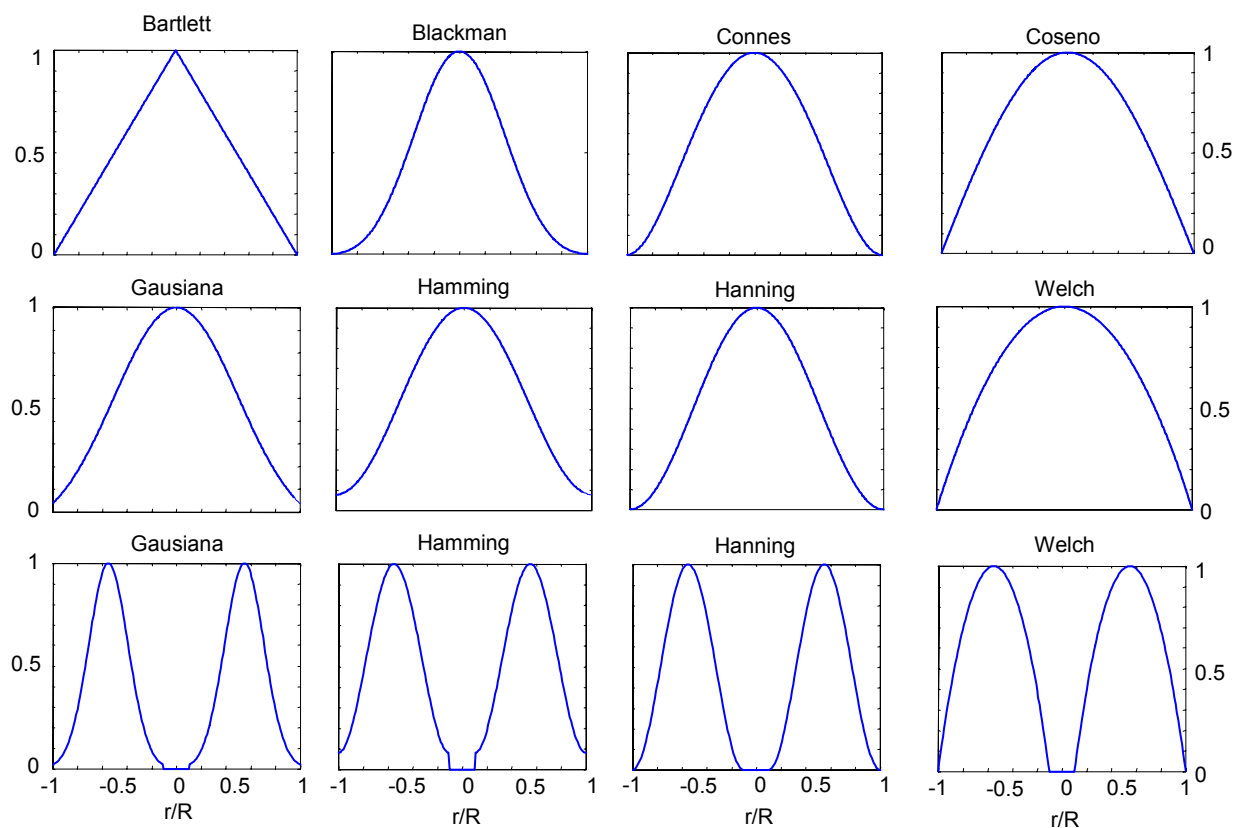


Figura 3.23: Apodizaciones típicamente usadas en ultrasonidos.

### 3.4.1 Influencia de la apodización gaussiana sobre el haz en un array AS

Primeramente, estudiaremos el pistón circular esférico con apodización gaussiana, que nos servirá como límite teórico del comportamiento de los arrays AS. Las distintas expresiones serán comparadas con simulaciones efectuadas en las mismas condiciones sobre el array AS2, que se obtiene a partir de AS1 sin espacio entre elementos y con elemento central.

Resolviendo la integral de Rayleigh-Sommerfeld con simplificación paraxial [Goo68], para el cálculo del campo con onda continua y focalización esférica, siendo  $R^2 \gg \sigma^2$ , y  $(x_r^F)^2 \gg \sigma^2$  (donde  $\sigma$  es el parámetro característico de la apodización gaussiana, o radio de la apertura efectiva, en el que la amplitud del lóbulo principal cae a  $1/e$  de su máximo),

se obtiene [Lu90]:

$$P(x_x, 0, x_z) = \left( \frac{k}{x_z \sqrt{\left(\frac{2}{\sigma^2}\right)^2 + \left(\frac{k}{x_z^F} - \frac{k}{x_z}\right)^2}} \right) e^{-\left( \frac{\left(\frac{kx_x}{\sigma x_z}\right)^2}{\left(\frac{2}{\sigma^2}\right)^2 + \left(\frac{k}{x_z^F} - \frac{k}{x_z}\right)^2} \right)} \quad (3.31)$$

siendo  $k$  el número de onda,  $x(x_x, 0, x_z)$  las coordenadas rectangulares de un punto en el espacio y  $\vec{x}^F(0, 0, x_z^F)$  el foco. La expresión anterior permite descomponer la presión en el producto de los dos perfiles característicos:  $P(x_x, 0, x_z) = (\text{perfil axial}) \cdot (\text{perfil lateral})$ . Por otro lado, dicha expresión en el plano focal ( $x_z = x_z^F$ ) se simplifica a:

$$P(x_x) = \frac{k\sigma^2}{2x_z^F} e^{-\left(\frac{k\sigma x_x}{2x_z^F}\right)^2}$$

La profundidad  $x_{z\max}$  para la que el campo presenta la amplitud máxima, se obtiene derivando la expresión 3.31 e igualando a cero para  $x_x = 0$ :

$$x_{z\max} = \frac{x_z^F}{1 + \left(\frac{2x_z^F}{k\sigma^2}\right)^2} \quad (3.32)$$

de esta expresión y para  $\sigma = R/2 = 3.75\text{mm}$ ,  $x_z^F = D^2/8\lambda$ , y  $\lambda = 0.5\text{mm}$  se obtiene  $x_{z\max} = 40.03\text{mm}$ , coincidente con lo observado en la simulación para el array AS2 sin deflectar, tanto para onda continua como para banda ancha.

La expresión anterior muestra que  $x_{z\max}$  es siempre inferior a la distancia focal  $x_z^F$ , y la presión máxima es:

$$P_{\max} = \sqrt{1 + \left(\frac{k\sigma^2}{2x_z^F}\right)^2} \quad (3.33)$$

que siempre supera la unidad. Aplicando esta expresión al array AS2 se obtiene el valor 1.86, mientras que la simulación para onda continua es 1.89 y para banda ancha 1.78.

La amplitud máxima de presión en el perfil lateral de la expresión 3.31, se obtiene para  $x_x = 0$  y tiene por valor la unidad, por eso, el **resolución lateral** o ancho del haz a -6dB a lo largo de la profundidad  $x_z$  se obtiene igualando el perfil lateral a 0.5, resultando:

$$\Delta x(x_z) = 2\sqrt{\ln 2} \sqrt{\left(\frac{2x_z}{k\sigma}\right)^2 + \left(\frac{\sigma}{x_z^F}\right)^2} (x_z - x_z^F)^2 \quad (3.34)$$

que se muestra en la figura 3.24b.

Solamente apodizando (sin focalización), el ancho de campo es:

$$\lim_{x_z^F \rightarrow \infty} \Delta x(x_z) = 2\sqrt{\ln 2} \sqrt{\left(\frac{2x_z}{k\sigma}\right)^2 + \sigma^2}$$

que siempre es superior a  $\sigma$ , independientemente de la profundidad.

La profundidad a la que se encuentra el mínimo de ancho del haz, es coincidente con la amplitud máxima del campo, nombrado previamente con  $x_{z\max}$ . A esta profundidad el ancho del haz es:

$$\Delta x(x_{z\max}) = \frac{4\sqrt{\ln 2}}{\sqrt{\left(\frac{2}{\sigma}\right)^2 + \left(\frac{k\sigma}{x_z^F}\right)^2}} = \frac{3.33}{\sqrt{\left(\frac{2}{\sigma}\right)^2 + \left(\frac{k\sigma}{x_z^F}\right)^2}} \quad (3.35)$$

que siempre es inferior a la del plano focal. La resolución lateral mínima se incrementa a medida que aumenta la distancia focal  $x_z^F$ . Para el array en cuestión se muestra en la figura 3.24b. Sin embargo, tiene cota superior, ya que, cuando el foco tiende a infinito (sin focalización), se obtiene el máximo valor que toma el mínimo del ancho de campo:  $\lim_{x_z^F \rightarrow \infty} \Delta x(x_{z\max}) = 2\sqrt{\ln 2}\sigma \approx 1.67\sigma$ . Aplicando la expresión 3.35 se obtiene un ancho del haz mínimo de 3.35mm, mientras que de la simulación realizada para el array AS2, se obtiene 3.3mm y 3.24mm para banda ancha y onda continua respectivamente. Mientras que el ancho del haz en el plano focal ( $x_z = x_z^F$ ) es:

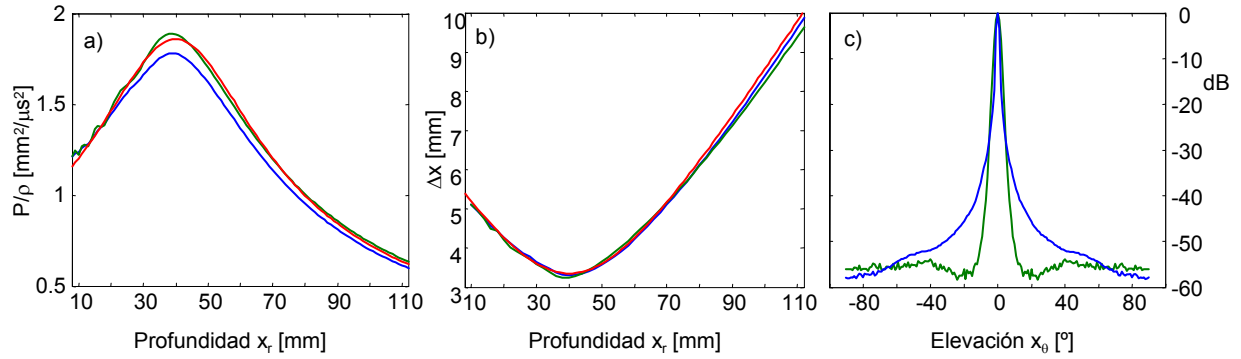
$$\Delta x(x_z^F) = 4\sqrt{\ln 2} \frac{x_z^F}{k\sigma} \approx 3.33 \frac{x_z^F}{k\sigma}$$

En la figura 3.24c se muestra la simulación del perfil lateral para banda ancha, del array AS2 con apodización gaussiana y sin apodización, para el caso de lente esférica sin deflexión. El efecto de la apodización en la zona más baja del lóbulo es notable, así como el ligero incremento del ancho en la zona mas alta del lóbulo principal.

La **profundidad de campo** se puede obtener como la profundidad en la que el ancho de campo se incrementa 3dB sobre el ancho mínimo del haz:

$$L_f(x_z^F) = \frac{k\sigma^2}{1 + \left(\frac{k\sigma^2}{2x_z^F}\right)^2} \quad (3.36)$$

Aplicando la expresión anterior se obtiene una profundidad de campo de 50.96mm, mientras que de la simulación del array AS2 se obtienen valores de 50.3mm y 48.21mm para banda ancha y onda continua respectivamente.



**Figura 3.24:** Apodización gaussiana focalizando esféricamente a  $D^2/8\lambda$  y sin deflexión del array AS2.

a) Perfil axial, b) Ancho del haz. AZUL para banda ancha, VERDE para onda continua y ROJA: expresiones 3.31 en a) y 3.34 en b). c) Perfil lateral. AZUL: con apodización uniforme y VERDE: apodización gaussiana.

La apodización supone una reducción del tamaño de la apertura (apertura efectiva), y por tanto, de la distancia de campo lejano de la apertura apodizada en función de  $\sigma$  ( $\sigma < R$ ). En este caso, las distancias focales cercanas a campo lejano de la apertura ya no son apropiadas, por la reducción de tamaño de la apertura efectiva con apodización. Considerando que una focalización es apropiada cuando el segundo corte para obtener la profundidad de foco está más alejado que el propio foco:

$$x_z^F \leq \frac{\pi\sigma^2}{\lambda} = \frac{k\sigma^2}{2} = x_{z\text{lim}}^F \quad (3.37)$$

Donde  $x_{z\text{lim}}^F$  es la distancia máxima a la que se permite focalizar un transductor con apodización gaussiana, de manera que, se cumpla una buena conformación del haz. En nuestro ejemplo, con  $\sigma = R/2$ ,  $x_{z\text{lim}}^F = 88.35\text{mm}$  (obsérvese la reducción sufrida, frente a la distancia de campo lejano con apodización uniforme  $D^2/(4\lambda) = 112.5\text{mm}$ ). Además, se cumple que a la profundidad  $x_{z\text{lim}}^F$ , el ancho del haz coincide con el ancho en la cara del transductor, y por tanto,  $x_{z\text{lim}}^F$  es la máxima profundidad de campo que se puede alcanzar.

Cuando se focaliza a la profundidad  $x_{z\text{lim}}^F$ , la amplitud máxima del campo se encuentra a la mitad de  $x_{z\text{lim}}^F$ , es decir, a  $\frac{k\sigma^2}{4}$ , y la amplitud de presión vale:

$$P\left(\frac{k\sigma^2}{4}\right) = \sqrt{5}$$

El ancho del haz a  $x_{z\text{lim}}^F$  es el mismo que en la superficie del transductor, es decir, para

$$x_z = x_z^F = \frac{k\sigma^2}{2} :$$

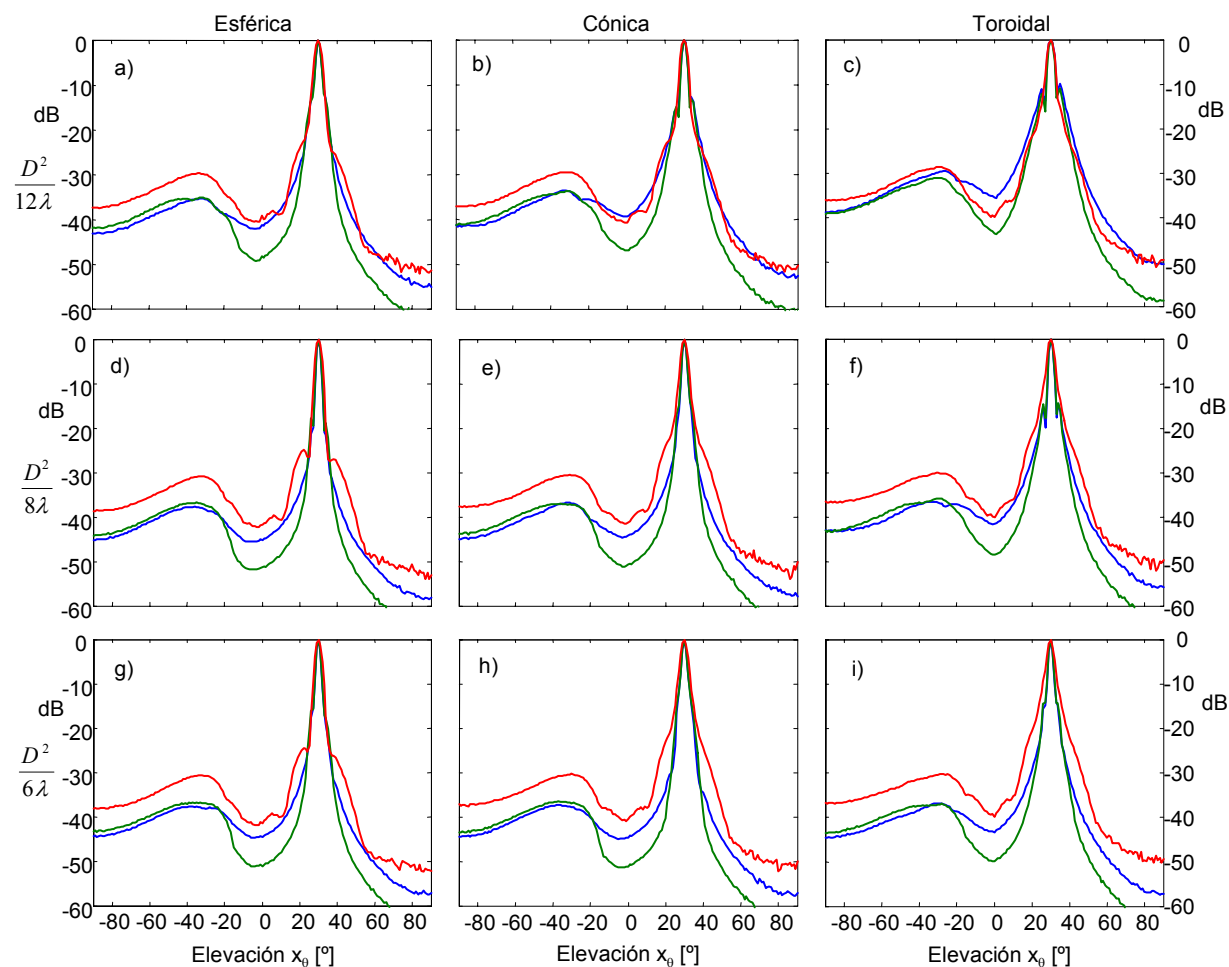
$$\Delta x \left( \frac{k\sigma^2}{2} \right) = 2\sqrt{\ln 2}\sigma = \Delta x(0)$$

En un array AS con solo 4 anillos, manteniendo la relación de aspecto y longitud de onda de la excitación, la amplitud solo cae aproximadamente un 10% en relación con la teórica. Mientras que en un array AS con más de 6 anillos y relación de aspecto de los elementos próxima a la unidad, aunque exista espacio entre los elementos del array, lo anterior sigue siendo válido, afectado, como es lógico, del porcentaje de superficie efectiva del array. Sin embargo, cuando se produce deflexión del haz, es necesario replantear todo lo anterior, aunque como es lógico, el desarrollo anterior establece el límite teórico del comportamiento del array AS.

### Estudio comparativo

Con objeto de conocer la influencia de la apodización sobre el haz en un array AS, con distintos tipos de focalización, se estudiará el efecto de la apodización *gausiana* con un radio característico  $\sigma = R/2$  para las dos funciones según la figura 3.23 (la clásica ó centrada sobre el array y la centrada en el anillo intermedio) sobre el array AS1, para las lentes *esférica*, *cónica* y *toroidal*. Este estudio se realiza, comparando para cada lente los perfiles laterales de la apertura apodizada en emisión, con relación a la apodización *unitaria*, a tres profundidades:  $D^2/12\lambda$ ,  $D^2/8\lambda$  y  $D^2/6\lambda$ , focalizando a una distancia  $D^2/8\lambda$  y deflectando  $30^\circ$  en todos los casos. Tal comparación se realizará en relación al máximo de presión, nivel de lóbulos de rejilla, profundidad de campo y ancho de campo a -10dB, -25dB y -40dB.

Las figuras 3.24c y 3.25d permiten comparar el efecto de la apodización sin y con deflexión (VERDE). En la figura 3.25 se observa el efecto de la apodización clásica con un radio característico  $\sigma = R/2$  (perfiles ROJOS), que para un array MC produce muy buenos resultados, sin embargo, para el array AS que tiene un pequeño hueco central de diámetro  $4\lambda$ , la apodización deteriora el haz. En tal caso, se puede recurrir a una función donde el máximo se posiciona sobre el anillo intermedio del array (perfiles VERDES), que produce una correcta eliminación de lóbulos laterales. Otra alternativa es incrementar el radio característico  $\sigma$ , la apodización es mas débil, y el hueco central tiene menos influencia.



**Figura 3.25:** Perfiles laterales con apodización gaussiana para diferentes lentes de focalización. a), d) y g) lente esférica. b), e) y h) lente cónica y c), f) e i) lente toroidal. A tres profundidades: a), b) y c)  $D^2/(12\lambda)$ , d), e) y f)  $D^2/(8\lambda)$  y g), h) e i)  $D^2/(6\lambda)$ . AZUL: apodización unitaria, VERDE: apodización gaussiana centrada sobre el anillo intermedio del array para  $\sigma = R/2$ , ROJO: apodización gaussiana clásica  $\sigma = R/2$ .

El **ancho del haz** (sin tener en cuenta los lóbulos de rejilla), para las tres lentes se muestra en la tabla 3.7. Cuando en esta tabla aparece un guión, quiere decir que el haz no baja hasta ese nivel, esto solo sucede sin apodización, para las lentes cónica y toroidal y en campo muy cercano ( $D^2/12\lambda$ ). Independientemente del tipo de lente y de la profundidad, la apodización reduce el ancho en la base del haz (-40dB). Esto mismo, también se observa a media altura del haz (-25dB) y a profundidades de  $D^2/12\lambda$  y  $D^2/8\lambda$ , independientemente del tipo de lente, e incluso a -10dB, en campo muy cercano.

La influencia de la apodización gaussiana sobre el **nivel de lóbulos de rejilla** para las

		$D^2/12\lambda$			$D^2/8\lambda$			$D^2/6\lambda$		
		-10dB	-25dB	-40dB	-10dB	-25dB	-40dB	-10dB	-25dB	-40dB
Esférica	Unit.	5.39	15.16	43.81	3.7	9.63	29.56	3.93	11.44	32.46
	Gauss	4.83	14.84	26.22	3.92	10.89	19.13	4.08	12.16	21.28
Cónica	Unit.	4.72	19.48	-	4.08	10.85	33.20	5.06	11.41	31.28
	Gauss	4.32	16.43	31.23	4.30	11.70	21.46	5.00	12.87	20.32
Toroidal	Unit.	7.67	28.53	-	3.81	17.51	44.98	3.86	13.91	38.57
	Gauss	4.95	22.78	41.51	4.06	15.20	30.45	4.16	12.94	26.58

**Tabla 3.7:** Ancho de campo en  $[\circ]$  con apodización gaussiana centrada sobre el anillo intermedio del array AS a tres niveles: -10dB, -25dB y -40dB, para las lentes: esférica, cónica y toroidal, y a tres profundidades:  $D^2/12\lambda$ ,  $D^2/8\lambda$  y  $D^2/6\lambda$ .

		$D^2/12\lambda$	$D^2/8\lambda$	$D^2/6\lambda$
Esférica	Unit.	-35.3	-37.7	-37.6
	Gauss	-35.2	-36.8	-36.8
Cónica	Unit.	-33.6	-36.9	-37.3
	Gauss	-33.6	-36.9	-36.5
Toroidal	Unit.	-29.6	-36.5	-36.9
	Gauss	-31.0	-35.8	-36.9

**Tabla 3.8:** Nivel de lóbulos de rejilla en dB con apodización gaussiana para lentes: esférica, cónica y toroidal.

tres lentes se muestran en la tabla 3.8. En la figura 3.25 se observan dos efectos contrarios: un estrechamiento en la base del haz producido por la apodización, y un aumento del nivel de lóbulos de rejilla independientemente de la lente usada, si bien, es de tan solo 1dB cómo máximo. Únicamente con lente toroidal y a la profundidad  $D^2/12\lambda$ , se mejora el nivel de estos, en relación con la unitaria.

La **profundidad de campo** medida para cada una de las lentes con apodización gaussiana, es de 57.52mm para la esférica, de 78.2mm para la cónica y de 112.48mm para la toroidal. Según la expresión 3.21, a cada una les corresponde un coeficiente  $k_{PF}$  de: 8.18, 11.12 y 16.0 respectivamente, comparadas con la apodización unitaria donde  $k_{PF}$  es: 7.8, 11.62 y 20.07 respectivamente. Se puede decir, que sólo para la lente esférica, se

		$D^2/12\lambda$	$D^2/8\lambda$	$D^2/6\lambda$
Esférica	Unit.	3.60	3.51	2.42
	Gauss	2.93	2.62	1.83
Cónica	Unit.	2.84	3.16	2.41
	Gauss	2.48	2.41	1.83
Toroidal	Unit.	2.10	2.51	2.22
	Gauss	2.01	2.03	1.72

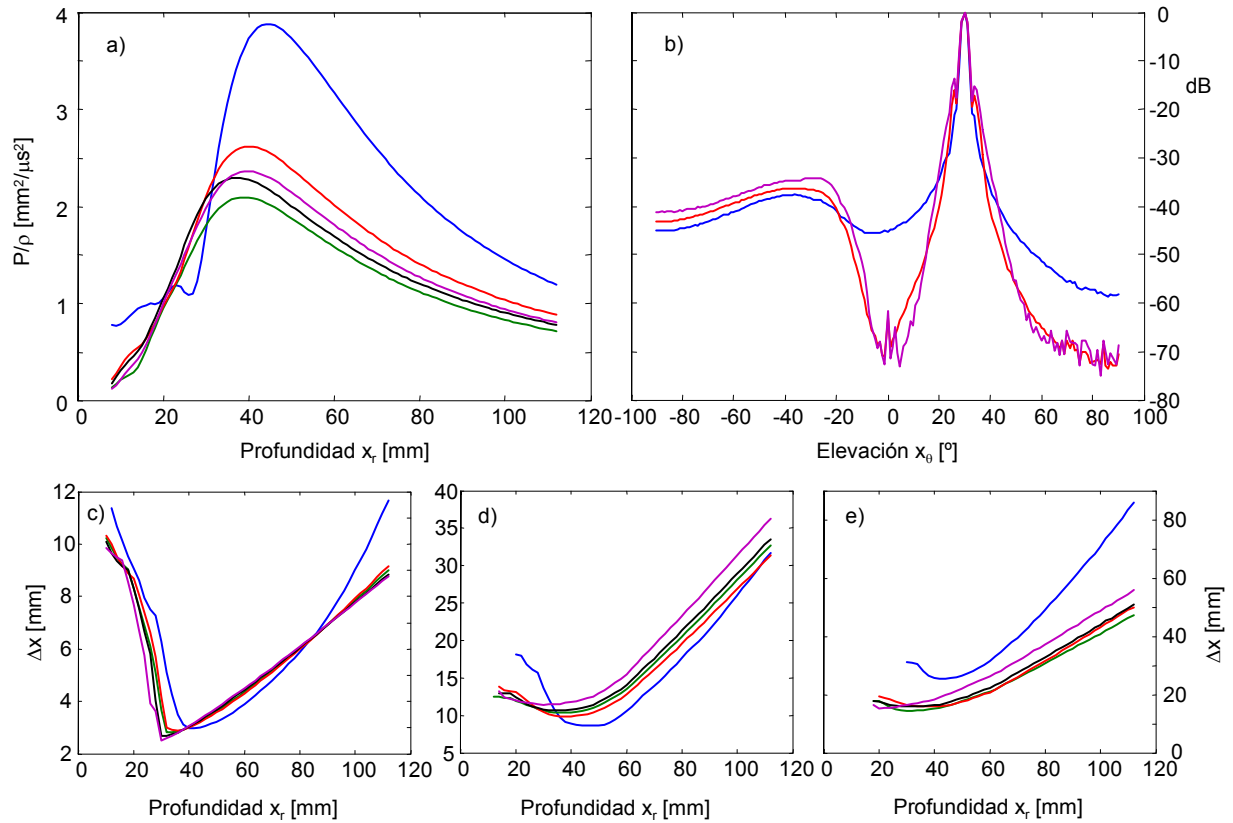
**Tabla 3.9:** Presión máxima en  $mm^2/\mu s^2$  con apodización gaussiana para lentes: esférica, cónica y toroidal.

produce una sensible mejoría, prácticamente no influye sobre la lente cónica, mientras que para lente toroidal empeora de forma importante. La profundidad de campo utilizando el criterio de la expresión 3.36, para cada una de las lentes es la siguiente: esférica: 30mm, bastante inferior que sin deflectar (siendo el resultado de dicha expresión 51mm), cónica: 59.7mm y toroidal: 64.4mm.

La **presión** a distintas profundidades para las distintas lentes se muestra en la tabla 3.9. Destacar que independientemente del tipo de lente, a profundidades iguales o mayores que  $D^2/8\lambda$  el porcentaje de reducción en el máximo de presión con este tipo de apodización es aprox. del 25%. Mientras que a profundidades inferiores, la reducción es variable según la lente usada.

### 3.4.2 Influencia de distintas apodizaciones sobre el haz focalizado esféricamente en un array AS

Estudiado el efecto de la apodización *gausiana* sobre distintas lentes, a continuación se compara el efecto de otras apodizaciones: *Bartlett*, *Coseno*, *Connes* y *Gausiana* con máxima ponderación en el anillo intermedio según la figura 3.23, en relación con la apodización *unitaria*, para el array AS1 con focalización *esférica*, como más comúnmente usada. Para ello, focalizando a una profundidad de  $D^2/8\lambda$  y deflectando  $30^\circ$  en todos los casos, se estudia cómo afectan las distintas apodizaciones a la amplitud máxima de presión, profundidad de campo y nivel de lóbulos de rejilla. Finalmente, se estudia cómo afectan las distintas apodizaciones a la anchura del haz en función de la profundidad.



**Figura 3.26:** Influencia de distintas apodizaciones sobre: a) Perfil axial. b) Perfil lateral. Ambos focalizando a  $D^2/8\lambda$ . c) d) y e) Ancho del haz con diferentes apodizaciones para focalización esférica a  $D^2/8\lambda$  y deflectando  $30^\circ$ . A distintos niveles: c) -10dB, d) -25dB y e) -40dB. Apodizaciones: AZUL. Unitaria, VERDE: Bartlett, ROJO: Coseno, NEGRO: Connes, MAGENTA: Gaussiana con  $\sigma = R/4$ .

Referente al perfil axial, la **amplitud máxima de presión** medida es: Unitaria: 3.88, Bartlett: 2.09, Coseno: 2.62, Connes: 2.29 y Gauss: 2.36. Por tanto, es la apodización *Coseno* la que produce menor reducción, seguida de la gaussiana. Según la figura 3.26a, la amplitud máxima de presión para las distintas apodizaciones se concentra entre 37 y 40mm de profundidad, mientras que sin apodizar es de 45mm de profundidad.

La **profundidad de campo** es en todos los casos de 62mm, con la intersección más cercana a la apertura de los perfiles axiales apodizados con el nivel de -6dB, alrededor de 22mm de profundidad y la intersección más alejada de 84mm, en sintonía con la simulada en el apartado anterior. Mientras que sin apodización, coincide la intersección de 84mm, sin embargo, la más cercana se produce a 31mm, con un total de 53mm de profundidad de campo, significativamente inferior que con cualquier apodización.

En el perfil lateral de la figura 3.26b se muestra la influencia de las dos apodizaciones con relación al perfil sin apodizar (AZUL), y cómo el ancho del haz se reduce en la base. Sin embargo, se aprecian dos inconvenientes: por un lado, el haz se ensancha ligeramente en los niveles intermedios, y por otro, el nivel de lóbulos de rejilla también se ve incrementado ligeramente (Unitaria: -36.63, Bartlett: -35.6, Coseno: -36.3, Connes: -35.3 y Gauss: -34.2). Ambos inconvenientes, debidos a una apodización excesivamente fuerte (pequeña apertura efectiva).

Finalmente, en la figura 3.26c, d y e se muestra la variación de la anchura del haz con la profundidad, para distintas apodizaciones y niveles de amplitud. Independientemente del nivel, el mínimo de la anchura del haz se encuentra, con apodización, unos 10mm más cercano a la apertura que sin apodización. Independientemente del nivel y del tipo de apodización, mejora siempre en la zona más cercana a la apertura. En la zona más lejana, la apodización ensancha ligeramente el haz principal en los niveles superiores e intermedios, pero aporta una apreciable mejoría en los niveles más bajos (figura 3.26e).

# Capítulo 4

## Reducción del número de elementos en arrays 2D

### 4.1 Introducción

Los arrays 2D típicos se basan en una matriz cuadrada (les llamaremos arrays MC), donde los elementos ocupan cada una de las celdas de dicha matriz. Al igual que ocurre con los arrays lineales, debido a la periodicidad de la apertura en sus dos direcciones principales, la distancia entre elementos  $d$  se mantiene cerca de  $0.5\lambda$  para evitar lóbulos de rejilla [Tur91]. De esta condición se derivan tres grandes inconvenientes que dificultan el uso de estas aperturas en aplicaciones comerciales de imagen:

- Por un lado, el número de elementos que forman el array es demasiado elevado con relación al nivel tecnológico actual. Por ejemplo, mientras que un array lineal (1D) con resolución angular de  $1^\circ$  requiere 114 elementos, un array 2D requiere el cuadrado de esta cifra, superando los 10000 elementos. Hoy en día es impensable fabricar un sistema de imagen ultrasónico con tal número de canales.
- Por otro lado, al ser los elementos tan pequeños, su impedancia eléctrica es muy alta ( $>10k\Omega$ ), limitando la relación señal/ruido, y por tanto, el *contraste* de las imágenes [Lig98].
- Otro inconveniente se refiere a la altísima densidad de conexiones entre los elementos del array, con la arquitectura electrónica de tratamiento, dificultando su fabricación

[Dav98] [Lig98].

Los arrays de anillos segmentados (les llamaremos arrays AS) suponen una alternativa a los actuales arrays MC por que presentan menor periodicidad, produciendo lóbulos de menor amplitud. Esto permite distribuir los elementos a distancias superiores a  $0.5\lambda$ , en los transductores basados en arrays AS y al mismo tiempo, incrementar el tamaño de los elementos con relación a los arrays MC [Mar00]. Aún así, en arrays AS de tamaño medio y grande, con apertura plena, el número de elementos puede ser muy superior al número de canales de los actuales sistemas de imagen ultrasónicos.

En arrays MC se han investigado *técnicas de reducción de elementos*, que permiten reducir la complejidad del sistema ultrasónico, manteniendo al mismo tiempo la calidad de las imágenes. Sin embargo, existen dos parámetros que se ven afectados por esta reducción de elementos, limitando el contraste de las imágenes: la *intensidad acústica* y el *nivel de lóbulos secundarios (NLS) y de rejilla (NLR)*. En efecto, la amplitud de presión en campo lejano es proporcional a la superficie radiante, y aunque afecta en menor medida, ya que puede ser corregida por la ganancia del sistema de imagen, si es pequeña, también lo será la relación señal/ruido, afectando negativamente al rango dinámico de las señales. En este capítulo usaremos el parámetro  $P_E$ , para indicar esta pérdida en amplitud o merma en *intensidad*, como el cociente entre el número de elementos de la apertura reducida  $N_r$  (elementos activos) y el número de elementos  $N$  de la apertura plena. Expresado en decibelios es:

$$P_E \approx 20 \log(N_r/N) \quad (4.1)$$

y en pulso-eco, la expresión anterior se convierte en:

$$P_{ER} \approx 20 \log(N_r/N)^2 = 40 \log(N_r/N) \quad (4.2)$$

Márgenes tolerables de pérdida de *intensidad* de la señal, no deberían ser superiores a 44dB en pulso-eco. Es decir, serán asumibles aquellas reducciones con un *coeficiente de reducción*  $p = N/N_r \leq 12.5$ , o lo que es lo mismo, usando solo el 8% de la superficie radiante. Este criterio que denominamos *criterio de intensidad* de la señal, que se encuentra en sintonía con los órdenes de reducción empleados en [Loc96] [Bru97] [Aus02] [Ull01], será cumplido por las aperturas sometidas a algún tipo de reducción en este capítulo.

Un método de reducción elimina periodicidades en la apertura plena, seleccionando aleatoriamente los elementos activos del array [Ste76] [Tur91-1] [Tur91] [Dav94] [Web94] [Hol95]. Son los *arrays dispersos aleatorios*.

Los lóbulos secundarios de los arrays aleatorios, forman un "pedestal" alrededor del lóbulo principal, cuyo nivel medio en solo emisión, es inversamente proporcional a la raíz cuadrada del número de elementos activos ( $1/\sqrt{N_r}$ ). Mientras que en emisión-recepción, el pedestal de los lóbulos laterales expresado en decibelios ( $d > 0.5\lambda$ ) es determinado mediante:

$$P(x_\theta, x_\phi) \approx 20 \log \frac{1}{\sqrt{N_E N_R}} \quad (4.3)$$

siendo  $N_E$  y  $N_R$  el número de elementos activos del array emisor y receptor respectivamente [Ste76] [Tur91]. Basándonos en esto, un array aleatorio debería tener al menos 200 elementos para que los lóbulos laterales se encuentren a -46dB del lóbulo principal.

Otra técnica de reducción usa dos aperturas periódicas complementarias, con distinta periodicidad en emisión y en recepción, apoyándose en la acción canceladora de ambas aperturas, para reducir el nivel de los lóbulos de rejilla [Loc96] [Bru97] [Loc97]. Son los *arrays de Vernier*.

Otros métodos, simplemente redistribuyen los elementos activos, mediante giros y traslaciones [Smi91] [Aus02] o mediante determinadas leyes matemáticas (espiral exponencial [Sum99]).

Finalmente, han sido propuestos los denominados métodos de *optimización matemática*, que minimizan el número de elementos [Lea91] [Hol95] [Hol97] [Tru96] y/o los coeficientes de apodización, para que el patrón de radiación se mantenga en unos límites razonables, con relación al array completo. Dentro de este mismo grupo, se encuentran los métodos de *optimización estocástica*, mediante el empleo de algoritmos genéticos, para la síntesis de arrays 2D con gran cantidad de elementos. Así, en [Web94] [Hau94] se optimiza solamente la posición de los elementos, de un array disperso con un número fijo de elementos.

Todos estos métodos de reducción aplicados a arrays MC, requieren que para obtener buenos resultados, la distancia entre elementos de la apertura plena se mantenga muy próxima a  $0.5\lambda$ .

El objetivo de este capítulo es el diseño de aperturas AS de tamaño medio ( $D = 30\lambda$ ) y grande ( $D = 60\lambda$ ) manteniendo un reducido número de elementos activos, capaces de generar imágenes ultrasónicas de suficiente calidad, maximizando la superficie emisora-receptora del array. Tomaremos una apertura de diámetro  $30\lambda$  como prototípica de apertura media, y otra de  $60\lambda$  como apertura grande. La resolución lateral para ambas aperturas es  $\Delta\beta \approx 2^\circ$  y  $1^\circ$  respectivamente.

Inicialmente, se plantea un análisis comparativo de arrays AS y MC, de características equivalentes con apertura plena: mismo tamaño, misma superficie emisora y mismo número de elementos. Al mismo tiempo, se estudian los parámetros geométricos del array que influyen en calidad de la imagen, especialmente en el caso de medianas y grandes aperturas como son: tamaño de la apertura, número, distancia y tamaño de elementos, etc.

En la segunda parte del capítulo, se aplican métodos de reducción de elementos a los arrays AS (con tamaños de la apertura entre  $30\lambda$  y  $60\lambda$ ), y se realizan comparaciones con arrays MC de similares características. Como objetivo, nos planteamos cumplir con las condiciones impuestas en medicina: obtener lóbulos secundarios y de rejilla por debajo de  $-40\text{dB}$  respecto del haz principal, y mostrar que los arrays AS pueden superar en intensidad entre  $20\text{dB}$  y  $40\text{dB}$  a los sistemas convencionales basados en arrays MC (con el mismo número de elementos).

## 4.2 Apertura plena: análisis comparativo de arrays AS y MC

Para estudiar la apertura plena nos basaremos en tres tipos de aperturas 2D: los arrays cuadrados (CU), los arrays de matriz cuadrada (MC), con la misma estructura de elementos que los cuadrados pero con apertura circular y los arrays de anillos segmentados (AS). Mostraremos las diferencias existentes entre los tres, en relación a la distribución y amplitud de los lóbulos del campo de presiones. Para todas ellas, se considera que los elementos tienen relación de aspecto unitaria y que cubren toda la superficie radiante (tamaño de elemento  $e =$  distancia entre elementos  $d$ ). Para facilitar el análisis, nos basaremos en primer lugar, en el caso más sencillo (elementos puntuales y onda continua), para estudiar

después arrays reales con elementos de dimensión finita.

Dado que la resolución lateral de un array, depende del tamaño  $D$  de la apertura, los arrays AS y MC del mismo tamaño, presentarán resoluciones muy parecidas.

### 4.2.1 Sobre el rango dinámico de las imágenes

A efectos prácticos, los lóbulos de rejilla suponen una entrada de señal no deseada sobre la imagen, constituyendo una importante fuente de ruido, que supone una limitación del rango dinámico, y por tanto, del contraste de las imágenes [Mar01]. Podemos definir el nivel de lóbulos de rejilla (NLR) de un array, en unas condiciones de emisión dadas, como la relación entre la amplitud de los lóbulos de rejilla LR y la del principal LP:

$$NLR = \frac{LR}{LP} \quad (4.4)$$

este valor en decibelios, ofrece una medida del rango dinámico de las imágenes, debido a los lóbulos de rejilla.

Si incluimos dentro del concepto de lóbulos secundarios, a todos aquellos que se forman aparte del lóbulo principal, podemos definir el nivel de lóbulos secundarios (NLS) como:

$$NLS = \frac{LS}{LP} \quad (4.5)$$

siendo LS el pico de amplitud de los lóbulos secundarios. Aunque LS coincide con frecuencia con la amplitud de los lóbulos de rejilla LR ( $NLS = NLR$ ), no siempre es así, en aperturas dispersas y con elementos muy pequeños.

Algunos autores definen ISLR (Intensity Side Lobes Relation) como la relación entre la amplitud máxima del lóbulo principal y los lóbulos secundarios (LS) en el patrón de radiación. Dicho coeficiente ha sido usado como criterio de optimización en arrays dispersos [Hol96]. El *contraste* de la imagen depende de esta ratio. En este trabajo se usa  $NLS=1/ISLR$ , al igual que Nikolov y Jensen en [Nik00], como coeficiente para medir el contraste:

$$\text{Contraste} = 20 \log(NLS) \quad [dB] \quad (4.6)$$

Como sucede con la intensidad de la señal, se define el *criterio de contraste* como el máximo nivel permitido de NLS y/o NLR. Para proporcionar una imagen de calidad, no debe ser inferior a -40dB.

### 4.2.2 Factor de array

Se denomina Factor de array (FA), al campo ultrasónico en el plano focal o en campo lejano generado por un array formado por elementos puntuales, que emiten onda continua de propagación esférica [Ste76]. El factor de array tiene la ventaja, de que permite estudiar los efectos derivados de la estructura geométrica del array, independientemente de otros efectos tales como el tamaño y forma de los elementos, espectro de la señal ultrasónica, etc. El factor de array presenta además la ventaja, de que la amplitud de los lóbulos existentes en el plano focal, es invariante respecto al ángulo de deflexión del haz ultrasónico. Este aspecto facilita el análisis, porque permite obtener las amplitudes de los lóbulos, realizando una sola computación del campo (p.e.: basta con emitir en dirección normal a la apertura)

#### Array lineal

Si calculamos FA para un array lineal formado por  $N$  elementos, que distan una distancia  $d$  entre sí, el patrón de radiación del array, contiene un lóbulo principal de amplitud LP máxima ( $LP = 1$ , valor normalizado) y lóbulos de rejilla cuya amplitud es  $LR = LP$  [Mac76]. Como hemos dicho anteriormente, cuando se considera el factor de array, tanto LP como LR son invariantes respecto al ángulo de deflexión del haz.

Por otro lado, la posición de los lóbulos de rejilla está determinada por el ángulo  $x_\theta^R$  [Mac76]:

$$\sin x_\theta^R = \sin x_\theta^F + n \frac{\lambda}{d}, \quad n = \pm 1, \pm 2, \dots \quad (4.7)$$

Esta expresión muestra que, en general, pueden existir varios lóbulos de rejilla, separados regularmente según  $n \frac{\lambda}{d}$ , y cuya posición está influenciada por la deflexión del haz  $x_\theta^F$ .

La distancia máxima entre elementos  $d_{\max}$  para evitar la aparición de los lóbulos de rejilla, se obtiene aplicando la expresión 4.7 para  $n = \pm 1$ :

$$\sin x_\theta^R = \sin x_\theta^F \pm \frac{\lambda}{d}$$

Para distancias entre elementos  $d > 0.5\lambda$ ,  $x_\theta^R$  es real, indicando que los lóbulos de rejilla se sitúan en el campo de visión (semiesfera situada frente al transductor), mientras que si la distancia entre elementos  $d \leq 0.5\lambda$ ,  $x_\theta^R$  no es real, por lo que dejan de existir, al situarse detrás del campo de visión, independientemente del ángulo de deflexión del haz.

## Array 2D

Para un array 2D, el factor de array ofrece la distribución de amplitudes en la semiesfera que contiene al foco. Para facilitar el análisis, consideremos que un array 2D en una dirección de azimut dada, tiene el mismo factor de array que un array lineal, formado por la proyección de sus elementos sobre una recta que se orienta en dicha dirección, al cual llamaremos *array lineal equivalente* [Sch98]. De este hecho se deriva: por un lado, la amplitud del lóbulo principal  $LP$  es máxima y constante para cualquier dirección de azimut, mientras que la amplitud de los lóbulos de rejilla  $LR$ , no depende del ángulo de elevación  $x_\theta$  pero sí del ángulo de azimut  $x_\phi$ .

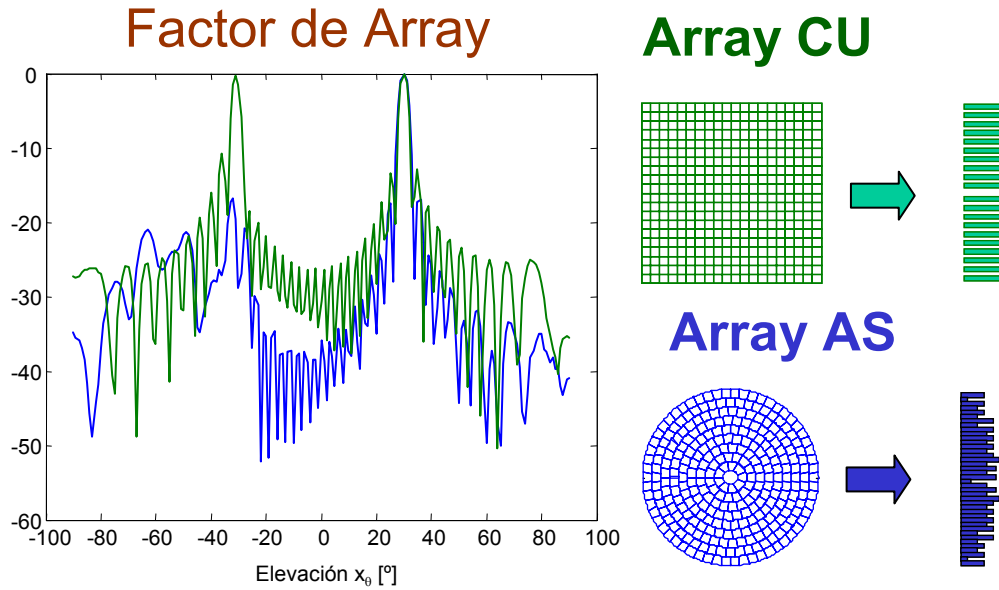
Bajo estas circunstancias, podemos decir que el array lineal equivalente a un array CU en sus dos direcciones principales, es un array lineal con  $\sqrt{N}$  elementos equidistantes, separados entre sí una distancia  $d$  y cuyo peso es  $\sqrt{N}$ . Por tanto, se pueden analizar los lóbulos de rejilla de un array 2D en sus direcciones principales, como si de un array lineal se tratara, con su posición dada por la expresión 4.7.

El factor de array nos permite además, definir el *grado de periodicidad*  $GrP$  de una apertura en un plano  $x_\phi$ , como el cociente entre la amplitud de los lóbulos de rejilla (LR) y del lóbulo principal (LP) [Mar00]:

$$GrP(x_\phi) = \frac{LR(x_\phi)}{LP} \quad (4.8)$$

$LR(x_\phi)$  indica que la distribución de lóbulos de rejilla, es función de la dirección de azimut que se considere. Para arrays lineales emitiendo onda continua, todos los elementos colaboran simultáneamente en la generación de sus lóbulos y el grado de periodicidad es máximo ( $GrP = 1$ ). Igual sucede cuando se focaliza en las dos direcciones principales del array CU ( $x_\phi = x_\phi^F = \{0^\circ, 90^\circ\}$ ), tal y como se muestra en la figura 4.1. En esta figura se muestra además, el factor de array correspondiente a la apertura AS de características equivalentes ( $D = 20\lambda, d = \lambda$ ), pudiéndose observar que NLR, está en este caso, 17dB por debajo del array CU. La explicación se encuentra a partir del array lineal equivalente de ambas aperturas, que se muestra en su parte derecha de la figura, en el que se puede observar, cómo se reduce la periodicidad del array AS con relación al array CU.

A partir de numerosas simulaciones se ha comprobado [Mar00], que el valor de  $GrP$  en un array AS, depende fundamentalmente del número de elementos y en menor medida de



**Figura 4.1:** Factor de Array (FA) creado por un array cuadrado en VERDE y un array de anillos segmentados en AZUL. Ambos de diámetro  $20\lambda$  y con tamaño de elementos  $e = \lambda$ , focalizados en  $x^F$  ( $x_r^F = 25mm$ ,  $x_\theta^F = 30^\circ$ ). A la derecha, array lineal equivalente en una dirección principal, de un array CU y de un array AS.

su disposición sobre el array, de tal manera que,  $GrP$  varía entre 0.22 y 0.15 para arrays entre 150 y 300 elementos (número de recursos razonable). Concretamente el array AS de la citada figura, que cuenta con 300 elementos, presenta un  $GrP \approx 0.2$ . Disminuir dicho coeficiente hasta 0.1, significaría multiplicar por tres el número de elementos. En pulso-eco, FA es el cuadrado del obtenido para solo emisión o recepción, y por tanto, también el grado de periodicidad  $GrP$ .

### 4.2.3 Tamaño finito de los elementos

Es bien conocido que el campo en el plano focal (o campo lejano) de un array lineal, en onda continua y considerando el tamaño finito de los elementos [Mac76], se aproxima al producto del factor de array por el patrón de radiación del elemento. Cuando el elemento es rectangular de anchura  $e$ , su patrón de radiación es una función  $\text{sinc}(\cdot)$  que se estrecha al aumentar la relación  $e/\lambda$ . De esta forma, la amplitud máxima del lóbulo principal  $LP$ ,

queda modulada con la deflexión por la función:

$$LP \approx \text{sinc}\left(\frac{e}{\lambda} \sin x_\theta^F\right) \quad (4.9)$$

Por otro lado, la amplitud de los lóbulos de rejilla  $LR$ , está también modulada por la misma función [Mar01]:

$$LR \approx \text{sinc}\left(\frac{e}{\lambda} \sin x_\theta^R\right) \quad (4.10)$$

que depende fundamentalmente del ángulo de deflexión, del tamaño  $e$  y separación  $d$  entre elementos. También se ha considerado que  $GrP = 1$  para un array lineal.

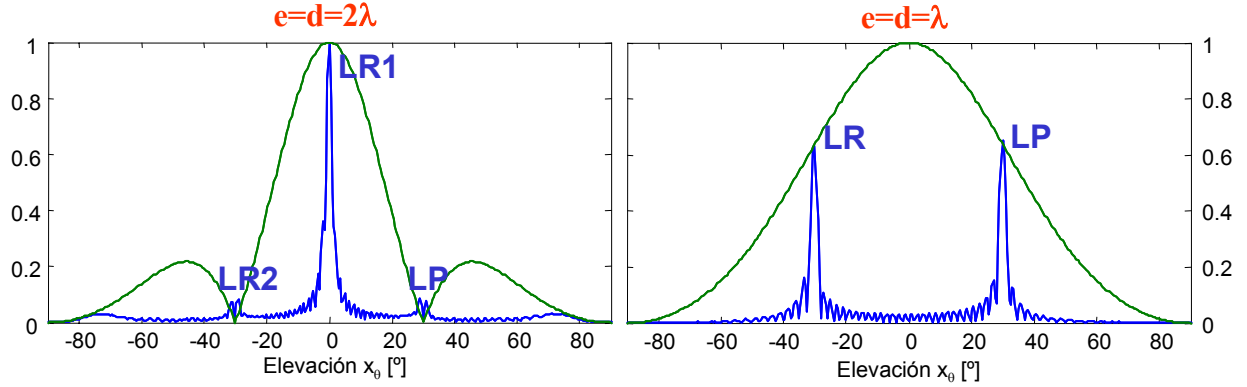
En el caso de arrays 2D de matriz cuadrada emitiendo en onda continua, cuando se focaliza sobre las direcciones principales (que son las mas desfavorables desde el punto de vista de LR) se dan algunas diferencias respecto al array lineal, motivadas al considerar el aspecto bidimensional del problema [Mar03]:

$$LR(x_\phi^F, x_\theta^R) \approx GrP(x_\phi^F) \cdot FrE(x_\phi^F, x_\theta^R) \quad (4.11)$$

el primer factor indica el grado de periodicidad del array lineal equivalente, correspondiente a la dirección  $x_\phi^F$  y sobre la posición de LR, es por tanto, función de la distribución de elementos sobre la apertura, mientras que el segundo factor depende fundamentalmente del tamaño y forma del elemento. Para un elemento cuadrado, la función de radiación del elemento en campo lejano, viene dada por la expresión [Ste71]:

$$FrE(x_\phi^F, x_\theta) = \text{sinc}\left(\frac{e}{\lambda} \cos(x_\phi^F) \sin(x_\theta)\right) \cdot \text{sinc}\left(\frac{e}{\lambda} \sin(x_\phi^F) \sin(x_\theta)\right) \quad (4.12)$$

que, cuando se focaliza sobre las direcciones principales del array ( $x_\theta = x_\theta^F$ ;  $x_\phi^F = \{0^\circ, 90^\circ\}$ ), coincide con la expresión 4.9 propia del array lineal. Por otro lado, el grado de periodicidad de un array 2D de matriz cuadrada también es función de  $x_\phi^F$ , alcanzando su máximo en las direcciones principales, donde  $GrP = 1$ . Por tanto, el comportamiento de un array cuadrado en sus direcciones principales, es igual al de un array lineal con LP y LR dados por las expresiones 4.9 y 4.10. La función  $\text{sinc}(\cdot)$  modula tanto LP que decrece con la deflexión, como LR donde se produce el efecto contrario. La respuesta lateral de un array está, por tanto, condicionada por el tamaño de sus elementos, y los primeros ceros de la función  $\text{sinc}(\cdot)$  tienden a anular el lóbulo principal, constituyendo éstos, un límite en el ángulo de deflexión del array. La figura 4.2 muestra la respuesta lateral de un array lineal



**Figura 4.2:** Respuesta lateral de un array lineal de tamaño  $D = 30\lambda$ , considerando el tamaño de sus elementos, emitiendo onda continua y focalizado en  $x^F(D^2/(8\lambda), 30^\circ, 0^\circ)$ . En VERDE curva de radiación de un elemento.

deflectado  $30^\circ$  para dos tamaños del elemento:  $e = 2\lambda$  y  $e = \lambda$ , respectivamente. En el primer caso, el patrón de radiación del elemento presenta sus ceros a  $\pm 30^\circ$  (expresión 4.9). En consecuencia, LP queda reducido a cero, mientras que LR que se encuentra en este caso en  $x_\theta^F = 0^\circ$ , tiene máxima amplitud (expresión 4.10). En el segundo caso ( $e = \lambda$ ), la curva de radiación del elemento es más ancha y presenta sus ceros a  $\pm 90^\circ$ . Como consecuencia de la modulación, la amplitud de LP y LR resultan iguales. De la figura es fácil concluir que al considerar la anchura de los elementos, la amplitud de los lóbulos de rejilla (LR) crece respecto al principal, conforme aumenta el ángulo de deflexión del array.

Para un barrido limitado por los ángulos de deflexión  $\pm x_{\theta_{\max}}^F$ , el máximo tamaño de elementos  $e_{\max}$  se puede calcular, de manera que, no contenga a los ceros de la curva de radiación del elemento. Estos ceros se producen para la condición:

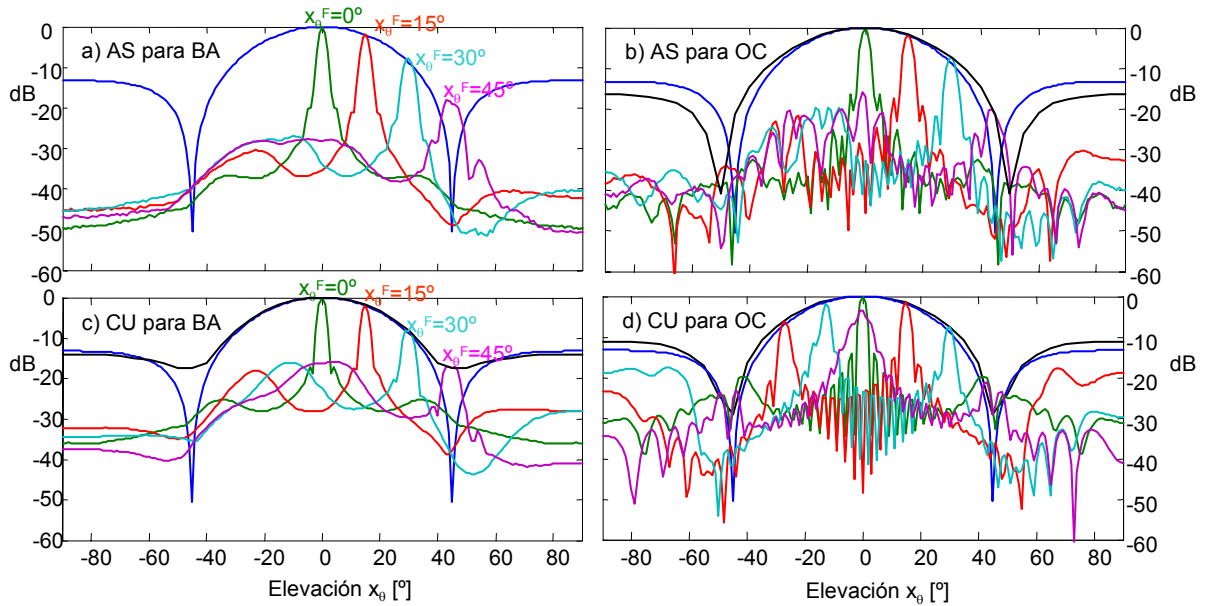
$$\frac{e_{\max}}{\lambda} \sin x_{\theta_{\max}}^F = 1$$

que conduce a:

$$e_{\max} = \frac{\lambda}{\sin x_{\theta_{\max}}^F}$$

Con este criterio, por ejemplo, para un barrido en el intervalo  $|x_\theta^F| \leq 45^\circ$ , el tamaño máximo resultante de los elementos es  $e_{\max} = 1.41\lambda$ .

Lo anterior se cumple emitiendo onda continua, y muy aproximadamente para banda ancha (ver figura 4.3). Así como para onda continua, la simulación prácticamente re-



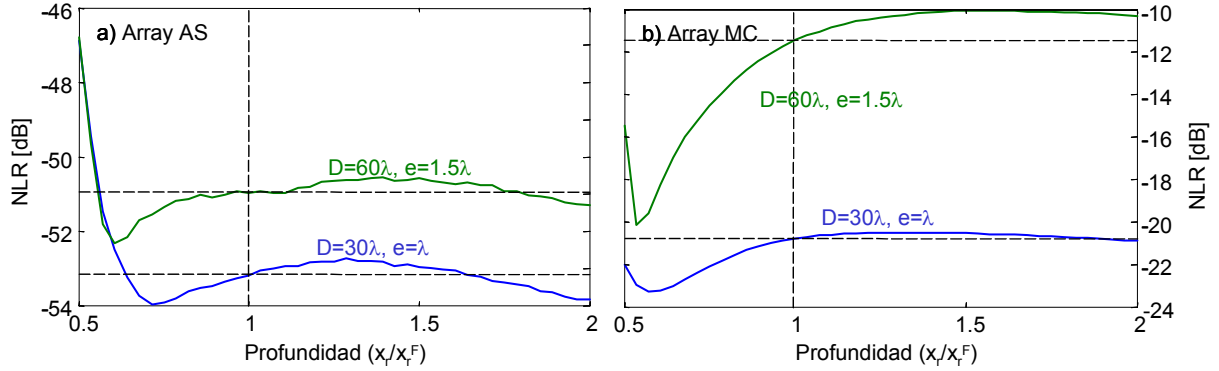
**Figura 4.3:** Respuesta lateral en emisión a  $D^2/(8\lambda)$  de profundidad con deflexiones de  $0^\circ$ ,  $15^\circ$ ,  $30^\circ$  y  $45^\circ$  (VERDE, ROJO, CYAN y VIOLETA respectivamente), de dos arrays con  $D = 20\lambda$  y  $e = d = 1.41\lambda$ , a) y b) array AS de  $N = 153$  elementos, y c) y d) array CU de 196 elementos. a) y c) para banda ancha (BA) y b) y d) para onda continua (OC). AZUL: diagrama de radiación según la expresión 4.9. NEGRO: diagrama de radiación simulado.

produce la expresión 4.9, para banda ancha las diferencias con dicha expresión son más importantes. La simulación muestra que para banda ancha, LP no llega a anularse con la deflexión (perfil NEGRO), como sucede para onda continua. Para banda ancha, la amplitud permanece sin variación apreciable, a partir del ángulo de deflexión que anula LP para onda continua.

Por tanto, usaremos como criterio, que el tamaño de los elementos se debe encontrar entre  $0.5\lambda$  y  $1.41\lambda$ , siendo estos sus límites mínimo y máximo.

En la figura 4.3d también se puede observar que, como sucedía con el array lineal, los lóbulos de rejilla del array CU, están modulados por la función de radiación del elemento con  $GrP = 1$ .

La figura anterior muestra, que la respuesta lateral de un array AS es muy semejante a la del array CU, con su lóbulo principal, modulado por una curva sólo ligeramente más ancha que en el caso anterior, lo cual se puede deber, a la orientación no uniforme y distinta forma de los elementos en el array AS. En cambio, para arrays AS (figura 4.3b),



**Figura 4.4:** Nivel de lóbulos de rejilla (NLR) en el plano  $x_\phi = 0^\circ$  en función de la profundidad. Simulaciones en pulso-eco, para banda ancha, con focalización esférica en emisión en el punto  $x^F(x_r^F = D^2/(8\lambda), 30^\circ, 0^\circ)$  y dinámica en recepción.

LR no alcanza la curva de radiación de los elementos, ya que se ve afectado por el factor GrP, que para este tipo de arrays es menor que la unidad.

A pesar de la limitación en el tamaño de los elementos vista anteriormente ( $e \leq 1.41\lambda$ ), se pueden diseñar aperturas plenas aumentando el hueco entre elementos. Esto permitiría superar el valor  $1.41\lambda$ , para la distancia entre elementos en arrays AS, siempre que el tamaño del elemento quede limitado por este valor, si bien, traería consigo un incremento de LR. En [Mar00] se muestra un estudio detallado, para deducir la reducción óptima ( $e/d$ ) del tamaño del elemento, sin que LR se incremente apreciablemente, dicho estudio concluye que para aperturas pequeñas ( $D \leq 20\lambda$ ), un buen compromiso es  $d \leq 1.25e$ .

#### 4.2.4 NLR en función de la profundidad

Para establecer el contraste de la imagen proporcionada por una determinada apertura, se necesita conocer cuales son las fluctuaciones de NLR con la profundidad. La figura 4.4 muestra cómo varía NLR con la profundidad en arrays AS y MC, previo cálculo del perfil lateral a distintas profundidades. Las condiciones de simulación son: respuesta en pulso-eco con focalización esférica fija en emisión en el punto  $x^F(x_r^F = D^2/(8\lambda), x_\theta^F = 30^\circ, x_\phi^F = 0^\circ)$  y focalización dinámica en recepción.

En ambos casos presentan evoluciones parecidas: para profundidades inferiores a  $0.5x_r^F$ , NLR es elevado y a medida que la profundidad aumenta se va reduciendo, hasta que se llega a un mínimo que se encuentra a una profundidad inferior al foco, cercano

al máximo de la presión y mínimo de resolución lateral. A partir de ahí, se incrementa ligeramente hasta llegar a un máximo relativo que se encuentra a una profundidad entre  $1.25$  y  $1.5x_r^F$ , para después volver a decrecer ligeramente. Normalmente, en dichas curvas el foco se sitúa en el punto de inflexión entre el mínimo y el máximo relativo.

Como se muestra, la variación de este parámetro es mínima, si el sistema recoge los ecos de los puntos reflectores situados en la línea focal, a partir de profundidades superiores a  $0.5x_r^F$ . Las fluctuaciones de este parámetro se pueden minimizar, emitiendo varias veces, cada una de ellas focalizando a distinta profundidad.

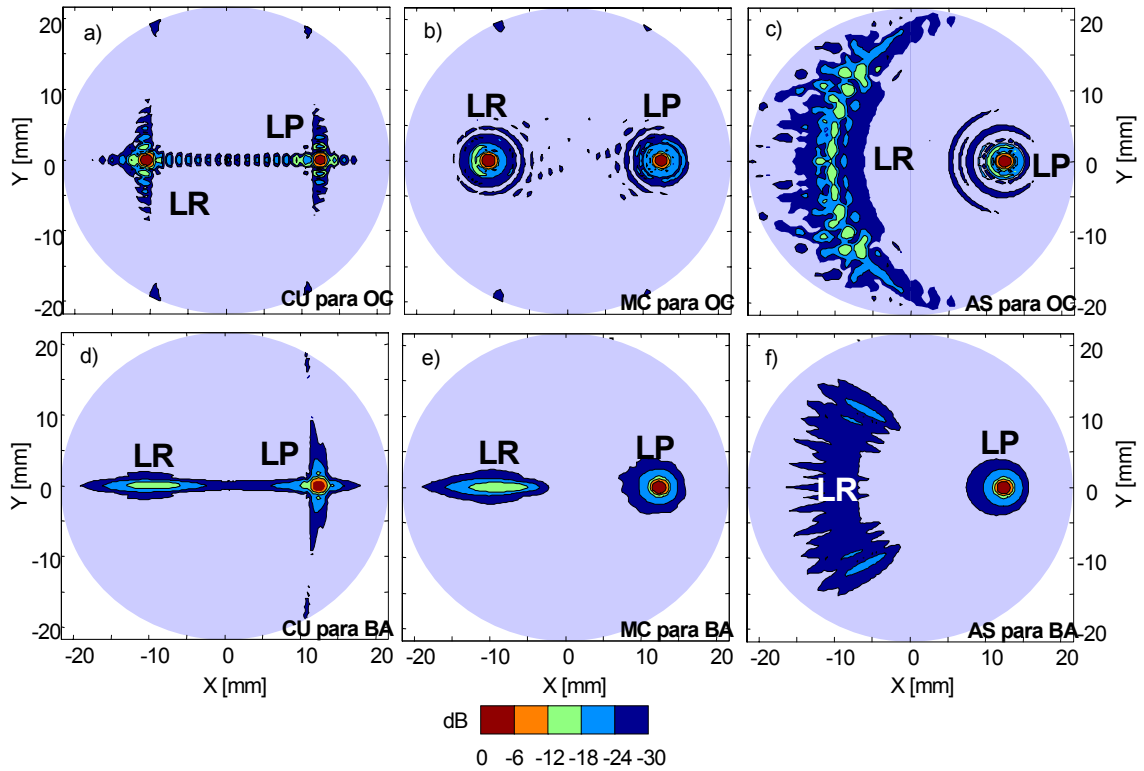
En esta misma figura se pueden también comprobar, las diferencias entre los arrays AS y MC. Así, mientras que en el primero su fluctúa en torno a  $-51$  y  $-53$ dB para los tamaños de  $30\lambda$  y  $60\lambda$  respectivamente, el array MC oscila entre  $-21$  y  $-12$ dB.

Teniendo en cuenta lo anteriormente expuesto, en sucesivos apartados no será necesario reparar en dicho parámetro, estableciéndose como NLR el medido a la profundidad del foco, considerado como valor medio, pues las variaciones respecto a esta profundidad no son superiores a  $\pm 2$ dB.

### 4.2.5 Imagen clase C con arrays AS y MC

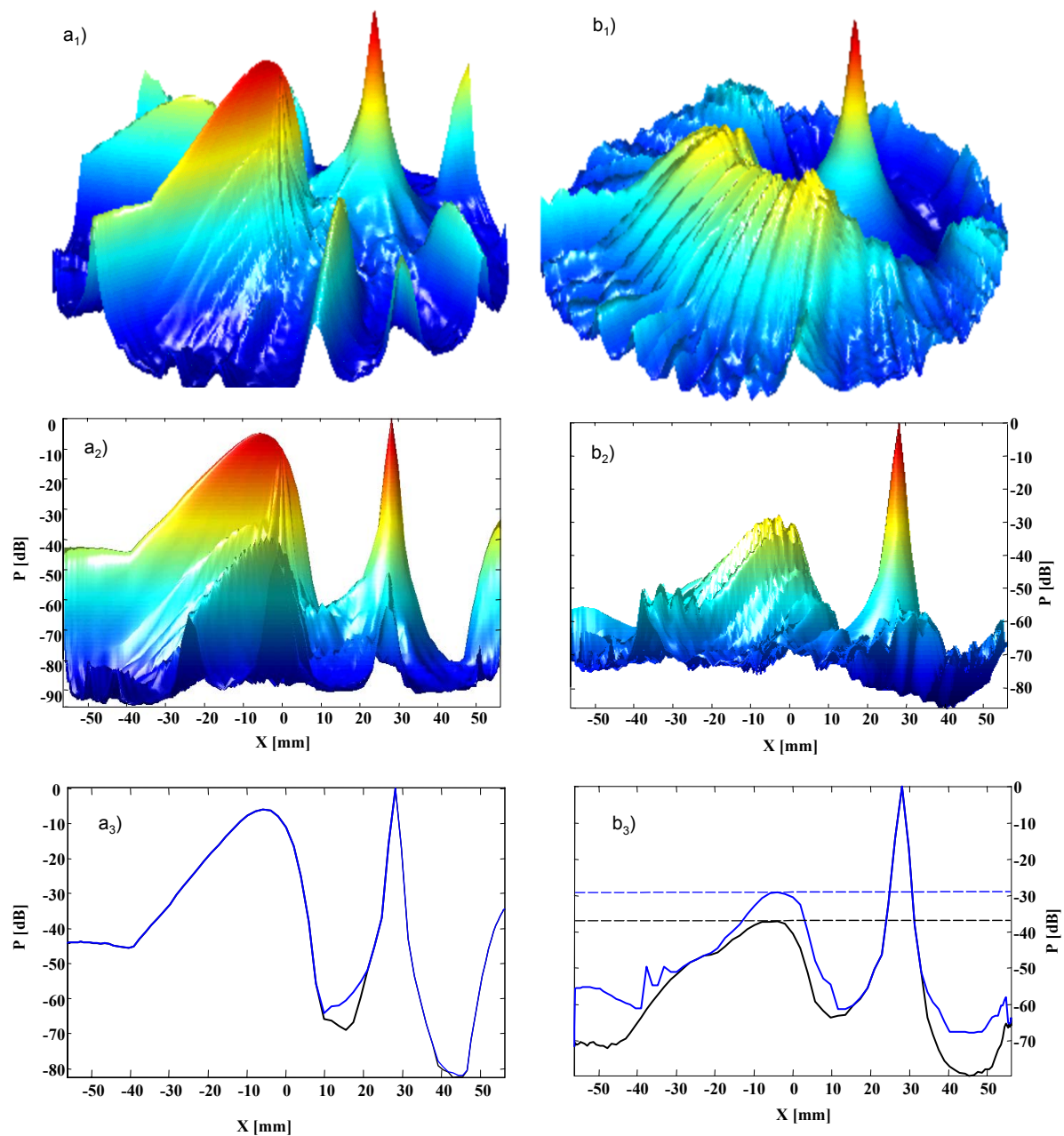
La figura 4.5 muestra una imagen clase C característica de los tres tipos de array. Esta imagen corresponde a un casquete esférico situado frente al transductor, para elevaciones que van desde  $-60^\circ$  a  $+60^\circ$ . De dichas imágenes, obtenidas para onda continua y para banda ancha, se deducen los siguientes comentarios:

- Array cuadrado (CU) (figuras 4.5a para onda continua y 4.5d para banda ancha). El campo del array cuadrado de  $N$  elementos, distribuidos según sus direcciones principales X,Y y excitado para onda continua, presenta una estructura reticular, con lóbulos de rejilla concentrados en una pequeña zona, coincidente con las direcciones principales del array. Los lóbulos secundarios también se distribuyen siguiendo las direcciones principales del array, y su número (entre LP y LR) es  $\sqrt{N}$ . Para banda ancha, focalizando en la dirección principal ( $x_\phi^F = 0^\circ$ ), la estructura reticular de lóbulos de rejilla prácticamente desaparece, dando lugar a un lóbulo de mayor anchura con su máximo a  $-15$ dB, en la misma dirección del foco.



**Figura 4.5:** Imagen de clase C en emisión a una profundidad  $D^2/(8\lambda)$  de tres arrays de tamaño  $D = 20\lambda$ , con apertura completa y tamaño de elemento  $e = 1.1\lambda$ . a) y b) array cuadrado (324 elementos), b) y e) circular de matriz cuadrada (array MC) de 259 elementos y c) y f) de anillos segmentados (array AS) de 259 elementos. a), b) y c) para onda continua. d), e) f) para banda ancha. Punto de focalización en  $x^F(D^2/(8\lambda), 30^\circ, 0^\circ)$

- Array circular de matriz cuadrada (MC) (figuras 4.5b para onda continua y 4.5e para banda ancha). Las diferencias principales entre este array y el anterior, se deben a que el perfil exterior de la apertura, pasa de ser cuadrado a circular. Para onda continua predomina la simetría radial que presentan los lóbulos laterales respecto de LP, y también la simetría radial, existente entre los lóbulos de rejilla. Para banda ancha, los arrays MC se comportan de forma más parecida a un array CU que a un array AS: sus lóbulos de rejilla tienen aproximadamente la misma amplitud, posición y forma que los arrays CU.
- Array de anillos segmentados (AS) (figuras 4.5c para onda continua y 4.5f para banda ancha). Debido a la estructura anular de sus elementos, los lóbulos de rejilla se extienden a lo largo de arcos concéntricos respecto de LP (distribución axisimétrica



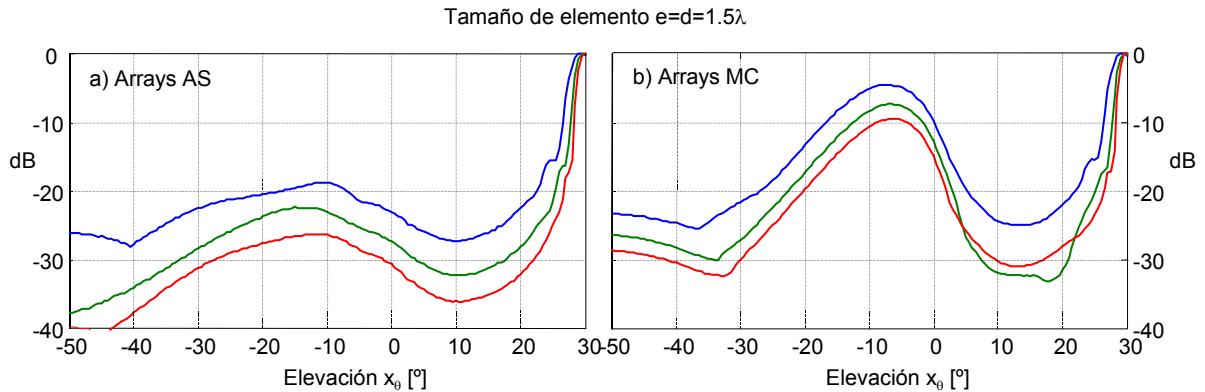
**Figura 4.6:** Imágenes del campo en pulso-eco y para banda ancha de dos arrays con 316 elementos,  $D = 30\lambda$ ,  $e = 1.5\lambda$ , a una profundidad  $D^2/(8\lambda)$ , focalizado en  $x^F(D^2/(8\lambda), 30^\circ)$ . a) Array MC y b) Array AS. a) Proyección sobre el plano  $x_\phi = 0^\circ$ .  $a_1$  y  $b_1$ ) Imagen clase C tridimensional.  $a_2$  y  $b_2$ ) Proyección sobre el plano  $x_\phi = 0^\circ$ .  $a_3$  y  $b_3$ ) Perfil lateral en un barrido a  $x_\phi = 0^\circ$  (NEGRO) y envolvente exterior de los perfiles laterales (AZUL).

respecto del foco). Al esparcirse la energía sobre una zona mucho más amplia, su nivel máximo resulta inferior al alcanzado en arrays CU y MC. Para banda ancha los lóbulos también se orientan alrededor del foco, y su máximo absoluto no siempre se va a encontrar en una determinada dirección azimutal, sino que depende de las regularidades de los elementos, en zonas específicas de la apertura. La posición y valor de estos máximos, puede modificarse variando el desfase entre anillos del array. Concretamente, en el diseño de un array AS es recomendable realizar pruebas con distinto desfase entre anillos, para obtener la distribución que minimiza LR. Hemos estudiado el rango de variaciones de LR en función de  $x_\phi^F$  en un array AS, realizando gran cantidad de simulaciones de imágenes clase C, y se ha comprobado que dichas variaciones no superan 10dB en pulso-eco. Un ejemplo, se muestra en la figura 4.6a y b, donde se presenta para un array MC y otro AS una imagen clase C en 3D y su proyección sobre el plano  $x_\phi = 0$ . En la figura 4.6a<sub>3</sub> y b<sub>3</sub> y se presenta en color AZUL, la envolvente exterior de los perfiles laterales, como resultado de proyectar la imagen tridimensional clase C en el plano  $x_\phi = 0$ . La diferencia de NLR tomando el perfil lateral en  $x_\phi = 0^\circ$  (color NEGRO) ó proyectando la imagen clase C en este caso concreto (color AZUL), no excede de 8dB. La simetría radial de los lóbulos de rejilla para el array AS, da lugar a una imagen surcada (figuras 4.6b<sub>1</sub>), donde a priori es difícil establecer la dirección azimutal del máximo absoluto. En comparación con la figura 4.5f donde dicha dirección es  $x_\phi^{LR\max} = \pm 135^\circ$  respecto de LP.

En resumen, diremos que los arrays de estructura cuadrada (CU y MC), concentran la energía de LR en una zona muy pequeña, adquiriendo la presión valores de pico altos, que para onda continua pueden ser incluso superiores a LP. En cambio los arrays AS, tienen lóbulos de rejilla más dispersos a lo largo de un anillo, y por tanto, con amplitudes más reducidas.

#### 4.2.6 Influencia del tamaño del array en NLR

Cuando se incrementa el tamaño del array con apertura plena, resulta una mejora de la resolución lateral, sin embargo el comportamiento de los lóbulos de rejilla será diferente, según el criterio usado para los elementos en la apertura:

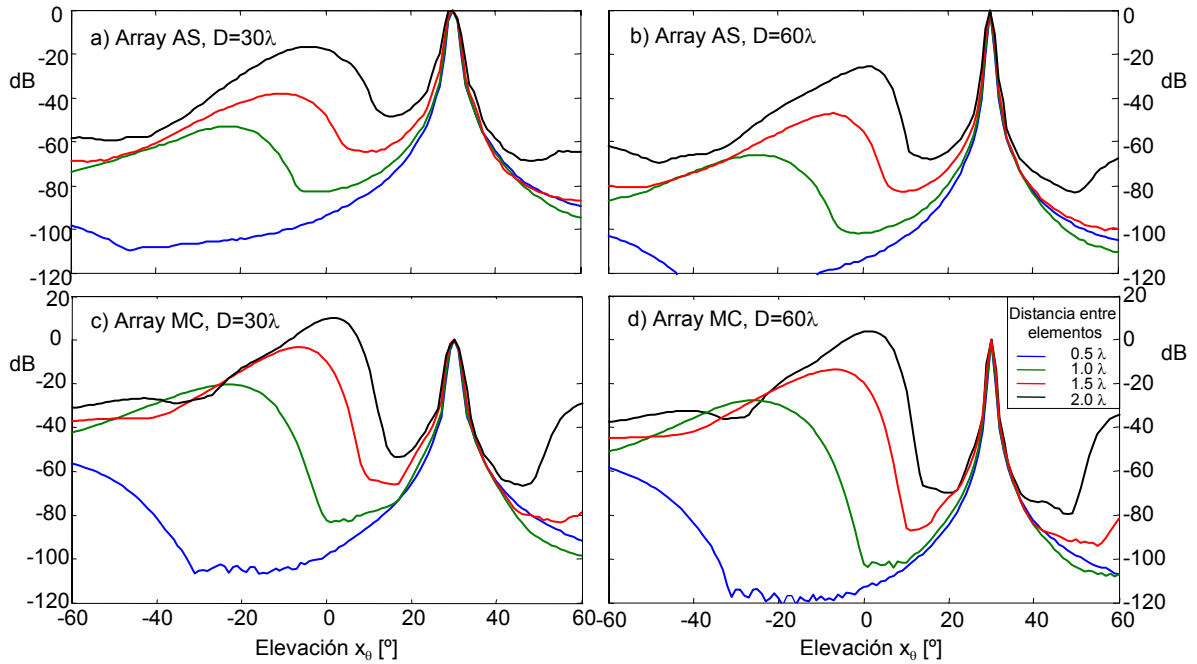


**Figura 4.7:** Perfil lateral en el plano azimutal  $x_\phi = 0^\circ$ , para banda ancha y en emisión de arrays: a) AS y b) MC. Todos con el mismo tamaño de elemento  $e = d = 1.5\lambda$ . Tamaños: AZUL:  $20\lambda$  y  $N = 140$ , VERDE:  $30\lambda$  y  $N = 316$  y ROJO:  $40\lambda$  y  $N = 551$ . Foco en  $x^F(D^2/(8\lambda), 30^\circ, 0^\circ)$ .

a) Si se mantiene el número de recursos a utilizar (número de elementos), se produce un incremento del tamaño de los mismos, ocasionando dos efectos desfavorables para la calidad de la imagen:

- Por un lado, al aumentar el tamaño del elemento, se reduce la distancia entre mínimos, propios del diagrama de radiación del elemento, limitando la capacidad de barrido.
- Por otro lado, al aumentar la distancia entre elementos, se incrementa el nivel de lóbulos de rejilla.

b) Si en cambio, se incrementa el número de elementos manteniendo su tamaño, por un lado se requieren más canales en el sistema de imagen, pero a cambio se mejoran las características de la imagen en cuanto a su resolución, penetración (intensidad) y contraste, debido a que baja el nivel de lóbulos de rejilla. La figura 4.7 muestra cómo se reduce el nivel de los lóbulos de rejilla, al aumentar el número de elementos, cuando se incrementa el tamaño del array. Esta opción puede suponer, que distancias entre elementos, que no producen buenos resultados para un determinado tamaño de apertura, puedan resultar interesantes en aperturas más grandes, con el consiguiente incremento de recursos. En la figura 4.7 se observa también, que las diferencias de NLR entre los arrays AS y MC para banda ancha, se mantienen alrededor de 15dB a favor de AS, independientemente del tamaño del array.



**Figura 4.8:** Influencia del tamaño de elementos en arrays con apertura plena. Perfil lateral para banda ancha en pulso-eco con  $x_\phi = 0^\circ$  a  $D^2/(8\lambda)$  de profundidad, focalizando en  $x^F(D^2/(8\lambda), 30^\circ, 0^\circ)$ .

#### 4.2.7 Comparación entre arrays AS y MC variando la distancia entre elementos

En este apartado se realiza una comparación de los parámetros más significativos para la imagen (resolución lateral y NLR) de los arrays AS y MC, usando aperturas plenas equivalentes de dos tamaños: mediano ( $D = 30\lambda$ ) y grande ( $D = 60\lambda$ ). El hueco entre elementos se considera nulo ( $e = d$ ).

La distancia  $d$  entre elementos se varía desde  $0.5\lambda$  hasta  $2\lambda$  (tamaño superior a  $1.41\lambda$ , que es el límite máximo según el criterio establecido anteriormente). Los parámetros cuantitativos se han obtenido a partir de los perfiles laterales en pulso-eco, a una profundidad de  $D^2/(8\lambda)$ , focalizando en  $x^F(D^2/(8\lambda), 30^\circ, 0^\circ)$ . Como ambos tipos de arrays tienen prácticamente la misma superficie, proporcionan niveles de intensidad semejantes, por lo que este parámetro no ha sido reflejado en las tablas.

En la figura 4.8 se aprecia cómo a medida que crece la distancia entre elementos, la posición de los lóbulos de rejilla, se aproxima a la proyección vertical del transductor ( $x_\theta = 0^\circ$ ). Además, la posición del máximo de los lóbulos de rejilla, no depende del

		$D = 30\lambda$				$D = 60\lambda$			
$e = d$		$0.5\lambda$	$\lambda$	$1.5\lambda$	$2\lambda$	$0.5\lambda$	$\lambda$	$1.5\lambda$	$2\lambda$
$N$		2828	708	316	177	11296	2828	1264	708
Sup. array		$707\lambda^2$	$708\lambda^2$	$711\lambda^2$	$708\lambda^2$	$2824\lambda^2$	$2828\lambda^2$	$2844\lambda^2$	$2832\lambda^2$
AAS	NLR [dB]	-98	-53.0	-38.0	-16.5	-104	-70.5	-49.0	-26.0
	$\Delta\beta(-6\text{dB})$ [°]	2.1	2.3	2.6	3.1	0.6	0.7	0.9	1.2
	$\Delta\beta(-40\text{dB})$ [°]	8.1	8.4	9.8	12.7	4.0	4.3	4.9	5.8
AMC	NLR [dB]	-56.5	-20.8	-3.8	10.5	-55.3	-26.8	-9.8	4.0
	$\Delta\beta(-6\text{dB})$ [°]	2.1	2.3	2.6	3.1	0.6	0.7	0.9	1.0
	$\Delta\beta(-40\text{dB})$ [°]	7.7	8.1	9.2	11.1	3.9	4.1	4.7	5.0

**Tabla 4.1:** Características de arrays de AS y de MC de tamaño medio ( $D = 30\lambda$ ) y grande ( $D = 60\lambda$ ), variando el tamaño del elemento.

tamaño del array, ni tampoco del tipo de apertura, siendo muy dependiente de la distancia entre elementos, acorde a la expresión 4.7. NLR en cambio sí es función del tipo de array (AS presenta niveles muy inferiores a MC) y de su tamaño, además de la distancia entre elementos (los datos cuantitativos se muestran en la tabla 4.1). La justificación se encuentra en el término GrP de la expresión 4.11, que depende de la distribución y número de elementos del array. Los aspectos cuantitativos referentes a recursos necesarios (número de elementos), resolución lateral y nivel de los lóbulos de rejilla (NLR) en pulso-eco, se analizan a partir de la tabla 4.1.

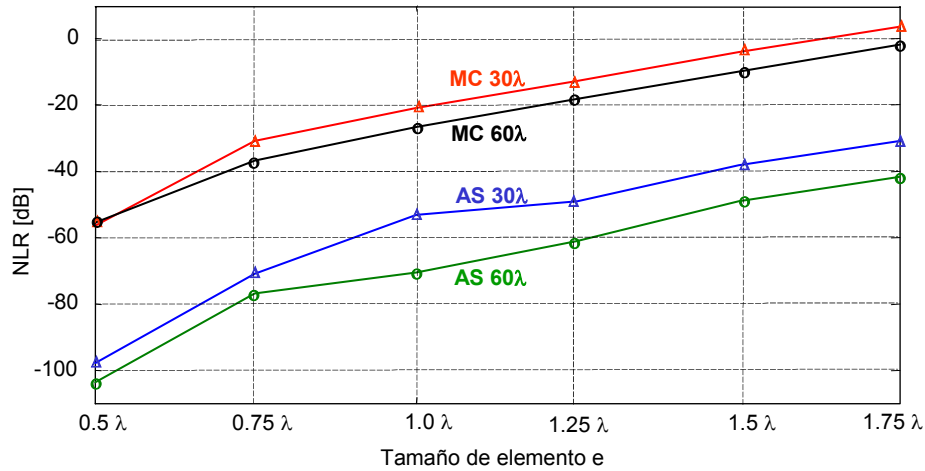
**Resolución lateral.** En la tabla 4.1 se muestra la anchura del lóbulo principal  $\Delta\beta$  a -6dB y a -40dB. El primero permite determinar la deformación de un punto reflector, mientras que el segundo mide la resolución de las imágenes, correspondientes a las zonas que no producen eco [Tur92-1].

Puesto que la resolución lateral depende únicamente del tamaño de la apertura, comparando arrays AS y MC del mismo tamaño, existe coincidencia en el nivel alto de -6dB. En cambio, en el nivel bajo de -40dB, MC presenta un lóbulo principal ligeramente más estrecho (en torno a 7% de media). Esta diferencia se debe, a que el array MC produce lóbulos laterales de menor amplitud, al no adaptarse perfectamente al perfil circular del array. Por ello, la diferencia disminuye para tamaños de elemento más pequeños, siendo

independiente del tamaño del array. Para tamaños intermedios del elemento ( $e = d = \lambda$ ), la diferencia es sólo del 4%.

**Rango dinámico.** El rango dinámico o contraste de las imágenes, está limitado por el nivel de los lóbulos de rejilla NLR. De los valores de NLR que se muestran en la tabla 4.1, se deducen los siguientes comentarios:

- a) Para un mismo tamaño de array y elemento, el nivel de lóbulos de rejilla NLR del array AS, se encuentra por debajo del correspondiente a MC, en un valor medio de 37dB. Este efecto se observa también de forma muy clara en la figura 4.9. La diferencia de NLR, se incrementa cuando la apertura es mayor y se reduce al aumentar el tamaño de elemento por encima de  $1.5\lambda$ .
- b) Los arrays AS con apertura mediana ( $D = 30\lambda$ ), presentan un buen rango dinámico ( $NLR < -53dB$ ), para elementos con  $e \leq \lambda$ . Un nivel del mismo orden ( $NLR < -49dB$ ), se alcanza con la apertura grande ( $D = 60\lambda$ ) y con tamaños de elemento mayores ( $e \leq 1.5\lambda$ ). Cuando  $e = 2\lambda$ , NLR baja de forma notable, debido a que en ese punto, hay un cero en el lóbulo principal (deflexión de  $30^\circ$ ). El número de elementos de la apertura plena, necesarios para obtener un rango dinámico por debajo de -45dB, varía entre 708 y 1208 para la apertura mediana y entre 1264 y 11296 para la grande. Estas cifras son aún excesivas, para los sistemas comerciales de imagen de tecnología actual, por lo que se requieren técnicas de reducción de elementos.
- c) Arrays MC. En contraste con lo anterior solo, los arrays MC que tienen tamaño de elemento de  $e \leq 0.5\lambda$  mantienen NLR por debajo de -55dB, alejándose de este nivel el resto de configuraciones, independientemente del número de elementos de la apertura (por ejemplo, el array MC con  $D = 60\lambda$  y  $e = \lambda$ , tiene 2828 elementos y  $NLR = -26.8dB$ ). Por eso, los arrays MC solo pueden ser empleados en imagen médica, cuando el tamaño del elemento es cercano a  $0.5\lambda$ . Distintas simulaciones muestran que un array MC de tamaño mediano ( $D = 30\lambda$ ), con un pulso de 50% de ancho de banda, debe tener elementos con  $e \leq 0.58\lambda$ , cuando se desee que  $NLR \leq -40dB$ . Concretamente dicho array tendrá 2128 elementos y  $NLR = -43.5dB$ . Mientras que para el array de tamaño grande ( $D = 60\lambda$ ), los elementos pueden ser



**Figura 4.9:** NLR en función del tamaño del elemento  $e$ , para arrays AS y MC de tamaños medio y grande con apertura plena. NLR obtenido en perfiles laterales, en pulso-eco para banda ancha, a una profundidad de  $D^2/(8\lambda)$  focalizando en  $x^F(D^2/(8\lambda), 30^\circ, 0^\circ)$ .

hasta de  $0.6\lambda$  (con 7852 elementos) y  $NLR = -40dB$ .

**Tamaño del elemento.** En la figura 4.9 se muestra para pulso-eco, la evolución de NLR en función del tamaño de elemento, variando éste entre  $0.5\lambda$  y  $1.75\lambda$ . Se ha excluido el tamaño  $e = 2\lambda$ , porque su patrón de radiación presenta un cero para la deflexión considerada de  $30^\circ$ , que tiende a anular el lóbulo principal, causando un aumento notable de NLR. En esta figura se aprecia, la importante diferencia en el rango dinámico de ambas estructuras de arrays, independientemente del tamaño del elemento. La diferencia media entre los arrays medianos AS y MC es de 36dB y para los grandes de 42dB a favor de los arrays AS. Además se observa, que para tamaños de elemento  $e \geq 0.75\lambda$ , tanto arrays AS como MC mantienen una cierta linealidad, con una pendiente constante cifrada en 33dB/ $\lambda$ .

**Tamaño del array.** Si se comparan arrays AS con el mismo tamaño de elemento, la diferencia de NLR para ambos tamaños de array, es aproximadamente de 10dB a favor del array grande. En arrays MC dicha diferencia también existe, pero es solamente de 6dB. Estas diferencias son apreciadas en la figura 4.9 a partir de  $e \geq 0.75\lambda$ .

### 4.3 Técnicas de reducción del número de elementos

En el apartado anterior, se han mostrado las características del campo generado por arrays de tamaño medio y grande, en condiciones de deflexión. Se ha comprobado que el número de elementos, que requiere una apertura plena con suficiente nivel de contraste, puede variar entre 700 y 11000, dependiendo del tamaño de la apertura y del elemento (tabla 4.1). E incluso, cuando el elemento toma proporciones cercanas al límite máximo teórico ( $1.5\lambda$ ), el número de elementos cuando la apertura es grande, sigue siendo excesivo para los actuales sistemas de imagen.

En los apartados que siguen, se muestran los resultados de aplicar sobre el array AS, diversas técnicas de reducción de elementos, mediante aperturas dispersas, de forma semejante, a como se aplican en arrays MC. También se realiza un análisis comparativo, después de aplicar dichas técnicas a ambos tipos de array, en condiciones equivalentes de la apertura: misma forma y superficie de apertura (misma resolución) y mismo tamaño y número de elementos (mismo número de canales del sistema de imagen).

Se estudian los siguientes tipos de aperturas dispersas:

- Arrays aleatorios: En este sentido se estudia, por un lado, el array disperso cuya apertura activa es el resultado de aplicar un algoritmo aleatorio a la apertura plena [Ste76], y por otro lado, cuando se aplica el algoritmo aleatorio por grupos de elementos (binned arrays) [Hen91].
- Estructuras complementarias de Vernier. Utilizan dos aperturas complementarias para emisión y recepción, de manera que, los lóbulos de rejilla en emisión, se contrarrestan con ceros correspondientes a la apertura en recepción y viceversa [Loc96].

Como cualidad común de ambos métodos de reducción, es que la resolución lateral no se ve alterada respecto a la apertura plena.

### 4.4 Arrays aleatorios

Estudiaremos dos tipos de aperturas: los *arrays de aleatoriedad global*, típicamente usados para aplicaciones ultrasónicas de arrays 2D [Tur91] y los denominados "binned arrays" o de *aleatoriedad por grupos*, que han sido previamente descritos para aplicaciones de antenas

[Hen91]. Llamando  $N$  al número de elementos del array completo y  $N_r$  el número de elementos del array reducido, los primeros son aquellos cuyos  $N_r$  elementos, se encuentran distribuidos sobre la apertura, de acuerdo a una función de distribución probabilística [Ste76].

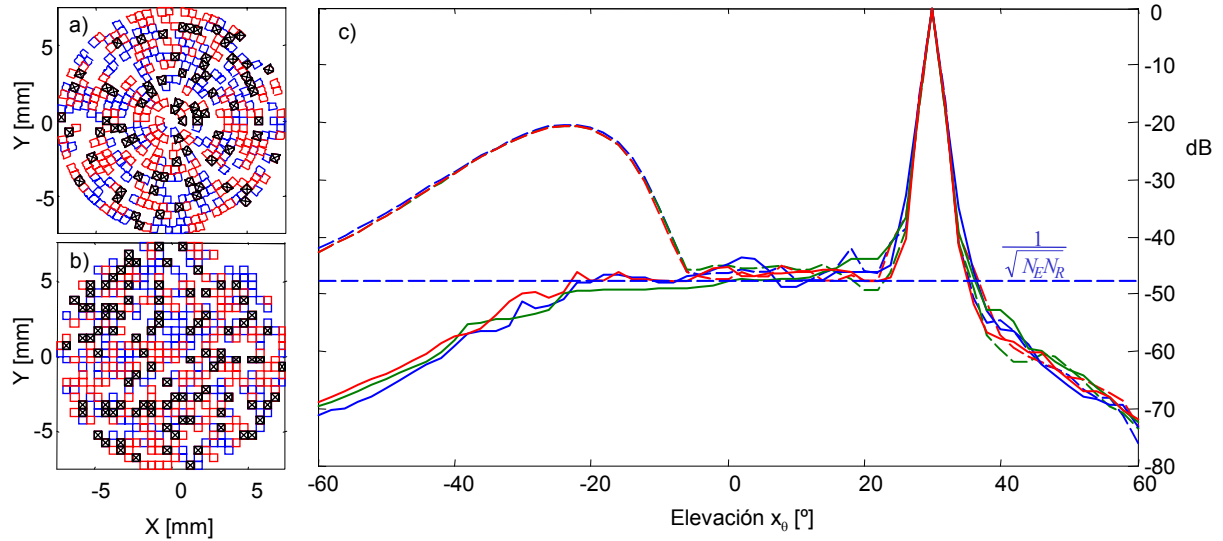
En los *arrays aleatorios por grupos*, el número de elementos  $N$  se divide en  $N_r$  grupos adyacentes (sin elementos comunes entre grupos), teniendo el mismo número de elementos cada grupo  $p = N/N_r$ . Los  $p$  elementos de cada grupo han de ser vecinos entre sí, es decir, contiguos. Los elementos son distribuidos independientemente, uno por grupo, mediante una misma ley de distribución probabilística. El número de elementos por grupo, coincide con el orden de reducción  $p$ , y el número de elementos del array reducido  $N_r$ , coincide con el número de grupos. Según [Hen91], las distribuciones más apropiadas son la uniforme y la triangular.

Comparados con los *arrays de aleatoriedad global*, respecto del factor de array (FA) se puede demostrar [Hen91], que la varianza del nivel medio de lóbulos laterales, es pequeña para ángulos cercanos a la dirección de deflexión. En términos prácticos esto se traduce, en que la respuesta FA de un *array aleatorio por grupos* (y en primera aproximación también para banda ancha), tiene una depresión alrededor de su lóbulo principal, más acusada que los *arrays de aleatoriedad global*. Esto es extrapolable si se aplica dicha reducción a los arrays MC en sus direcciones principales. Las simulaciones realizadas muestran, que claramente se cumple para arrays MC con tamaño finito de los elementos, tanto para onda continua como para banda ancha. En lo que respecta a arrays AS, dicha depresión es menos acusada, aunque también aparece, tanto en la respuesta FA, como con tamaño finito de los elementos y para banda ancha.

Independientemente de la reducción aleatoria elegida, ésta puede aplicarse tanto al array emisor como al receptor.

Para arrays MC, se pueden diseñar *arrays aleatorios por grupos* rectangulares y polares. Por ejemplo, se puede construir un *rectangular*, dividiendo los elementos del array en grupos de 2x2 elementos contiguos. Y a continuación se elige de forma aleatoria uno de estos cuatro elementos.

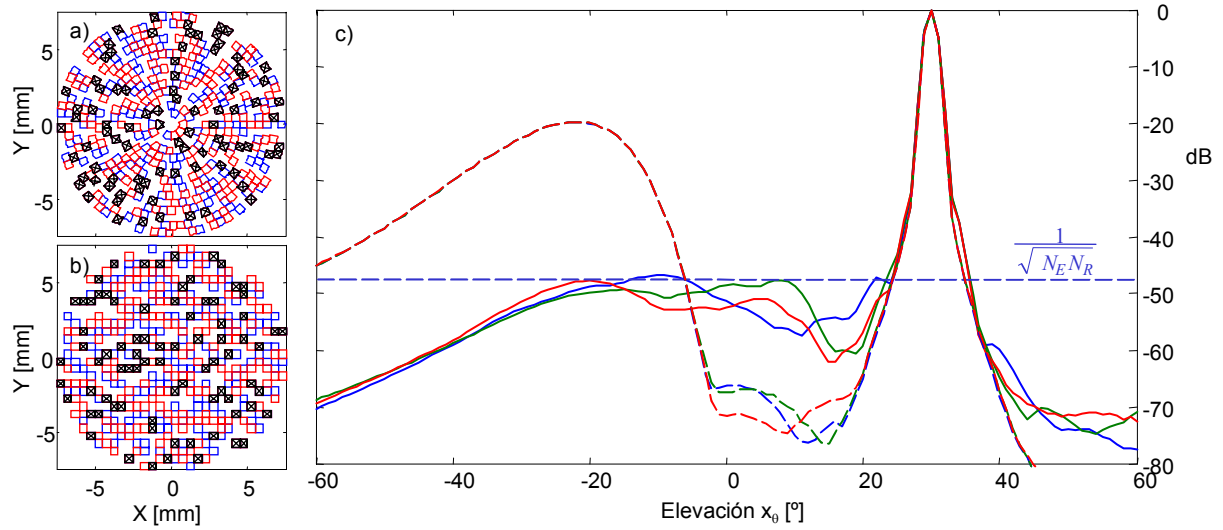
De igual forma, se pueden diseñar funciones aleatorias no uniformes, con objeto de concentrar más elementos en la parte central del array, por ejemplo distribuciones *gaussianas*



**Figura 4.10:** Arrays AS y MC aleatorios con  $D = 30\lambda$ ,  $d = e = \lambda$ ,  $N = 708$ , reducido a  $N_r = 236$  elementos en emisión y recepción. a) y b): Elementos que forman parte de las aperturas de emisión (AZUL), de recepción (ROJO) y elementos comunes (NEGRO). a) array AS y b) array MC. c) Perfiles laterales para banda ancha, en un barrido con  $x_\phi = 0^\circ$  a una profundidad  $D^2/(8\lambda)$ , focalizando en  $x^F(D^2/(8\lambda), 30^\circ, 0^\circ)$  de tres arrays de las mismas características del que se muestra. El perfil en ROJO corresponde a los arrays mostrados. Con línea continua AS y con línea discontinua MC.

o radialmente distribuidas como *polares* [Aus02]. Estas últimas se diseñan, dividiendo el array emisor en rayos uniformemente distribuidos, que parten del centro del array, donde se sitúan los elementos. Cada rayo se divide en zonas de tamaño  $2d$ , siendo  $d$  la distancia entre elementos. Dentro de cada zona, se elige de forma aleatoria un elemento, y a continuación las coordenadas del elemento seleccionado, se redondean a la posición del elemento más próximo, de la distribución rectangular. Para el array receptor se pueden usar diversas estrategias. Rotando el array emisor la mitad del ángulo entre dos rayos contiguos, y a continuación las coordenadas de los elementos, se redondean a la posición del elemento más cercano, de la distribución rectangular.

En el caso de arrays AS, en la figura 4.10 se muestra una reducción *aleatoria* y en la figura 4.11 otra *aleatoria por grupos*. Para conocer cómo se comportan ambos métodos de reducción, se presenta el perfil lateral de tres diferentes arrays para cada método. Las características de todos los arrays son:  $D = 30\lambda$ ,  $d = e = \lambda$ ,  $N = 708$  y  $N_r = 236$  elementos ( $p = 3$  para la aleatoria por grupos). La forma de aplicar la selección de



**Figura 4.11:** Arrays AS y MC aleatorios por grupos con  $D = 30\lambda$ ,  $N = 708$ ,  $d = e = \lambda$  y reducido a  $N_r = 236$  elementos en emisión y recepción ( $p = 3$ ). Izq: Aperturas de emisión (AZUL), de recepción (ROJO) y elementos comunes (NEGRO). Der: Perfiles laterales en pulso-eco para banda ancha con  $x_\phi = 0^\circ$  a una profundidad  $D^2/(8\lambda)$  focalizando en  $x^F(D^2/(8\lambda), 30^\circ, 0^\circ)$  de tres arrays de las mismas características del que se muestra. El perfil en VERDE corresponde al array mostrado. Con línea continua AS y con línea discontinua MC.

elementos activos, en el segundo caso es: definido el tamaño del grupo  $p$ , basta con elegir aleatoriamente con distribución uniforme, para cada anillo, uno de cada  $p$  elementos (sentido *tangencial*).

En los perfiles laterales de la figura 4.11, se aprecia la depresión alrededor del lóbulo principal que genera el *array MC* y en menor grado el *array AS aleatorio por grupos* (dicha depresión según [Hen91], disminuye con el tamaño del grupo  $p$ ). Esta depresión no existe en el caso de arrays dispersos con aleatoriedad global (figura 4.10), donde el nivel de lóbulos secundarios forma un "pedestal" prácticamente plano, que se extiende desde la base del lóbulo principal, hasta una elevación de  $-20^\circ$ . Dicho pedestal coincide aproximadamente con la expresión 4.3, situándose en este ejemplo en  $-47.5\text{dB}$  (marcada con línea de trazos en ambas figuras). En este pedestal también coinciden, los perfiles de los tres *arrays MC aleatorios*, que se muestran en la misma simulación, pero estos tienen la característica de que sus lóbulos de rejilla se elevan hasta  $-20\text{dB}$ . A partir de  $-20^\circ$  de elevación, el nivel de los lóbulos secundarios en los arrays AS, decrece de manera uniforme,

mientras que en el caso de arrays MC, siguen al perfil de la apertura plena. Otra diferencia apreciable es que la resolución lateral entre -35 y -50dB, se mantiene constante en arrays *AS aleatorios por grupos*, mientras que en *AS aleatorios* cambia de un array a otro, con 10° a -40dB en el caso peor, superando en 1° a los *aleatorios por grupos*. El valor más desfavorable de NLR para los tres arrays mostrados, es de -46dB para el *AS aleatorio* y -46.7dB para los *AS aleatorios por grupos*, por tanto, ambos son de comportamiento muy parecido y válidos para aplicaciones de imagen.

De igual forma, que se ha realizado en sentido *tangencial*, se podría realizar en sentido *radial*, eligiendo todos los elementos de un anillo de cada  $p$  anillos. Y finalmente, de forma *bidireccional*: primero radial y después tangencial a los elementos de cada anillo elegido.

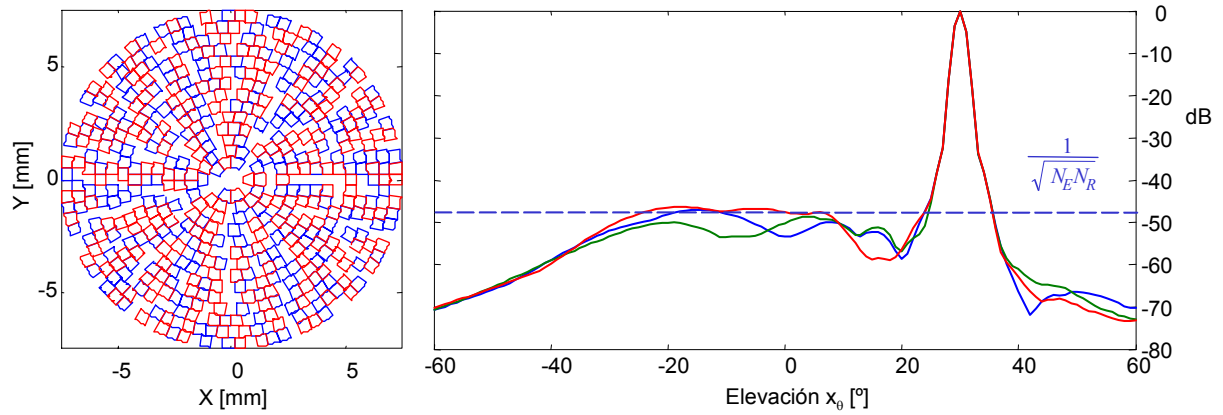
Una de las ventajas de los *arrays aleatorios*, en comparación con otros métodos (p.e. Vernier), es que el diseño se puede ajustar al número de elementos deseado  $N_r$ , y por tanto, al número de canales del sistema de imagen.

#### 4.4.1 Arrays sin elementos comunes

Todos los diseños de arrays periódicos o no periódicos, presentan elementos comunes entre las aperturas de emisión y recepción. Reducir el número de elementos, permite reducir el número de canales en el sistema de imagen, pero no se reduce cierta complejidad provocada, por la existencia de canales trabajando en emisión y recepción. En algunas implementaciones, puede ser deseable una separación de los elementos emisores y receptores (non-overlapping), por que abre la posibilidad de una apertura emisora multicapa y una receptora de simple capa, con preamplificadores integrados en el propio transductor, que maximizan la sensibilidad tanto del emisor como del receptor. Los arrays 2D aleatorios sin elementos comunes, se propusieron en la literatura radar a principios de los años 60 [Wil62], y más recientemente, se han propuesto arrays 2D aleatorios optimizados para imagen ultrasónica [Aus97] [Web99].

Para construir arrays AS aleatorios por grupos *sin elementos comunes*, se elige aleatoriamente un elemento de cada grupo para el array emisor, y a continuación otro para el array receptor, que no haya sido elegido en el emisor. De igual forma, se obtienen arrays sin elementos comunes en otros métodos: p.e. Vernier, como se estudiará más adelante.

En la figura 4.12 se muestra un array AS con este diseño y tres perfiles laterales,



**Figura 4.12:** Array AS aleatorio por grupos sin elementos comunes con  $D = 30\lambda$  y  $N_r = 236$  elementos en emisión y recepción. Izq: Aperturas de emisión (AZUL), de recepción (ROJO). Der: Perfiles laterales en pulso-eco para banda ancha con  $x_\phi = 0^\circ$  a una profundidad  $D^2/(8\lambda)$  focalizando en  $x^F(D^2/(8\lambda), 30^\circ, 0^\circ)$  de tres arrays de las mismas características del que se muestra. El perfil en VERDE corresponde al array mostrado.

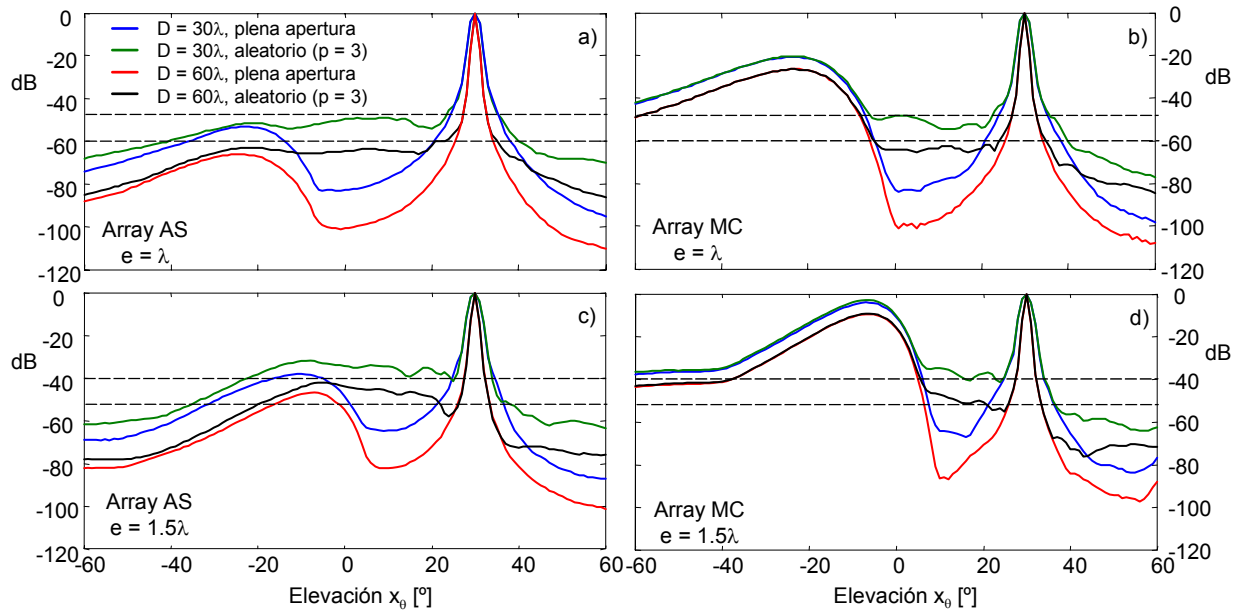
encontrándose el pedestal del perfil a -46.3dB en el caso peor, por tanto, también válidos para aplicaciones de imagen ultrasónica. El comportamiento de estos arrays, es muy parecido a los *arrays AS* aleatorios por grupos con elementos comunes (ver figura 4.11).

#### 4.4.2 Análisis de aperturas aleatorias

Como se acaba de ver, todos los métodos de reducción aleatorios, muestran para una misma apertura AS ó MC, un comportamiento muy similar. Sin embargo, cuando se comparan los diseños aplicados a ambas estructuras, se mantienen las diferencias en relación con la apertura plena (sin reducción).

Los arrays MC, que tienen una estructura periódica en sus direcciones principales, mantienen esta periodicidad tras la reducción, y el grado de periodicidad GrP sigue siendo máximo. Por ello, aunque el nivel de lóbulos secundarios NLS en pulso-eco puede ser muy bajo ( $NLS = 1/N_r$ ,  $N_E = N_R = N_r$ ), independientemente del tamaño de la apertura, los lóbulos de rejilla evolucionan de forma semejante, al caso de plena apertura. Por esta razón, la distancia entre elementos se debe mantener, al igual que con plena apertura, cercana a  $0.5\lambda$ .

En arrays AS, sucede algo muy parecido después de la reducción, respecto del nivel de lóbulos secundarios, ya que debido a la estructura aleatoria  $NLS = 1/N_r$  independiente-



**Figura 4.13:** Perfiles laterales en pulso-eco para banda ancha y  $x_\phi = 0^\circ$  a una profundidad  $D^2/(8\lambda)$  focalizando en  $x^F(D^2/(8\lambda), 30^\circ, 0^\circ)$  de arrays con apertura plena y totalmente aleatorios para a) y c) de tipo AS y b) y d) de tipo MC. a) y b) con tamaño de elemento  $e = d = \lambda$ . c) y d) con tamaño de elemento  $e = d = 1.5\lambda$ . En discontinua, "pedestales" teóricos de lóbulos secundarios.

mente del tamaño de la apertura. Sin embargo, este tipo de arrays mantiene la diversidad propia de la estructura circular, por lo que NLR queda reducido, igual que ocurría con la apertura plena.

En la figura 4.13 se muestran perfiles laterales de arrays AS y MC, para diferentes diámetros y tamaños de elemento. Cuando se varía el diámetro manteniendo el tamaño del elemento, las diferencias de NLR entre ambos arrays, que existían con apertura plena, se mantienen después de la reducción aleatoria, independientemente de si es AS ó MC. En el caso de arrays AS con la reducción considerada ( $p = 3$ ) (figuras 4.13a y 4.13c), el nivel del pedestal con la reducción se aproxima a NLR de la apertura plena. Para tamaño de elementos  $\lambda$ , los resultados mejoran el nivel teórico ( $1/N_r$ ) en aproximadamente 3dB, indicando que dicho coeficiente de reducción ( $p = 3$ ) para este diámetro y tamaño de elemento, puede ser adecuado. En cambio, cuando el tamaño del elemento es  $1.5\lambda$  sucede al contrario, ofreciendo resultados desfavorables respecto al nivel teórico  $1/N_r$  en aproximadamente 10dB, independientemente del tamaño del array, indicando que dicho coeficiente de reducción ( $p = 3$ ), es excesivo para el diámetro y tamaño del elemento

usado (téngase en cuenta, que se están usando muy pocos recursos, para cada array en cuestión:  $N_r = 105$  para  $D = 30\lambda$  y  $N_r = 421$  para  $D = 60\lambda$ ). Solamente el array AS con  $D = 30\lambda$  y  $e = 1.5\lambda$  reducido con  $p = 3$ , no supera el criterio de contraste de -40dB, propuesto al comienzo del capítulo.

Los resultados indican, que NLR después de la reducción no ha mejorado, pero en algunos casos, mantiene un nivel muy semejante a la apertura plena.

En arrays MC, NLR se mantiene constante antes y después de la reducción, independientemente del tamaño del elemento, pues conserva la periodicidad máxima, como en el caso de la apertura plena. Para elementos de tamaño  $\lambda$ , NLS después de la reducción, mejora al nivel del pedestal teórico ( $1/N_r$ ), pero ofrece peores resultados con elementos de tamaño  $1.5\lambda$ , en la misma proporción que los AS. Al ser  $d > \lambda/2$ , ninguno de los arrays MC mostrados, con o sin reducción, superan el criterio de contraste de -40dB, propuesto para imagen.

Resumiendo, respecto de los lóbulos de rejilla, los arrays aleatorios (independientemente de su estructura: AS ó MC) mantienen la periodicidad existente en la apertura plena original, haciendo que los lóbulos de rejilla, tengan nivel y distribuciones semejantes, a los de la apertura plena. Esta conclusión es más próxima a la realidad en los casos de arrays MC, y/o para ambos tipos de arrays, con bajos niveles de reducción ( $p \leq 3$ ).

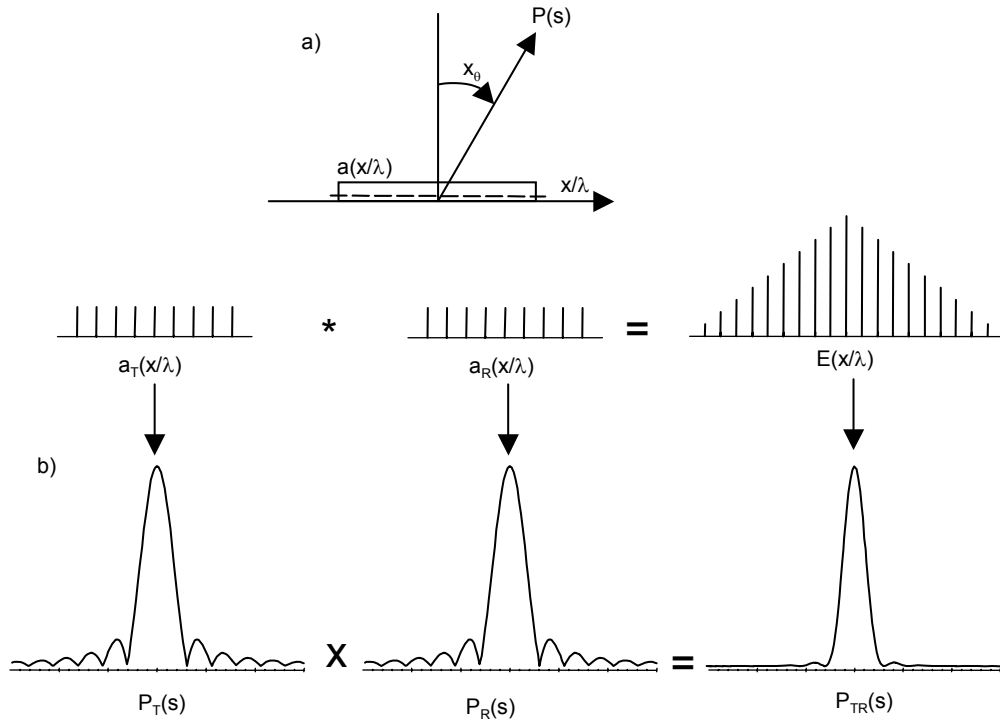
## 4.5 Arrays de Vernier

### 4.5.1 Concepto de *apertura efectiva*

Si se considera la aproximación de campo lejano, de un array lineal en onda continua, el patrón de radiación  $P(s)$  del array  $a(x/\lambda)$ , está expresado por [Loc96]:

$$P(s) = \int_{-\infty}^{\infty} a\left(\frac{x}{\lambda}\right) e^{j2\pi\left(\frac{x}{\lambda}\right)s} d\left(\frac{x}{\lambda}\right) \quad (4.13)$$

Esta expresión indica, que los patrones de radiación en emisión  $P_T(s)$  y en recepción  $P_R(s)$ , se pueden calcular mediante la transformada de Fourier, de las *funciones de*



**Figura 4.14:** a) Sistema de coordenadas que relaciona la función de apertura  $a(x/\lambda)$  con el patrón de radiación. b) Relación entre las funciones de apertura de emisión  $a_T(x/\lambda)$  y de recepción  $a_R(x/\lambda)$ , con su correspondiente apertura efectiva  $E(x/\lambda)$  y los patrones de radiación en pulso  $P_T(s)$ , en eco  $P_R(s)$  y en pulso-eco  $P_{TR}(s)$ . Las flechas indican transformada de Fourier.

apertura emisora  $a_T(x/\lambda)$  y receptora  $a_R(x/\lambda)$  respectivamente [Bra86]:

$$\begin{aligned} P_T(s) &= F[a_T(x/\lambda)] \\ P_R(s) &= F[a_R(x/\lambda)] \end{aligned} \quad (4.14)$$

donde la *función de apertura*, describe la ponderación de los elementos como una función de su posición,  $s = \sin(x_\theta)$ , siendo  $x_\theta$  es el ángulo de deflexión medido desde la perpendicular del array, y  $x/\lambda$  la situación de los elementos en unidades de longitud de onda (ver figura 4.14). Las *funciones de apertura*, representan la amplitud de las señales en cada elemento, como una función de la posición de los elementos del array emisor y receptor. El patrón de radiación en pulso-eco  $P_{TR}(s)$ , viene dado por el producto de los patrones de radiación del array emisor y receptor:

$$P_{TR}(s) = P_T(s)P_R(s) \quad (4.15)$$

Alternativamente, el patrón de radiación en pulso-eco, se puede calcular directamente de la transformada de Fourier de una función apertura  $E(x/\lambda)$ , llamada *apertura efectiva* del array, tal que:

$$P_{TR}(s) = F [E(x/\lambda)]$$

donde la *apertura efectiva*, está definida por la convolución de las funciones de apertura del array emisor y receptor:

$$E(x/\lambda) = a_T(x/\lambda) * a_R(x/\lambda) \quad (4.16)$$

También, se pueden extender estas ideas para el diseño de arrays 2D [Bru97], seleccionando las funciones de apertura emisora  $a_T(x, y)$  y receptora  $a_R(x, y)$ , para obtener la función de *apertura efectiva* deseada  $E(x, y)$

$$E(x, y) = a_T(x, y) ** a_R(x, y) \quad (4.17)$$

donde \*\* indica convolución espacial en pulso-eco. En el caso de arrays de estructura cuadrada, las funciones de apertura emisora y receptora son *separables*, del siguiente modo:

$$\begin{aligned} a_T(x, y) &= \alpha_t(x)\alpha_t(y) \\ a_R(x, y) &= \alpha_r(x)\alpha_r(y) \end{aligned}$$

y la *apertura efectiva*, también es separable

$$\begin{aligned} E(x, y) &= a_T(x, y) ** a_R(x, y) = \alpha_t(x)\alpha_t(y) ** \alpha_r(x)\alpha_r(y) = E(x)E(y) \quad (4.18) \\ E(x) &= \alpha_t(x) * \alpha_r(x) \text{ y } E(y) = \alpha_t(y) * \alpha_r(y) \end{aligned}$$

De este modo, el uso de aperturas de estructura cuadrada, permite reducir el problema de una *apertura efectiva* bidimensional a un problema unidimensional.

En este apartado nos proponemos estudiar, diseños de aperturas donde los máximos del patrón de radiación (a excepción del lóbulo principal), del array emisor coincidan con ceros del patrón de radiación del array receptor y viceversa, para minimizar el nivel lóbulos de rejilla. Se pueden elegir diversas estrategias, para seleccionar las aperturas emisora y receptora, de modo que se obtenga una misma *apertura efectiva* [Loc96]. Una de ellas, se basa en una analogía con la escala lineal de Vernier, que exponemos a continuación.

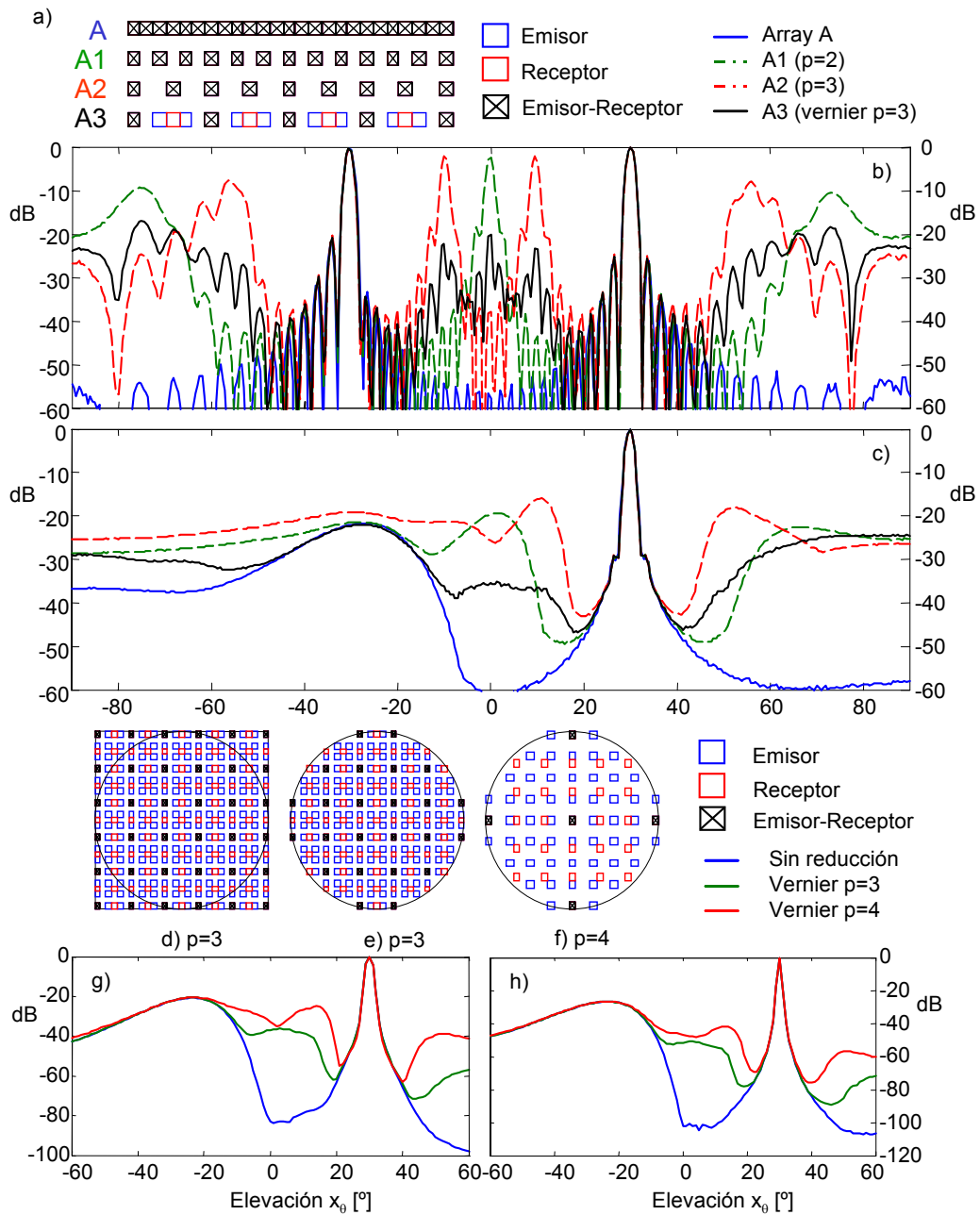
### 4.5.2 Aplicación de la escala de Vernier a aperturas lineales

Una escala lineal de Vernier de orden  $p$  se diseña con dos reglas adyacentes; la primera presenta marcas equiespaciadas una distancia  $(p - 1) \cdot d$  y la segunda una distancia  $p \cdot d$ , donde  $d$  es la resolución entre marcas, o en nuestro caso, distancia entre elementos en la apertura. La escala de Vernier se puede usar para generar *aperturas efectivas* mediante funciones de apertura 2D separables y complementarias en pulso-eco. Esta reducción está basada en el concepto de *aperturas complementarias*, que a su vez se apoya en el *concepto de apertura efectiva*.

Para aplicar una reducción de Vernier de orden  $p$  a una apertura lineal, se forma una apertura de emisión A1, eligiendo un elemento de cada  $p - 1$ , a partir del array original A (ver figura 4.15a para  $p = 3$ ) y como apertura receptora, se elige uno de cada  $p$  (array A2 de la misma figura). Así, el número de elementos de la apertura emisora es  $N_E = N/(p-1)$  y de la receptora  $N_R = N/p$ . De este modo, la apertura efectiva del array de Vernier, como resultado de la convolución de las aperturas emisora y receptora reducidas, tiene un tamaño  $d \cdot N_E \cdot (p - 1) + d \cdot N_R \cdot p$  siendo  $d$  la distancia entre elementos, ambos parámetros coincidentes con el array original. Por tanto, es de esperar que las características del haz, en ambos casos, sean muy semejantes en cuanto a resolución lateral y en cuanto al nivel y posición de los lóbulos de rejilla. Por otro lado, la amplitud de la señal está determinada, por el peso de la apertura efectiva  $N_R \cdot N_E$ , que en este caso, es una fracción de la apertura original ( $1/p(p - 1)$ ). A continuación analizaremos un caso concreto de reducción de Vernier de tercer orden ( $p = 3$ ).

De color AZUL, en las figuras 4.15b y 4.15c, se muestran los perfiles laterales del factor de array en pulso-eco, correspondiente al array lineal A (de 25 elementos y distancia entre elementos  $d = \lambda$ ), para onda continua y banda ancha respectivamente, deflectado  $30^\circ$ . En VERDE se muestran los perfiles de un array construido a partir del anterior, eligiendo tanto en emisión como en recepción uno de cada dos elementos (array A1). En ROJO los perfiles de un tercero construido a partir del primero pero eligiendo un elemento de cada tres (array A2). Y finalmente, en NEGRO una reducción aplicando la escala de Vernier de orden  $p = 3$  (array A3), resultado de elegir el array A1 en emisión y A2 en recepción.

Este último tiene una respuesta muy cercana a la del array original A, según se manifiesta en la figura 4.15b. Lo que se produce, es un incremento del nivel de lóbulos secun-



**Figura 4.15:** Arriba: Aplicación de la escala de reducción de Vernier a aperturas lineales. a) Array lineal de 25 elementos puntuales con  $D = 24\lambda$  y distancia entre elementos  $d = \lambda$ . A: completo, A1: con reducción  $p = 2$ , A2: con reducción  $p = 3$  y A3: aplicando la escala de Vernier con  $p = 3$ . b) Perfil lateral del factor de array para onda continua. c) Para pulso de banda ancha. Abajo: Aplicación de la escala de reducción de Vernier en arrays MC. d) Array cuadrado de  $31 \times 31$  elementos reducido con  $p=3$ . e) Array MC formado a partir del array d) eliminando los elementos exteriores al círculo. f) Mismo array MC con  $p = 4$ . g) y h) Perfiles laterales de dos arrays MC con  $d = e = \lambda$ . g)  $D = 30\lambda$ . h)  $D = 60\lambda$ . Perfiles laterales en un barrido con  $x_\phi = 0$  a  $D^2/(8\lambda)$  de profundidad, focalizando en  $x^F(D^2/(8\lambda), 30^\circ, 0^\circ)$ .

darios respecto del patrón original, que se encuentra fuera de la dirección del lóbulo de rejilla, debido a una cancelación incompleta (tanto para onda continua como para banda ancha, como muestran los perfiles laterales en las figuras 4.15b y 4.15c respectivamente).

A medida que aumenta el orden de dispersión  $p$ , se eleva el nivel alcanzado por los lóbulos secundarios, pudiendo incluso superar a NLR. El orden de dispersión admisible en el diseño de una apertura de Vernier, será aquél, que los lóbulos secundarios no superen NLR. En tal caso, como sucedía con los arrays aleatorios, el patrón de radiación forma un "pedestal" al nivel NLR de la apertura completa.

La posición de los lóbulos de rejilla, definida por la expresión 4.7, particularizada para este caso es:

$$x_{\theta}^R = \arcsin \left( \sin(x_{\theta}^F) + \frac{n \lambda}{p d} \right), \quad \begin{cases} n = \pm 1, \pm 2, \dots \\ p = 1, 2 \text{ y } 3 \end{cases} \quad (4.19)$$

donde  $p$  es el grado de dispersión de las tres aperturas A, A1 y A2. Las distintas direcciones en las que se encuentran los lóbulos de rejilla, se obtienen para cada valor de  $n$  según:  $n = \{+1, -1, -2, -3, -4\}$ , mostrándose en la tabla 4.2.

		dispersión ( $p$ )		
		$p = 1$	$p = 2$	$p = 3$
		A (Azul)	A1 (Verde)	A2 (Rojo)
n	+1	-	$90^{\circ}$	$56.4^{\circ}$
	-1	$-30^{\circ}$	0	$9.6^{\circ}$
	-2	-	$-30^{\circ}$	$-9.6^{\circ}$
	-3	-	$-90^{\circ}$	$-30^{\circ}$
	-4	-	-	$-56.4^{\circ}$

**Tabla 4.2:** Posición teórica de los lóbulos de rejilla en los arrays lineales: A, A1 y A2 de la figura 4.15.

Los lóbulos de rejilla correspondientes a las aperturas reducidas de emisión A1 y de recepción A2, solo coinciden cuando  $n/p$  es entero en la dirección correspondiente a la apertura completa. Este es el principio básico de construcción de aperturas complementarias, mediante de la escala de Vernier. De este modo, las cuatro aperturas en estudio, presentan un lóbulo de amplitud máxima en  $x_{\theta} = -30^{\circ}$  y los lóbulos de rejilla de A1

y A2 del resto de las posiciones, interfieren negativamente entre sí tal y como se manifiesta en la figura 4.15b. Para onda continua, el perfil lateral de la apertura de Vernier (NEGRO), tiene una amplitud intermedia entre los pertenecientes a la apertura emisora con  $p=2$  (VERDE), y la apertura receptora con  $p=3$  (ROJO). Sin embargo, esto no es extrapolable para banda ancha, aunque la acción canceladora también se deja notar.

Cabe pensar si se pueden diseñar aperturas complementarias, en las que  $p$  no sea entero, con objeto de aumentar, si es posible, la interferencia destructiva. La respuesta es que sí, sin embargo, sería físicamente irrealizable, pues no se podrían integrar la apertura emisora y receptora en un mismo transductor. Por otro lado, tampoco tienen por qué ser correlativos, los índices de reducción en ambas aperturas, aún siendo enteros (es decir,  $p$  y  $p - 1$ ), el único condicionante es que sean primos entre sí, condición que cumple la escala de Vernier. Existen numerosas escalas que cumplen con esta condición (con valores de  $p$  no correlativos), sin embargo, generan aperturas emisoras y receptoras, muy descompensadas en el número de elementos.

### 4.5.3 Aplicación de la escala de Vernier a aperturas 2D cuadradas

Para extender las aperturas de Vernier a arrays MC, basta con aplicar la citada reducción en cada una de sus direcciones principales. De este modo, tanto las filas como las columnas de la apertura emisora, se forman eligiendo un elemento de cada  $p - 1$ , y para la apertura receptora eligiendo uno de cada  $p$  también en ambas direcciones. A este tipo de reducción la denominamos *bidireccional*, en contraste con la *unidireccional*, que se aplicaría solamente a filas o a columnas. Los arrays 2D con reducción *unidireccional* tienen el inconveniente, de que presentan diferente comportamiento en ambas direcciones principales, algo que no ocurre cuando la reducción es *bidireccional*.

En este caso, si  $N$  es el número de elementos de la apertura completa, resultarán dos aperturas con  $N_E = N/(p - 1)^2$  elementos para la emisora y  $N_R = N/p^2$  para la receptora. De esta forma, se construyen dos aperturas 2D complementarias y separables, en las que todo lo expuesto para aperturas lineales en el apartado anterior, es válido en sus direcciones principales. También es posible realizar la reducción de otra forma: en la apertura emisora se eligen para las filas, un elemento de cada  $p - 1$  y para las columnas uno de cada  $p$ , y en la receptora al contrario (las aperturas emisora y receptora son las

mismas, pero giradas  $90^\circ$  entre si). De este modo, se consigue que las aperturas emisora y receptora tengan el mismo número de elementos  $N_E = N_R = N / (p(p - 1))$ .

En las figuras 4.15(d, e y f) se presentan respectivamente, un array cuadrado de Vernier de orden  $p = 3$ , un array MC de Vernier con una dispersión  $p = 3$ , y un array MC con orden de dispersión  $p = 4$ , los tres diseñados a partir de un array cuadrado de  $31 \times 31$  elementos.

En las figuras 4.15(g y h) se muestran perfiles laterales de estos arrays, con tamaño de elemento  $e = d = \lambda$ . El nivel de los lóbulos de rejilla (NLR) para  $p = 3$  (perfil VERDE) y  $p = 4$  (perfil ROJO), se encuentra en  $-20.5\text{dB}$  para el de tamaño  $D = 30\lambda$  y  $-26.7\text{dB}$  para  $D = 60\lambda$ , exactamente en el mismo nivel que sin reducción (perfil AZUL). En el caso del array mediano ( $D = 30\lambda$ ), con  $p = 4$ , NLR y NLS son prácticamente coincidentes.

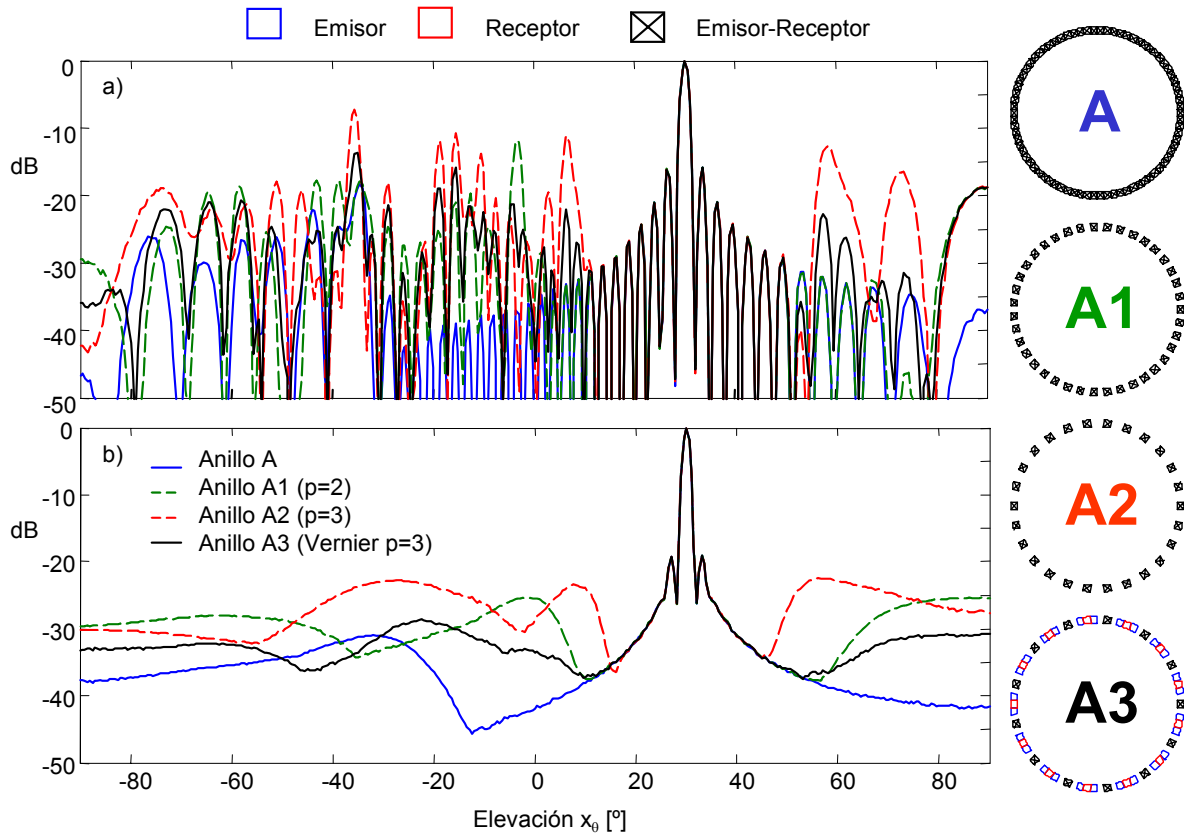
Igual que ocurría con las aperturas aleatorias de matriz cuadrada, la coincidencia de los lóbulos de rejilla entre las aperturas de Vernier y completa, hace necesario mantener la distancia entre elementos cercana a  $0.5\lambda$  si se quiere mantener  $NLR$  inferior a  $-40\text{dB}$ .

#### 4.5.4 Aplicación de la escala de Vernier a aperturas sectoriales (AS)

La escala de Vernier se puede usar también en arrays AS para reducir el número de elementos en sus dos direcciones principales: *radial* y *tangencial*. En la dirección radial, un array AS está formado por un conjunto de anillos concéntricos, mientras que en la dirección tangencial, se encuentran los elementos de cada anillo. Por tanto, dicho método se puede aplicar a arrays AS en sus tres formas básicas [Mar04] [Mar03]:

- Reducción *unidireccional tangencial* (reducción de elementos dentro de cada anillo).
- Reducción *unidireccional radial* (reducción de anillos completos de elementos).
- Reducción *bidireccional* (radial y tangencial).

En arrays AS las dos reducciones unidireccionales mencionadas, mantienen la característica axisimétrica del array, por lo que no presentan direcciones de azimut con características especiales como sucede en arrays MC.



**Figura 4.16:** Anillo sectorial de 78 elementos puntuales con  $D = 25\lambda$  y  $d = \lambda$ . A: anillo completo, A1: con reducción  $p = 2$ , A2: con reducción  $p = 3$  y A3: aplicando la escala de Vernier con  $p = 3$ . a) y b) Perfiles laterales en el plano  $x_\phi = 0^\circ$ , a  $D^2/(8\lambda)$  de profundidad y focalizando en  $x^F(D^2/(8\lambda), 30^\circ, 0^\circ)$ . a) Factor de Array en pulso-eco. b) Igual que en a) pero para banda ancha.

### Reducción unidireccional tangencial

La aplicación de la escala de Vernier en la dirección tangencial es válida para arrays AS. Con objeto de simplificar al máximo, pondremos el ejemplo de un único anillo como elemento básico integrante de su estructura, y mostraremos su respuesta factor de array, para a continuación extender su validez al resto del array. La reducción *unidireccional tangencial* se practica, eligiendo dentro de cada anillo, un elemento de cada  $p-1$  elementos en emisión y uno de cada  $p$  para recepción.

El anillo A de la figura 4.16 está formado por 78 elementos puntuales con  $D = 25\lambda$  y  $d = \lambda$ . A partir de éste, se forman otros tres arrays: uno con grado de dispersión  $p = 2$  (array A1), otro con  $p = 3$  (array A2) y finalmente el tercero aplicando la escala de

Vernier con  $p = 3$  (figura 4.16, array A3). En un array AS de múltiples anillos, se trataría cada anillo del array completo como el array A (un ejemplo se muestra en el array B3 de la figura 4.17 con  $p = 3$ ).

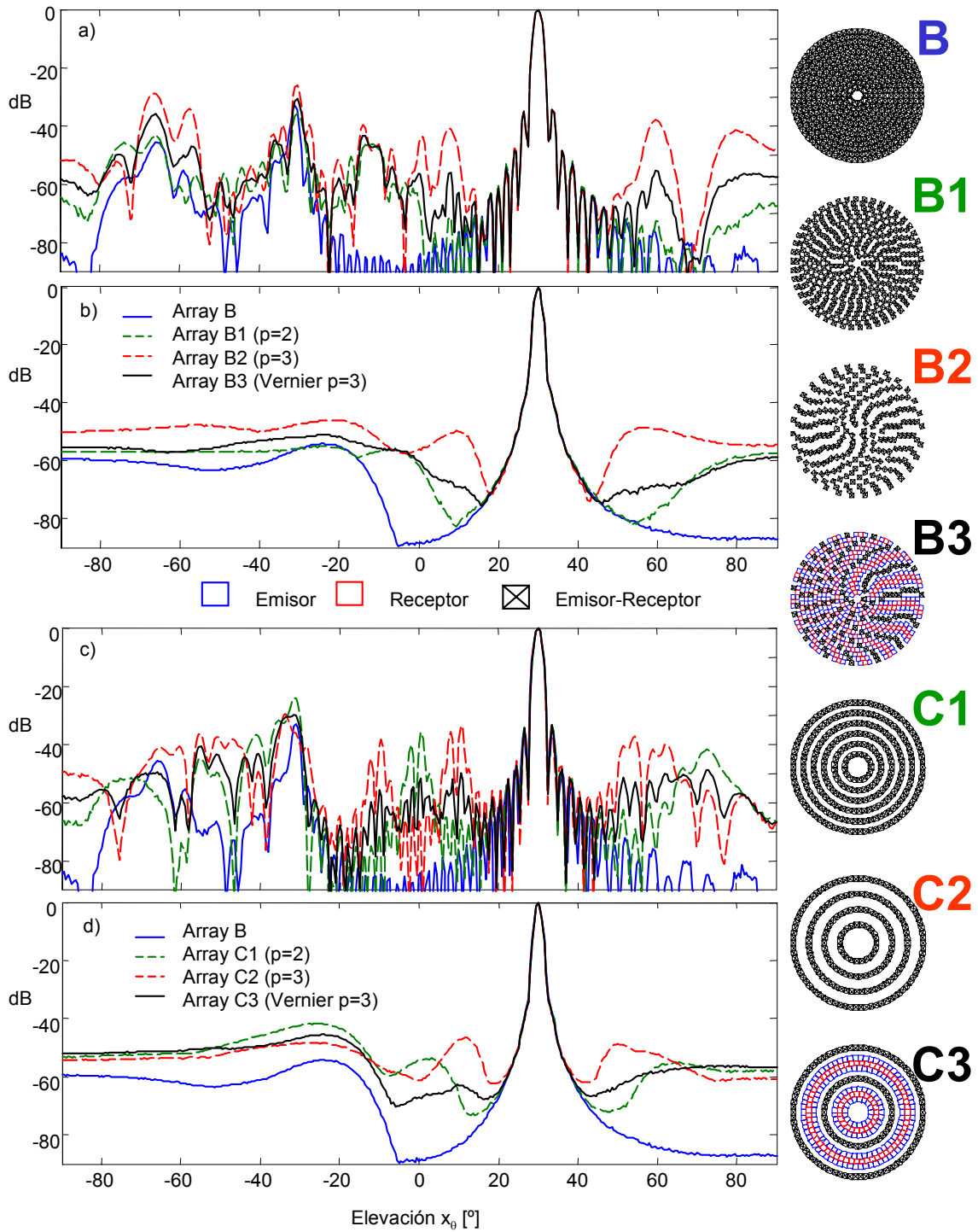
En las figuras 4.16a y b se muestran los perfiles laterales en pulso-eco, de la respuesta factor de array para onda continua y banda ancha, de cada uno de los arrays. En a) los cuatro arrays coinciden en un lóbulo de rejilla, que sobresale por encima del resto a  $-32^\circ$ , e igual que ocurriría con el array lineal, su desviación corresponde a la de la apertura completa deflectada  $30^\circ$ .

Los arrays A1 y A2 producen además, otros lóbulos de rejilla que se cancelan parcialmente en la apertura de Vernier. Debido a esta acción cancelatoria entre A1 y A2, para la apertura A3 se obtiene un perfil lateral para onda continua (color NEGRO en la figura 4.16a), cuyos lóbulos secundarios se encuentran, en todo el perfil, por debajo del mayor nivel de ambas y próximo al nivel obtenido con la apertura completa. En el caso de banda ancha (figura 4.16b), la cancelación también es muy notable con  $NLR = -28dB$ , usando un número muy reducido de elementos activos (39 y 26 respectivamente).

En cambio, la diversidad manifestada por las aperturas AS, hace que los lóbulos de rejilla se extiendan por regiones más extensas, y que la citada acción cancelatoria sea menos efectiva, que en el caso de aperturas de estructura cuadrada. Ahora bien, dicha diversidad es, por otro lado, la causa del bajo nivel de lóbulos de rejilla, propio de las aperturas AS, lo cual es una ventaja porque permite usar elementos de tamaño superior a  $\lambda/2$ .

### Reducción unidireccional radial

La reducción *unidireccional radial* se obtiene eligiendo un anillo de cada  $p - 1$  anillos en emisión, y uno de cada  $p$  en recepción. En la figura 4.17 se muestra un ejemplo de un array AS con orden de reducción  $p = 3$ . A partir del array completo B, se generan los arrays C1 y C2 con grados de reducción  $p = 2$  y  $p = 3$  respectivamente, para formar la apertura de Vernier C3. Las figuras 4.17c y 4.17d muestran los perfiles laterales en las mismas condiciones que los arrays B1, B2 y B3. El perfil lateral de los arrays C1 y C2 para onda continua (figura 4.17c), muestra los lóbulos de rejilla bastante concentrados, por lo que se aproxima más a la respuesta de un array lineal con la misma reducción



**Figura 4.17:** Arrays AS de elementos puntuales con  $D = 30\lambda$  y  $d = \lambda$ . Arriba array con 708 elementos. B: array completo, B1: con reducción tangencial  $p = 2$ , B2: con reducción tangencial  $p = 3$  y B3: aplicando la reducción tangencial de Vernier con  $p = 3$ . C1: reducción radial con  $p = 2$ . C2: reducción radial con  $p = 3$ . C3: reducción radial de Vernier con  $p = 3$ . En a) y b) Perfil lateral en pulso-eco del factor de array en el plano  $x_\phi = 0^\circ$ , a  $D^2/(8\lambda)$  de profundidad y focalizando en  $x^F(D^2/(8\lambda), 30^\circ, 0^\circ)$ . En a) para onda continua y en b) para banda ancha. En c) y d) igual pero para los arrays C.

(figura 4.15b), que a la reducción tangencial (figura 4.17a). Tal coincidencia, es motivada por que en el array lineal equivalente de esta configuración, aparecen concentraciones de elementos, coincidentes con las posiciones de los elementos del array lineal con idéntica reducción. La diferencia es, que en la posición donde en el array lineal existía un solo pico, en este se sitúan dos o tres picos muy próximos, dependiendo del número de anillos del array. Puesto que se trata de dos arrays con escalas de reducción consecutivas, se obtienen perfiles laterales donde sólo se produce coincidencia con el lóbulo en  $x_{\theta}^R = -32^{\circ}$ . Por eso, la apertura de Vernier C3, formada a partir de C1 y C2, genera un perfil lateral para onda continua, cuyos lóbulos de rejilla se encuentran siempre por debajo del nivel mayor de ambas, aunque en este caso, menos próximo a los niveles obtenidos con la apertura completa, que con la reducción tangencial.

### Reducción bidireccional

Si la escala de Vernier consigue aperturas complementarias unidireccionales (radial o tangencial), de la aplicación conjunta de ambas, también resultan aperturas complementarias. La reducción bidireccional consiste en realizar primeramente una reducción *radial* de orden  $p - 1$  en emisión y  $p$  en recepción, y a continuación, una reducción *tangencial* de los elementos de cada anillo, de orden  $p - 1$  en emisión y  $p$  en recepción. Así, el número de elementos resultante de la reducción, es el mismo que la aplicada en arrays MC. Además, cabe combinar la elección de los elementos de las aperturas emisora y receptora, como ocurría con arrays MC, de manera que el número de elementos de ambas aperturas queden compensados, aunque esta última solución produce resultados algo peores en cuanto a NLR.

La pérdida de área radiante y por tanto de intensidad, que sufre un array reducido cuando se utilizan aperturas de Vernier, es (en dB en relación a la apertura plena):

$$P_{ER} \approx 20 \log (N_E N_R / N^2) \quad (4.20)$$

que para la reducción unidireccional, se convierte en

$$P_{ER} \approx 20 \log \left( \frac{1}{p(p-1)} \right) \quad (4.21)$$

y para la reducción bidireccional

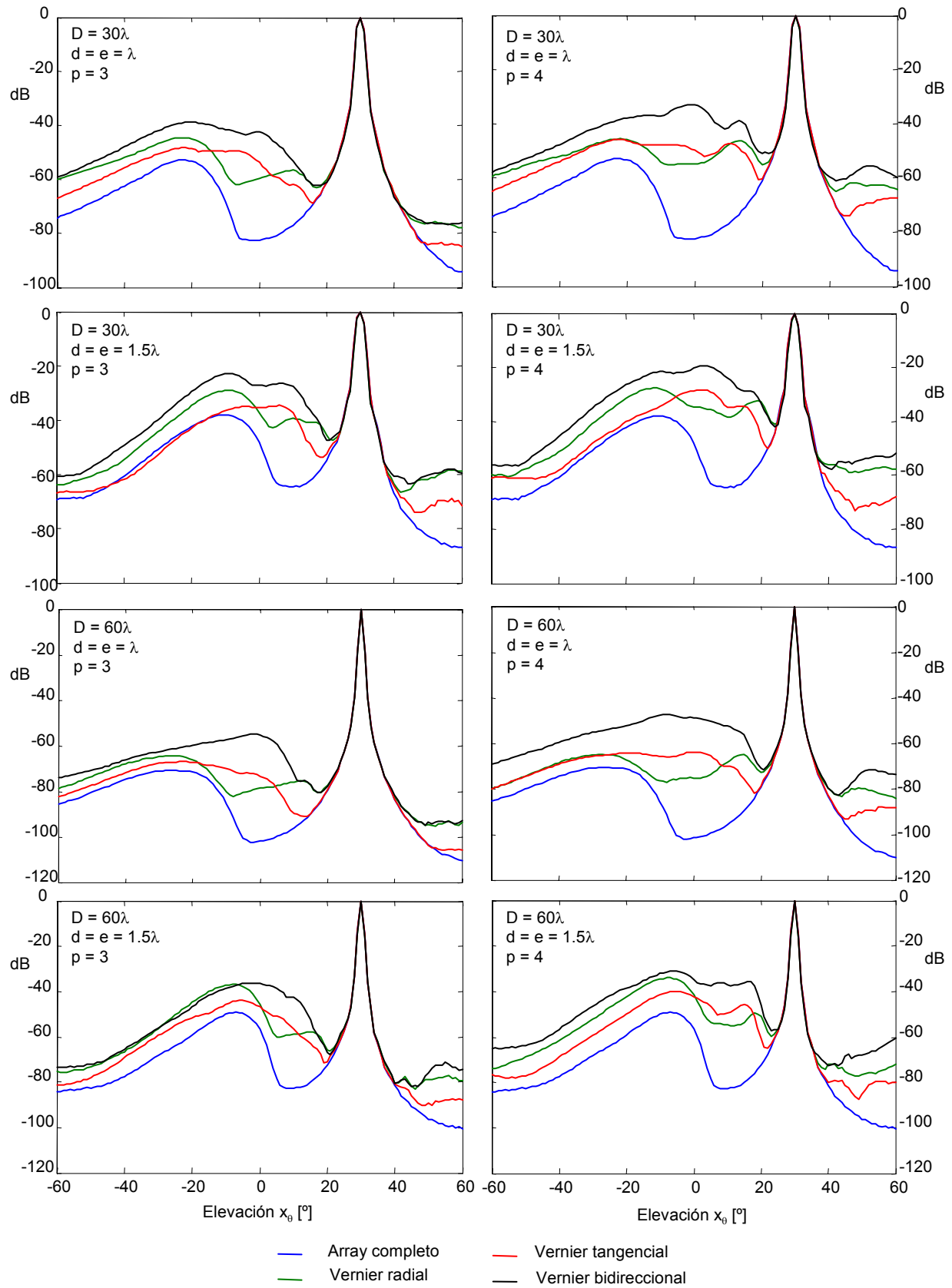
$$P_{ER} \approx 40 \log \left( \frac{1}{p(p-1)} \right) \quad (4.22)$$

Para el orden de menor reducción (unidireccional con  $p = 3$ ), se produce una pérdida en intensidad de 15.5dB. Teóricamente, el orden de reducción puede ser el que se desee, pero prácticamente, no se deberían superar órdenes de reducción superiores a 12 en las unidireccionales, ni 4 en la bidireccional, que producen pérdidas de hasta -44dB en ambos casos, debido a la importante pérdida en intensidad de la señal. Por otro lado, este método de reducción, descompensa el número de elementos de las aperturas emisora y receptora. Por ejemplo, para el menor orden de reducción bidireccional ( $p = 3$ ), la apertura de emisión puede llegar a tener, hasta 2.25 veces más elementos que la de recepción o viceversa.

### Análisis comparativo de reducciones de Vernier en arrays AS y MC

En este apartado se realiza una evaluación comparativa, de las características del haz emitido por aperturas de Vernier, donde se ha variado, por un lado, el tamaño de la apertura ( $D = 30\lambda$  y  $D = 60\lambda$ ), por otro lado, el tipo (unidireccional y bidireccional) y orden ( $p = 3$  y  $p = 4$ ) de la reducción, y finalmente también se ha variado el tamaño de elemento ( $e = d = 0.5\lambda$ ,  $\lambda$  y  $1.5\lambda$ ). Se presentan resultados de arrays MC y AS. Para el análisis nos apoyaremos en la figura 4.18, que muestra los perfiles laterales a una profundidad  $D^2/(8\lambda)$ , focalizando en el punto  $x^F(D^2/(8\lambda), 30^\circ, 0^\circ)$ , de los distintos arrays con y sin reducción. En las tablas 4.3 y 4.4 se muestran diversos parámetros, que caracterizan las aperturas de Vernier, tales como: el número de elementos de las aperturas plena  $N$ , emisora  $N_E$  y receptora  $N_R$ , la pérdida de intensidad sufrida tras la reducción, expresada por el índice  $P_{ER}$  y el nivel de lóbulos de rejilla (NLR) de cada perfil lateral. No se han añadido datos relativos a la resolución lateral, porque coincide en todos los casos con la apertura plena, tanto en el nivel alto de -6dB como en el nivel bajo de -40dB (ver figura 4.18 al respecto).

**Tipo de reducción.** Si se compara la reducción de Vernier con la reducción aleatoria, se observan resultados semejantes, estando algunas de las diferencias justificadas, porque el número de elementos de la apertura de Vernier de orden  $p$ , es superior a la apertura aleatoria del mismo orden  $p$ . Así, por ejemplo, la apertura de Vernier de un array AS grande con  $e = d \leq \lambda$ , proporciona algo mejor contraste, que el diseño equivalente



**Figura 4.18:** Perfiles laterales en pulso-eco para banda ancha a una profundidad  $D^2/(8\lambda)$ , focalizando en  $x^F(D^2/(8\lambda), 30^\circ, 0^\circ)$ , aplicando reducciones de Vernier en arrays AS.

$D = 30\lambda$		$d = 1.5\lambda$				$d = \lambda$				$d = 0.5\lambda$				
		$N_E$	$N_R$	$P_{ER}$	NLR	$N_E$	$N_R$	$P_{ER}$	NLR	$N_E$	$N_R$	$P_{ER}$	NLR	
AS	Completo	316	316	0	-38	708	708	0	-53.0	2828	2828	0	-98	
	$p = 3$	Radial	175	125	-13.2	-29.0	376	268	-14.0	-44.5	1467	999	-14.7	-78.4
		Tangencial	158	106	-15.5	-34.5	354	236	-15.5	-48.5	1414	943	-15.6	-78.9
		Bidireccional	88	42	-28.6	-23.0	188	90	-31.0	-39.0	734	333	-30.3	-61.5
$p = 4$	Radial	125	105	-17.6	-28.0	238	215	-20.0	-46.0	999	777	-20.3	-67.9	
	Tangencial	106	79	-21.5	-28.5	236	177	-21.5	-46.0	943	707	-21.6	-70.5	
	Bidireccional	42	27	-38.9	-19.5	80	54	-43.0	-33.0	333	195	-41.8	-54.8	
MC	Completo	316	316	0	-3.8	708	708	0	-20.8	2828	2828	0	-56.5	
	$p = 3$	Bidireccional	79	35	-31.2	-3.5	177	79	-31.2	-20.6	707	312	-31.2	-56.8
	$p = 4$	Bidireccional	35	20	-43.1	-2.6	79	46	-42.8	-20.6	312	174	-43.4	-45.3

**Tabla 4.3:** Características de los perfiles laterales de arrays reducidos con el método de Vernier para los ordenes de reducción  $p=3$  y  $4$  en arrays AS y MC de  $D = 30\lambda$  con apertura completa y tres tamaños de elemento:  $e = 2\lambda$ ,  $1.5\lambda$  y  $0.5\lambda$ .  $N_E$ : número de elementos de la apertura emisora.  $N_R$ : número de elementos de la apertura receptora.  $P_{ER}$ : pérdida de intensidad en pulso-eco en dB. NLR: nivel de lóbulos de rejilla en dB.

aleatorio, mientras que cuando  $e = d = 1.5\lambda$ , el pedestal en el diseño aleatorio equivalente, se sitúa ligeramente por debajo. Para un array mediano con  $e = d = \lambda$ , el nivel del pedestal se sitúa a la misma altura, que los lóbulos de rejilla de cualquier reducción, equiparándose ambos diseños, mientras que con  $e = d = 1.5\lambda$ , el pedestal en el diseño aleatorio equivalente, se sitúa también ligeramente por debajo.

**Array AS frente a MC.** Las tablas muestran que el array completo MC, tiene sus lóbulos de rejilla por encima del array AS en todos los casos (entre 35 y 50dB dependiendo del tamaño de array y elemento). Aunque la reducción afecta negativamente a los arrays AS, elevando NLR frente a la apertura completa, este tipo de arrays sigue mostrando claras ventajas, frente a los de matriz cuadrada, pues les superan en todos los casos, con valores entre 5 y 28dB, siendo los arrays grandes los claramente ventajosos, con 23dB de diferencia media.

**Array AS: apertura completa frente a reducida.** En la figura 4.18 se observa que el lóbulo principal del array completo, en todos los casos coincide con el del array

$D = 60\lambda$		$d = 1.5\lambda$				$d = \lambda$				$d = 0.5\lambda$				
		$N_E$	$N_R$	$P_{ER}$	NLR	$N_E$	$N_R$	$P_{ER}$	NLR	$N_E$	$N_R$	$P_{ER}$	NLR	
AS	Completo	1264	1264	0	-49.0	2828	2828	0	-70.5	11296	11296	0	-104	
	$p = 3$	Radial	661	459	-14.5	-37.0	1467	999	-14.7	-64.5	5750	3902	-15.1	-96.9
		Tangencial	632	422	-15.5	-44.0	1414	943	-15.5	-65.5	5648	3766	-15.6	-85.8
		Bidireccional	330	153	-31.0	-36.0	734	333	-30.3	-55.0	2875	1310	-30.6	-79.4
$p = 4$	Radial	459	366	-19.5	-34.0	999	777	-20.2	-65.0	3920	2962	-20.8	-85.7	
	Tangencial	422	316	-21.5	-40.0	943	707	-21.5	-64.0	3766	2824	-21.6	-84.0	
	Bidireccional	153	92	-43.0	-31.0	333	195	-41.8	-47.5	1310	741	-42.4	-70.7	
MC	Completo	1264	1264	0	-9.8	2828	2828	0	-26.8	11296	11296	0	-55.3	
$p = 3$	Bidireccional	316	140	-31.1	-9.2	707	312	-31.2	-26.5	2824	1254	-31.1	-55.2	
$p = 4$	Bidireccional	140	77	-43.4	-8.6	312	174	-43.4	-26.3	1254	703	-43.2	-54.1	

**Tabla 4.4:** Características de los perfiles laterales de arrays reducidos con el método de Vernier para los ordenes de reducción  $p=3$  y  $4$  en arrays AS y MC con  $D = 60\lambda$  con apertura completa y tres tamaños de elemento:  $e = 2\lambda$ ,  $1.5\lambda$  y  $0.5\lambda$ .  $N_E$ : número de elementos de la apertura emisora.  $N_R$ : número de elementos de la apertura receptora.  $P_{ER}$ : pérdida de intensidad en pulso-eco en dB. NLR: nivel de lóbulos de rejilla en dB.

disperso. Los lóbulos secundarios parten desde el lóbulo principal, a un nivel que crece al reducirse el número de elementos en las aperturas dispersas, aunque siempre está por debajo de -40dB para aperturas con  $e = d \leq 1.5\lambda$ . Descartando los arrays con tamaño de elemento pequeño, la reducción unidireccional con menor NLR, independientemente del tamaño de array, es la tangencial de orden 3, que se sitúa en todos los casos, a tan solo 4dB por encima del NLR de su apertura original completa, a pesar de contar con la tercera parte de elementos. La reducción unidireccional de orden 4 sube una media de 4dB adicionales y tiene una pérdida  $P_{ER}$  de superficie activa de hasta -21.5dB, en relación a la apertura plena, pero en cambio, requiere controlar sólo la cuarta parte de elementos.

**Reducción unidireccional frente a reducción bidireccional.** La reducción bidireccional puede usarse, para grados de reducción relativamente bajos (p.e. hasta 12.5, equivalente a un orden  $p = 4$ , dependiendo del tamaño del elemento), pues para grados mayores, se produce una descompensación excesiva de elementos, entre las aperturas emisora y receptora, y además ocasiona una importante pérdida en intensidad, al usarse

para este límite, solo el 8% de la superficie original del array. Los órdenes de reducción empleados en las unidireccionales, pueden ir desde el mas bajo ( $p = 3$ ), hasta igualarse con el grado de reducción de las bidireccionales ( $p = 13$ ). Aún así, siempre producen una descompensación inferior en el número de elementos de las aperturas emisora y receptora.

En la figura 4.18 se observa, que las aperturas con reducción bidireccional, producen lóbulos de rejilla, que se encuentran a igual o superior nivel, que los producidos por las reducciones unidireccionales del mismo orden (entre 10 y 15dB aproximadamente), debido principalmente a la diferencia en el número de elementos activos, en ambos casos. Además, debido a la deficiente cancelación, de los lóbulos propios de las aperturas de emisión y recepción, los lóbulos secundarios de las aperturas bidireccionales, crecen hasta el nivel de los lóbulos de rejilla, e incluso llegan a superar a NLR.

**Tipos de reducción unidireccional.** Anteriormente hemos visto, que la reducción radial produce lóbulos de rejilla mas concentrados que la reducción tangencial, debido a su menor diversidad. Esto produce dos efectos contrapuestos: por un lado, mayor cancelación, por lo que sus lóbulos secundarios son mas bajos, y por otro lado, los lóbulos de rejilla propios de la apertura plena, tienden a ser mas altos.

En la figura 4.18 se observa, que los lóbulos secundarios de la reducción radial, parten desde el lóbulo principal, a un nivel equivalente a las aperturas bidireccionales, aunque para zonas más distantes del lóbulo principal, se produce una buena cancelación, por lo que NLS se mantiene bien por debajo de NLR. En cambio, los perfiles correspondientes a la reducción tangencial, presentan un nivel más alto de lóbulos secundarios (llegando a ser incluso  $NLS > NLR$ ), debido a que se produce una peor cancelación de los lóbulos de rejilla propios de las aperturas de emisión y recepción.

Si se compara la reducción *radial* frente a la *tangencial* en el array mediano (tabla 4.3), se observa que el nivel de lóbulos de rejilla, de las aperturas con reducción radial, es más alto que el correspondiente a la reducción *tangencial*, independientemente del tamaño de elemento y orden de reducción. Sin embargo, para grandes arrays (tabla 4.4), la reducción radial presenta mejores resultados, cuando disminuye el tamaño del elemento y aumenta de manera notable, el número de anillos del array. Así, para  $D = 60\lambda$ , la reducción tangencial sale favorecida, cuando el elemento es grande ( $1.5\lambda$ ), mientras que la reducción radial adquiere ventaja, cuando el elemento es pequeño ( $0.5\lambda$ ). Ahora bien, el número de

elementos activos en este caso es superior a mil.

Combinando este criterio, con que además, en la reducción *tangencial* es necesario controlar menor número de elementos, tanto en emisión como en recepción, la reducción *tangencial*, presenta ventajas respecto a la reducción *radial*, en arrays con un número de elementos, acorde a los recursos electrónicos disponibles en la actualidad.

**Orden de reducción.** El valor NLR, depende principalmente del número de elementos activos de las aperturas de emisión y recepción, de manera que, se podrán aplicar mayores reducciones a aquellas aperturas originales, con mayor número de elementos. Por otro lado, el número de elementos activos necesarios para obtener un buen contraste, es también función del tamaño del elemento, de manera que a mayor tamaño, se requieren aperturas con mayor número de elementos activos.

Así, usando elementos con  $d = e = 1.5\lambda$ , sólo aperturas muy grandes (con más de 600 elementos activos), producen niveles de contraste admisibles para imagen. En cambio, cuando el tamaño del elemento es  $d = e = \lambda$ , se obtiene buenos resultados de contraste, a partir de 200 ó 250 elementos activos. Esto permite utilizar órdenes de reducción superiores a 10 para las aperturas grandes (reducción bidireccional de orden 4), y reducciones unidireccionales de orden 4 para las aperturas medianas. En el caso de elementos más pequeños ( $d = e = 0.5\lambda$ ), se pueden utilizar grandes reducciones (superiores a la reducción bidireccional de orden 4), con muy buenos resultados de NLR, pero por contra, el valor de  $P_{ER}$  resulta excesivamente bajo. En este sentido, la apertura mediana con reducción bidireccional de orden 4 ( $N_E = 333$  y  $N_R = 195$ ), mantiene NLR inferior a -40dB.

**Tamaño de elemento y tamaño de array.** Para un mismo tamaño de elemento, un array con  $D = 30\lambda$  tiene la cuarta parte de elementos activos que el array con  $D = 60\lambda$ , y produce lóbulos de rejilla entre 10 y 20dB sobre el segundo. La diferencia de NLR, es menor cuando el elemento es mas grande ( $1.5\lambda$ ), indicando que el efecto modulador debido al tamaño del elemento, en este caso, es muy importante.

Para ambos tamaños de array y ambos órdenes de reducción mostrados, los arrays con tamaño de elemento  $d = e \leq \lambda$ , a excepción del array mediano con reducción *bidireccional*  $p = 4$ , que presenta NLR de -33dB (debido al escaso número de elementos que ocasionan un  $P_{ER}$  de -43dB), muestran NLR por debajo de -40dB. Mientras que usando elementos de tamaño  $1.5\lambda$ , solo el array grande con la reducción *bidireccional*  $p = 3$ , obtiene NLR

cercano a -40dB. Con dicho tamaño de elemento, las unidireccionales se mantienen en torno a -40dB para el array grande, mientras que para el array mediano, el NLR alcanzado muestra un tamaño de elemento es excesivo.

### 4.5.5 Algunas variantes de Vernier

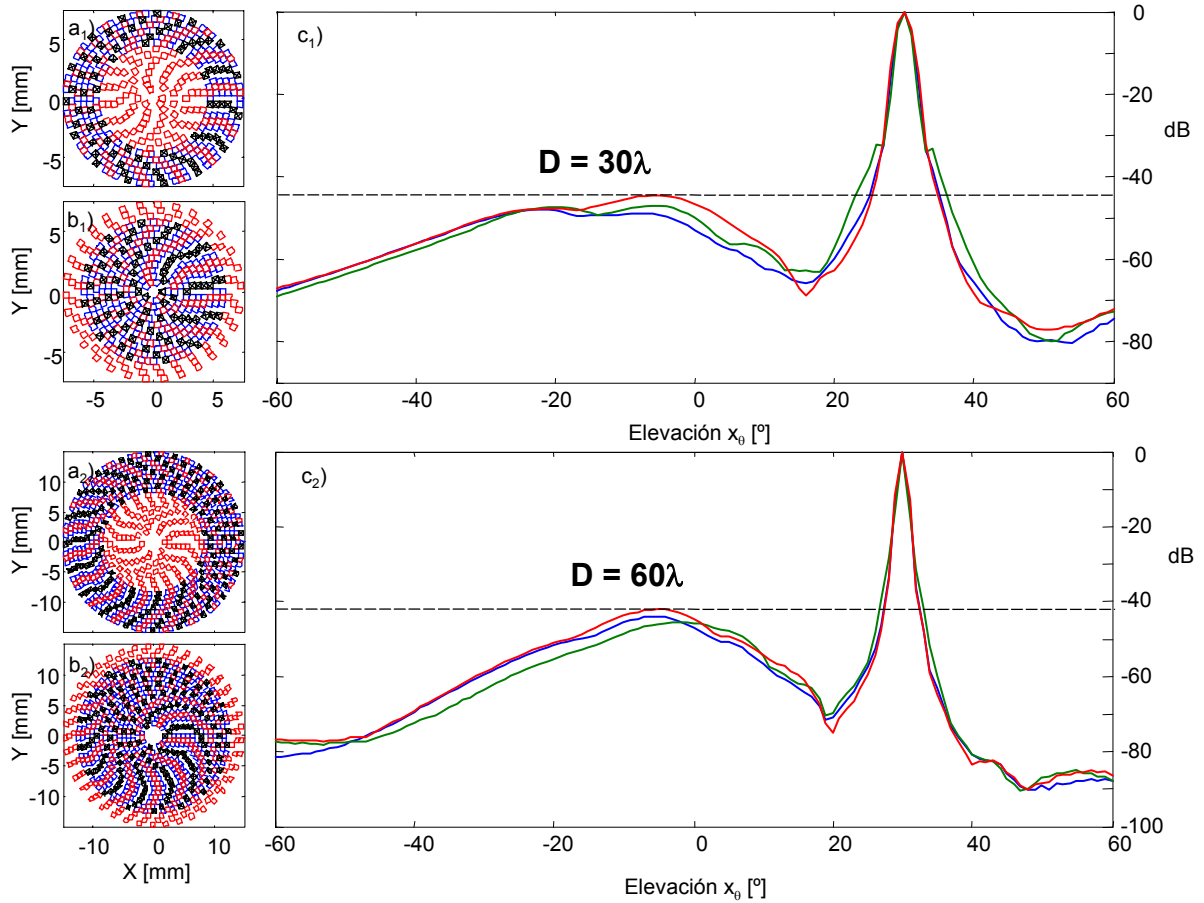
#### Reducción de conjuntos de elementos

La reducción de Vernier proporciona diferente número de elementos activos, para la aperturas emisora y receptora ( $N/p$  y  $N/(p-1)$  respectivamente). En cambio, los sistemas de imagen normalmente disponen de igual número de canales, en emisión y en recepción. Una forma de igualar el número de elementos de ambas aperturas, es eliminando anillos de la apertura más densa. Si se eliminan los anillos externos, se obtiene una apertura circular de diámetro más pequeño, y si se eliminan los anillos internos, se produce una corona circular emisora, del mismo diámetro exterior que la apertura plena. En este apartado, mostramos el efecto sobre las propiedades del haz ultrasónico, en ambos casos. Vamos a comprobar si la eliminación de conjuntos completos de elementos contiguos, favorece o al menos no perjudica a NLR, NLS y por tanto, al contraste [Ull01].

	Reducción	$N_E$	$N_R$	$P_{ER}$	NLR
$D = 30\lambda$ $d = \lambda$	Tangencial	354	236	-15.5	-48.5
	Anula anillos int.	226	236	-19.5	-47.5
	Anula anillos ext.	227	236	-19.5	-45.0
$D = 60\lambda$ $d = 1.5\lambda$	Tangencial	632	422	-15.5	-44.0
	Anula anillos int.	457	422	-18.4	-45.5
	Anula anillos ext.	443	422	-18.3	-42.0

**Tabla 4.5:** Características de reducciones tangenciales de Vernier de orden 3, en dos arrays AS de  $D = 30\lambda$  con  $e = \lambda$  y  $D = 60\lambda$  con  $e = 1.5\lambda$ , anulando los anillos interiores e exteriores de la apertura emisora.

En los ejemplos de la tabla 4.5, primero se aplica la reducción tangencial de Vernier de orden 3, para los arrays de diámetro  $D = 30\lambda$  con  $e = \lambda$  y  $D = 60\lambda$  con  $e = 1.5\lambda$ , a continuación se eliminan un cierto número de anillos interiores de la apertura emisora, y posteriormente otro número de anillos exteriores (ver figura 4.19). El número de anillos



**Figura 4.19:** Vernier tangencial de orden 3 aplicado a un array con  $D = 30\lambda$  y  $d = e = \lambda$  y a otro con  $D = 60\lambda$  y  $d = e = 1.5\lambda$ . A continuación, eliminación en la apertura emisora de los elementos de los anillos: a) interiores y b) exteriores. c) Perfiles laterales en pulso-eco para banda ancha a una profundidad  $D^2/(8\lambda)$  focalizando en  $x^F(D^2/(8\lambda), 30^\circ, 0^\circ)$ . AZUL: sin eliminación, VERDE: eliminando los interiores y ROJA: eliminando los exteriores.

a eliminar, es aquel que minimiza la diferencia entre el número de elementos, para las aperturas de emisión y recepción.

El primer diseño (eliminación de anillos interiores), acerca su respuesta a la de un anillo sectorial [Son89] [Hol98] [Ull01], por lo que incrementa la resolución lateral, a costa de incrementar el nivel de lóbulos laterales. Esto es lo que realmente sucede, aunque se aprecia mínimamente (perfil VERDE) en las figuras anteriormente citadas. Tal efecto es más acusado, cuantos más anillos interiores son eliminados.

El segundo diseño (eliminación de los anillos exteriores) incrementa el ancho del haz en su parte superior, pero la reduce en su base. Este efecto es más acusado, si se incrementa

el número de anillos exteriores eliminados. Así, por ejemplo, el perfil ROJO muestra este efecto en ambas figuras. En general, la reducción de lóbulos laterales, implica un incremento de NLR (esto es lo que sucede con la apodización gaussiana, que se estudió en el capítulo 3), y se aprecia en este diseño.

Si la comparación entre ambos tipos de reducción se basa en NLR, la reducción de anillos exteriores resulta mas ventajosa, pero en cambio, presenta un incremento de lóbulos secundarios. En cualquier caso, con ambas formas de eliminación, se logra una importante reducción de elementos en la apertura emisora, y sin embargo, el incremento de NLR es muy bajo (ver tabla 4.5). Para ambas aperturas y con ambos métodos de eliminación, se obtienen aperturas reducidas, que cumplen el criterio de contraste, con un número de elementos aceptable, para el diámetro y tamaño de elementos usado.

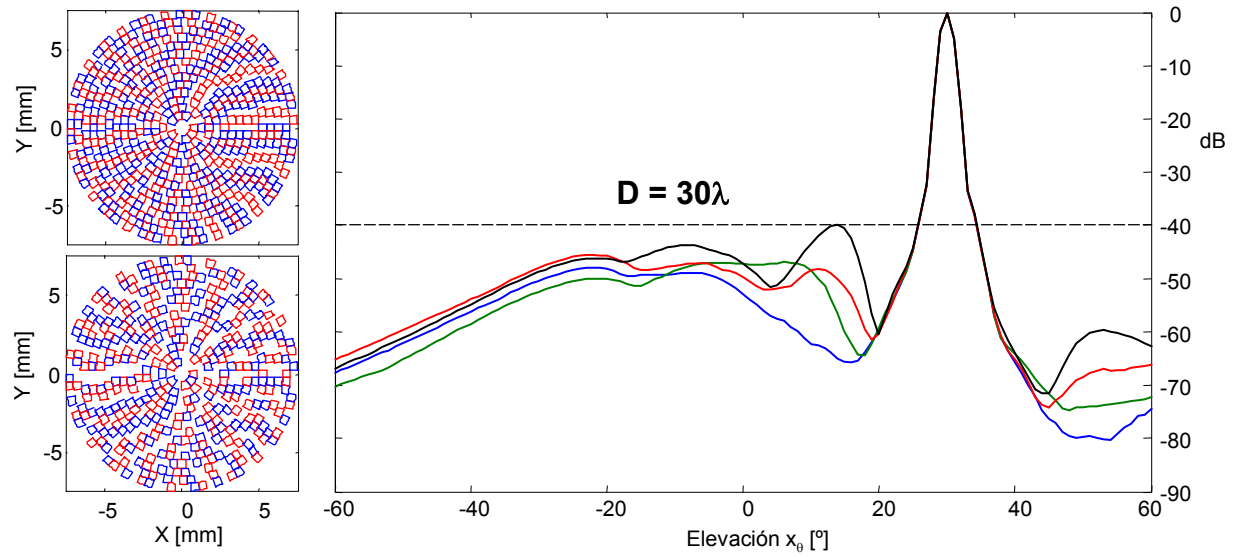
### Eliminación de elementos comunes

De igual forma, que se diseñaron arrays aleatorios sin elementos comunes entre las aperturas emisora y receptora, también se puede diseñar este tipo de aperturas, a partir de una reducción del tipo Vernier. Suponiendo que la apertura emisora, cuenta con más elementos que la apertura receptora, diseñamos el array, eliminando todos los elementos comunes en la apertura emisora.

	Reduc. Tangencial	$N_E$	$N_R$	$P_{ER}$	NLR
$p = 3$	Con elementos comunes	354	236	-15.5	-48.5
	Sin elementos comunes	236	236	-19.0	-47.0
$p = 4$	Con elementos comunes	236	177	-21.5	-46.0
	Sin elementos comunes	177	177	-24.0	-40.0

**Tabla 4.6:** Características de arrays AS reducidos por el método de Vernier, eliminando elementos comunes de la apertura emisora, para los órdenes de reducción 3 y 4 en un array AS para  $D = 30\lambda$  y  $d = e = \lambda$ .

En la tabla 4.6 y la figura 4.20 se muestran aperturas con este tipo de reducción y sus perfiles laterales, observándose un cierto incremento de NLS con ambos órdenes de reducción. Pero en cambio, los lóbulos de rejilla se mantienen próximos al valor de la apertura con elementos comunes. En el caso de mayor reducción ( $p = 4$ ), NLS supera a



**Figura 4.20:** Reducciones de Vernier sin elementos comunes. Array AS de  $D = 30\lambda$  y  $d = \lambda$  con reducciones de vernier de ordenes  $p = 3$  (arriba) y  $p = 4$  (abajo), ambos sin elementos comunes. A la derecha perfiles laterales en pulso-eco, para banda ancha a  $D^2/(8\lambda)$  de profundidad y focalizando en  $x^F(D^2/(8\lambda), 30^\circ, 0^\circ)$ . AZUL:  $p = 3$ , con elementos comunes. VERDE:  $p = 3$  sin elementos comunes, ROJO:  $p = 4$  con elementos comunes NEGRO:  $p = 4$  sin elementos comunes.

NLR de forma muy notable, lo cual hace a este método, poco aconsejable cuando crece el orden de reducción de elementos.

# Capítulo 5

## Resultados, conclusiones y líneas de futuro

### 5.1 Resultados y conclusiones

A modo de conclusiones se van a citar aquellas aportaciones que consideramos más importantes.

- Con ánimo de reducir el coste computacional de la solución exacta, se ha diseñado e implementado una herramienta, para el cálculo del campo acústico en emisión y/o recepción, de aperturas de perfil arbitrario, basada en el método de discretización de la apertura. Esta herramienta se ha usado para simular el campo de arrays de distinta geometría, en los capítulos tres y cuatro de este trabajo. Usando este método, existe un compromiso entre el tiempo (proporcional al número de celdas de discretización) y el error cometido en la computación, que aumenta con el tamaño de la celda y con el periodo de muestreo temporal. En este sentido, se ha realizado un análisis, determinando los valores óptimos de los periodos de muestreo espacial y temporal.
- Para la apertura estudiada, el error RMS en función del periodo de muestreo espacial  $\Delta e$ , mantiene una cierta linealidad para todas las discretizaciones, según la expresión  $e_D(\%) \approx \Delta e/\lambda$ . Cuando una apertura está formada por varios cientos de elementos, como sucede con las aperturas medianas ( $D = 30\lambda$ ) y grandes ( $D = 60\lambda$ ), el método

discreto se muestra como una opción muy interesante de cálculo, ya que ocupa un tiempo de computación muy inferior al método exacto. Las discretizaciones más interesantes se obtienen para  $\Delta e/\lambda$  entre  $1/8$  y  $1/4$ , que para aperturas con más de 64 elementos y deflexiones de  $20^\circ$ , producen errores inferiores a 1%. El error de computación aumenta con el ángulo de deflexión, doblando la cantidad anterior con  $40^\circ$ .

- Las simulaciones muestran, que el muestreo temporal idóneo, se encuentra entre  $1/10 \geq f\Delta t \geq 1/100$ . En efecto, para periodos de muestreo temporal con  $f\Delta t < 1/10$ , el error se mantiene bajo y prácticamente sin variación significativa. Para periodos de muestreo con  $f\Delta t < 1/100$ , el tiempo de computación crece considerablemente, y sin embargo, el error no disminuye.

En todos los casos estudiados, el tiempo de cálculo de la apertura discretizada, es menor que con el método exacto, siendo más favorable, cuando la apertura tiene más elementos.

- También se ha implementado una variante del método discreto, válido para el caso específico de arrays AS, que está basado en muestreo polar de la apertura. Las simulaciones realizadas confirman, que el método de muestreo polar es adecuado para la computación del campo de arrays AS, mejorando en tiempo y precisión al método de discretización convencional basado en celdas cuadradas (muestreo rectangular).
- El método de muestreo de la apertura nos ha permitido además, calcular el campo emitido por *aperturas reales*, obtenidas a partir de materiales piezocompuestos. En este caso, el método separa el error propio de la computación, que llamamos *error de aproximación*  $e_A$ , del deterioro que sufre el campo, al usar una apertura distinta de la teórica, al cual le llamamos *error de forma*  $e_F$ . Finalmente, el *error de discretización*  $e_D$ , es el error total, y se obtiene como la suma de los dos anteriores:  $e_D = e_F + e_A$ , resultado de comparar la respuesta exacta de la *apertura teórica* y la respuesta obtenida con un determinado grado de sobremuestreo de cada celda, de la *apertura real*.

Se ha analizado el campo ultrasónico generado por arrays AS, al modificar el perfil de la lente de focalización y la función de apodización de la apertura. Nuestro estudio se ha basado, en algunos parámetros que caracterizan el campo, tales como: el nivel de presión, la resolución lateral, la profundidad de campo, y el nivel de lóbulos laterales y de rejilla que determinan el rango dinámico o contraste de las imágenes, con las siguientes conclusiones:

- Apoyándonos en la descomposición binomial, se han mostrado los retardos característicos de focalización en arrays 2D, para el caso de las lentes: esférica, cónica y toroidal. Para el estudio de las diferentes lentes de focalización, se ha tenido presente el *ángulo de focalización*  $\alpha$ , que permite establecer una referencia comparativa de las distintas lentes, con relación a su curvatura.
- En general, se ha comprobado que un array AS, con un número de elementos superior a 150, se comporta, desde el punto de vista de la focalización y apodización, muy parecido a un pistón con la misma lente y función de apodización. Existen ciertas diferencias, que se hacen más importantes, cuando se tiene en cuenta la deflexión.

Recordemos que para imagen volumétrica, se pretende generar un haz ultrasónico estrecho, que se extienda uniformemente a lo largo de una línea. Por eso, con objeto de mejorar las propiedades del sistema de imagen, se ha estudiado el campo creado por un array AS, sometido a distintas lentes de focalización, tales como: la lente **esférica dinámica** y su **aproximación paraxial**, y lentes de foco fijo como: la lente **esférica**, la lente **cónica**, la lente **toroidal** y la **apertura anular**, con los siguientes resultados:

- Focalización esférica dinámica. Es la lente que produce los resultados óptimos de amplitud y resolución, pero solo es aplicable en recepción y requiere electrónica compleja difícilmente disponible, cuando se pretende controlar centenares de elementos.
- Aproximación paraxial de la focalización dinámica (solo aplicable en recepción). Produce buenos resultados de imagen, cuando el ángulo de focalización  $\alpha \leq 3^\circ$ ; pero sus propiedades empeoran, para puntos muy cercanos a la apertura ( $\alpha \geq 4^\circ$ ). Ahora bien, estos errores dejan de ser tan importantes, si se considera la simplificación de la arquitectura electrónica, lograda al aplicar esta aproximación.

- Lentes de foco fijo. Son aplicables en emisión, pero también en recepción, cuando se pretende eludir la complejidad electrónica asociada a la focalización dinámica. En el caso de foco fijo, existe un compromiso entre la profundidad de campo, por un lado, y la resolución y nivel de lóbulos secundarios por otro, de manera que, cuando uno crece los otros disminuyen y viceversa. De este modo, nos encontramos con que ninguna de las lentes estudiadas muestran un comportamiento idóneo:
  - La lente esférica presenta la menor profundidad de campo, mientras que su amplitud, resolución y nivel de lóbulos secundarios son los más idóneos. El resultado en campo cercano es, en cambio, de muy escasa calidad.
  - La lente toroidal con igual curvatura que la anterior (aunque de pendiente invertida), presenta una gran profundidad de campo, pero su amplitud, resolución en la zona baja del haz y nivel de lóbulos secundarios, son inferiores al caso anterior.
  - La lente cónica tiene resultados intermedios entre las dos anteriores, por lo que podría suponer un buen compromiso, válido para determinadas aplicaciones.
  - El campo generado por los anillos exteriores del array tiene también las características de un haz de difracción limitada, con muy buena resolución lateral en los niveles más altos del haz a lo largo de toda la línea focal, pero presenta también fuertes desventajas: es la configuración con mayor nivel de lóbulos secundarios, y por tanto, con menor rango dinámico, y emite un haz de baja amplitud, al usar pocos elementos.
  - Es posible combinar los tipos de lente y su curvatura, como compromiso para mejorar las imágenes en emisión/recepción, a partir de los sistemas de foco fijo. Este tipo de sistemas, pueden además beneficiarse, de las ventajas que produce la apodización, para aumentar la profundidad de campo y disminuir los lóbulos laterales.

Seguidamente, se ha examinado la influencia de la apodización sobre el haz ultrasónico, en tres diferentes aspectos:

- Con objeto de conocer la influencia de la apodización gaussiana sobre el haz, en un array AS, se ha resuelto la integral de Rayleigh-Sommerfeld con simplificación

paraxial, para el cálculo del campo con onda continua y focalización esférica, para un pistón circular con apodización gaussiana. Se han obtenido expresiones analíticas del campo de presiones, de la profundidad para la que el campo presenta la amplitud máxima, de la amplitud máxima de presión y del ancho del haz en función de la profundidad, coincidentes con lo observado en la simulación para un array AS sin deflectar, tanto para onda continua como para banda ancha. Estas expresiones establecen el límite teórico, del comportamiento de los arrays AS con más de 150 elementos.

- A continuación se ha simulado el campo creado por un array AS, para conocer la influencia de la *apodización gaussiana* para distintos tipos de focalización: *esférica*, *cónica* y *toroidal*. Este estudio se ha realizado, comparando para cada lente, los perfiles laterales de la apertura apodizada en emisión, con relación a la apodización *unitaria*, comparando el máximo de presión, nivel de lóbulos de rejilla, profundidad de campo y ancho de campo, con las siguientes conclusiones:
  - El efecto de la apodización sobre arrays con foco fijo, es disminuir los lóbulos secundarios, para mejorar la resolución en la zona más baja del haz principal. Por contra, la apodización produce una reducción de la amplitud de presión y un ligero aumento del nivel de lóbulos de rejilla. Respecto de la profundidad de campo: mejora para lente esférica, empeora para lente toroidal y no la altera para lente cónica.
  - Si se compara el efecto sobre los tres tipos de lente, los mejores resultados se producen sobre lente esférica y los peores, en el caso de lente toroidal. Una explicación puede encontrarse, en que la apodización mejora principalmente el campo en la zona anterior al foco, y por tanto, favorece más a la lente esférica.
  - Cuando el array tiene uno o mas anillos inactivos en su parte central, y la apodización clásica es suficientemente fuerte, puede producir un deterioro del campo que impida su uso. En tal caso, se puede apodizar mas débilmente, o bien, usar una función centrada en el anillo intermedio.
- Finalmente, se ha estudiado el efecto de otras apodizaciones: *Bartlett*, *Coseno*, *Connes* y *Gausiana* y se ha comprobado que no existen diferencias importantes que

justifiquen el uso de una función de apodización sobre otra entre las estudiadas.

Se han estudiado los arrays AS, en comparación con los tradicionales de MC, de características equivalentes con apertura plena (tamaño de apertura y tamaño y número de elementos), llegando a las siguientes conclusiones:

- Un array AS y otro MC de dimensiones equivalentes, tienen resolución lateral, respuesta lateral y amplitud de presión muy similares entre sí.
- Para ambos tipos de array (AS y MC) tanto el lóbulo principal como los lóbulos de rejilla, se encuentran modulados por la curva de radiación del elemento. Un límite en el tamaño de los elementos del array, lo constituye la condición de evitar los ceros de dicha curva, dentro de la zona de barrido del array. Esta condición significa, que el tamaño del elemento debe ser menor que  $1.5\lambda$ .
- El nivel de lóbulos de rejilla, está afectado por un factor que denominamos Grado de Periodicidad del array. Este factor es máximo (unitario), para un array de estructura cuadrada en sus direcciones principales. En el caso de un array AS, este factor es prácticamente constante, para todas sus direcciones de azimut, y disminuye con el número de elementos del array.
- Se ha examinado el nivel de lóbulos de rejilla para arrays AS y MC equivalentes, y se ha comprobado que para tamaños de elemento entre  $0.5\lambda$  y  $1.5\lambda$ , el array AS produce lóbulos de rejilla, que están por debajo de los de un array MC, en al menos 40dB. Esta diferencia es mayor, cuando aumenta el número de elementos.
- Arrays AS con elementos de tamaño igual a una longitud de onda, tienen un nivel de lóbulos de rejilla de -53dB (para  $D = 30\lambda$ ) y -70dB (para  $D = 60\lambda$ ), los cuales son perfectamente válidos para aplicaciones de imagen. En cambio, tienen más de 700 y 2800 elementos respectivamente, por lo que requieren el uso de técnicas de reducción de elementos.

Se han aplicado varias técnicas de reducción de elementos a arrays AS, y se han comparado los resultados con arrays MC equivalentes. Las técnicas aplicadas han sido:

- \* Dispersión aleatoria global (con y sin elementos comunes).

- \* Dispersión aleatoria por grupos (binned arrays).
- \* Técnicas de Vernier unidireccionales
  - Dirección tangencial
  - Dirección radial
- \* Técnicas de Vernier bidireccionales

llegandose a las siguientes conclusiones:

- Técnicas aleatorias
  - Un array (AS ó MC) con dispersión aleatoria, produce un pedestal de lóbulos secundarios, cuya altura respecto del lóbulo principal, viene dado por la expresión  $1/\sqrt{N_E N_R}$ , siendo  $N_E$  y  $N_R$  el número de elementos de las aperturas emisora y receptora respectivamente. Sus lóbulos de rejilla son muy similares en posición y amplitud, a los de su apertura plena. Por este motivo, los arrays con reducción de elementos, mantienen las mismas limitaciones que la apertura plena. Respecto del tamaño de los elementos, mientras que el array MC requiere elementos de tamaño  $\lambda/2$ , el array AS disperso puede usar elementos de mayor tamaño (hasta de  $1.5\lambda$ ).
  - Las simulaciones muestran que para un array de 708 elementos, con reducción aleatoria a 236 de tamaño  $\lambda$ , el pedestal de lóbulos secundarios está en -46dB, perfectamente admisible para aplicaciones de imagen.
- Técnicas de Vernier
  - Estas técnicas sacan provecho de la gran periodicidad en arrays matriciales, de modo que, pueden cancelar ciertos lóbulos de rejilla, con ceros de la apertura complementaria. En el caso de arrays AS, la diversidad de la apertura, supone un límite en el efecto cancelatorio propio de esta técnica. A cambio, esta diversidad facilita, que los lóbulos de rejilla de la apertura, se mantengan a bajo nivel.
  - Las simulaciones muestran, que las técnicas de Vernier producen resultados semejantes a los arrays aleatorios, para aperturas equivalentes e iguales niveles de reducción.

- Entre las técnicas de Vernier unidireccionales, la reducción tangencial produce mejores resultados que la reducción radial. La razón se encuentra, en que la apertura reducida tangencial presenta mayor diversidad.
- Un array AS con reducción de Vernier, presenta lóbulos de rejilla superiores a los de su apertura plena. La diferencia de nivel es función del orden de reducción.
- Un array AS con reducción de Vernier, produce lóbulos de rejilla de nivel notablemente inferior a un array de estructura matricial equivalente.

## 5.2 Líneas de futuro

Respecto de los trabajos futuros relacionados con los temas de esta investigación, destacaremos:

- Nuevos métodos de conformación de haz. Estudio de los campos de difracción limitada (campo de Bessel y Xwaves) y su aplicación en arrays AS.
- Estudio de los distintos métodos de optimización matemática de la apertura (programación dinámica, algoritmos genéticos, redes neuronales, optimización estocástica, etc.) con objeto de aumentar la diversidad en los arrays AS.
- Nuevos métodos de fabricación de arrays AS de tamaño medio y grande. En este sentido, nuestro grupo ha iniciado un proyecto de investigación llamado "Innovative techniques for the design and fabrication of 2D arrays for ultrasonic volumetric imaging", ref. HI-20020156, en colaboración con el Departamento de Ingeniería Electrónica de la Universidad de Roma Tre, en la que se plantea desarrollar técnicas cMUT, para la fabricación de arrays anillos segmentados de tamaño medio.
- Desarrollar técnicas y procedimientos de procesamiento paralelo, para disminuir el tiempo de adquisición de las imágenes volumétricas.
- Diseñar/desarrollar nuevas arquitecturas electrónicas, que permitan la integración de un alto número de canales en espacio y coste reducidos. En la actualidad nuestro grupo está desarrollando el proyecto "Métodos avanzados para imagen ultrasónica

en tiempo real, basada en arrays”, ref DPI 2001-2043, en el que se plantea optimizar la arquitectura de control en emisión-recepción, para el control de arrays con gran número de elementos.

- Desarrollar técnicas de procesamiento, para reconstrucción de imagen ultrasónica volumétrica en tiempo real (visualización dinámica ó 4D).



# Bibliografía

- <sup>40</sup> [Akh00] M. Akhnak, O. Martínez, L.G. Ullate y F. Montero. Piezoelectric sectorial 2d array for 3d acoustic imaging. *Sensors and Actuators, A - Physical.*, 85(1-3):60–65, 2000.
- <sup>39</sup> [Akh02] M. Akhnak. *Arrays piezoelectricos bidimensionales de apertura segmentada para la obtención de imagen volumétrica*. PhD thesis, Facultad de Física, Universidad Complutense de Madrid, 2002.
- <sup>41</sup> [Akh02-1] M. Akhnak, O. Martínez, L.G. Ullate y F. Montero. Development of a segmented annular array transducer for acoustic imaging. *NDT & E International*, 35(1):427–431, 2002.
- <sup>42</sup> [Akh02-2] M. Akhnak, O. Martínez, L.G. Ullate y F. Montero. 64 elements, two dimensions piezoelectric array for 3d imaging. *Ultrasonics*, 40:139–143, 2002.
- <sup>22</sup> [Alg95] B.A.J. Algensen, H. Torp, S. Holm, K. Kristofferen y T.A. Whittingham. Which transducer array is best? *European Journal of Ultrasound*, 2:151–164, 1995.
- <sup>74</sup> [Ard81] M. Arditi, F.S. Foster y J.W. Hunt. Transient fields of concave annular arrays. *Ultrasonic Imaging*, 3:37–61, 1981.
- <sup>97</sup> [Aus02] A. Austeng y S. Holm. Sparse 2d arrays for 3d phased array imaging. design methods. *IEEE Trans. on UFFC*, 49(8):1073–1086, 2002.
- <sup>109</sup> [Aus97] A. Austeng, S. Holm, P.K. Weber, N. Aakvaag y K. Iranpour. 1d and 2d algorithmically optimised sparse arrays. *Proc. IEEE Ultras. Symp.*, pages 1683–1686, 1997.

- <sup>57</sup> [Boz99] A. Boz, I. Ladabaum, A. Atalar y B.T. Khuri-Yakub. Theory and analysis of electrode size optimization for capacitive microfabricated ultrasonic transducers. *IEEE Trans. on UFFC*, 46(6):1364–1374, 1999.
- <sup>111</sup> [Bra86] B.D. Steinberg. *The Fourier transform and its applications*. McGraw-Hill, 1986.
- <sup>1</sup> [Bri82] J.F. Brinkley, W.D. McCallum y R.L. Popp. In vitro evaluation of an ultrasonic three-dimensional imaging and volume system. *Ultrasonic Imaging*, 4:126–139, 1982.
- <sup>26</sup> [Bru97] S.S. Brunke y G.R. Lockwood. Broad-bandwidth radiation patterns of sparse two dimensional vernier arrays. *IEEE Trans. on UFFC*, 44(5):1101–1109, 1997.
- <sup>7</sup> [Car93] P.L. Carson, X. Li, J. Pallister, A. Moskalic, J.M. Rubin y J.B Fowlkes. Approximate quantification of detected fractional blood volume and perfusion from 3-d color flow and doppler power signal imaging. *Proc. IEEE Ultras. Symp.*, pages 1023–1026, 1993.
- <sup>47</sup> [Cha95] N. Chackroun, A. Fink y F. Wu. Time reversal processing in ultrasonic nondestructive testing. *IEEE Trans. on UFFC*, 42(6):1087–1098, 1995.
- <sup>75</sup> [Cro97] P. Crombie, P.A.J. Bascom, S.C. Richard y S.C. Cobbold. Calculating the pulsed response of linear arrays: Accuracy versus computational efficiency. *IEEE Trans. on UFFC*, 44(5):997–1009, 1997.
- <sup>86</sup> [DH81] J.P. Do-Huu y P. Hartemann. Annular array transducer for deep acoustic hyperthermia. *Proc. IEEE Ultras. Symp.*, pages 705–710, 1981.
- <sup>24</sup> [Dav94] R.E. Davidsen, J.A. Jensen y S.W. Smith. Two-dimensional random arrays for real time volumetric imaging. *Ultrasonic Imaging.*, 16:143–163, 1994.
- <sup>50</sup> [Dav98] R.E. Davidsen y S.W. Smith. Two-dimensional array for medical ultrasound using multilayer flexible circuit interconnection. *IEEE Trans. on UFFC*, 45(2):338–348, 1998.
- <sup>48</sup> [Del79] B. Delannoy, H. Lasota, C. Bruneel, R. Torguet y E. Bridoux. The infinite planar baffles problem in acoustic radiation and its experimental verification. *J. Appl. Phys.*, 50(8):5189–5195, 1979.

- <sup>94</sup> [Die79] D.R. Dietz, S.I. Parks y M. Linzer. Expanding-aperture annular array. *Ultrasonic Imaging*, 1(1):56–75, 1979.
- <sup>6</sup> [Dow95] D.B. Downey, D.A. Nicolle y A. Fenster. Three-dimensional orbital ultrasonography. *Can. J. Ophthalmol.*, 30:395–398, 1995.
- <sup>83</sup> [Dur87-2] J. Durnin, J.J. Miceli y J.H. Eberly. Diffraction-free beams. *Physical Review Letters*, 58(15):1499–1501, 1987.
- <sup>72</sup> [Eme92] J.L. San Emeterio y L.G. Ullate. Diffraction impulse response of rectangular transducers. *J. Acoust. Soc. Amer.*, 92(2):651–662, 1992.
- <sup>45</sup> [Fji97] T. Fjield y K. Hynynen. The combined concentric-ring and sector-vortex phased array for mri guided ultrasound surgery. *IEEE Trans. on UFFC*, 44(5):1157–1167, 1997.
- <sup>81</sup> [Fos89] F.S. Foster, J.D. Larson, M.K. Mason, T.S. Shoup, G. Nelson y H. Yoshida. Development of a 12 element annular array transducer for real-time ultrasound imaging. *Ultrasound Med. Biol.*, 15:649–659, 1989.
- <sup>96</sup> [Fox79] D.R. Fox y R.E. Reilly. A two-dimensional phased array with an extended depth of focus: some preliminary results. *Acoustical imaging: visualization and characterization.*, 9:381–390, 1979.
- <sup>58</sup> [Fre98] S.R. Freeman. *An oversampled ultrasound beamformer for low-power, portable scanners*. PhD thesis, University of Michigan, 1998.
- <sup>79</sup> [Gda97] L.C. Godara. Application of antenna arrays to mobile communications, part ii: Beam-forming and direction-of-arrival considerations. *Proc. IEEE Ultras. Symp.*, 85, 1997.
- <sup>10</sup> [Gei82] E.A. Geiser, L.G. Jr. Christie, D.A. Conetta, C.R. Conti y G.S. Gossman. A mechanical arm for spatial registration of two-dimensional echocardiographic sections. *Cathet. Cardiovas. Diagn.*, 8:89–101, 1982.
- <sup>2</sup> [Gho82] A. Ghosh, N.C. Nanda y G. Maurer. Three dimensional reconstruction of echocardiographic images using the rotation method. *Ultrasound Med. Biol.*, 8:655–661, 1982.

- <sup>44</sup> [Gie92] J.J. Giesey, P.L. Carson, W.F. Dale y C.R. Meyer. Speckle reduction in pulse-echo ultrasonic imaging using a two-dimensional receiving array. *IEEE Trans. on UFFC*, 39(2):167–173, 1992.
- <sup>76</sup> [God01] G. Godoy, O. Martínez, L.G. Ullate. Computación del campo ultrasónico generado por arrays de anillos segmentados mediante discretización de la apertura. *II Jornadas de ultrasonidos: Tecnologías de imagen ultrasónica*, pages 1–9, 2001.
- <sup>92</sup> [Goo68] J.W. Goodman. *Introduction to Fourier Optics. Physical and Quantum Electronics series*. McGraw-Hill., 1968.
- <sup>29</sup> [Hal96] M.I. Haller y B.T. Khuri-Yakub. A surface micromachined electrostatic ultrasonic air transducer. *IEEE Trans. on UFFC*, 43(1):1–6, 1996.
- <sup>102</sup> [Hau94] R.L. Haupt. Thinned array using genetic algorithms. *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, 42:993–999, 1994.
- <sup>107</sup> [Hen91] W.J. Hendricks. The totally random versus the bin approach for random arrays. *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, 39:1757–1761, 1991.
- <sup>98</sup> [Hol95] S. Holm y B. Elgetun. Optimization of the beampattern of 2-d sparse arrays by weighting. *Proc. IEEE Ultras. Symp.*, pages 1345–1348, 1995.
- <sup>103</sup> [Hol96] S. Holm. Minimum sidelobe energy versus minimum peaks sidelobe level for sparse array optimization. *Proc. IEEE Nordic Signal Processing Symp.*, pages 227–230, 1996.
- <sup>63</sup> [Hol97] S. Holm, B. Elgetn y G. Dahl. Properties of the beampattern of weight -and layout- optimized sparse arrays. *IEEE Trans. on UFFC*, 44(5):983–991, 1997.
- <sup>85</sup> [Hol98] S. Holm. Bessel and conical beams and approximation with annular arrays. *IEEE Trans. on UFFC*, 45(3):712–718, May 1998.
- <sup>73</sup> [Jen96] J.A. Jensen. *Estimation of blood velocities using ultrasound: A signal processing approach*. Cambridge University Press, 1996.
- <sup>69</sup> [Jen97] J.A. Jensen. A new approach to calculating spatial impulse responses. *Proc. IEEE Ultras. Symp.*, 1, 1997.

- <sup>54</sup> [Jin98] X.C. Jin, I. Ladabaum y B.T. Khuri-Yakub. The microfabrication of capacitive ultrasonic transducers. *IEEE/ASME J. Microelectromech. Syst.*, 7:295–302, 1998.
- <sup>55</sup> [Jin99] X.C. Jin, I. Ladabaum, F.L. Degertekin, S. Calmes y B. T. Khuri-Yakub. Fabrication and characterization of surface micromachined capacitive ultrasonic immersion transducers. *IEEE/ASME J. Microelectromech. Syst.*, 8:100–114, 1999.
- <sup>56</sup> [Jin99-1] X.C. Jin, S. Calmes, C.H. Cheng, F.L. Degertekin y B.T. Khuri-Yakub. Micromachined capacitive ultrasonic immersion transducer array. *Dig. Tech. Papers Transducers 99, Sendai, Japan*, pages 1500–1503, 1999.
- <sup>90</sup> [Kin87] G.S. Kino. *Acoustic waves: devices, imaging, and analog signal processing*. Prentice Hall Inc., 1987.
- <sup>3</sup> [Kin93] D.L. King, A.S. Gopal, P.M. Sapin, K.M. Schroder y A.N. Demaria. Three-dimensional echocardiography. *Am. J. Card. Imaging*, 7:209–220, 1993.
- <sup>28</sup> [Koz01] M. Kozar y M. Karaman. Digital phased-array beamforming using single-bit delta-sigma conversion with non-uniform oversampling. *IEEE Trans. on UFFC*, 48(4):922–931, 2001.
- <sup>20</sup> [Kra90] J. Krautkramer y H. Krautkramer. *Ultrasonic testing of materials*. Springer-Verlag., 1990.
- <sup>53</sup> [Lad96] I. Ladabaum, B.T. Khuri-Yakub y D. Spoliansky. Micromachined ultrasonic transducers: 11.4 mhz transmission in air and more. *Appl. Phys. Lett.*, 68:7–9, 1996.
- <sup>30</sup> [Lad98] I. Ladabaum, X.C. Jin, H.T. Soh, A. Atalar y B.T. Khuri-Yakub. Surface micromachined capacitive ultrasonic transducers. *IEEE. Trans. on UFFC*, 45(3):678–690, 1998.
- <sup>100</sup> [Lea91] R.M. Leahy y B.D. Jeffs. On the design of maximally sparse beamforming arrays. *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, 39:1178–1187, 1991.

- <sup>11</sup> [Leo97] D.F. Leotta, P.R. Detmer y R.W. Martin. Performance of a miniature magnetic position sensor for three-dimensional ultrasound imaging. *Ultrasound Med. Biol.*, 23:597–609, 1997.
- <sup>51</sup> [Lig98] E.D. Light, R.E. Davinsen, J.O. Fiering, T.A. Hruschka y S.W. Smith. Progress in two-dimensional arrays for real-time volumetric imaging. *Ultrasonic Imaging*, 20:1–15, 1998.
- <sup>62</sup> [Loc95] G.R. Lockwood y F.S. Foster. Desing of sparse array imaging systems. *Proc. IEEE Ultras. Symp.*, 1:1237–1243, 1995.
- <sup>25</sup> [Loc96] G.R. Lockwood y P.C. Li. Optimizing the radiation pattern of sparse periodic linear arrays. *IEEE Trans. on UFFC.*, 43:7–14, 1996.
- <sup>27</sup> [Loc97] G.R. Lockwood y F.S. Foster. Optimizing the radiation pattern of sparse periodic two dimensional arrays. *IEEE Trans. on UFFC*, 43(1):15–19, 1997.
- <sup>82</sup> [Lu90] J. Lu y J.F. Greenleaf. Ultrasonic nondiffracting transducer for medical imaging. *IEEE Trans. on UFFC*, 37(5):438–447, 1990.
- <sup>105</sup> [Mac76] A. Macovski. *Theory in imaging with arrays*. Plenum Press, 1976.
- <sup>80</sup> [Mac83] A. Macovski. *Medical imaging*. Prentice Hall., 1983.
- <sup>31</sup> [Mar00] O. Martínez. *Arrays de anillos segmentados para la generación de imagen ultrasónica 3D*. PhD thesis, Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Telecomunicación, Universidad Politécnica de Madrid., 2000.
- <sup>35</sup> [Mar00-1] O. Martínez, L.G. Ullate y A. Ibañez. Comparison of cw beam patterns from segmented annular arrays and squared arrays. *Sensors and Actuators A - Physical.*, 85:33–37, 2000.
- <sup>36</sup> [Mar01] O. Martínez, L.G. Ullate, G. Godoy y M.G. Hernandez. Análisis de lóbulos de rejilla producidos por arrays circulares segmentados. *IV Congreso de Ultrasonica ICIMAF-01*, 2001.

- <sup>37</sup> [Mar01-1] O. Martínez, F. Montero y L.G. Ullate. Computation of the ultrasonic field radiated by segmented-annular arrays. *Journal of Computational Acoustic*, 9(3):757–772, 2001.
- <sup>88</sup> [Mar02] O. Martínez, G. Godoy y L.G. Ullate. Improving ultrasonic beam characteristics from segmented annular arrays. *Forum Acusticum*, 88:134, 2002.
- <sup>106</sup> [Mar03] O. Martínez, G. Godoy, M.T. Sánchez y L.G. Ullate. Problemática de los arrays bidimensionales para la generación de imagen ultrasónica. *X Congreso Nacional de END*, pages 371–381, 2003.
- <sup>49</sup> [Mar03-2] O. Martínez, Mostafa Akhnaq, L.G. Ullate y F. Montero de Espinosa. A small 2d ultrasonic array for ndt applications. *NDT & E International*, 36:57–63, 2003.
- <sup>112</sup> [Mar04] O. Martínez, G. Godoy, M.A.G. Izquierdo y L.G. Ullate. Application of vernier thinning techniques to segmented annular arrays. *Ultrasonics*, *aceptada su publicación*, 2004.
- <sup>32</sup> [Mar97] O. Martínez, J. Jiménez, M.A.G. Izquierdo, L.G. Ullate y A. Ibañez. Application of digital signal processing techniques to synthetic aperture focusing technique images. *Patente, ES.*, 2:136, 1997. 022.
- <sup>33</sup> [Mar99] O. Martínez, M. Parrilla, M.A.G. Izquierdo y L.G. Ullate. Application of digital signal processing techniques to synthetic aperture focusing technique images. *Sensors and Actuators. A - Physical.*, 76:448–456, 1999.
- <sup>104</sup> [Nik00] S.I. Nikolov y J.A. Jensen. Application of different spatial sampling patterns for sparse array transducers design. *Ultrasonics*, 37(10):667–671, 2000.
- <sup>66</sup> [ODo95] M.J. Eberle y D.N. Stephens M. O'Donnell, B.M. Shapo. Experimental studies on an efficient catheter array imaging system. *Ultrasonic imaging*, 17:83–94, 1995.
- <sup>84</sup> [Pat82] M.S. Patterson y F.S. Foster. Acoustic fields on conical radiators. *IEEE Trans. on UFFC*, 29(2):83–92, 1982.
- <sup>70</sup> [Piw89] B. Piwakowski y B. Delannoy. Method for computing spatial pulse response: Time-domain approach. *J. Acoust. Soc. Amer.*, 86(6):2422–2432, 1989.

- <sup>67</sup> [Piw99] B. Piwakowski y S. Khalid. A new approach to calculate the field radiated from arbitrarily structured transducer arrays. *IEEE Trans. on UFFC*, 46(2):422–440, 1999.
- <sup>4</sup> [Ran93] R.N. Rankin, A. Fenster, D.B. Downey, P.L. Munk, M.F. Levin y A.D. Vellet. Three-dimensional sonographic reconstruction: techniques and diagnostic applications. *Am. J. Roentgenol.*, 161:695–702, 1993.
- <sup>43</sup> [Rei96] A. Reilly y G. Hayward. Radiation from segmented annular apertures into solid media. *IEEE Trans. on UFFC*, 43(2):263–269, 1996.
- <sup>8</sup> [Ros93] J.J. Jr. Ross, A.J. D’Adamo, D.G. Caralis y K. Chandrasekaran. Three-dimensional transesophageal echo imaging of the descending thoracic aorta. *Am. J. Cardiol.*, 71:1000–1002, 1993.
- <sup>46</sup> [Sch87] H.P. Schwarz. Development of a divided ring array for three-dimensional beam steering in ultrasonic nondestructive testing. *Proc. IEEE Ultras. Symp.*, 1:859–861, 1987.
- <sup>65</sup> [Sch98] J.L. Schwartz y B.D. Steinberg. Ultrasparse, ultrawideband arrays. *IEEE Trans. on UFFC*, 45(2):376–393, 1998.
- <sup>18</sup> [Sha84] D.P. Shattuck, M.D. Weinshenker, S.W. Smith y O.T. von Ramm. Explososcan: a parallel processing technique for high speed ultrasound imaging with linear phased arrays. *J. Acoust. Soc. Amer.*, 75:1273–1282, 1984.
- <sup>5</sup> [Smi00] W.L. Smith y A. Fenster. Optimum scan spacing for three-dimensional ultrasound by speckle statistics. *Ultrasound Med. Biol.*, 26:551–562, 2000.
- <sup>13</sup> [Smi91] S.W. Smith, O.T. Von Ramm y H.G. Pavy. High-speed ultrasound volumetric imaging system - part i: Transducer design and beam steering. *IEEE Trans. on UFFC*, 38(2):101–108, 1991.
- <sup>14</sup> [Smi92] S.W. Smith, G.E. Trahey y O.T. von Ramn. Two-dimensional arrays for medical ultrasound. *Ultrasonic Imaging*, 14:213–233, 1992.

- <sup>52</sup> [Soh96] H.T. Soh, I. Ladabaum, A. Atalar, C.F. Quate y B.T. Khuri-Yakub. Silicon micromachined ultrasonic immersion transducers. *Appl. Phys. Lett.*, 69:3674–3676, 1996.
- <sup>87</sup> [Son89] T.K. Song y S.B. Park. Optimum focusing in an ultrasonic annular array imaging system using a nonspherical lens. *Ultrasonic Imaging.*, 11:197–214, 1989.
- <sup>68</sup> [Ste71] P.R. Stepanishen. Transient radiation from pistons in an infinite planar baffle. *J. Acoust. Soc. Amer.*, 49(5-2):1629–1638, 1971.
- <sup>23</sup> [Ste76] B.D. Steinberg. *Principles of aperture and array system design: Including Random and Adaptive Arrays*. Wiley., 1976.
- <sup>99</sup> [Sum99] T.S. Sumanaweera y J. Schwartz y D. Napolitano. A spiral 2d phased array for 3d imaging. *Proc. IEEE Ultras. Symp.*, pages 1271–1274, 1999.
- <sup>9</sup> [Ton96] S. Tong, H.N. Cardinal y A. Fenster. A three-dimensional orbital ultrasound prostate imaging system. *Ultrasound Med. Biol.*, 22:735–746, 1996.
- <sup>101</sup> [Tru96] A. Trucco y F. Reppeto. A stochastic approach to optimizing the aperture and the number of elements of an aperiodic array. *Proc. Oceans 96 MTS/IEEE*, pages 1510–1516, 1996.
- <sup>64</sup> [Tru99] A. Trucco. Thinning and weighting of large planar arrays by simulated annealing. *IEEE Trans. on UFFC*, 46(2):347–355, 1999.
- <sup>71</sup> [Tup69] G.E. Tupholme. Generation of acoustic pulses by baffled pistons. *Mathematika*, 16:209–224, 1969.
- <sup>59</sup> [Tur91] D.H. Turnbull. *Two-Dimensional transducers array for medical ultrasound imaging*. PhD thesis, University of Toronto, 1991.
- <sup>15</sup> [Tur91-1] D.H. Turnbull y F.S. Foster. Beam steering with pulsed two-dimensional transducer arrays. *IEEE Trans. on UFFC*, 38(4):320–333, 1991.
- <sup>61</sup> [Tur92-1] D.H. Turnbull y F.S. Foster. Simulation of b-scan images from two-dimensional transducer arrays: Part ii - comparisons between linear and two-dimensional phased arrays. *Ultrasonic Imaging*, 14:344–353, 1992.

- <sup>12</sup> [Tut98] T.A. Tuthill, J.F. Krucker, J.B. Fowlkes y P.L. Carson. Automated three-dimensional us frame positioning computed for elevational speckle decorrelation. *Radiology*, 209:575–582, 1998.
- <sup>34</sup> [Ull01] L.G. Ullate, O. Martínez, G. Godoy y A. Ibañez. 3-d ultrasonic medical imaging based on segmented annular arrays. *BIOENG-2001*, pages 1–6, 2001.
- <sup>19</sup> [Ull01-1] L.G. Ullate, O. Martínez y G. Godoy. Características del haz ultrasónico formado por arrays. *II Jornadas de ultrasonidos: Tecnologías de imagen ultrasónica*, pages 1–17, 2001.
- <sup>38</sup> [Ull02] L.G. Ullate, O. Martínez, M. Padilla y M.A.G. Izquierdo. 3d beamforming with ultrasonic divided-ring arrays. *Ultrasonics*, 02:123–127, 2002.
- <sup>93</sup> [Ull90] L.G. Ullate. *Análisis del campo ultrasónico transitorio emitido por arrays lineales sometidos a excitaciones temporales arbitrarias*. PhD thesis, Instituto Católico de Artes e Industria, Universidad Pontificia de Comillas., 1990.
- <sup>91</sup> [Ull96] L.G. Ullate, J.L. San Emeterio y A. Ramos. Analysis of the ultrasonic field radiated by time delay cylindrically focused linear arrays. *IEEE Trans. on UFFC*, 41(5):749–760, 1996.
- <sup>16</sup> [VR90] O.T. von Ramm y S.W. Smith. Real-time volumetric ultrasound imaging system. *Proc. SPIE Symp. Med. Imag. IV*, pages 15–22, 1990.
- <sup>17</sup> [VR91] O.T. von Ramm, S.W. Smith y H.G. Pavy. High-speed ultrasound volumetric imaging system - part ii: Parallel processing and image display. *IEEE Trans. on UFFC*, 38(2):109–115, 1991.
- <sup>78</sup> [VV88] B.D. Van Veen y K.M. Buckley. Beamforming: A versatile approach to spatial filtering. *IEEE ASSP Magazine.*, 5(2):4–24, 1988.
- <sup>21</sup> [Web94] P.K. Weber, R.M. Schmitt, B.D. Tylkowski y J. Steck. Optimization of random sparse 2d transducer arrays for 3d electronic beam steering and focusing. *Proc. IEEE Ultras. Symp.*, pages 1503–1506, 1994.
- <sup>110</sup> [Web99] P.K. Weber, A. Austeng, S. Holm y N.D. Aakvaag. 1d and 2d sparse array optimization. *Instrumentation Sci. Technol.*, 27:235–246, 1999.

- <sup>95</sup> [Wey80] A. Weyns. Radiation field calculations of pulsed ultrasonic transducer. *Ultrasonics*, pages 183–188, July 1980.
- <sup>108</sup> [Wil62] R.E. Willey. Space tapering of linear and planar arrays. *IRE Trans. Antennas Propagat.*, 10:369–377, 1962.
- <sup>77</sup> [Wil97] D.G. Wildes, R.Y. Chiao, M.W. Daft, K.W. Rigby, L.S. Smith y K.E. Thomenius. Elevation performance of 1.25d and 1.5d transducer arrays. *IEEE Trans. on UFFC*, 44(5):1027–1037, 1997.
- <sup>89</sup> [Yam82] K. Yamada y H. Shimizu. Conical and toroidal piezoelectric polymer transducers for long range focusing. *Proc. IEEE Ultras. Symp.*, pages 837–840, 1982.
- <sup>60</sup> [Yen02] J.T. Yen y S.W. Smith. Real-time rectilinear volumetric imaging. *IEEE Trans. on UFFC*, 49(1):114–124, 2002.