



UNIVERSIDAD DE JAÉN

**ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR
DE JAÉN**
**DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA
CARTOGRÁFICA, GEODESIA Y
FOTOGRAMETRÍA**

TESIS DOCTORAL

**GENERALIZACIÓN CARTOGRÁFICA DE VÍAS
DE COMUNICACIÓN MEDIANTE DETECCIÓN
DE FORMAS**

**PRESENTADA POR:
JUAN FRANCISCO REINOSO GORDO**

**DIRIGIDA POR:
DR. D. FRANCISCO J. ARIZA LÓPEZ
DR. D. JOSÉ LUIS GARCÍA BALBOA**

JAÉN, 18 DE ENERO DE 2008

ISBN 978-84-8439-416-7

Nombre y apellidos del autor:

JUAN FRANCISCO REINOSO GORDO

Título de la Tesis Doctoral:

GENERALIZACIÓN CARTOGRÁFICA DE VÍAS DE COMUNICACIÓN MEDIANTE DETECCIÓN DE FORMAS

I.S.B.N.:

978-84-8439-416-7

Fecha de Lectura:

18 DE ENERO DE 2008

Centro y Departamento en que fue realizada la lectura:

ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR DE JAÉN

Departamento de Ingeniería Cartográfica, Geodesia y Fotogrametría

Composición del Tribunal/Dirección de la Tesis:

Dirección de la Tesis	Dr. D. Francisco J. Ariza López
Codirección de la Tesis	Dr. D. José Luis García Balboa
Codirección de la Tesis	Dra. Dña. María Moncayo Hormigo
Presidente/a del Tribunal	Dr. D. José Herráez Boquera
Vocales	Dr. D. Miguel Pasadas Fernández Dra. Dña. María Teresa Martín Valdivia Dr. D. Juan Carlos Ojeda Manrique
Secretario/a	Dr. D. Manuel Antonio Ureña Cámara

Calificación Obtenida:

SOBRESALIENTE CUM LAUDE POR UNANIMIDAD



UNIVERSIDAD DE JAÉN

tesis doctoral

Resumen

En esta investigación se experimenta con un método de generalización global de líneas orientado a las vías de comunicación. Su fundamento se encuentra en la capacidad de las wavelets para obtener múltiples resoluciones de visualización de una misma línea, lo que sería equiparable a observarlas a diferentes escalas. La fuente de datos es el Mapa Topográfico Nacional escala 1:25 000, y las escalas de generalización 1:100 000 y 1:200 000.

Para conseguir la generalización mediante wavelet se han tenido que resolver dos problemas fundamentales: el primero decidir la mejor forma de representar una línea, pues es necesario extraer su curvatura de forma continua y esto no es posible a partir de la representación de una línea en forma poligonal (la elección de tal representación fue la forma spline quíntico); el segundo problema fue devolver al espacio una línea de la que sólo se conocía su curvatura y además ésta sólo de manera discreta. Aunque este problema está perfectamente resuelto de manera teórica, en nuestro trabajo se muestra que su materialización no es, en absoluto, trivial.

La generalización se ha realizado eligiendo 27 wavelets diferentes pertenecientes a 6 familias distintas con la finalidad de conocer si existen diferentes comportamientos por familias. El uso de una cantidad considerable de wavelets busca poder recomendar aquella wavelet que mejor generalice según condicionantes como, complejidad de la línea o nivel de resolución idóneo para la aplicación de tal wavelet.

El proceso seguido para obtener finalmente una línea generalizada ha sido el siguiente: representación paramétrica de una línea en forma de spline, cálculo de una función longitud de arco frente a curvatura a partir del spline, muestreo equiespaciado de dicha función (longitud de arco-curvatura), análisis (descomposición en niveles de resolución) wavelet de la función longitud de arco-curvatura, síntesis (reconstrucción) sólo de las aproximaciones de los niveles de la fase anterior, devolución al espacio con la que se vuelve a obtener la línea en forma poligonal.

Mediante la consulta a un grupo de expertos reducido se ha creado una herramienta de valoración global automática de la generalización, consistente en una red neuronal alimentada con medidas evaluadoras de las líneas y con las puntuaciones de los expertos. Asimismo se ha ampliado la consulta a un grupo de expertos extendido para validar dicha herramienta y consultarles su opinión sobre aspectos más detallados de los resultados de la generalización.

Abstract



UNIVERSIDAD DE JAÉN

GENERALIZACIÓN CARTOGRÁFICA DE VÍAS DE COMUNICACIÓN MEDIANTE DETECCIÓN DE FORMAS

JUAN Fco. REINOSO GORDO

tesis doctoral

A Charo
A mis padres
A mi hermana

SALVIATI- De modo que nunca habéis tenido ocasión de ver la Tierra iluminada, excepto de día; pero la Luna la veis resplandecer en el cielo incluso de noche cerrada. Pues ésta, señor Simplicio, es la razón de que creáis que la tierra no brilla como la Luna. Si pudierais ver la Tierra iluminada desde un lugar oscuro como nuestra noche, la veríais más brillante que la Luna.

Galileo

Sistema sobre los dos sistemas máximos del mundo

AGRADECIMIENTOS

Quiero agradecer al profesor Francisco Javier Ariza López el mucho esfuerzo y tiempo que ha dedicado para que esta tesis se haya podido realizar. También quiero agradecerle su enseñanza sobre las tareas de investigación, en especial sobre el rigor y la necesidad de la crítica para alcanzar resultados de calidad. Quisiera destacar especialmente su disponibilidad permanente e implicación de las cuales he abusado en ocasiones presentándome sin previo aviso para tratar de la tesis. Por el apoyo y la amistad mostrada a lo largo de estos años, gracias.

Al profesor José Luis García Balboa le agradezco el interés mostrado por este trabajo desde el primer momento en que se incorporó a la tesis. Su propia tesis ha allanado el camino para que ésta lo siga (ACP y redes neuronales) y termine aportando nuevos avances. Sus consejos han mejorado y acelerado el resultado final. Por tu disposición, ilusión y amistad, gracias.

A la profesora María Moncayo Hormigo le agradezco haber creído en un proyecto que a priori presentaba una dificultad grande y que gracias a ella superó varios de los escollos más importantes (devolución al espacio y wavelets). Ha realizado esfuerzos importantes como los desplazamientos a Granada para hacer avanzar el trabajo. Por todo ello y por su amistad, gracias.

Agradezco al profesor Miguel Pasadas Fernández su colaboración desinteresada e imprescindible para el ajuste spline de las líneas, sin cuya aportación no se podrían, siquiera, haber desarrollado las fases iniciales de la tesis. Asimismo agradecerle todas las mejoras introducidas en el documento final. Por su orientación, el tiempo dedicado y por su amistad, gracias.

Al profesor Domingo Barrera Rosillo agradezco la seguridad que me ha dado, en cuanto a que los problemas matemáticos que había planteados

tenían solución y de una forma u otra los íbamos a resolver. Gracias por su apoyo y amistad.

Quisiera agradecer también el esfuerzo y el conocimiento experto aportado en la evaluación del grupo más numeroso de resultados a los profesores de la Universidad de Jaén Tomás Fernández del Castillo y Manuel Antonio Ureña Cámara. A este último agradecer también las sugerencias de mejora sobre el documento final. A ambos por su apoyo y amistad.

A los profesores de la Universidad de Jaén José Luis Mesa Mingorance, Marina Cruz Rodríguez, Antonio Mozas Calvache, gracias por sus aportaciones.

Gracias a todos los expertos, españoles y extranjeros, que han aportado su conocimiento cartográfico mediante la evaluación de resultados y que han hecho posible extraer conclusiones acerca del comportamiento del método de generalización empleado en esta tesis.

Gracias al profesor Pedro González Rodelas, por su apoyo con el software matemático empleado. Y gracias también al profesor José Juan Quesada Molina por su interés en esta tesis.

Gracias a Valeriano, Antonia, Santiago y Toñi por el tiempo dedicado, ayuda y apoyo durante los trabajos de la tesis.

Quisiera agradecer a mis padres el cariño y aliento que me han mostrado a lo largo de los años, así como el interés con que han seguido el desarrollo de esta tesis de cuya elaboración también pueden sentirse partícipes. A mi hermana agradecerle su ánimo y el tiempo que no hemos podido pasar juntos (en La Manga) debido a las necesidades de la tesis.

Quiero dedicar el último párrafo a la que deberíamos considerar coautora de este documento, mi esposa Charo, en primer lugar por haber sacrificado muchas horas del tiempo que debimos pasar juntos y en segundo lugar por

haber asumido como propia la tarea de realización de esta tesis. Espero poder recompensarte por ello. Gracias por el apoyo y ánimo sin los cuales hubiese sido muy difícil superar este trabajo.

ÍNDICE

I. INTRODUCCIÓN	13
I.1 Hipótesis.....	16
I.2 Objetivos	16
I.3 Estructura del documento.....	18
II. ANTECEDENTES	20
II.1 La Generalización Cartográfica	21
II.1.1 La escala de representación	23
II.1.2 Generalización según objetivo y usuario final del mapa	24
II.2 Repetibilidad de la generalización	16
II.2.1 Formalización del conocimiento	17
II.2.2 Generalización automatizada	19
II.2.2.1 Desarrollos institucionales y comerciales en generalización cartográfica	30
II.3 Ámbito de aplicación	33
II.4 Modelos cartográficos de generalización	37
II.4.1 Modelo de Ratajski (1967)	37
II.4.2 Modelo de Cuenin (1972).....	38
II.4.3 Modelo de Morrison (1974)	39
II.4.4 Modelo de Nickerson y Freeman (1986)	39
II.4.5 Modelo de Brassel y Weibel (1988).....	40
II.4.6 Modelo de McMaster y Shea (1992).....	41
II.4.7 Modelo de Weibel y Dutton (1998)	47
II.4.8 Modelo AGENT (2001)	48
II.4.8.1 Los Agentes geográficos	49
II.4.8.2 Las Restricciones	50
II.4.8.3 Los niveles de análisis.....	51
II.4.8.4 El modelo de datos	52
II.5 Evaluación de la Generalización Cartográfica.....	53
II.6 Generalización de Vías de Comunicación	58

II.6.1 Algoritmos de Eliminación de Puntos	59
II.6.1.1 Algoritmo de Douglas-Peucker.....	61
II.6.1.2 Algoritmo de Visvalingam	63
II.6.2 Algoritmos de filtrado de la curvatura	65
II.6.2.1 Algoritmos de ventana móvil.....	65
II.6.2.2 Curvas Paramétricas Cúbicas	67
II.6.2.3 Arcos Cúbicos	68
II.6.2.4 Algoritmos de filtrado frecuencial.....	69
II.6.2.4.1 Filtrado mediante la Transformada de Fourier.....	71
II.6.2.4.2 Filtrado mediante Wavelet	72
II.6.3 Algoritmos de Caricaturización.....	75
II.6.3.1 Algoritmo Acordeón	77
II.6.3.2 Algoritmo Globo	78
II.6.3.3 Algoritmo de Esquematización.....	78
II.6.3.4 Algoritmos de Máxima y Mínima Apertura	79
II.6.3.5 Algoritmo Plaster.....	81
II.6.4 Ejemplo de generalización en el IGN francés: el enfoque GALBE (Généralisation Adaptative du Linéaire Basée sur l'Empâtement)	82
II.7 Medidas Caracterizadoras y Evaluadoras en Generalización de Líneas	84
II.7.1 Medidas que caracterizan la forma de una línea	85
II.7.1.1 La Dimensión Fractal	86
II.7.1.2 Medida de Entropía.....	87
II.7.1.3 Medidas Geométricas	88
II.7.2 Las Medidas de McMaster que evalúan la generalización.....	90
II.7.3 Las medidas caracterizadoras de García.....	94
II.8 Representaciones paramétricas de líneas.....	97
II.8.1 Representación spline de una curva plana	99
II.8.2 Curvas splines de interpolación.....	102
II.8.3 Curvas splines de ajuste por mínimos cuadrados.....	106
II.8.4 Curvas splines de ajuste con parámetro de suavizado ϵ	107

II.8.5 Las funciones B-splines	109
II.8.6 Empleo de las representaciones splines en generalización	112
II.8.6.1 Reducción de datos.....	113
II.8.6.2 Funciones de tránsito en el proceso de generalización ...	117
II.9 Análisis y Síntesis Wavelet	118
II.9.1 La Transformada de Fourier y sus limitaciones	119
II.9.2 La Transformada Gabor-Fourier	123
II.9.3 La Transformada Wavelet Continua	124
II.9.4 La Transformada Wavelet Discreta.....	127
II.9.5 Análisis Multirresolución	128
II.9.5.1 Coeficientes de aproximación y de detalle.....	130
II.9.6 Características constructivas de las wavelets	134
II.9.7 Aplicaciones wavelet en áreas afines a la generalización de vías de comunicación.....	137
II.9.7.1 Generalización batimétrica con B-spline wavelets.....	138
II.10 Redes neuronales artificiales y generalización.....	141
II.10.1 Las neuronas.....	143
II.10.1.1 En el sistema nervioso animal	143
II.10.1.2 En el sistema artificial	145
II.10.2 Estructura de Una Red de Neuronas Artificial.	148
II.10.2.1 Topología o arquitectura.	148
II.10.2.2 Método de aprendizaje de la red neuronal artificial	150
II.10.3 La red perceptron multicapa.....	153
II.10.3.1 Activación de las neuronas.....	155
II.10.3.2 Algoritmo de aprendizaje de retropropagación	156
II.10.3.3 Regla delta generalizada.....	158
II.10.3.4 La tasa de aprendizaje y la incorporación de momento a la regla de aprendizaje.....	161
II.10.4 Aplicaciones de las redes neuronales artificiales en vías de comunicación.	162

III. MATERIAL Y MÉTODO	166
III.1 Introducción	167
III.2 Muestra de elementos lineales vías de comunicación.....	170
III.2.1 Fuente de las líneas	171
III.2.2 Elección de las líneas	172
III.3 Representación de las líneas en la forma longitud de arco-curvatura.....	176
III.3.1 Representación B-Spline de la línea.....	178
III.3.1.1 Grado y clase de la función spline de ajuste	179
III.3.1.2 Número de tramos polinómicos y nodos equidistantes o no equidistantes.....	180
III.3.1.3 Base del espacio de funciones spline.....	181
III.3.1.4 Valor del parámetro de suavizado ε	182
III.3.2 Extracción de la señal curvatura función de la longitud de arco	184
III.4 Generalización wavelet. Análisis y Síntesis.....	188
III.4.1 Análisis y Síntesis.....	189
III.4.2 Nivel máximo de descomposición.....	192
III.4.3 Familias de wavelets	194
III.4.4 Devolución al espacio de la curvatura aproximada mediante wavelets	200
III.4.5 Ejemplo gráfico de una línea generalizada mediante wavelet.....	206
III.5 Evaluación de la generalización.....	208
III.5.1 Fase 1: Valoración global de la generalización. Creación de red neuronal para valoración automatizada.....	211
III.5.1.1 Elección de la muestra reducida para el ajuste de la red neuronal	213
III.5.1.2 Selección de las medidas evaluadoras (entradas de la red neuronal)	214
III.5.1.2.1 Análisis de Componentes Principales.....	219
III.5.1.3 Valoración del grupo de expertos reducido	221

III.5.1.3.1 Criterios para la Evaluación	222
III.5.1.4 Creación y ajuste de la red neuronal	226
III.5.1.4.1 Información de Entrada.	227
III.5.1.4.2 Información de Salida.....	229
III.5.1.4.3 Capas Ocultas	230
III.5.1.4.4 Funciones de Activación o Transferencia	230
III.5.1.4.5 Aprendizaje mediante Entrenamiento por el método de Retropropagación	231
III.5.2 Fase 2: Valoración detallada por el grupo de expertos extendido	233
III.5.2.1 Elección del grupo de expertos extendido	234
III.5.2.2 Generalización wavelet y simulación de la red neuronal	236
III.5.2.3 Elaboración de la encuesta	237
III.5.2.3.1 Carta de presentación.....	238
III.5.2.3.2 Guía de Evaluación.....	238
III.5.2.3.3 Hojas con las líneas generalizadas y tablas de puntuaciones.....	241
III.6 Importancia del software empleado.....	243
IV. RESULTADOS	247
IV.1 Representación B-Spline de las líneas.....	248
IV.1.1 Método de ajuste de nodos equidistantes (NE) vs. nodos no equidistantes (NNE).....	249
IV.1.1.1 Número de trozos de spline y valor del parámetro de suavizado épsilon	252
IV.1.2 La curvatura media de la línea como medida caracterizadora	254
IV.2 Generalización wavelet.....	261
IV.2.1 Niveles de descomposición y resolución espacial.....	262
IV.2.1.1 Referencia de cualquier nivel de cualquier wavelet a la resolución espacial de los niveles de Haar	269

IV.2.2 Devolución al espacio.....	272
IV.2.3 Primer análisis visual de resultados.....	275
IV.3 Evaluación de la generalización.....	279
IV.3.1 Fase1: Valoración global. Creación red neuronal	280
IV.3.1.1 Selección de las medidas evaluadoras (ACP).	280
IV.3.1.1.1 Estudio de correlación. Selección final de medidas..	284
IV.3.1.2 Red neuronal para valoración global de la generalización	287
IV.3.1.2.1 Patrones de entrenamiento, validación y chequeo...	287
IV.3.1.2.2 Estructura y aprendizaje	289
IV.3.1.2.3 Evolución del aprendizaje mediante el error.....	291
IV.3.1.2.4 Elección de la red según resultados del aprendizaje	294
IV.3.2 Fase 2: Valoración detallada de la generalización. Grupo de expertos extendido	301
IV.3.2.1 Selección de líneas enviadas a expertos y respuestas recibidas	301
IV.3.2.2 Aspectos evaluados en la generalización.....	306
IV.3.2.3 Validación de la red neuronal por el grupo de expertos extendido	314
IV.4 Análisis de la valoración global de la red neuronal	319
IV.4.1 Aproximación al comportamiento de las familias wavelets	320
IV.4.2 Análisis de perfil ≥ 3.75	322
IV.4.3 Análisis de perfil de las tres mejores	335
IV.4.4 Resumen de recomendaciones wavelets	345
V. CONCLUSIONES.....	351
V.1 Las aportaciones más importantes	352
V.2 Objetivos generales	353
V.3 Objetivos específicos	354
V.4 Investigaciones futuras.....	355

REFERENCIAS	257
 ANEJOS.....	 374
Anejo I. Gráficas de funciones de escala y wavelets	375
Anejo II. Definiciones sobre generalización de líneas.....	378
Anejo III. Errores de desplazamiento en el ajuste spline.....	380
Anejo IV. Curvaturas superpuestas nodos equidistantes y no equidistantes.....	 382
Anejo V. Líneas seleccionadas según criterio del ≥ 3.75	385
Anejo VI. Líneas seleccionadas según criterio de las tres mejores	399
ANEJO DIGITAL	398

Capítulo I

INTRODUCCIÓN

La generalización es un proceso que se da en cualquier representación de la realidad por medio de un modelo. Y sobre un modelo trabaja precisamente la cartografía como se desprende de la definición que de la misma da Vázquez (1982): es el conjunto de estudios y de operaciones científicas y técnicas que intervienen en la formación o análisis de mapas, modelos en relieve o globos, que representan la Tierra, o parte de ella, o cualquier parte del Universo. Todo modelo hace omisión de parte del conjunto de datos al que representa. Para que esté bien estructurado y alcance la finalidad para la que fue diseñado, destacará algunos elementos, mientras que otros serán minusvalorados e incluso eliminados. La importancia de unos elementos sobre otros varía según el objetivo del mapa (topográfico, geológico, etc.) y el usuario final del mismo.

Nunca la generalización cartográfica había alcanzado una importancia tan grande como en la actualidad. Entre los objetivos tradicionales más importantes se encuentran los de simplificar, lograr la legibilidad del mapa tras una disminución de la escala, armonizar el contenido y hacerlo comprensible al usuario final del mapa; a ellos se unen hoy día los demandados por el uso de cartografía digital en el ámbito de las tecnologías de la información y la comunicación: rapidez en la actualización cartográfica (no se ha terminado de elaborar un mapa cuando el territorio ya ha sufrido nuevas modificaciones que hay que reflejar en dicha cartografía), generalización en tiempo real (cuando se hace un zoom y se disminuye la escala sobre la cartografía digital debe existir una herramienta que aplique las reglas de generalización y, permita captar el mensaje que la cartografía pretende transmitir). El empleo de esta cartografía digital y la necesidad de software de generalización que facilite su lectura, es para muchos usuarios una realidad cotidiana en entornos digitales tales como sistemas de información geográfica, servidores de cartografía por internet, o las infraestructuras de datos espaciales (en el caso español IDEE).

La generalización es un proceso tan complejo que tradicionalmente se ha encargado de su ejecución un cartógrafo muy experimentado. Al mismo tiempo el conjunto de reglas que se debían respetar variaba de unos organismos a otros, o simplemente no estaban formuladas, con lo que los resultados de la generalización no eran unívocos y carecían de repetibilidad. Hay, por tanto, que buscar la formulación del conocimiento cartográfico de los expertos para confeccionar el conjunto de reglas que guíen la generalización cartográfica. La ventaja principal de aprehender el conocimiento holístico que guía al cartógrafo en su tarea de generalización es la posibilidad de implementación informática de tal conocimiento (automatización de la tarea). Y consiguientemente una rentabilidad económica de la inversión investigadora, que se manifiesta mediante una producción más acelerada de los mapas y mediante una menor asignación de recursos humanos a la tarea de generalización. Para ello se podría recurrir al empleo de la inteligencia artificial, la cual pretende emular el funcionamiento del pensamiento humano. Y uno de los desarrollos artificiales que ha cosechado mayores frutos han sido las redes neuronales por lo que merecerá una atención especial en esta tesis.

Por otra parte, dada la complejidad de la tarea de generalización y la limitación de recursos de los que disponemos, no sería abordable el problema en su forma general; es por ello que el trabajo se centrará en una de sus facetas. De todos los objetos susceptibles de ser generalizados en un mapa, la línea es el más abundante, y dentro de esta categoría, las vías de comunicación son las que más condicionan el resto del proceso. Por eso en esta tesis se ha elegido el elemento lineal como objetivo de la investigación. En nuestro caso pretendemos estudiar los efectos de una técnica de generalización sobre las vías de comunicación que, conservando las formas originales, mejore el aspecto de las mismas al disminuir la escala de visualización. Entre las opciones posibles se encuentra el modelo matemático de las wavelets que permite descomponer una línea en diferentes niveles de detalle, los cuales equivaldrían a diferentes niveles de resolución o de visualización. Al mismo tiempo se intentará encontrar un

método para evaluar los resultados producidos. Para conseguir esto, plantearemos unas hipótesis de partida y marcaremos unos objetivos que guíen los trabajos posteriores.

I.1 Hipótesis

En las hipótesis se enjuician a priori los aspectos presentes en el proceso de generalización y que habrá que contrastar a lo largo de la investigación. Las hipótesis que hemos considerado de mayor importancia son las siguientes:

- Se puede realizar una generalización aceptable o buena a partir de la descomposición de una línea en diferentes niveles de resolución espacial.
- La complejidad de una línea será un factor determinante en la bondad de la generalización.
- Se pueden elaborar medidas evaluadoras, tales que permitan comparar la línea original con la generalizada.
- Se puede formular e implementar el conocimiento experto de forma que la evaluación de la calidad de la generalización se haga de forma automatizada.

I.2 Objetivos

En esta tesis nos marcamos dos objetivos generales:

- Encontrar una metodología de generalización de líneas mediante una técnica de conservación de la forma global subyacente, a distintos niveles de resolución espacial. Esta técnica estará basada en las funciones wavelets de las que se sabe, por la teoría de la señal, que son capaces de separar los detalles de la señal tratada, con lo que se

espera conseguir el objetivo de conservación de la forma global. Recomendación de las mejores wavelets.

- Elaboración de una herramienta de valoración (evaluación) automática de la calidad de las generalizaciones de una línea.

Una vez establecidos los objetivos generales somos conscientes de la necesidad de alcanzar otros objetivos específicos sin los cuales no se podría llegar a obtener los primeros y que son los siguientes:

- Formalizar una representación de la línea que sea mejor que la poligonal, de modo que sea posible extraer más información de lo que ésta permite, y que sea útil en generalización cartográfica mediante wavelet. Dicha representación se materializará mediante B-spline de la que se pueda extraer su curvatura como una función continua.
- Encontrar un método de devolución al espacio de una línea de la que sólo se conozca su curvatura, dado su interés en aplicaciones de generalización. Será imprescindible para una vez generalizada la línea por la técnica wavelet reconstruirla espacialmente.
- Obtener de un grupo de medidas, tales que siendo capaces de caracterizar la forma de la línea, permitan a su vez evaluar la generalización.
- Poder referir cada generalización wavelet a una escala de referencia homogénea y equivalente a una determinada resolución espacial. De esta forma las distintas generalizaciones sólo se compararían con aquellas hechas a su misma resolución espacial.
- Evaluar de la forma más objetiva posible, por terceros, los resultados obtenidos en la generalización. Esta evaluación se realizará contando con una selección de expertos en la materia.

Alguno de estos objetivos, no sólo son aplicables a esta investigación si no que, serán aprovechables en estudios futuros sobre generalización de líneas (p.e devolución al espacio a partir de la curvatura).

1.3 Estructura del documento

La organización de esta tesis se desglosa en capítulos, cada uno de ellos referentes a las fases en que se puede dividir cualquier investigación científico-técnica. Así partiendo de los antecedentes, se pasa a exponer el material y método, para posteriormente analizar los resultados del trabajo y finalmente redactar las conclusiones de dicho análisis. También se incluyen las referencias bibliográficas citadas en el documento y una serie de anejos que pueden ayudar a clarificar algunos aspectos de la tesis. El contenido de los capítulos es como sigue:

- Capítulo II. Antecedentes. Se hace un repaso de la evolución de la generalización de líneas, y de la situación actual, a través de las publicaciones científicas que tratan el tema. Se van introduciendo los temas clave que posteriormente se utilizarán en el método, como son los splines, wavelets, y redes neuronales.
- Capítulo III. Material y Método. Se explican la forma en que se han seleccionado las líneas que forman la muestra para la investigación y, las características de construcción de la representación spline de la línea. Una vez preparadas las líneas en forma de curvatura-longitud de arco, se elige y aplica el conjunto de wavelets con el que se generalizan. La última parte del capítulo se dedica a la evaluación que se divide en dos fases: la primera crea una red neuronal que valora globalmente la generalización (apoyándose en las valoraciones de un grupo de expertos reducido), y la segunda evalúa aspectos detallados y globales sustentándose en las valoraciones de un grupo de expertos extendido.
- Capítulo IV. Resultados. Se exponen las decisiones que se han tenido que tomar para elegir un método u otro en la confección del spline. Al mismo tiempo se analiza la estructura y comportamiento de la red neuronal elegida para la evaluación automática de la calidad de la generalización. Se analiza asimismo la valoración que el grupo de expertos extendido hace de la generalización. Y finalmente se dan

recomendaciones de uso de aquellas wavelets que mejor se han comportado en la generalización.

- Capítulo V. Conclusiones. En este capítulo se recuperan las hipótesis de partida junto a los objetivos iniciales, y se indica si se han cumplido las hipótesis y si se han alcanzado los objetivos. Al mismo tiempo se muestran las recomendaciones que han surgido del análisis de resultados.

Finalmente, queda por comentar el uso de la numeración que se hace con respecto a las ecuaciones. Dado que en algunos apartados el número de ecuaciones empleado es muy grande, y con el fin de facilitar la lectura del documento, sólo se han enumerado aquellas ecuaciones que, después de formuladas, sean referidas en párrafos posteriores.

Capítulo II

ANTECEDENTES

II.1 LA GENERALIZACIÓN CARTOGRÁFICA

El proceso de elaboración de cualquier tipo de cartografía es en sí mismo un acto de Generalización, ya que representará sólo lo que considere importante para la finalidad de uso y eliminará aquello que dificulte la legibilidad del mismo. Aunque el concepto de Generalización está más o menos claro en la mente de todos los cartógrafos, no existe una definición unánime, como se puede extraer de las presentadas a continuación:

- Grupo de técnicas que permiten mantener la cantidad de información presente en un mapa a pesar de reducir la cantidad de datos NCGIA (1989).
- Consiste en seleccionar los elementos a ser mantenidos a la escala deseada, simplificar las características irrelevantes, ensalzar las formas significativas, desplazar sin deformar las formas locales y globales y armonizar el aspecto final (Plazanet, 1997).
- Proceso que trata de simplificar el contenido de la información de los datos geográficos al mismo tiempo que retiene el significado esencial inherente a los datos iniciales (Ruas, 1998).
- Proceso que intenta retener las características geográficas más importantes mientras al mismo tiempo reduce la complejidad de los fenómenos del mundo real representados (Jaakkola, 1998).
- Mantenimiento de la comunicación significativa de un fenómeno del mundo real durante las transiciones desde una escala o tema hasta otro (Ormsby y Mackaess, 1999).

De aquí se deduce que existirá una lucha entre los elementos del mundo real, de forma que los más "fuertes" (importantes) sobrevivirán al proceso de selección y, a semejanza de la teoría de la evolución, modificarán sus características iniciales para una mejor adaptación al nuevo medio de habitación que es el mapa. Como se observa de las definiciones el aspecto

más importante que condiciona la competencia de los objetos por aparecer en el mapa es la escala, al que habría que añadir el objetivo y usuario del mismo.

Un argumento a favor de la importancia de la generalización es la creación, por parte de la Asociación Cartográfica Internacional de una comisión propia: ICA Comisión Map Generalization, que se encarga de investigar distintos métodos de generalización, así como elaboración de reglas para la producción de resultados.

Las principales ventajas que se derivan de la existencia de procesos adecuados de generalización se pueden resumir en las siguientes:

- Ahorro económico: uno de los procesos que más tiempo lleva para la confección final de la carta es la fase de generalización de los elementos a cartografiar. Si la investigación puede desarrollar herramientas que la automaticen, la inversión habrá quedado justificada, argumento compartido por autores como Müller (1991), Weibel (1995).
- Unicidad de resultados: quizás sea el aspecto más importante junto con el económico: si se concibe la generalización como un sistema, éste debería producir siempre el mismo resultado cuando la entrada fuese la misma. Ello conlleva la elaboración de una serie de reglas que permita actuar en todo momento de manera unívoca a dicho sistema.
- Robustez de los datos: todas las bases de datos van acumulando errores, que se comienzan cometiendo en la toma de datos y se incrementan en los procesos de edición. La generalización es una herramienta que puede corregirlos (Müller, 1991; Weibel, 1995).
- Uso multipropósito: permite la existencia de una única base de datos que se utilizará para obtener la cartografía básica y derivada a diferentes escalas. Esto requiere el desarrollo de distintas

herramientas según sea la temática del mapa a elaborar así como su escala (García, 2006).

- Mejora de la legibilidad del mapa al visualizarlo: con la generalización se evitan efectos indeseables tales como la coalescencia o colisiones de objetos que disminuyen la calidad estética y de comunicación de la carta.

II.1.1 La escala de representación

La escala de representación suele ser el factor que más influye en la toma de decisiones sobre generalización, en especial cuando el cambio de escala es grande. Cualquier estudio que se lleve a cabo sobre generalización ha de estar referido a unos cambios de escala concretos para que sea útil. Así Joao (1998) analiza los efectos del paso de la E50k a la E250k y a la E650k, Iribas (1997 y 1999) de la E25k a la E50k, Visvalingam (1995).

La escala de representación, no sólo tiene relevancia en la producción de series cartográficas en formato papel de las agencias nacionales si no que, actualmente, alcanza su mayor cota de utilidad en el ámbito digital, por ser éste el medio más empleado en la difusión y consulta de cartografía. En este campo sería necesario estudiar la relación entre la escala, la resolución del dispositivo gráfico de salida (tamaño del píxel) y las dimensiones de la pantalla, ya que las diferencias de dimensión son notables si se compara una pantalla de 19" de un equipo de sobremesa y las 2" que puede tener una PDA. En este sentido se manifiesta Mustière (2001): "es necesario redefinir los conocimientos cartográficos concernientes a la percepción de formas y colores". En esta línea existen numerosos trabajos previos entre los que cabe destacar el de McEachern y Taylor (1994).

Suele existir consenso en la necesidad de realizar y normar la generalización como consecuencia del cambio de escala (Douglas 1973, Weibel 1995, Mustiere 2001, Ruas 2002), a pesar de algunas voces que, si

bien no se manifiestan totalmente contrarias a la misma, sí restan importancia al proceso generalizador. No obstante, puede ser muy clarificadora la figura II.1 en la que se muestra la imagen de un fragmento de mapa cuya fuente es el MTN25 y una reducción del mismo a la mitad; la legibilidad del mismo queda obviamente deteriorada.

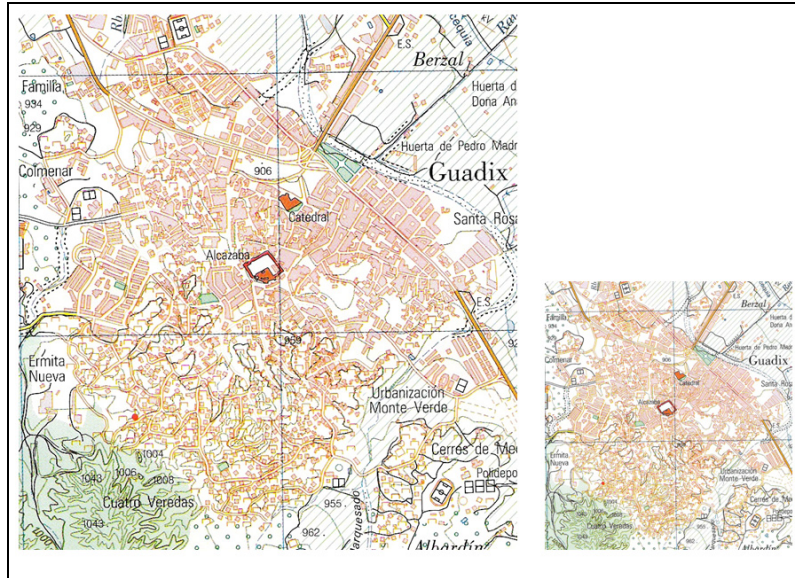


Figura II. 1: Fragmento del MTN25 y una reducción del mismo a una escala mitad E50k. La escala es aproximadamente la real

II.1.2 Generalización según objetivo y usuario final del mapa

Se sabe que uno de los factores que más condiciona la forma en que se generalizará un mapa es el usuario al que va destinada la misma, factor que íntimamente va unido al objetivo del mapa.

Si a partir de una misma cartografía básica hubiese que elaborar otras derivadas tales que un mapa de carreteras y un mapa de usos del suelo, queda claro que los procesos involucrados serían diferentes en ambos casos. En el mapa de carreteras la fase de selección implicaría el mantenimiento de carreteras locales, mientras que en el mapa de usos del suelo estas seguramente habrían desaparecido (como se puede observar en la figura II.2 donde aparece un fragmento del MTN50 (A) como cartografía básica a partir de la cual se pueden derivar un mapa de usos (B a E1500k)

y un mapa de carreteras (C a E400K). Así mismo en el caso de usos de suelo la forma gráfica fundamental es el área mientras en el de carreteras la forma fundamental es la línea, lo que lleva a una diferente simbolización de los fenómenos y un aspecto distinto.

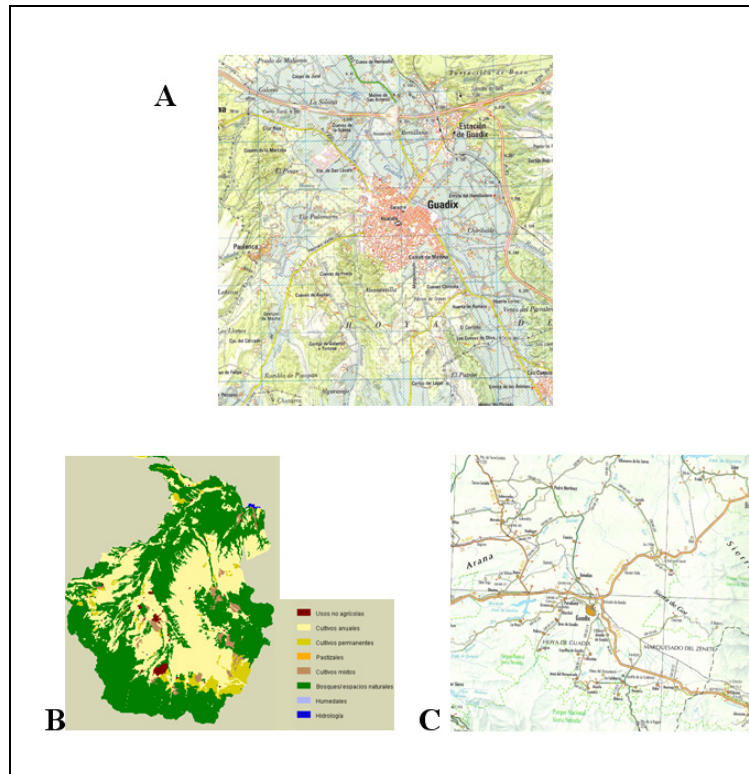


Figura II. 2: Generalización según objetivo. A) Fragmento del MTN50 usado como fuente para la generalización. B) Mapa de carreteras (E400k en origen) que incluye la zona del mapa fuente. C) Mapa de usos del suelo (E1500k en origen) que incluye la zona del mapa fuente.

En la confección de un mapa siempre se tiene en cuenta la tipología de usuarios que lo consultarán. El primer factor que se considera es la cultura cartográfica que poseen los clientes potenciales. Así, sería preferible, para aquellos destinatarios que no poseen conocimientos topográficos suficientes, fabricar una carta en la que el relieve viniese representado mediante sombreado en lugar de mediante curvas de nivel. Como consecuencia, los operadores de generalización a aplicar (ante un cambio de escala) sobre cada tipo de representación será, pues, diferente.

En la figura II.3 se muestra la misma zona de Granada (la Alhambra) en dos mapas de épocas diferentes, y ambos se podrían calificar como de

cartografía básica de su época. Por tanto el objetivo cartográfico es el mismo, sin embargo el usuario, en virtud del desfase temporal, es diferente. En el mapa antiguo (Plataforma de Ambrosio de Vico), se puede observar que tiene una componente icónica mayor que el preciso mapa digital extraído del MTA10; el primero prescinde de la exactitud posicional (por desconocimiento de procedimientos técnicos adecuados), hecho que facilitaba la operación de exageración de fenómenos y objetos (mediante perspectiva) de interés al usuario final. En el MTA10 se presupone una mayor cultura cartográfica del usuario, de forma que siendo los símbolos más simples (líneas y superficies con ausencia de perspectiva) el lector capta perfectamente la realidad representada.



Figura II. 3: Cartografía Básica de la misma zona, de diferente concepción constructiva según el usuario final del mapa. Izda.: Plataforma de Ambrosio de Vico S. XVII. Dcha.: Mapa de Andalucía E10k

El peso del proceso generalizador queda patente en el hecho de que todas las agencias nacionales o regionales lo han tenido en cuenta a la hora de producir su cartografía, dedicando una parte de su personal a esta tarea, p.e. el IGN español, laboratorio COGIT en el IGN francés, Instituto Cartográfico de Cataluña...; la edición final de la cartografía suele haber pasado por las manos del cartógrafo generalizador.

II.2 REPETIBILIDAD DE LA GENERALIZACIÓN

El principal problema con el que se ha encontrado la generalización ha sido la subjetividad del proceso. Ante un mismo objeto, el resultado generalizado puede ser muy diferente dependiendo de la persona que lo realice. Aún más

paradójico resulta que las diferencias se produzcan, como de hecho ocurre, cuando la persona que generaliza es la misma. Sin embargo, al mapa generalizado se le debe exigir unicidad u homogeneidad de resultados cuando el usuario final, uso y escala sean los mismos o similares (Beard, 1991), es decir, se debe exigir repetibilidad en la generalización. Para ello habrá que formalizar las reglas que aplican los cartógrafos, describirlas y traducirlas al ámbito digital para que se puedan aprovechar en un entorno automatizado.

II.2.1 Formalización del conocimiento

El proceso de generalización se ha considerado un arte ya que el producto elaborado por el cartógrafo dependía en gran parte de su cultura cartográfica y percepción de los aspectos importantes del mapa. De forma que el mapa contenía aportaciones propias y subjetivas inherentes al arte. Por esta razón se han echado en falta, hasta épocas recientes (Proyecto AGENT, 1999), normas generalmente aceptadas sobre las relaciones entre objetos, que han de regir su aparición en los mapas.

Las primeras reglas tenían un carácter geométrico y se relacionaban con el límite de percepción visual. Cuenin (1972) vincula la agudeza visual a las formas de los objetos (ver figura II.4). Así para un punto establece el límite de percepción visual en 0.09 mm para un punto, 0.06 mm para una recta, 0.15 mm como la separación mínima para discernir entre dos símbolos vecinos, etc. Este autor presenta en esta figura II.4 el grado de legibilidad de los objetos según orientación y forma.

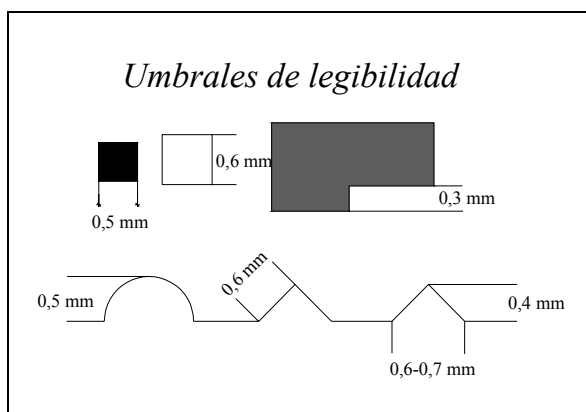


Figura II. 4: Aportación de conocimiento sobre legibilidad. Cuenin (1972)

Sin embargo Domínguez (1957) establece el límite de percepción visual humana en $\frac{1}{4}$ de milímetro, y la Swiss Society of Cartography (1987) en 0.25 mm, lo que evidencia la falta de unanimidad en las reglas necesarias para generalizar homogéneamente.

La principal dificultad de la adquisición de conocimiento es cómo capturarlo, de tal forma que sea traducible al entorno digital. Un ejemplo útil de esta forma de adquisición se pueden encontrar en Mustière (2001), referente a la medida que indica el momento en que una carretera debe generalizarse, debido a la existencia de coalescencia en algún tramo de la misma (véase el apartado II.6.4). En este caso la fuente fue un grupo de expertos cartógrafos a los que se les pedía que indicasen el momento en que una carretera ha de ser generalizada. En esta Tesis también se ha recurrido a esta metodología de consulta a expertos para conocer casos de mejores generalizaciones de líneas, dado los buenos resultados obtenidos por Mustière (2001) y de forma independiente también por García (2006). También es de destacar la consulta a expertos en el ámbito de generalización de cascos urbanos de Ureña (2004).

Finalmente las tendencias sobre implementación de conocimiento en máquinas parece discurrir por la vía de la inteligencia artificial: redes neuronales García (2006), algoritmos de aprendizaje mediante reglas Mustière (2005) y sistemas multiagente AGENT (1999).

II.2.2 Generalización automatizada

Parece evidente que la consecución de un método que permita una generalización automática de cualquier mapa es un objetivo primordial de la cartografía actualmente. Sin embargo en una conferencia en Compiègne en 1993 un responsable de ESRI afirmó que la automatización del proceso no era posible y que era más útil proveer al cartógrafo de herramientas interactivas Ruas (2002), a lo que la propia Ruas contrarresta argumentando que: "para la primera empresa mundial de SIG es más rentable vender muchas licencias con herramientas de generalización que dedicar años de financiación a una investigación que solvente definitivamente el problema de la generalización y que sólo interesa, a priori, a las agencias nacionales o regionales que producen grandes volúmenes de datos geográficos".

La dificultad de la automatización de la generalización, que como indica Ruas obliga a años de investigación, proviene de la escasez de reglas formalizadas y de la visión holística que ha de presidir en todo momento cualquier decisión que se tome (elección de operadores, elección de algoritmos, parámetros de los algoritmos...). La percepción del mapa como un todo para el ser humano es algo innato (y ahí radican las ventajas de la generalización manual), pero a la máquina hay que presentárselo desglosado y explicitándole las relaciones entre de los elementos que lo componen.

Si se formalizan las reglas y los protocolos de actuación y se traducen a la computadora el problema de automatizar la generalización estará resuelto, alcanzando al mismo tiempo las dos principales ventajas que son la repetibilidad del proceso y la rentabilidad económica. No obstante el problema de la automatización aún no está completamente resuelto, hay un número de casos importante que todavía necesita de generalización interactiva posterior al proceso de automatización. Por lo que hay que

continuar con las investigaciones en el terreno de la selección, secuencia y grado de aplicación de las operaciones Mustière (2005).

II.2.2.1. Desarrollos institucionales y comerciales en generalización cartográfica

El desarrollo de la generalización se ha debido fundamentalmente a la investigación procedente de las universidades y de las agencias cartográficas nacionales o regionales; son muy pocas empresas que se han arriesgado a invertir en investigación sobre generalización cartográfica, y aún menos las que han prolongado el esfuerzo hasta la obtención de resultados que se puedan comercializar.

Las aportaciones a la generalización por parte del mundo universitario datan de las décadas de los 60-70. En aquellos momentos las investigaciones se centraban en el aligeramiento de puntos que componían una línea. Era necesario disminuir el volumen de datos para su tratamiento digital. En este clima surge el algoritmo más famoso de los inventados hasta hoy, el algoritmo de simplificación de Douglas-Peucker (1973).

La siguiente década (años 80) se centra en la fabricación de numerosos algoritmos que trataban de forma independiente la geometría de la línea sin relacionarla con su entorno, algoritmos de simplificación y suavizado a los cuales contribuyen también las universidades como el caso de Jenks de la universidad de Kansas. Otra aportación de esta época que ya no se dirige al algoritmo si no a la medición de la generalización es la de McMaster (1986) de la universidad de California; si bien es cierto que son los comienzos de la cuantificación y los resultados no permiten determinar si una determinada generalización es adecuada o no.

En los años 90 se produce una aportación muy importante de las agencias nacionales concretamente del laboratorio COGIT (Conception Object et

Généralisation de l'Information) dependiente del IGN francés, donde se avanza más allá de algoritmos de simplificación, se trata el desplazamiento de objetos en relación con sus vecinos (Ruas, 1998), se crean medidas específicas para evaluar la calidad de la generalización (Mustière, 1995). Se aplica la inteligencia artificial, para la generalización mediante reglas preprogramadas, (Mustière, 1998). Estos mismos enfoques de generalización basados en reglas se realizan desde universidades como la de Zurich (Weibel, 1991).

En el año 1993 surge el primer software especializado en generalización cartográfica *MGE Map Generalizer*, de la casa comercial Intergraph. No obstante, actualmente ya no se comercializa por la poca rentabilidad y muchos problemas que proporcionó a la empresa fabricante. Entre las revisiones que tuvo este software durante su vida útil se encuentran las que realizó la universidad de Zurich dirigidas por Weibel y cuyas conclusiones se presentaron también al grupo de trabajo en generalización que tenía constituido la OEEPE (Organisation Européenne d'Etudes Photogrammetriques Experimentales), actualmente EuroSDR (European Spatial Data Research). Actualmente Intergraph lo ha sustituido por DynaGen que permite generalización tanto interactiva como automática en ciertos aspectos.

También en la década de los 90 se desarrolla por parte de la Universidad de Hanover el programa de generalización CHANGE (**C**artography –**U**niversity of **H**ANOVER- **G**eneralisation software) que generalizaba edificios y carreteras.

En esos momentos se manifiesta la gran complejidad que implica la generalización cartográfica y es cuando se decide la puesta en marcha del proyecto AGENT (Automated Generalization New Technology) en el que colaboran el Instituto Geográfico Nacional (Francia), la Universidad de Edimburgo (Reino Unido), el Institut National Polytechnique de Grenoble (Francia) y la Universidad de Zurich (Suiza) por parte de entidades públicas,

mientras que por el ámbito privado lo hace la empresa Laser-Scan (actualmente 1Spatial) de Reino Unido que ya poseía experiencia en cartografía digital gracias a su SIG Lamps2. Como resultado se termina elaborando un software *Clarity* (actualmente Radius Clarity) que comercializa actualmente 1Spatial. De este software se pueden beneficiar los miembros de MAGNET (Mapping Agencies Generalization NETWORK), y que son los que señalan los problemas que debe resolver *Clarity*. Este proyecto se desarrolló entre los años 1997-2000.

En la tabla II.1 se muestran los operadores y algoritmos de generalización que se encuentran disponibles en los programas específicos de generalización y los SIG más importantes.

Tabla II. 1: Operadores y algoritmos de líneas disponibles en software de generalización cartográfica y SIG.

Operadores y algoritmos	ArcInfo	ArcGIS9	DynaGen 3.0	Change	Lamps2	Clarity
Simplificación de líneas						
Escarda enésimo punto			Sí			
Douglas-Peucker	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí
Lang			Sí			
Reuman-Witkam			Sí			
Bend simplify	Sí	Sí				
Suavizado						
Brophy			Sí			
Medias			Sí	Sí		
Interpolación de McConalogue	Sí				Sí	Sí
Interpolación Bezier		Sí				
Interpolación Akima				Sí	Sí	Sí
Otras splines cúbicas	Sí					
Caricaturización de curvas						
Acordeón						Sí
Min break						Sí
Max break						Sí
Eliminación de curvas						Sí
Exageración					Sí	Sí
Generalización holística						
Plaster						Sí
Generalización por partes						Sí
Fusión de líneas						
Fusión simple	Sí	Sí	Sí			
Fusión jerárquica			Sí			

II.3 ÁMBITO DE APLICACIÓN

Los principales campos donde se muestra útil la generalización cartográfica son:

- Las bases de datos geográficas (BDG) de las agencias nacionales o regionales que representan los mapas en formato papel o digital.
- Los sistemas de información geográfica (SIG).
- Servidores de cartografía y dispositivos móviles.

Tradicionalmente la generalización cartográfica ha centrado su objetivo sobre el formato papel. A pesar de la llegada de la computadora al proceso productivo, la atención se mantuvo durante algún tiempo en aquel soporte, entre otras razones porque la demanda estaba centrada sobre el mismo, al ser reducido el número de demandantes potenciales de cartografía digital (el número de ordenadores entre la población era escaso).

Con el desarrollo de las BDG, se advierte un incremento del interés por la generalización cartográfica (Rodríguez, 1997), por los beneficios que de ella se pueden obtener. El escenario ideal sería poseer una única BDG independiente de la escala y de la cual mediante generalización se derivasen diferentes BDG para a su vez mediante generalización cartográfica obtener las series cartográficas ya simbolizadas. Sin embargo el paso de una BDG, independiente de la escala, a las sucesivas orientadas a una determinada escala es un estadio aún no superado, con lo que todavía se fabrican BDG orientadas a la producción de una determinada escala y temática (Jaakola, 1998).

En España el MTN50 del IGN se obtiene mediante generalización a partir del MTN25 cuyo proceso se puede encontrar en Iribas, 1999. En el Instituto Cartográfico de Cataluña (ICC) se derivan las Bases Topográficas a E10k y E25k a partir de la Base Topográfica E5k; y por generalización del mapa comarcal de Cataluña E50k se crea el Mapa Topográfico de Cataluña E100k.

aplicado. Aunque actualmente ningún SIG solventa todos los problemas de generalización, sí incorporan, en el peor de los casos, un mínimo de herramientas que aunque sea de forma interactiva, ayudan a la edición de cartografía derivada por medio de operaciones de generalización.

Por ejemplo, a pesar de las reticencias mostradas por algunos directivos, ArcGis en su versión 9.1 proporciona una caja de herramientas sobre generalización. Donde junto a algoritmos simples como el de Douglas-Peucker (1973) conviven otros de simplificación de edificios (figura II.6), o resolución de colapso de líneas que necesitan de una mayor cantidad de información (conocimiento) para su ejecución (ESRI, 2007).

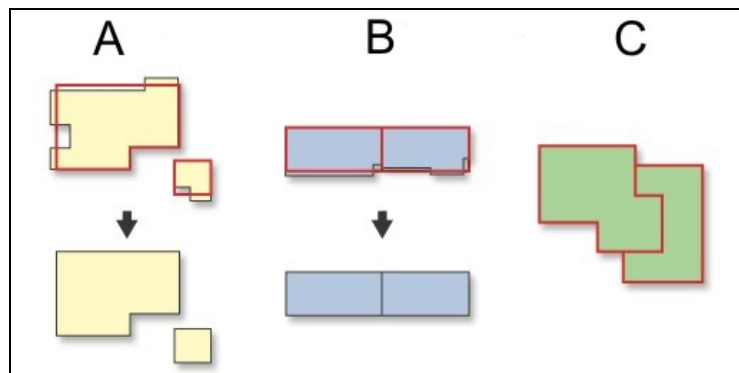


Figura II. 6: Herramienta de Generalización de Edificios incorporada a ArcGis.

- A: Simplificación de bloques separados
- B: Simplificación de bloques unidos por una línea recta
- C: No simplifica debido a la complejidad de los elementos

El ámbito de los servidores de cartografía y dispositivos móviles, se caracterizan por el dinamismo con el que se realizan las consultas cartográficas. De aquí que, para que resulten de interés al usuario, deberían poseer motores de generalización tales que presentasen mapas ágiles y claros; hecho que no siempre ocurre como muestra la figura II.7 donde al cambiar de escala en el proceso de navegación, se produce un efecto de coalescencia, como consecuencia de una ausencia de generalización.



Figura II. 7: Servidor de Cartografía. Detalle de carretera con efecto de coalescencia. (<http://www.viamichelin.es/viamichelin/esp/dyn/controller/Mapas>)

Entre los servidores de cartografía más destacados se encuentran GoogleMaps, Google Earth, ViaMichelin, y el portal IDEE (Infraestructura de Datos Espaciales de España). En dichos servidores se pueden apreciar los primeros pasos de una orientación hacia la generalización traducidos en reglas básicas de visualización, tales que aparición o no de topónimos de mayor o menor importancia, según que la escala de visualización sea mayor o menor.

Por ser el de más reciente aparición, la investigación que lleve a producir mapas de calidad en servidores de cartografía y dispositivos móviles, aún tiene un gran camino que recorrer. Especialmente la investigación dedicada a la generalización de cartografía empleada en navegadores GPS (figura II.8), donde los mapas son de concepción plana pero su visualización se realiza empleando la perspectiva, la toponimia no tiene por qué coincidir con el plano del mapa y la exageración de las calles va en detrimento de la geometría de las mismas. Asimismo lo más llamativo del mapa es que se encuentra en movimiento.



Figura II. 8: Dispositivo móvil. Navegador GPS sobre cartografía urbana

Los primeros pasos en este sentido lo han dado Lehto y Sarjakoski (2005) que han desarrollado una aplicación en lenguaje XML para generalización en tiempo real sobre PDA.

II.4 MODELOS CARTOGRÁFICOS DE GENERALIZACIÓN

Para extraer el mayor provecho de la generalización es necesario estructurarla con arreglo a un determinado modelo, por eso gran parte de los autores, antes de abordar detalles del proceso sientan las bases y definen los conceptos que conformarán su modelo. Es de destacar que al igual que en física los modelos son consecuencias de los paradigmas y, al igual que éstos, evolucionan y cambian, así lo hacen también los modelos como es el caso de los de Weibel (Brassel y Weibel 1988, Weibel 1998).

II.4.1 Modelo de Ratajski (1967)

Concibe la generalización como un modelo dividido en dos conjuntos de acciones (cuantitativas y cualitativas) que pueden actuar sobre los elementos del mapa. El primer conjunto actúa mediante un proceso de selección de objetos a ser mantenidos tras un cambio de escala y ante la competencia sobre el territorio. Las acciones cualitativas dan como

resultado cambios en la forma de la representación de los objetos, así como saltos de clase geométrica como puede ser el paso de un área a un símbolo puntual.

Ratajski define el *punto de generalización* como el momento en el que, tras una reducción de escala, se alcanzan las condiciones que hacen necesaria la aplicación de una generalización para que el mapa siga siendo efectivo en la comunicación cartográfica. Usa un triángulo como el de la figura II.9 en el que en la base se encuentra el mapa original, y en su tránsito hacia el vértice se pueden producir varias generalizaciones, no admitiendo más cuando llega a éste.

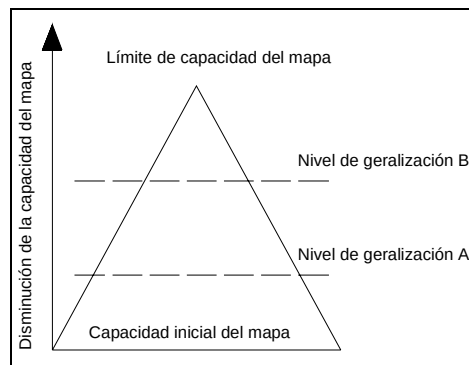


Figura II. 9: Pirámide de generalización de Ratajski

II.4.2 Modelo de Cuenin (1972)

Cuenin considera tres fases para conseguir un cambio aceptable en el mapa generalizado: selección, esquematización y armonización. La selección es una operación que aunque no se explicita siempre se ejecutará, pues forma parte del proceso de toma de decisiones de qué elemento se conservará en la carta. En la esquematización se realiza una abstracción de aquello que resulta superfluo en la representación geométrica del objeto, mientras que en la armonización se producirán modificaciones sobre las figuras, aún a sabiendas de que se falsea su geometría; pero se consigue una mayor claridad sobre el mensaje del mapa.

II.4.3 Modelo de Morrison (1974)

La característica del modelo de Morrison está en la formalización de las relaciones entre los operadores de generalización que ya enumerasen Robinson y Sale (1969) y que son: simplificación, clasificación, simbolización e inducción. Según Morrison el proceso se desencadena a partir de un subconjunto de objetos del mundo real percibidos por el cartógrafo y culmina con la visualización por parte del usuario de las figuras que se asocian a esos elementos y que se plasman en el mapa.

Se puede decir que los operadores están prácticamente autodefinidos, mientras que el orden de aplicación sería:

- Clasificación: se categoriza el subconjunto de elementos del mundo real según objetivo del mapa.
- Simplificación: se alivia la geometría de los objetos de forma que queden preparados para una correcta simbolización.
- Simbolización: se caracterizan los tipos atendiendo a las reglas de la semiología gráfica que ya quedasen expuestas con rigurosidad en Bertin, 1967.
- Inducción: es la única componente que se asigna al lector de forma que tras la observación de la obra, la interpreta y asigna a cada figura su significado.

II.4.4 Modelo de Nickerson y Freeman (1986)

Este modelo utiliza el concepto de escala intermedia. Dado un mapa a una determinada escala se pasa toda la simbología a una escala intermedia y es allí donde se produce la generalización, si es necesario se desplazan las figuras y se simbolizan nuevamente hasta que el conjunto adquiere el aspecto deseado; en una segunda fase se reduce el espacio del mapa hasta

alcanzar la escala de generalización deseada, y si ha lugar se colocan los topónimos.

Según los autores antes de acudir a la *escala intermedia* se aplican los operadores de eliminación, simplificación, combinación (en el que dos objetos diferentes pasan a configurar uno único) y tipo de conversión (por ejemplo la transformación de una superficie en una línea, o en un área).

II.4.5 Modelo de Brassel y Weibel (1988)

Es el primer modelo de los aquí tratados que se orienta al ámbito digital de los datos. Compartimenta el modelo, como se muestra en la figura II.10, en cinco procesos enfocados a facilitar la generalización automatizada:

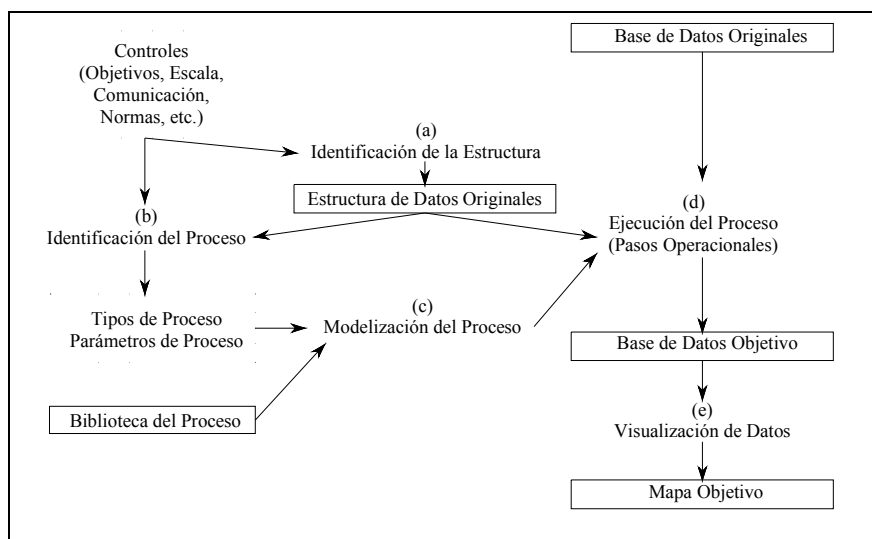


Figura II. 10: Esquema del modelo de generalización de Brassel y Weibel

- Identificación de la estructura: se identifican objetos con entidad propia, se aíslan aquellos que forman un conjunto coherente y se definen las relaciones ínter datos que son útiles al lector. La realización de esta fase está regida por los principios de mantenimiento de la calidad de la base de datos original, escala del mapa final, y respeto de las reglas de comunicación.

- Identificación del proceso de generalización: abarca tareas que van desde identificación del tipo de datos, parámetros de las estructuras anteriormente detectadas, determinación de qué hacer con la base de datos original, tipo de conflictos a resolver y categoría de objetos y estructuras a ser plasmados en el mapa final.
- Modelización del proceso: en esta fase se definen las reglas que debe cumplir cada proceso previamente identificado y se implementa el algoritmo correspondiente con la finalidad de automatizarlo.
- Ejecución del proceso: se lanza el proceso contra la base de datos para producir un resultado que se almacenará digitalmente y quedará listo para ser visualizado.
- Visualización de los datos.

En este mismo trabajo los autores distinguen entre objetivos estadísticos y cartográficos; bajo los primeros caen las tareas de disminución de los datos originales así como su análisis estadístico (enumeración y comparación de características métricas), mientras bajo los segundos objetivos se encuentran aquellos orientados a mejorar la efectividad visual del mapa generalizado.

II.4.6 Modelo de McMaster y Shea (1992)

Este modelo fue, en su momento, el que más profundizaba en la problemática de la generalización. Analizaba casi todos los aspectos de la misma y, su definición sirvió de aglutinante y fijador de toda la terminología específica. Posteriormente se han ido incorporando nuevos términos y matizando otros, pero todo ello sobre la base de éste.

La filosofía sobre la que se desarrolla el modelo está orientada a la explotación digital de la cartografía y se descompone en tres grandes áreas que responden a las preguntas de *¿Por qué?*, *¿Cuándo?* y *¿Cómo?* generalizar. Ver figura II.11. Este modelo es una profunda reflexión sobre la

generalización y es de aplicación a cualquier modelo que se pueda concebir sobre la materia.

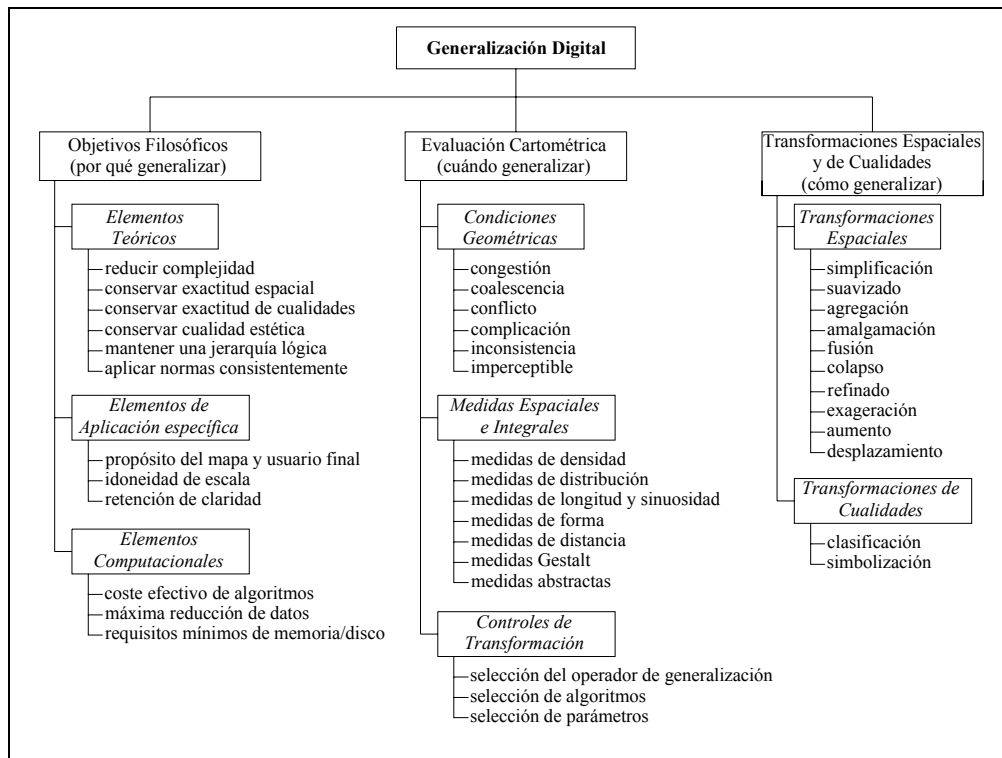


Figura II. 11: Modelo de Generalización de McMaster

Los **elementos teóricos de los objetivos filosóficos** definen de forma abstracta los principios cartográficos que apoyarán la decisión de generalizar los mapas como una necesidad y no como una opción. Estos principios son:

- Reducción de la complejidad. La complejidad es una medida de la interacción visual de uno o varios elementos gráficos dentro de un mapa. Al realizar un cambio de escala se puede producir tal acumulación de elementos en poco espacio que sea difícil la interpretación. En este contexto se hace necesario definir distintos niveles de complejidad ya que un aumento de la complejidad no siempre implica que haya que efectuar una generalización.
- Mantenimiento de la exactitud espacial. El respeto por la forma y la posición geográfica de los objetos es un principio inherente a la producción de una carta, y en él radica la mayor parte del prestigio

del que gozan los mapas como documentos de transmisión de información.

- Mantenimiento de la exactitud de atributo. Sin una base de datos fiable en la que se almacenen los atributos no se podrían llevar a cabo los análisis estadísticos y la clasificación necesaria para muchos estudios. Piénsese en la influencia de una mala asignación en los usos del suelo sobre una planificación urbanística.
- Mantenimiento de la calidad estética. Este principio facilitará la legibilidad del mapa así como la comunicación de los fenómenos presentes en el mismo.
- Mantenimiento de la jerarquía lógica y consistencia en las reglas de aplicación en generalización. El mantenimiento de la jerarquía se refiere a que tras la generalización aquellos elementos que tienen mayor importancia sigan destacando sobre los que son secundarios según el objetivo del mapa. Por ejemplo en una reducción de escala de la E5k a la E25k las pistas forestales así como algunos manantiales tenderían a desaparecer a favor de las autopistas y usos del suelo sin embargo si el destinatario del mapa es un excursionista, esos elementos tienen importancia y habrá que sacrificar quizás el detalle sobre el uso del suelo. Para lograr el objetivo de la consistencia de los resultados mediante la aplicación de reglas, será necesario enumerar exactamente los algoritmos a emplear, el orden en que se ejecutan y los valores de los parámetros de entrada.

Los **elementos de aplicación específica de los objetivos filosóficos** identifican los condicionantes de las labores de generalización y se pueden resumir en los siguientes:

- Propósito del mapa y usuario final. Este objetivo condicionará la selección de tipos de elementos y configurará la estructura de la carta que será diferente a pesar de referirse al mismo territorio.
- Adecuación de la escala. La elección de la escala, como es sabido, será determinante sobre el nivel de detalle que se mostrará en el

mapa y el número de objetos que serán representados como bien indica la Ley Radical de Töpfer Pillewizer's (1966): $n_f = n_a \sqrt{M_a / M_f}$ donde n_f es el número de objetos en un mapa de escala M_f a ser mantenidos procedentes de un mapa de escala M_a que poseía n_a objetos.

- Mantenimiento de la claridad. Por ejemplo se han de respetar los límites de percepción visual entre otros factores.

En la fase de **evaluación cartométrica** se detectan los hechos que indican que se hace necesaria una generalización. Para ello, será preciso poseer una serie de medidas que hagan las labores de indicadores tales que, una vez alcanzado determinado umbral, señalen el momento apropiado de la generalización:

Los indicadores que marcan las necesidades de practicar un proceso de generalización se pueden dividir en: condicionantes geométricos, medidas caracterizadoras espaciales y holísticas, y controles de transformación.

1. *Condicionantes Geométricos:*

- Congestión, se produce cuando existe una sobrecarga de símbolos debido a la alta densidad de los mismos. La consecuencia es una disminución en la efectividad de la comunicación.
- Coalescencia, como resultado del proceso de simbolización y debido a la resolución del sistema de representación objetos que en el mundo real están separados, aparecen yuxtapuestos y sin posibilidad de discernirlos.
- Conflicto, ocurre cuando dos elementos ocupan el mismo espacio y ambos no pueden ser representados al mismo tiempo, es el caso de un puente que soporta una carretera, hay que optar por uno de los dos.
- Inconsistencia. Se produce cuando se hace necesaria una excepción a la regla general. Por ejemplo cuando algunos edificios no se

representan en áreas urbanas, mientras sí lo hacen en zonas rurales por estar aislados.

- Imperceptibilidad. Ocurre cuando un objeto que se desea aparezca en el mapa no supera el límite de percepción visual y no tendría representación.

2. *Medidas Espaciales y Holísticas*

Estas medidas sirven para caracterizar las relaciones entre los elementos de la carta y a los propios datos. Se pueden categorizar de la siguiente forma:

- Densidad, tales como número de puntos u objetos por unidad de área.
- Distribución, podrían medir dispersión respecto a un centroide.
- Longitud y sinuosidad, siendo una medida de sinuosidad el cambio angular medio por unidad de longitud.
- Medidas de forma, como puede ser el cociente de área/perímetro.
- Distancias entre objetos.
- Medidas procedentes de la Gestalt que evalúan las características perceptivas.

3. *Controles de Transformación*

Los factores que controlan la generalización serán:

- El operador seleccionado, entendiendo por operador el tipo de tarea que se aplicara sobre un determinado número de objetos.
- Elección del algoritmo que pertenezca a la categoría del operador anterior.
- Y por último valores de los parámetros con los que se alimentará dicho algoritmo.

Las **transformaciones espaciales** son las más tangibles pues aparecen evidentes ante los ojos del lector manifestadas en un cambio en la geometría.

McMaster y Shea (1992), ver figura II.12 consideran diez formas de modificar los datos:

- Simplificación: se han elaborado gran número de operadores de eliminación de puntos de poca importancia sobre elementos lineales, estas líneas han mantenido gran parte de su integridad a pesar de la escarada practicada. El algoritmo de Douglas-Peucker (1973) es paradigma de este operador.
- Suavizado: estos operadores actúan sobre la poligonal (abierta si es una línea o cerrada si es un polígono) que define un objeto sobre el plano del mapa. Su efecto es la disminución en la variación de angularidad por unidad de longitud de dicha poligonal, de forma que se consigue una visión más agradable sobre la misma.
- Los operadores agregación, amalgamación y fusión se asemejan en que los tres producen una unión de elementos y se diferencian en la dimensionalidad de dichos elementos. Así, la agregación agrupa objetos puntuales, la Amalgamación desvanece líneas contiguas que forman límite de otros objetos y la fusión transforma en única a dos líneas que siendo figuras distintas discurren paralelas pero lo suficientemente cerca para no distinguirse su separación.
- Colapso: Esta transformación implica un cambio de dimensionalidad en la simbología. Así un asentamiento urbano que a gran escala aparece simbolizado por medio de un área al reducir la misma quedaría expresado mediante un punto.
- Tipificación: se produce cuando el número de figuras de la misma categoría es grande o cuando son muy pequeñas para representar a escala, ante lo cual hay que eliminar las menos significativas o representarlas mediante un patrón que emule la distribución original.
- Exageración: se practica un aumento del tamaño de elementos que aunque no tendría representación a la escala del mapa, son importantes para el usuario final del mismo.
- Mejora: consiste en una alteración del símbolo que representa al objeto, fundamentalmente en la forma de aquel, con el fin de facilitar su comprensión.
- Desplazamiento: se realiza un cambio posicional sobre una figura cuando entra en conflicto con otra u otras de su vecindario, pero sin

embargo es necesario que ambas aparezcan en el espacio cartográfico.

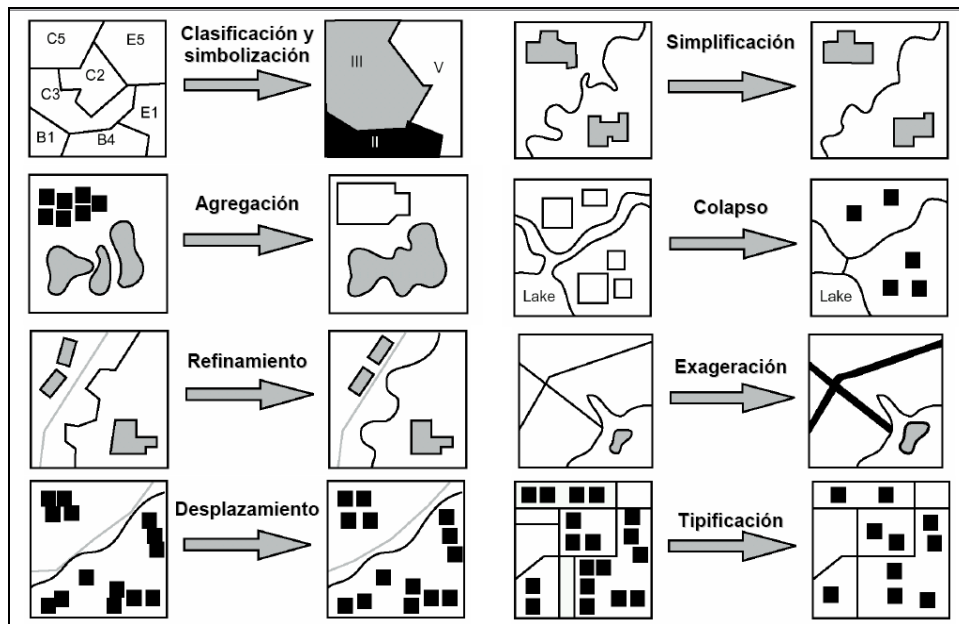


Figura II. 12: Operadores de transformación espacial y de atributos.

Las **transformaciones de los atributos**, ver figura II.12, tratan con las características estadísticas que subyacen en las figuras y son las siguientes:

- Clasificación: consiste en la agrupación de objetos bajo una misma categoría, cuando se hace abstracción de determinadas propiedades y se consideran exclusivamente algunas comunes.
- Simbolización: es la etapa que sigue a la clasificación puesto que aquellos elementos que pertenecen a determinado grupo habrá que identificarlos por los signos con los que se simbolizan. Robinson (1984) la define como: *... la asignación de varios tipos de marcas al resumen resultante de la clasificación ...*

II.4.7 Modelo de Weibel y Dutton (1998)

Es un modelo basado en las *restricciones* o *constreñimientos* que son las reglas que han de cumplir todos los elementos de una BDG.

El sistema figura II.13 debe representar las necesidades del usuario, las reglas de legibilidad e interpretación, conocimiento sobre los algoritmos, y las condiciones de desencadenamiento.

Por tanto, el modelo se centra fundamentalmente en la investigación de los algoritmos y la verificación de resultados en función de las *restricciones* que dependen de las especificaciones del usuario objetivo.

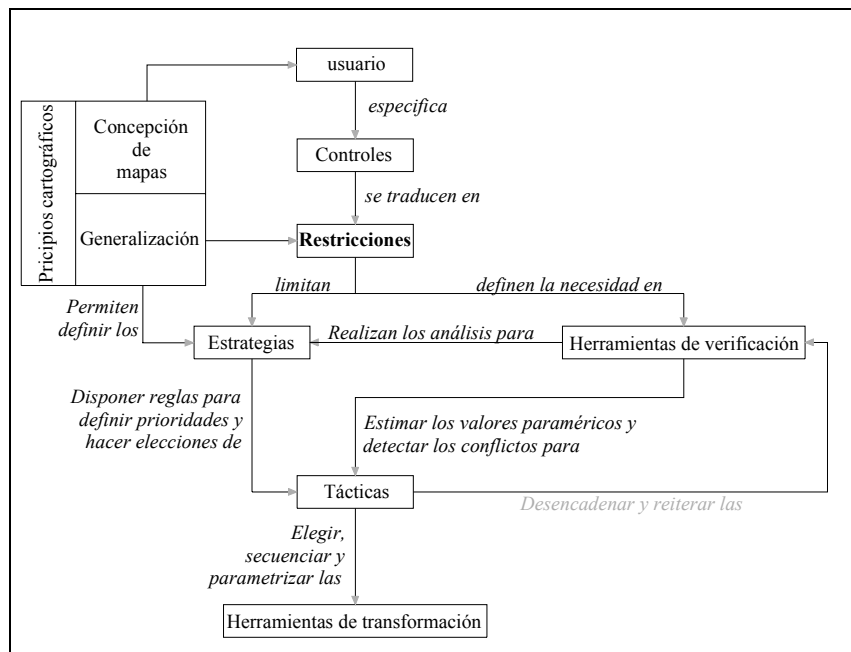


Figura II. 13: Modelo de generalización de Weibel y Dutton

II.4.8 Modelo AGENT (2001)

AGENT ha sido el único modelo que ha generado un software comercial (Clarity) cuya explotación corre actualmente a cargo de una empresa (1Spatial). Este software se ha enriquecido de las experiencias de uso de los miembros de MAGNET (Mapping Agencies Generalization Network), que estaba compuesto por Ordnance Survey (Reino Unido), Kort & Matrikelstyrelsen (Dinamarca), National Geografisch Institut (Bélgica) y Institut Géographique National (Francia).

El punto de partida es el trabajo de Ruas 2001 para la OEEPE en el que se experimenta con algoritmos y su encadenamiento.

El sistema multiagente se localiza en el dominio de la inteligencia artificial, donde el concepto de agente se puede definir como un objeto que posee funcionalidad que le dota de cierta inteligencia: compuesto de objetivos, capacidad de elegir y realizar acciones para conseguir dichos fines, percibe la presencia de otros agentes en el sistema, tiene la posibilidad de interactuar con ellos, y comunicarse (Duchene 2002).

En el transcurso de la generalización, ésta habrá de resolver los conflictos que surjan a nivel interno de los objetos (delineación demasiado detallada, tamaño demasiado pequeño), o entre objetos (superposición, coalescencia ...) de forma que obedezca de forma automatizada a la formulación que previamente se implementó en el sistema.

Los conceptos fundamentales intervinientes en el modelo son: los Agentes, las restricciones, los niveles de análisis, los modelos de datos y forma del trabajo del agente.

II.4.8.1 Los Agentes geográficos

Cualquier elemento de la BDG se transforma en agente. Entendiendo por objeto geográfico cualquier entidad del mundo real susceptible de ser codificada como *objeto* en el sentido de la programación orientada a objetos. En dicha programación un objeto, (ver figura II.14), es una encapsulación genérica de datos (propiedades o atributos) y procedimientos (métodos) para manipularlos. Y se comunica con el resto de objetos mediante mensajes.

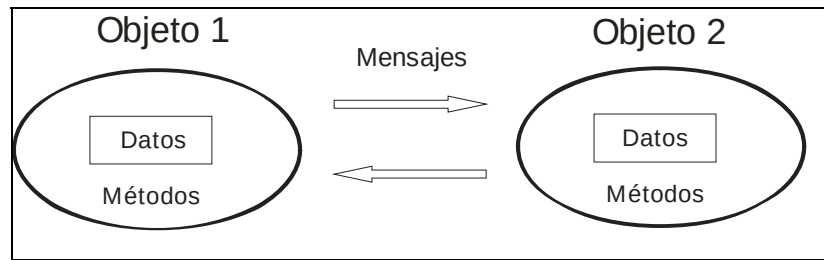


Figura II. 14: Esquema de composición y relación entre objetos

Puede ser un objeto que existiese en la BD original o que se cree durante la ejecución del sistema (por ejemplo la agrupación de un conjunto de edificios en un solo bloque). Debe poseer funciones que le permitan analizar su propio estado, detectar conflictos y decidir el encadenamiento de algoritmos que los resuelvan. También debe poder deshacer acciones anteriores si existiese otro estado más favorable para el conjunto del mapa, conocimiento que obtiene de su interrelación con el resto de agentes. Su estado será activo, pasivo o reactivo (cuando obedece órdenes).

II.4.8.2 Las Restricciones

Las restricciones forman el conjunto de condiciones que han de respetarse en la elaboración de un mapa: legibilidad, desviación máxima permitida de la posición original, etc.

A cada agente se le asocia un conjunto de restricciones que ha de respetar, identificándose éstas mediante algún tipo de medida la cual decide si el objeto cumple o no con las condiciones propias de su clase. Así, si un edificio no tiene una superficie mayor de 280 m², habrá que generalizarlo si se pretende representar a una escala E50k. En este caso la medida que expresa la restricción es la superficie. Las restricciones actúan como consejeros de los agentes indicándoles qué algoritmos podría usar para resolver los conflictos. En cada restricción deben aparecer en forma de atributos del agente su valor actual, valor ideal, la tolerancia que admite, cuál es el grado de importancia en una escala en que también se

encuentran el resto de restricciones y la prioridad en que debe ser tratada. Se considera que los conocimientos cartográficos del sistema están formados por el valor ideal, flexibilidad e importancia de las restricciones, mientras que los conocimientos procedimentales están formados por la prioridad, la elección de la medida y el valor actual. La mayoría de algoritmos y medidas empleadas en el sistema provienen de investigaciones previas (Fritch 1997, Plazannet 1996, Mustiére 1998, ...)

II.4.8.3 Los niveles de análisis

Se distinguen dos niveles de generalización: el *micro* que considera objetos aislados y el nivel *meso* que considera un conjunto de elementos componentes de una categoría. Un nivel meso puede estar compuesto a su vez de elementos que también formen en sí mismos nivel meso. Así una ciudad es un nivel meso que está construida por una agrupación de *islas urbanas* (también nivel meso) que a su vez están compuestas de edificios (nivel micro). Aunque el nivel micro parece más claro, por ejemplo una carretera, en el transcurso de la generalización puede llegar a transformarse en un nivel meso si se segmenta la misma y se descompone en partes homogéneas.

El nivel fundamental en el sistema multiagente es el meso que se encarga de las operaciones de generalización a nivel de grupo (por ejemplo eliminación de objetos) y por otro lado se encarga que la generalización de sus componentes cumpla las reglas de:

- Coordinación: la autonomía de cada agente micro viene dada por el nivel meso, restringiendo por tanto el abanico de posibles algoritmos a usar.
- Control: gestiona los efectos colaterales generados por la generalización de elementos micro.

- Legislación: hace respetar las restricciones impuestas por las normas del sistema.

II.4.8.4 El modelo de datos

El sistema AGENT es un modelo orientado a objetos que soporta herencia en las clases. Quiere decir que se crea una clase abstracta con fines genéricos, cuyos únicos componentes son los métodos que heredarán las clases más específicas a las que habrá que añadir nuevos métodos, propiedades y eventos. Estas clases genéricas están formadas por:

- una clase agente: informa sobre los métodos de caracterización, evaluación, elección de la mejor operación, reevaluación y ciclo de vida.
- una clase de especialización: micro-agente o meso-agente, cuyas misiones ya se han comentado.
- una clase restricción.

A partir de las clases genéricas mediante la introducción de atributos se crean clases que agrupan tipos de objetos conformando el conjunto de clases geográficas o *esquema adaptado*, a partir de éstas y nuevamente mediante la adición de un mayor detalle de atributos se llegan a obtener los objetos que el usuario del mapa visualiza por lo que a este conjunto se le llama *esquema de usuario*.

De la eficacia de este modelo da cuenta la figura II.14 donde se realiza una generalización de líneas (carreteras). Por una parte elimina coalescencia en la carretera blanca (zona izquierda superior) y por otro lado desplaza una carretera parcialmente tapada por otra (intersección glorieta inferior). Asimismo en la figura II.15 se observa el resultado de una generalización de zona urbana.

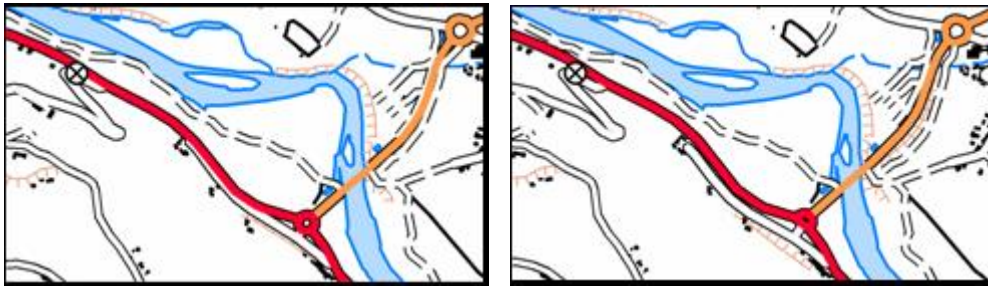


Figura II.14: Generalización de carreteras mediante software Clarity



Figura II.15: Generalización de edificios mediante software Clarity

II.5 EVALUACIÓN DE LA GENERALIZACIÓN CARTOGRÁFICA

La evaluación de la generalización cartográfica es necesaria si se quiere conocer la calidad del producto derivado. El gran problema con el que se enfrenta este proceso es el de la ausencia de estándares con los que comparar los resultados; de hecho, actualmente, cada estudio en el que se analizan los efectos de la generalización termina recurriendo a unas medidas evaluadoras, de las cuales algunas provienen de casos previos, pero otras son de nueva creación. No existe unanimidad en la importancia de cada medida y qué cualidad o atributo debe medir concretamente. Todo ello por no tener modelo que seguir en la evaluación de la calidad.

Las medidas de la generalización cartográfica comenzaron siendo descriptivas: como en los trabajos de McMaster (1986) o Longley (1989); pero pronto se

comprendió que la complejidad de esta disciplina exigía que las medidas fuesen utilizadas para caracterizar los objetos con el fin de que una vez practicada la generalización, se pudiese evaluar su bondad en función de los valores que presentasen tales medidas (Plazanet, 1995; García, 2006). Por tanto, la verdadera utilidad de las medidas se encuentra en su doble vertiente descriptiva-evaluadora. No obstante, no existen medidas definitivas que realicen una evaluación completa de la calidad de la generalización, siendo éste el campo de investigación que actualmente sufre un mayor retraso y que necesita mayor dedicación.

Precisamente por su naturaleza descriptiva las medidas se usan para enriquecer las bases de datos, que terminarán ayudando en la toma de decisiones necesarias para la ejecución de una correcta generalización. Como ejemplo de bases de datos enriquecidas se puede nombrar al Australian Survey (1992) por la inclusión de metainformación, tal que el desplazamiento medio de todos los objetos representados en el mapa.

Entre las funciones más importantes de las medidas evaluadoras de la generalización se encuentran las siguientes:

- Determinar la bondad de la generalización. P.e. si el desplazamiento sufrido por un edificio es tolerable o ha alcanzado niveles inaceptables (Weibel 1998).
- Decidir cuándo se ha de aplicar una operación de generalización. P.e. la medida que detecta la coalescencia (Mustière 2001) indicará que se ha de aplicar algún algoritmo de caricaturización.
- Indicar cómo se ejecutará la secuencia para la obtención del objeto generalizado. Por ejemplo si el sistema *cartoLearn* (Mustière 2005) detecta la existencia de una serie de curvas en las que existe un conflicto, puede optar entre aplicar el algoritmo del *acordeón* (Plazanet 1995) o el de *esquematización* (Fritsch 1997). Tal elección dependerá de que la medida distancia de *Hausdorff* se mantenga o no debajo de cierto umbral.
- Marcar el momento en el que se ha de producir la parada de la generalización, bien porque se ha alcanzado el punto óptimo, o por que no hay garantía de convergencia y se ha de detener el proceso (Ruas 1999).

El proyecto AGENT (1999) recomienda que las medidas evaluadoras cumplan con los requisitos de robustez (pequeños cambios en la generalización implican

pequeños cambios en el valor de la medida), discriminante (capaz de separar pequeñas cantidades de la magnitud medida), invariante a la persona e independiente de la representación.

Al mismo tiempo AGENT hace una recopilación de un gran número de medidas conocidas hasta esa fecha clasificándolas en dos grandes grupos que son objetos y estructuras (Figura II.15), cuyo significado es el siguiente:

- Medidas sobre objetos: son medidas elaboradas a partir de un único objeto (tabla II.2) es ser la orientación de un edificio. Aunque también admite relaciones pero siempre como referencia el objeto individual, así se puede considerar la medida distancia a la que se encuentra la estación de metro respecto a la de tren, siendo el referente la estación de tren.
- Medidas sobre estructuras: en este caso un conjunto de elementos quedan caracterizados total o parcialmente mediante alguna medida (tabla II.2), como puede ser la anchura media de los viales en un distrito urbano.

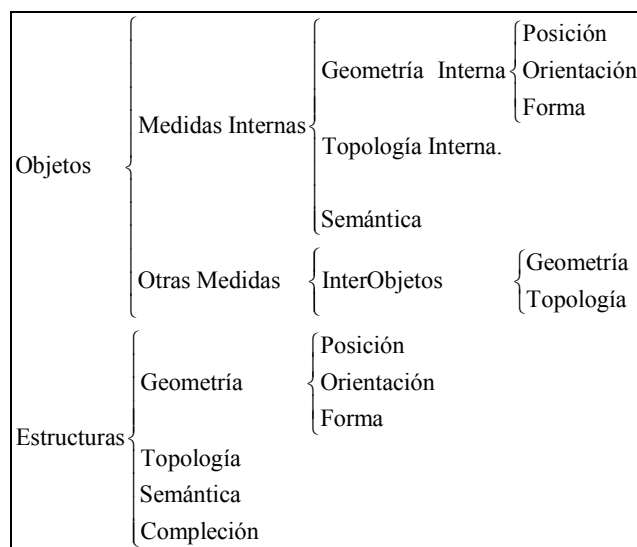


Figura II. 15: Esquema de medidas evaluadoras del proyecto AGENT, clasificadas según objetos y estructuras.

Tabla II. 2: Taxonomía de medidas internas. Elaborada por AGENT (1999)

GEOMETRÍA INTERNA	
Forma	
Tamaño Longitud Área Perímetro Alto de curvatura Máxima altura de la curva Mínimo ancho de polígono Mínimo rectángulo encuadrante Coalescencia de línea (Mustière 1998) Detección de conflictos coalescencia (1998) Banda Epsilon (Perkal, 1966) Distancia de giro (Arkin et al. 1991) Distancia Radial (Bel Hadj Ali, 1997)	Sinuosidad/complejidad Medidas de angularidad (McMaster, 1986) Medidas de curvilinearidad (McMaster, 1986) Máxima altura de la curva F. densidad de pendiente (Ballard y Brown, 1982) Gráfico de Richardson (Buttenfield, 1989) Entropía (Bjorke, 1993) Sinuosidad (Dutton, 1998) Descriptores de Fourier Densidad de coordenadas (McMaster, 1986) Ratio de máximo acuerdo (Ballard y Brown, 1982) Dimensión Fractal Número de curvas (Plazanet, 1997)
Elongación/Excentricidad Excentricidad de Brown (Ballard y Brown, 1982) Elongación (Boesch, 1993) Elongación de Regnaud (Regnaud, 1998) Diseminación (Boesch, 1993) Circularidad (Davis, 1986) Elípticidad (Davis, 1986) Momentos (Boesch, 1993)	Compacidad Deficiencias Convexas (Boesch, 1993) Energía de curvatura (Young et al. 1974) Medida de millar (Campbell, 1993) Índice forma radial Óbice-Clark (Campbell, 1993) Medidas de compacidad (Davis, 1986) Cuadratura (Regnaud, 1998)
Aspectos importantes Partes de anchura mínima de una construcción Búsqueda de cuellos (Wang y Müller, 1993) Formad de la curva (Plazanet, 1996) Descripción de la curva (Wang y Müller, 1998) Caracterización usando matriz dirección-distancia Número de puntos (Regnaud, 1998) Menor arista	
Posición y geometría	
Posición Posición geométrica absoluta Centro de gravedad Centro del mayor círculo inscrito (Cromley, 1992) Máximo-Centro (Cromley, 1992) Vector Desplazamiento (McMaster, 1986) Desplazamiento areal (McMaster, 1986)	Orientación Eje de inercia (Boesch, 1993) Orientación absoluta de un edificio (Hangouet, 1998) Orientación de una curva (Fritsch, 1997)
TOPOLOGÍA INTERNA	
Auto intersecciones Cerramiento de polígonos Inclusión	

Tabla II. 3: Taxonomía de medidas de objetos. Elaborada por AGENT (1999)

GEOMETRÍA INTEROBJETOS	
Distancia Mínima distancia Euclídea (Müller, 1990) Posición relativa del objeto Coalescencia (Mustière 1998) Distancia Hausdorff (Hangouet, 1995) Distancia Frèchet Distancia media entre líneas (matos y Gonçalves, 1998) Área Algebraica Área Absoluta (McMaster, 1986) Indicadores de conflicto usando Diagramas de Voronoi (Hangouet, 1998) Distancia al vecino más próximo usando triangulación de Dealunay	Alineamiento Paralelismo de líneas (Wong, 1997) Centrado (Mustière, 1995) Orientación relativa de un edificio (Hangouet, 1998)
TOPOLOGÍA INTEROBJETOS	
Contenedor: Test punto en polígono Conectividad: Ruta más corta Contigüidad Intersección: Intersección de líneas Vecindad: Test de izquierda a derecha	

Tabla II. 4: Taxonomía de medidas de estructuras. Elaborada por AGENT (1999)

GEOMETRÍA DE LAS ESTRUCTURAS		
Posición y Geometría	Forma	
Posición Posición de centros divariados (Cromley, 1992) Punto de tendencia central (Cromley, 1992) Centro divariado ponderado (Cromley, 1992) Orientación Análisis de Regresión	Dispersión/Distribución Valores medios de un grupo de edificios (Hangouet, 1998; Regnauld, 1998) Agrupamiento de edificios (Regnauld, 1998) Clasificación de la homogeneidad en un grupo (Regnauld, 1998) Análisis del vecino más próximo (Campbell, 1993) Análisis de Cuadrantes (Campbell, 1993) Alineamiento Análisis de Regresión Densidad Densidad Individual (Hangouet, 1998) Aspectos Importantes Aspectos destacados (Hangouet, Regnauld)	
ORGANIZACIÓN DE LA TOPOLOGÍA	SEMÁNTICA	CUMPLIMIENTO DE MEDIDAS Y MEDIDAS SOBRE MAPAS
Jerarquización de líneas de costa complejas (Wang y Müller, 1993). Ratio de bifurcación (Campbell, 1993)	Importancia de las carreteras (Moriste y Ruas, 1997)	Diagramas de Error absoluto y relativo (Matos y Gonçalves, 1998) Complejidad de mapas (Mackaness, 1995) Consistencia de generalización (Cansen, 1998)

II.6 GENERALIZACIÓN DE VÍAS DE COMUNICACIÓN

La generalización de vías de comunicación ha sido el apartado más estudiado de esta disciplina. Probablemente por ser el elemento más representativo de las formas lineales que aparecen en los mapas. De la importancia de las líneas en las representaciones cartográficas da cuenta el porcentaje que de éstas aparecen en los mapas, concretamente el 80% (Thapa 1988). Es por ello que el mayor volumen de algoritmos que se han desarrollado hasta la fecha cae dentro de la categoría de algoritmos de generalización de líneas. Por todo ello, la mayoría de los algoritmos aquí tratados son aplicables a cualquier tipo de línea, aunque para esta tesis el interés se centra en su ejecución sobre las vías de comunicación.

Para que una línea quede bien generalizada no suele ser suficiente con el empleo de un único algoritmo, ya que estos focalizan su actuación sobre una o dos de las operaciones propias de la generalización. No obstante, el estudio de esos algoritmos, individualmente, ha permitido conocer qué aspectos de la generalización eran los que mejor trataban, con lo que se puede inferir en qué parte de complejo proceso de la generalización sería conveniente su uso.

Asimismo la importancia de la concepción de algoritmos se encuentra en la posibilidad de su implementación y consiguiente contribución al desarrollo de un proceso de generalización automatizado.

Por la importancia en la solución de conflictos de generalización de líneas y en particular de vías de comunicación, en este apartado se expondrán algoritmos que caen dentro de las tradicionales categorías de *simplificación*, *suavizado* y *caricaturización*. No obstante la taxonomía que se acaba de enumerar, aquí se seguirá la más actualizada sugerida por García (2006), miembro del Grupo de Investigación de Ingeniería Cartográfica, Geodésica y Fotogrametría de la Universidad de Jaén dentro del que se incardina asimismo esta tesis.

Este apartado se cierra con un ejemplo de generalización holístico *GALBE* (Mustière, 2001) en el que se combinan distintos algoritmos y reglas para producir un conjunto de carreteras ya generalizadas y listas para ser empleadas y visualizadas por el usuario final.

Antes de comenzar con la descripción de los algoritmos, sería conveniente reflexionar sobre el tipo de representación de línea sobre el que se aplican. Esta línea suele estar definida mediante un conjunto de vértices compuestos de coordenadas (x, y) que forman una poligonal. Sin embargo, esta representación no suele ser la más adecuada cuando se pretende actuar sobre algunas características de la curva, como puede ser la curvatura (Plazanet et al., 1995; Fritsch, 1997); en este caso sería más adecuado disponer de una representación simbólica¹ de la línea tal que una función curvilínea (véase figura II.30). Cualquier nueva representación de una línea, diferente de una poligonal, debe cumplir los siguientes requisitos (Fritsch, 1997): *unicidad* (dos curvas iguales tienen la misma representación), *reversibilidad* (se puede pasar de la representación a la línea original), y *estabilidad* (si dos líneas son parecidas sus representaciones también lo serán y viceversa).

II.6.1 Algoritmos de Eliminación de Puntos

La denominación de algoritmos de *eliminación de puntos* ya aparece en Mustière (2005), aunque no se da una justificación completa del empleo del término hasta García (2006). Este último explica que muchos de los algoritmos catalogados de simplificación se dedican a eliminar vértices de la poligonal, que aún intentando mantener la forma original no siempre consiguen, sobre todo cuando se trata de una generalización con un gran salto de escala.

¹ Representación de una línea en forma de función de la que se conoce el dominio de definición y la regla de aplicación. Se diferencia de la forma poligonal en que ésta, está definida de forma discreta y tabular (las coordenadas son susceptibles de colocar en una tabla).

Hay que considerar que la simplificación persigue un aligeramiento de la línea con el fin de que sólo presente la sinuosidad necesaria, desapareciendo o modificando aquellas curvas o microcurvas que entorpecen la legibilidad y le dan un aspecto demasiado quebrado, de forma tal que producen rechazo al lector del mapa. Y este objetivo no se consigue en muchas de las ocasiones que se emplean los algoritmos expuestos en los trabajos clásicos, tales como los de Clayton (1985) o McMaster y Shea (1992), por mucho que se les denomine algoritmos de simplificación.

Parte de las razones por las que los algoritmos de eliminación de puntos no alcanzan la categoría de simplificación, se encuentra en que muchos de ellos se concibieron en una época en la que el espacio para almacenamiento de datos era muy limitado; ello restringía el empleo de grandes cantidades de vértices y en los algoritmos se buscaba un compromiso entre el volumen de datos y la conservación de la forma. Lo último se conseguía mediante la identificación de puntos fundamentales en la estructura de la línea. Atneave (1954) ya lo formuló en su trabajo y fue Douglas-Peucker (1976) el que mejor sintetizó esa idea, hasta el punto de que su algoritmo sigue teniendo vigencia, como lo demuestran los muchos estudios que lo emplean como referente para la comparación de resultados de nuevos algoritmos (Visvalingam, 1995; Reinoso, 1998; García et al., 1999; Saux, 2003...).

La clasificación de los algoritmos de eliminación de puntos aceptada suele ser la taxonomía de McMaster y Shea (1992), según la cual se establecen cinco categorías:

- *Independientes del punto.* No tiene en cuenta la forma de la línea ni el vecindario en el que se ubica cada vértice de la poligonal. Un representante de esta clase es el algoritmo *uno de cada* (Tobler, 1964).
- *Procesamiento local.* Sólo toma en consideración los puntos anterior y posterior al vértice sobre el que se tomará la decisión de mantener o eliminar. El algoritmo de curvatura local (Jenks, 1981) es un ejemplo de este tipo.

- *Procesamiento local extendido con restricciones.* El algoritmo procesa un segmento que contiene varios vértices para decidir sobre la generalización de uno de ellos. La longitud del segmento depende de criterios de distancia, angulares o del número de puntos. Se podrían citar los algoritmos de Lang (1969) y de Opheim (1982) como pertenecientes a esta categoría.
- *Procesamiento local extendido sin restricciones.* Igual al caso anterior pero la extensión del segmento a procesar se define por criterios de complejidad. Los más representativos son los algoritmos de Reumann-Witkam (1974) y Thapa (1988).
- *Globales.* La elección de los puntos a mantener se hace en función de puntos críticos (aquellos que mejor resumen la línea). Consideran por tanto toda la línea para efectuar la selección. El más importante de todos los algoritmos de simplificación, Douglas-Peucker (1973) pertenece a esta clase. Con principios semejantes al anterior se creó el algoritmo de Visvalingam (1993).

Los algoritmos que se exponen a continuación son los más representativos de entre los de eliminación de puntos. Ambos pertenecen a la categoría globales y para cambios de escala moderados ofrecen resultados muy adecuados al fin de la generalización por cuanto mantienen la forma global de la línea. El de Douglas-Peucker es el más longevo y aún está vigente formando parte de los paquetes de generalización de algunos programas informáticos. El algoritmo de Visvalingam también se presenta aquí porque en determinadas condiciones (apartado II.6.1.1) mejora las cualidades, o corrige los defectos de Douglas-Peucker.

II.6.1.1 Algoritmo de Douglas-Peucker

Ideado por Douglas y Peucker (1973), ha sido el algoritmo más empleado en Generalización Cartográfica. Prueba de ello son los numerosos estudios que avalan su utilidad (McMaster, 1986, 1987; Battenfield, 1991; Jasinski,

1990...). Asimismo es implementado por software comercial SIG como *ArcGis* desde épocas tan tempranas como (1994); o más recientemente *One Spatial* (2006).

Se fundamenta en la selección iterada de puntos críticos, comenzando por aquel más importante dentro de este criterio y continuando hasta que no quedan más puntos que seleccionar. Al final se obtiene el conjunto completo de los vértices de la línea ordenados según el criterio de importancia como punto crítico.

Al punto inicial y final de la línea original se les denomina punto anclaje y flotante respectivamente. El primer punto crítico será aquel que se encuentre a la máxima distancia de la línea base y supere el valor de *tolerancia*, (medida de distancia), establecido para el algoritmo (la línea base es la recta que une los puntos anclaje y flotante). Si no existiese punto crítico el algoritmo terminaría. Este punto crítico divide a la línea en dos secciones buscando nuevamente para ellas la existencia de puntos críticos. El algoritmo termina cuando no se encuentren más puntos críticos.

El principal problema de este algoritmo se presenta ante los grandes cambios de escala (Visvalingam 1990; Reinoso 2001), ya que se acrecienta el número de picos, que da a la línea un aspecto abrupto en lugar de la suavidad necesaria para que el resultado sea de calidad. Además en zonas susceptibles de encontrar coalescencia se originan bucles que producen autocortes en la línea.

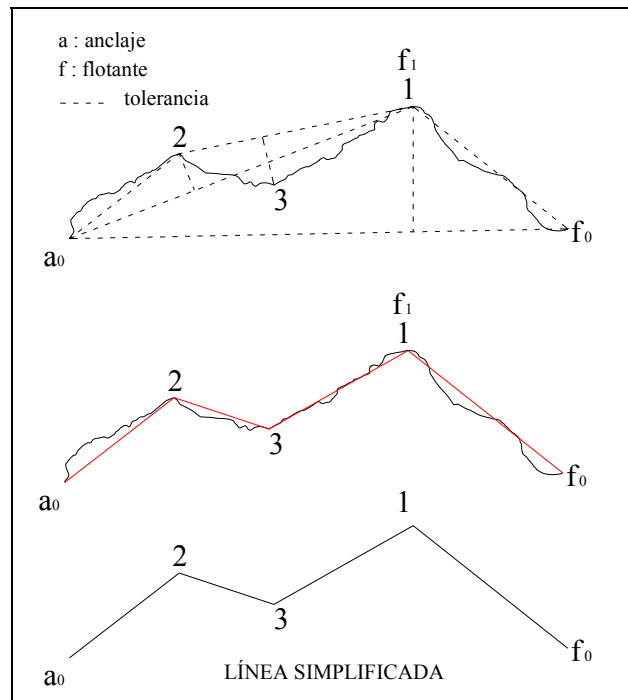


Figura II. 16: Selección de puntos críticos mediante el algoritmo de Douglas-Peucker

II.6.1.2 Algoritmo de Visvalingam

Visvalingam (1990). El concepto clave en la formulación del algoritmo es la eliminación de formas (Visvalingam y Herber 1999), de tal manera que se irán eliminando aquellas formas que tengan menor importancia.

Se define el *área efectiva* de cada vértice de la poligonal como el área del triángulo formado por el vértice objeto de simplificación y su anterior y posterior. El mecanismo de actuación consiste en eliminar aquel vértice con menor *área efectiva* y que además sea inferior a cierta *tolerancia* preestablecida como parámetro de entrada al algoritmo. Una vez eliminado un vértice se toma en cuenta la poligonal con ese vértice descartado, y se vuelve a repetir el proceso hasta que todos los vértices que queden tengan un *área efectiva* mayor que la *tolerancia*.

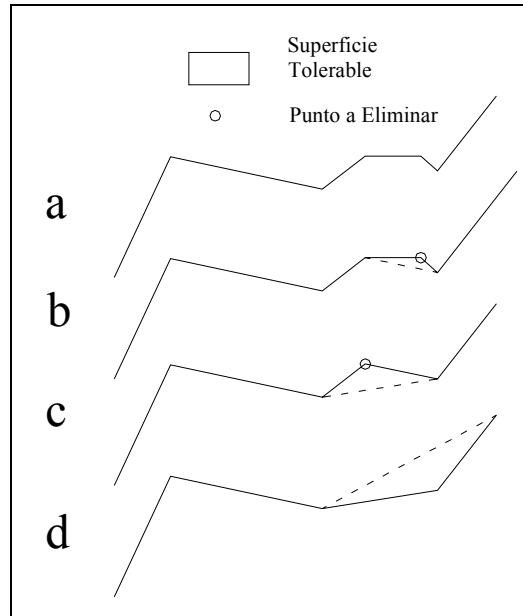


Figura II. 17: Secuencia de generalización mediante el algoritmo de Visvalingam. a) Línea original; b) 1ª pasada; c) 2ª pasada; d) 3ª pasada que supera la superficie tolerable y por tanto no hay punto a eliminar

Este algoritmo ha presentado buenos resultados en grandes cambios de escala (Reinoso 2001). En este trabajo se compara el algoritmo de Visvalingam con el de Douglas-Peucker y se observa cómo cuando la reducción del número de puntos es considerable, el algoritmo de Visvalingam produce unas líneas suavizadas que implica una visualización agradable. También ofrece características deseables de caricaturización en lugares como puede ser la zona de Lisboa de la figura II.18 donde se generaliza las líneas de costa de la Península Ibérica.



Figura II. 18: Comparación de generalización realizada con algoritmo de Visvalingam (izda.) y con algoritmo de Douglas-Peucker (dcha.)

II.6.2 Algoritmos de filtrado de la curvatura

Bajo la denominación de algoritmos de filtrado de la curvatura se encuentran los que tradicionalmente han sido nombrados como de suavizado. No obstante, también se pueden considerar aquellos que sin ser su objetivo primordial lograr un suavizado, actúan sobre la forma de la curva modificando su curvatura. Son ejemplos de estos últimos, los algoritmos que generalizan mediante representaciones paramétricas de las líneas como las series de Fourier, y wavelets.

El suavizado es la operación que elimina aquellas angulosidades innecesarias para la conservación de la forma de la línea, y cuyo mantenimiento produce un efecto estético que el observador rechaza. Para Jasinski (1990) esta operación equivaldría a aplicar un filtro de paso bajo sobre la hipotética curvatura de la poligonal.

II.6.2.1 Algoritmos de ventana móvil

A diferencia de los algoritmos de simplificación donde las coordenadas finales de la línea ya formaban parte de la línea inicial, en este caso las coordenadas finales son función de las originales y, en general, serán distintas a las de partida.

Se les denomina de ventana móvil por semejanza con los filtros empleados en tratamiento de imágenes, donde una matriz de dimensiones fijas (ventana), recorre toda la imagen para producir sobre cada píxel evaluado un valor función de los vecinos que cubre la *ventana móvil*.

Entre los primeros algoritmos de suavizado que se concibieron se encuentran los siguientes:

- 1.- *Media aritmética* (McMaster y Shea, 1992). Se realiza la media de las coordenadas de los n puntos en torno al punto evaluado, donde n es par, distribuyéndose a izquierda y derecha del punto evaluado en iguales cantidades.
- 2.- *Promedio ponderado con deslizamiento* (McMaster y Shea, 1992). Se pondera el punto obtenido con el método anterior y las coordenadas del punto original evaluado.
- 3.- *Promedio ponderado por la distancia* (McMaster y Shea, 1992). La ponderación toma el valor inversamente proporcional a la distancia que se encuentra del punto evaluado.
- 4.- *Boyle* (1970). Se suaviza el punto mediante el método *media aritmética* y posteriormente se ponderan éste y el punto de la línea original que se encuentra n puntos más adelante del evaluado. Los valores de ponderación son 0.75 para el suavizado primeramente y 0.25 para el que se encuentra adelantado.
- 5.- *Filtro gaussiano* (Plazanet, 1996). Este algoritmo se ha usado en segmentación, en operación de suavizado, como paso previo a la identificación de puntos de inflexión necesarios para segmentar. Su definición es la siguiente:

$$x'_i = \sum_{k=-4\sigma}^{4\sigma} x_{i-k} \times g_{\sigma}(k)$$

$$y'_i = \sum_{k=-4\sigma}^{4\sigma} y_{i-k} \times g_{\sigma}(k)$$

donde:

$$g_{\sigma}(k) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-k^2}{2\sigma^2}}$$

σ Parámetro que indica el grado de suavizado

k Indica la posición del punto respecto al central evaluado

si negativo (-) se encuentra a la izquierda del evaluado

si positivo (+) se encuentra a la derecha del evaluado

Puesto que las coordenadas se obtienen mediante una convolución, el suavizado de cada punto dependerá de la longitud del filtro. Como se puede observar k varía tomando los valores enteros entre -4σ y $+4 \sigma$. Y la longitud

del filtro será $8\hat{\sigma}$ más el punto central. Por ejemplo para $\hat{\sigma} = 1$ la longitud del filtro será de 9, y para $\hat{\sigma} = 2$ la longitud del filtro será de 17.

En la figura II.19 se observan los resultados de un suavizado mediante un filtro gaussiano de la costa de África por un valor del parámetro $\hat{\sigma} = 4$.

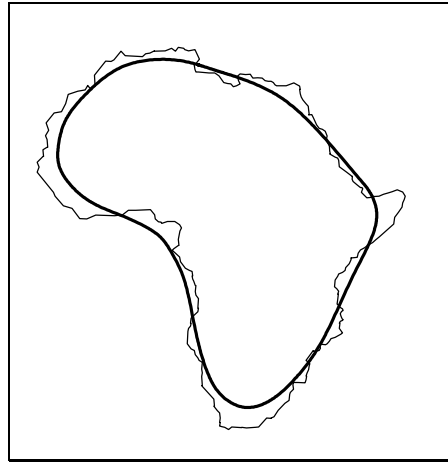


Figura II. 19: Generalización mediante filtro gaussiano con $\sigma = 4$

II.6.2.2 Curvas Paramétricas Cúbicas

Por la forma en que están construidas estas expresiones matemáticas, (se les exige continuidad geométrica y paramétrica), son en sí mismas un suavizado de la poligonal a la que aproximan o interpolan.

No existen trabajos en los que la generalización de vías de comunicación use la representación paramétrica de la línea. Sin embargo, en generalización de líneas batimétricas sí es frecuente el empleo de dicha representación paramétrica (Saux y Daniel, 1999; Saux, 2003; Guilbert, 2006). En estos estudios se analizan los operadores de compresión, suavizado, desplazamiento, y agregación. Y se concluye que todos estos operadores se ven favorecidos por este tipo de representación, excepto en el caso del desplazamiento que requiere de información adicional para evitar que su valor sea excesivo. En campos como las matemáticas se encuentran aplicaciones de las curvas paramétricas que podrían ser de interés a la

cartografía para la detección de clotoides mediante estas representaciones (Meek, 2004a y 2004b) .

Puesto que esta técnica se empleará profusamente en esta tesis, se remite al apartado de II.8 *Representaciones paramétricas de líneas* para una mayor comprensión del tema y de sus resultados.

II.6.2.3 Arcos Cúbicos

Affholder (1993) desarrolla esta técnica para la representación de carreteras de órdenes superiores, debido a la buena aproximación que suponen los arcos cúbicos a los arcos de circulares y clotoides con los que se diseñan estas vías de comunicación.

La aplicación de arcos cúbicos se descompone en tres fases:

- 1.- Suavizado de la línea. Affholder (1993) emplea el filtro gaussiano.
- 2.- Detección de puntos *característicos*. Aunque dentro de los puntos críticos se pueden definir picos y lugares de máxima curvatura, se consideran como característicos exclusivamente los puntos de inflexión. García y Ariza (2000) prueban que si además se incluyen como puntos característicos aquellos donde se producen cambios bruscos de dirección, se mejoran los resultados.
- 3.- Ajuste de arcos cúbicos cuya expresión es $y = ax^3$.

Posteriormente entre cada dos puntos de inflexión (*PI*) se determina una pareja de arcos cúbicos entre cada dos puntos de inflexión consecutivos: PI_1 y PI_2 . Se define el sistema local de cada arco cúbico: (PI_1, ℓ_1) y (PI_2, ℓ_2) siendo el origen el *PI* respectivo y el ángulo de rotación ℓ_1 que es el ángulo del segmento que va desde PI_1 hasta el siguiente punto de la línea original. De forma análoga el segundo en el segundo arco cúbico ℓ_2 que es el ángulo del segmento que va desde PI_2 hasta el anterior punto de la línea original.

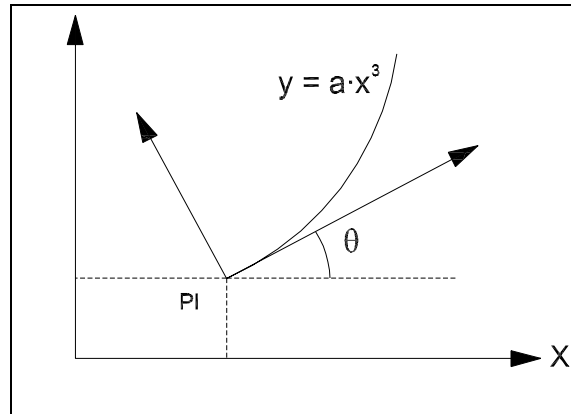


Figura II. 20: Sistema local de un arco cúbico de formulación $y = a \cdot x^3$

De todas las parejas posibles de arcos cúbicos que se pueden ajustar entre PI_1 y PI_2 se elige aquella que minimiza la suma del área comprendida entre los arcos y la línea original.

Los resultados observados por Affholder (1993), García y Ariza (2000a) fueron:

Simplificación y suavizado adecuado, en general debido a que extrae la tendencia global de la línea eliminando microcurvas que entorpecían la legibilidad; compresión notable de datos, ya que sustituye multitud de vértices por el conjunto de puntos de inflexión. Desplazamientos excesivos respecto a la original y aparición de picos en zonas muy sinuosas. Sus mejores resultados se produjeron en autovías y carreteras de categorías superiores debido a suavizados con desplazamientos pequeños y no aparición de picos.

II.6.2.4 Algoritmos de filtrado frecuencial

Estos algoritmos actúan sobre una expresión de la línea diferente a la clásica representación de pares de coordenadas de una poligonal. La poligonal, que ha sido la forma de expresión clásica de una línea, no es adecuada para este tipo de algoritmos. Sin embargo, la curvatura función de la distancia curvilínea, que puede ser vista como una señal

unidimensional, permitirá convolucionar con distintos tipos de filtros. En la figura II.21 se muestra la gráfica de la función de una carretera expresada en forma de curvatura-distancia curvilínea. A este tipo de filtrado se le conoce con el nombre de filtrado en el dominio de la frecuencia y supone una verdadera novedad, puesto que aprovecha tecnología de un campo externo como es el de la teoría de la señal.

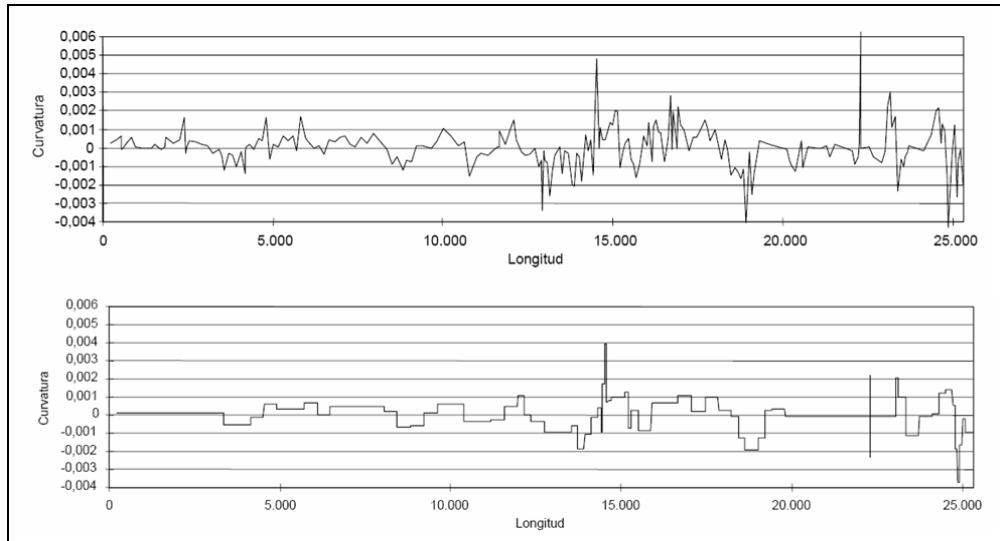


Figura II. 21: Arriba función curvatura (eje de ordenadas) de una carretera frente a su distancia curvilínea (eje de abcisas). Abajo resultado de filtrar la función curvatura original mediante la técnica de filtrado frecuencial wavelet. (García y Ariza, 2000b).

Los primeros autores que experimentaron con este tipo de técnicas fueron Boutora (1989) y Clarke (1993), aunque los que consiguieron unos resultados más satisfactorios fueron Fritsch (1994, 1997), Plazanet (1995) y García (1998, 2000a y 2006).

Los principios que usa esta metodología de generalización se aprovecharán para desarrollar parte de esta tesis pues la forma global de las líneas subyace bajo su representación frecuencial. Bastará seleccionar aquellas frecuencias (Fourier) o niveles de aproximación (Wavelet) que mejor generalicen a la línea. Por otra parte, sería deseable traducir dichos niveles de aproximación a niveles de resolución espacial (expresados en unidades de longitud) que como se indicó en el Capítulo I es uno de los objetivos de esta tesis.

II.6.2.4.1 FILTRADO MEDIANTE LA TRANSFORMADA DE FOURIER

Fritsch (1994, 1997), Plazanet et al. (1995) experimentaron con la curvatura de la línea como señal de entrada para su representación en transformada de Fourier. Una explicación más extensa de la expresión de una señal en series o transformada de Fourier se puede encontrar en el apartado II.9.1 *La Transformada de Fourier y sus limitaciones*.

En este contexto, es posible descomponer la señal, (en este caso una función de variable independiente la longitud curvilínea de la línea y variable dependiente la curvatura en cada uno de los puntos del recorrido), en frecuencias y eliminar las altas frecuencias que, en general, son las que introducen ruido y sinuosidad excesiva en el recorrido de la carretera. Las bajas frecuencias, serán las que guarden la información sobre la tendencia y forma global de la línea.

Los resultados que obtuvo Plazanet et al. (1995) se pueden resumir en lo siguiente:

- Se eliminan los pequeños detalles lo que contribuirá a una mejor legibilidad de la línea.
- Se produce amplificación de curvas. Efecto deseable en generalización por sus consecuencias caracterizadoras.
- Los tamaños medios son difíciles de suavizar, problema para el que no se encontró solución.
- Los desplazamientos respecto a la original son excesivos.
- Acortamiento de las curvas, aspecto negativo por cuanto produce errores posicionales.
- Efectos de borde en los extremos de las curvas.

II.6.2.4.2 FILTRADO MEDIANTE WAVELET

En este apartado sólo se enumerarán las actividades que se han desarrollado en generalización mediante wavelet hasta la fecha. Los fundamentos de la teoría se explican en el apartado II.9 *Análisis y Síntesis Wavelet*.

La técnica wavelet supera las dificultades que se producían con el uso de la transformada de Fourier, concretamente, las funciones sinusoidales no se pueden adaptar a cualquier función. Sin embargo este objetivo se queda más cercano mediante el escalado y traslación de las funciones wavelets.

Al igual que en el caso de la Transformada de Fourier, es necesario transformar la línea en una señal curvatura función de la distancia curvilínea. Es decir, dado un punto que se encuentra a una distancia rectificada del punto origen de la línea (distancia curvilínea), la función curvatura da el valor de curvatura en dicho punto. Los primeros en aplicar wavelet con fines de generalización fueron Fritsch y Plazanet (1995) y le siguieron García (1998 y 2006) y García y Ariza (1999, 2000a). En todos estos casos la wavelet empleada fue la más simple que es la de Haar, no obstante con resultados muy prometedores. De estos trabajos se desprende que hay un gran campo por descubrir, en cuanto al estudio del comportamiento de otras familias de wavelets, tales como pueden ser aquellas que posean una mayor regularidad en su definición (téngase en cuenta que la wavelet de Haar es la función escalón la cual presenta discontinuidad, es decir irregularidad). En esta tesis se explorarán tales familias.

El principal problema con el que se encontraron fue el de la obtención de la curvatura de la curva a partir de una poligonal. García (1998) propone obtenerla para cada punto como el arco de circunferencia formado por el punto evaluado, el anterior y posterior. Fundamentalmente se recurre a esta forma de definición de la curvatura por su facilidad de cálculo, aunque

reconoce que otras expresiones pudieran ser más adecuadas para su uso en generalización. Tal sugerencia se recoge en el trabajo de esta tesis, pues se empleará un B-spline en lugar de un arco de circunferencia para la extracción de su curvatura.

El proceso de generalización mediante wavelet según García y Ariza (2000), es el siguiente:

- 1.- Expresión de la carretera en forma de curvatura.
- 2.- Remuestreo para la obtención de un número de puntos de la forma 2^n , siendo n un número natural.
- 3.- Descomposición wavelet, ordenación de los coeficientes de mayor a menor. Por debajo de un determinado valor de los coeficientes, se igualarán a cero.
- 4.- Reconstrucción a partir de los coeficientes wavelets generalizados.
- 5.- Devolución al dominio espacial de las coordenadas. Este proceso es fácil si se considera que una muestra de curvatura reconstruye un trozo de curva como un arco de circunferencia. De esta forma se limita en gran medida las posibilidades de reconstrucción de la curva. Lo ideal sería encontrar una fórmula analítica que dada la curvatura reconstruya la curva. Tal fórmula existe y será objeto de desarrollo en esta tesis, pero como se verá en el apartado III.4.4 no es un problema fácil de implementar.

Los resultados más interesantes de este trabajo son:

- La metodología es adecuada para grandes cambios de escala.
- Cuando se reducen de manera considerable el número de coordenadas de la línea se pueden producir errores topológicos.
- Es necesario segmentar para extraer los mejores resultados.
- Útil para realizar clasificaciones automáticas de homogeneidad y sinuosidad.

García (2006) también aprovecha la generalización wavelet como técnica de segmentación. Para ello, reduce la información en un determinado porcentaje (K) haciendo cero los coeficientes más de menor valor. Un segmento homogéneo de línea será aquel que supere una determinada longitud (L) con igual valor de curvatura tras la generalización. Asimismo constituirá un segmento aquel que superando el valor indicado L no tenga curvatura constante pero se encuentre entre segmentos de curvatura constante. En la figura II.21 se representa la curvatura original (en valor absoluto) de una carretera y su curvatura tras la generalización en la que las líneas verticales discontinuas indican los límites de los segmentos que surgen mediante esta técnica de segmentación.

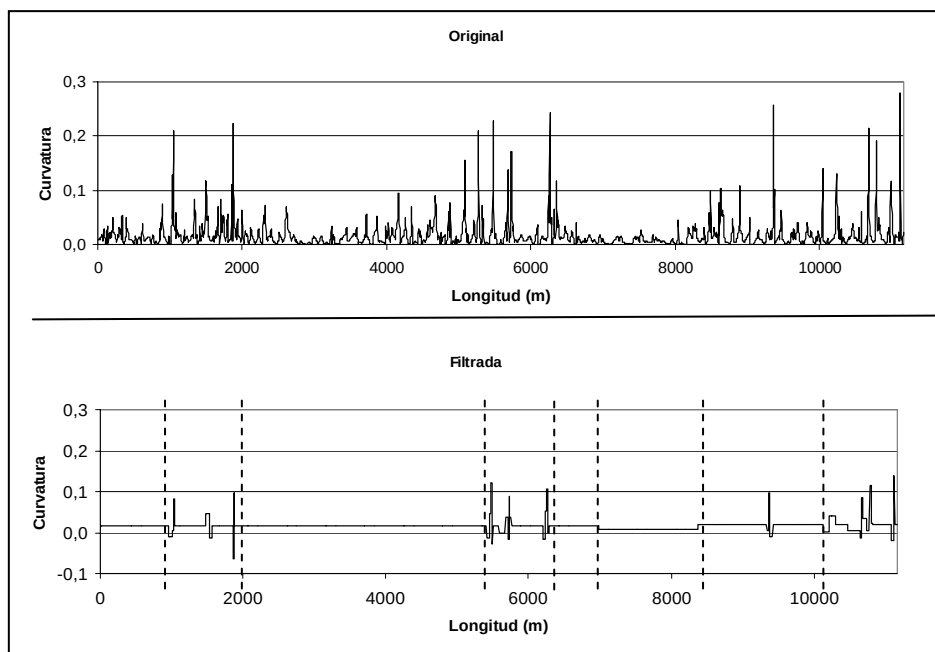


Figura II.21: Segmentación wavelet con reducción de información $K = 45$

La figura II.22 muestra la curva con los puntos donde se encuentran los límites de dicha segmentación.

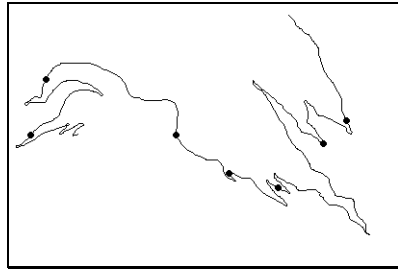


Figura II. 22: Segmentación automática wavelet con parámetros $K = 45$ y $L = 500m$

Saux (2003) es el primero en usar una wavelet diferente en generalización cartográfica, concretamente la B-Spline wavelet, la forma en la que introduce la línea como señal en el proceso de descomposición será en forma de puntos de control del polígono de control generado en la construcción de la B-Spline. Sus resultados por ser generalizaciones no relacionadas con las vías de comunicación se pueden ver en el apartado II.9.7.2.

II.6.3 Algoritmos de Caricaturización

Los algoritmos de caricaturización exageran o modifican aquellos rasgos de la línea que la caracterizan de forma que ésta aparezca más legible y sin problemas de coalescencia (o empastamiento) provocados por la simbolización. La caricaturización suele estar asociada a grandes saltos de escala y su aplicación conlleva una pérdida considerable de la exactitud posicional. No obstante, lo fundamental cuando se lleva a cabo una operación de este tipo, es que se conserve el mensaje que transmitía originalmente la línea modificada.

El tipo de línea también suele determinar si se caricaturiza o no, así las líneas de ferrocarril rara vez requieren de esta operación, mientras que las carreteras de montaña son elementos que difícilmente se libran de la misma.

La coalescencia, indicador clave de la necesidad de caricaturizar, es el problema consistente en el solapamiento de dos partes de una misma línea como consecuencia del sobreancho que supone el símbolo con el que se representa tras un cambio de escala.

Para saber si una curva está empastada o no se define la separación entre eje y borde de la curva (Mustière 2001) de la siguiente forma:

Sea un punto P de uno de los dos bordes (línea discontinua en la figura II.23 y que es la que aparece dibujada en el mapa) que componen la línea simbolizada. P se proyecta sobre el eje (línea continua que por ser eje no se dibuja en el mapa) en el punto o puntos que se encuentren a la mínima distancia. El conflicto puede surgir en aquellos casos en que exista más de un punto del eje que se encuentre a la mínima distancia de P , como es el caso de P_1 y P_2 . Estos puntos se ordenan en el sentido de recorrido del eje. Sea L la parte del eje comprendida entre P_1 y P_2 . Sea d_P la distancia máxima entre P y L . Se considera que existe empastamiento a lo largo de L cuando d_P supera un determinado umbral, Mustière (2001). Este umbral lo estableció Mustière a partir de evaluaciones realizadas en el COGIT por expertos cartógrafos dando como valor 1.7 veces la mitad de la anchura del símbolo con el que se simboliza la línea.

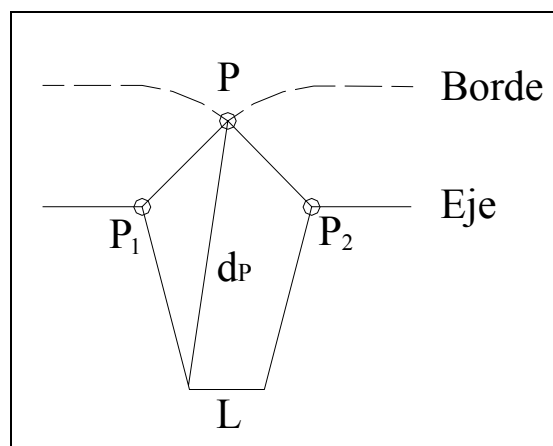


Figura II. 23: Detección de la coalescencia de un punto P situado en el borde del símbolo de una carretera

El primer compendio de trabajos de caricaturización corresponde a Lecordix (1997) en el contexto de la simbolización de líneas.

II.6.3.1 Algoritmo Acordeón

Se trata de separar una serie de curvas de aproximadamente la misma amplitud y semejante a un frente de ondas que se propaga transversalmente. El efecto es similar a abrir un acordeón y de ahí su nombre. Como consecuencia, curvas que se encuentran muy juntas se separan, produciendo un efecto colateral de desplazamiento no deseable pero necesario para la legibilidad del mapa. El algoritmo lo desarrolló Plazanet (1996).

El algoritmo primero extrae los puntos de inflexión de la serie de curvas a los que ajusta una recta de regresión. Los puntos de inflexión son alejados de su situación primitiva de forma proporcional a la distancia original al centro de la serie de curvas.

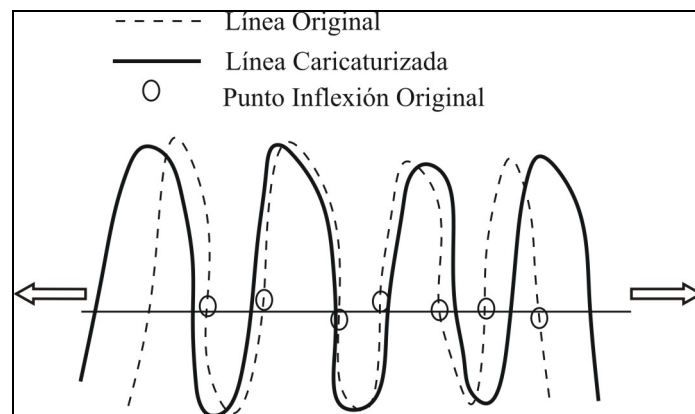


Figura II. 24: Caricaturización realizada mediante el algoritmo del acordeón

II.6.3.2 Algoritmo Globo

Este algoritmo fue concebido por Plazanet (1996). Es de aplicación cuando existe coalescencia en el vértice de la curva. La ventaja del algoritmo es que mantiene la posición geométrica de los puntos de inflexión de la serie de curvas. Como contraprestación a esta virtud, se va aumentando progresivamente el desplazamiento hasta llegar al vértice de la curva. Este algoritmo recibe su nombre por la semejanza del proceso de hinchar un globo y expandir la curva por su vértice. Cada punto de la curva se desplaza perpendicular a la curva, alcanzando su máximo desplazamiento en el vértice y el mínimo (nulo) en el punto de inflexión.

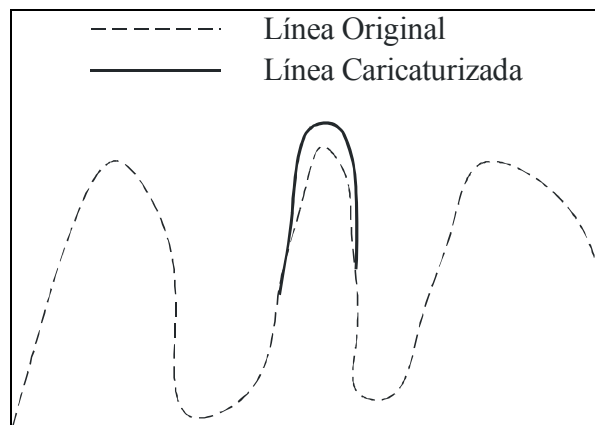


Figura II. 25: Caricaturización mediante el algoritmo del globo

II.6.3.3 Algoritmo de Esquematización

Fue desarrollado por Lecordix et al. (1997). La finalidad es la misma que el algoritmo *acordeón*. Sustituye a dicho algoritmo cuando el estirado de la serie de curvas para que esta fuese legible introduciría unos desplazamientos intolerables a la escala de representación. En tal caso el algoritmo de esquematización eliminará una o varias curvas intermedias de la serie, y a continuación procederá a unir las partes mantenidas mediante un estiramiento similar al acordeón.

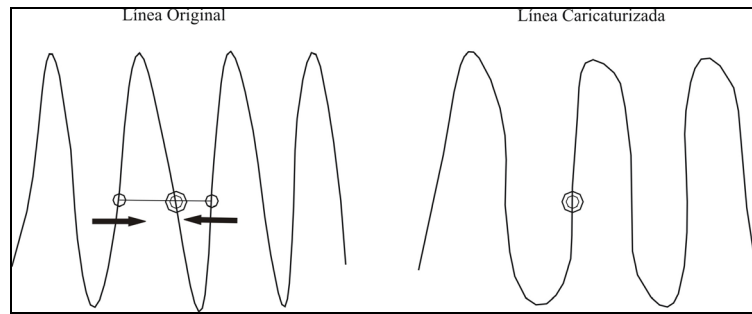


Figura II. 26: Caricaturización mediante algoritmo de esquematización

II.6.3.4 Algoritmos de Máxima y Mínima Apertura

Estos dos algoritmos tienen por objetivo eliminar el *empastamiento* que se produce en una curva aislada mediante la separación entre los bordes que lo originan. Se elaboraron en el seno del COGIT por Mustié (1998) con el fin de solucionar la coalescencia una vez detectada.

- Máxima apertura: Se determina el borde exterior de la curva y se dilata dicho borde una cantidad igual a la mitad del ancho del símbolo. Esta dilatación equivale a calcular un *buffer* del valor indicado. Ver figura II.27

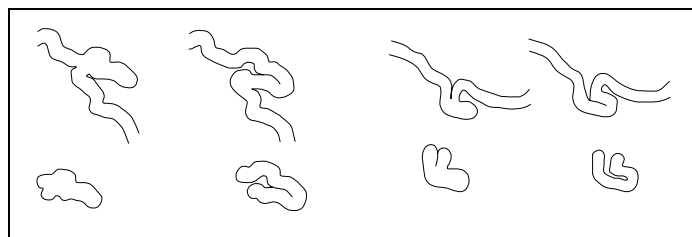


Figura II. 27: Caricaturización mediante algoritmo de máxima apertura

- Mínima apertura: Se persigue que la expansión de la curva ocupe el mínimo espacio posible pero haciendo que se distingan ambos bordes. Ver figura II.28

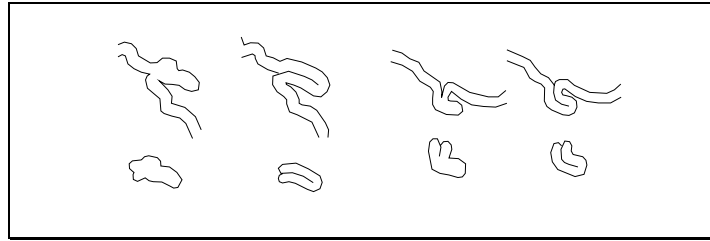


Figura II. 28: Caricaturización mediante algoritmo de mínima apertura

El método para conseguirlo es el que se presenta gráficamente en la figura II.29 que básicamente consiste en lo siguiente

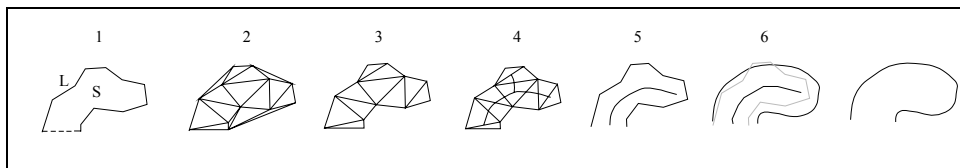


Figura II. 29: Proceso de caricaturización seguido por el algoritmo de mínima apertura

1. La línea *L* se cierra por los extremos creando una superficie *S*.
2. Se realiza una triangulación de Delaunay según el método de Devijver y Dekesel (1982).
3. Se eliminan los triángulos exteriores a la superficie *S*.
4. Se construye el esqueleto de *S* en forma arbórea, ya que *S* no tiene agujeros, de la siguiente forma:
 - Si un triángulo tiene dos vecinos el esqueleto pasa por el centro de los lados comunes.
 - Si un triángulo tiene 3 vecinos, el esqueleto pasa por el baricentro y por la mitad de los lados comunes produciendo ramificaciones.
5. Se considera la *línea esqueleto* aquella de recorrido más largo. Se suaviza ligeramente esta *línea esqueleto*.
6. Finalmente se dilata la línea esqueleto, quedando la línea esqueleto como borde común interior de la curva separada.

II.6.3.5 Algoritmo Plaster

Creado por Fritsch (1997), este algoritmo mantiene las curvas menos pronunciadas y separa aquellas que están más cerradas. El proceso seguido es el siguiente:

1. Se representa la línea en forma de curvatura función de la longitud de la poligonal.
2. Se suaviza la curvatura mediante un filtro gaussiano.
3. Se devuelve al espacio la curvatura. Lo que da una línea reconstruida a partir de la curvatura.
4. Se reposicionan las curvas mediante un escalado en el sentido de la línea que une los puntos de inflexión de la serie de curvas.

La figura II.30 presenta cómo se obtiene la función curvatura en función de la abscisa curvilínea, y cómo esta última se generaliza, a continuación se observa la línea reconstruida a partir de la curvatura generalizada y su reposicionamiento de curvas.

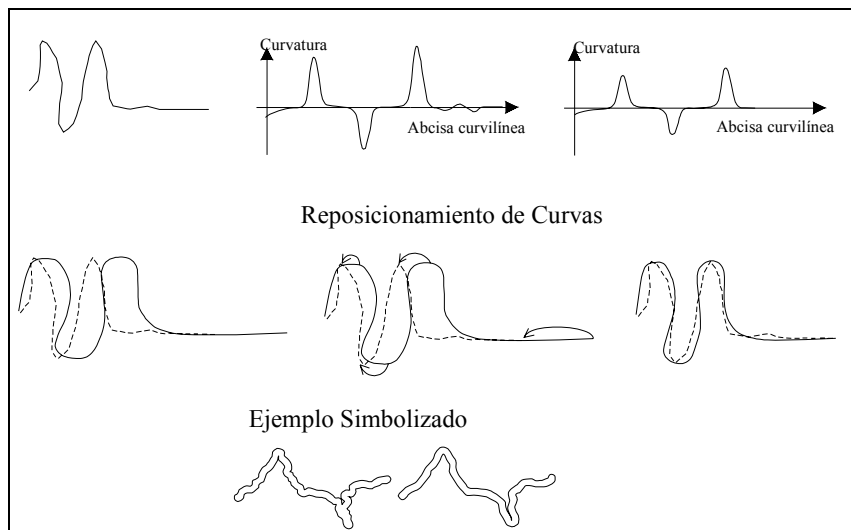


Figura II. 30: Caricaturización mediante el algoritmo plaster

II.6.4 Ejemplo de generalización en el IGN francés: el enfoque GALBE (Généralisation Adaptative du Linéaire Basée sur l'Empâtement)

Esta forma de generalización supone un enfoque adaptativo donde los diferentes algoritmos se aplican sucesivamente sobre cada parte de la carretera. La novedad de GALBE se encuentra en dos aspectos:

1. Aplicación de algoritmos encadenados según el tipo de conflicto que se pretende resolver (adaptativo).
2. Detección de los conflictos mediante medidas de empastamiento.

El principal problema es la formalización del conocimiento cartográfico, de forma que guíe la aplicación de los algoritmos durante el proceso. Las dos partes principales de este planteamiento son el conjunto de algoritmos de uso potencial y el motor que los encadene en su aplicación. En este caso el encadenamiento de algoritmos se realiza empíricamente y guiado por el problema de la coalescencia (Mustière 2001).

Entre los algoritmos mencionados conviven dos clases bien diferenciadas: los que describen la configuración espacial de la línea mediante medidas evaluadoras o caracterizadoras y aquellos que modifican la geometría de la línea (simplificación, suavizado...).

Los elementos necesarios para alimentar el sistema GALBE se resume en los siguientes puntos:

- El *conocimiento cartográfico*: procede de algunos informes de instituciones cartográficas (Plazanet, 1996, 1996) y se puede agrupar en *restricciones* y *directrices*.

Como restricciones se pueden citar las siguientes: 1.- Los símbolos deben ser legibles. No podrá existir coalescencia de los mismos. 2.-

Se debe conservar la forma global de la línea. 3.- Se debe conservar la exactitud planimétrica. 4.- Se deben resaltar las curvas aisladas.

Como directrices se pueden citar: 1.- Si un detalle es importante se debe exagerar aún cuando sea demasiado pequeño para aparecer a la escala final. 2.- Las series de curvas se estirarán si no se altera demasiado la forma global y el tamaño. 3.- Se eliminarán algunas de las curvas individuales pertenecientes a la serie. 4.- Si el entorno de una serie de curvas contiene muchos objetos es preferible eliminar curvas que agrandarlas.

- Conjunto de algoritmos: Los algoritmos utilizados por GALBE son *máxima apertura*, *mínima apertura*, *acordeón*, *esquematización* y *plaster*.
- Medidas de análisis de las condiciones espaciales. La *coalescencia* o *emplastamiento* es la medida que dispara la generalización. Véase su significado en el apartado de Algoritmos de Caricaturización.
- Los parámetros que guían el proceso son la *coalescencia* y la distancia *Hausdorff* (indicará si el desplazamiento producido es correcto o no).
- Las directrices a seguir, ya expuestas, se traducen en términos de algoritmos de análisis y transformación a emplear:
 - o Si una línea presenta coalescencia intermitentemente, se procede a su troceado para manipular cada uno independientemente.
 - o Si una parte no tiene coalescencia se suaviza mediante algoritmo *gaussiano*.
 - o Si la coalescencia afecta a un solo borde, se emplean los algoritmos de *máxima* o *mínima apertura*. Si esta parte de la línea forma parte de una serie de curvas se usará *Mínima Apertura* para aprovechar el espacio. En otro caso se emplea *Máxima Apertura*.
 - o Si la coalescencia afecta a ambos bordes de un tramo se emplean los algoritmos de *acordeón* o *esquematización* con arreglo a los siguientes criterios: Preferiblemente se empleará

el *Acordeón* pero si se viola el umbral *Hausdorff* se usará repetidamente la *esquemmatización* hasta cumplir el desplazamiento exigido.

Este planteamiento se aplicó en la generalización de las carreteras de toda Francia que se encontraban alojadas en la base de datos cartográfica del IGN francés cuyos resolución puede considerarse adecuada para la E50k. La escala resultante fue la E250k y en general el resultado fue satisfactorio. En la figura II.31 se muestra un ejemplo de generalización GALBE donde tras la detección de coalescencia se ha procedido a su caricaturización.

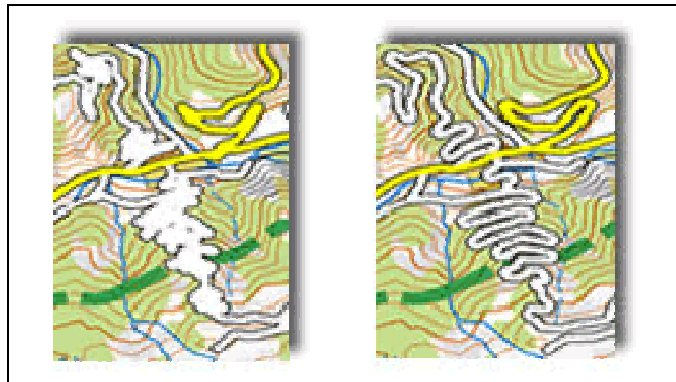


Figura II. 31: Generalización de una carretera mediante el sistema GALBE

En vista de los resultados se puede concluir que el enfoque dirigido por la resolución de conflictos (GALBE) es adecuado en el caso de generalización de carreteras. Aunque se necesita un mayor conocimiento cartográfico en los casos de líneas muy complejas, ya que en ellas la generalización no es correcta. Este inconveniente es achacable a la simplicidad del mecanismo de aplicación de reglas. Mustière (2005) propone la construcción de reglas mediante técnicas de aprendizaje-máquina supervisado.

II.7 MEDIDAS CARACTERIZADORAS Y EVALUADORAS EN GENERALIZACIÓN DE LÍNEAS

Las medidas caracterizadoras y evaluadoras de líneas son un subconjunto de herramientas que forman parte del concepto más amplio de evaluación

de la generalización cartográfica tratado en el apartado II.5. Dichas herramientas suponen un incremento del conocimiento sobre el comportamiento de los algoritmos de generalización, y de los procesos que se han de seguir para conseguir una buena generalización.

En generalización de líneas contribuirán en gran manera a la automatización del proceso, informando de cómo, cuándo y cómo generalizar según las características de la línea. Por ejemplo se han mostrado muy útiles para caracterizar según complejidad en el proceso de segmentación seguido por García (2006).

En este apartado se presentarán algunas medidas de caracterización de la forma así como los ejemplos de medidas evaluadoras ensayadas por McMaster (1983 y 1986) y García (2006).

II.7.1 Medidas que caracterizan la forma de una línea

Las medidas que describen la forma de una línea dan lugar a la posibilidad de asignar una línea a una categoría según los valores que alcancen dichas medidas. Así una carretera de montaña mostrará una dimensión fractal alta, mientras que represente una autovía tendrá dicho valor muy bajo.

Este tipo de medidas basadas fundamentalmente en la geometría de la línea permitirá la detección de formas dentro del global de una línea, como puede ser el caso de curvas en forma de horquilla. También suelen usarse en la detección de conflictos para una vez analizados buscar el algoritmo apropiado que los solucione (Ruas, 1999).

Con las medidas de líneas se logra enriquecer las bases de datos que posteriormente ayudará a la toma de decisiones para la elección o encadenamiento de algoritmos en la tarea de automatización. Las medidas proporcionan una visión detallada de las propiedades de las líneas; una o un

grupo de ellas describirán un atributo concreto de tales líneas, de forma que a través de la variación de ese grupo de medidas tras la aplicación de un operador concreto de generalización, se puede estudiar la influencia sobre el atributo de interés y recomendar o no el uso de dicho operador según el objetivo perseguido en cada momento.

II.7.1.1 La Dimensión Fractal

El concepto de dimensión fractal fue definido por Mandelbrot en 1967 al cual se llega mediante la medición aproximada de una línea que no fuese recta. Se establece un paso Σ siendo la longitud de la línea el número de pasos (N) por la longitud del paso. $L \approx N \cdot \varepsilon$

Cuando se disminuye el tamaño del paso el valor de L se tiende a un límite

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} L = a.$$

Para líneas fractales se tiene que

$$N \cdot \varepsilon^D \approx a$$

con lo que L se puede expresar en función de la dimensión fractal D

$$L = N \cdot \varepsilon \approx a \cdot \varepsilon^{1-D}$$

Para calcular D , se ajusta una recta de regresión a un conjunto de valores $(\log \Sigma, \log N)$ y se determina su pendiente que equivale al valor D (dimensión fractal de la línea).

Los valores de D oscilarán entre 1 y 2 que equivalen a una línea recta y a una curva que llena todo el espacio respectivamente. Por tanto puede interpretarse como una medida de complejidad o sinuosidad (Plazanet, 1996). La figura II.32 muestra 3 niveles consecutivos de la curva de Koch la cual aumenta su longitud a razón de 4/3 el valor del nivel anterior, en tal caso el valor de la dimensión fractal es $D = \log(4)/\log(3)$.

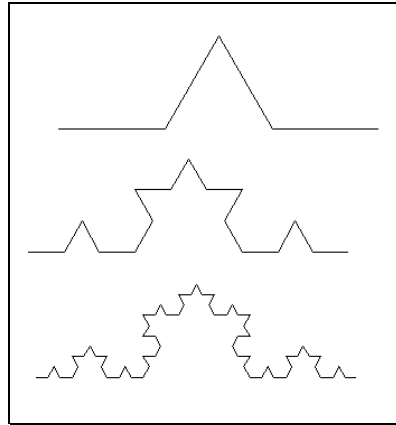


Figura II. 32: Niveles 2 á 4 de la curva de Koch cuya dimensión fractal es $D=\log(4)/\log(3)$.

Aunque se ha ensayado en diversos trabajos (Müller 1986, 1987; Buttenfield, 1989, 1991; Plazanet, 1996) los resultados parecían indicar una buena identificación de líneas fractales presentes en la naturaleza como ríos o curvas de nivel (Buttenfield, 1989). Pero sin embargo no proporcionaba información útil para las representaciones cartográficas de origen antrópico (Jasinski, 1990).

II.7.1.2 Medida de Entropía

La entropía mide el grado de desorden de un sistema. Cuanto mayor sea el número de estados posibles para el sistema respecto de un atributo, mayor será su entropía.

La entropía se puede formular como:

$$H = p_1 \log(1/p_1) + p_2 \log(1/p_2) + \dots p_m \log(1/p_m)$$

siendo: H entropía
 p_m probabilidad de que ocurra el estado m
 m clases de estados posibles

Como medida de caracterización de la generalización cartográfica, fue usada por Plazanet (1996). En este caso el atributo cuyos estados se cuantificaban era la longitud entre puntos de inflexión de la línea. Si la entropía tomaba valores altos, significaba que la línea era poco homogénea. Los resultados

obtenidos, según Plazanet, fueron adecuados a los objetivos de clasificación por homogeneidad.

II.7.1.3 Medidas Geométricas

Las medidas de McMaster (1986) caen dentro de esta categoría y son el paradigma de la búsqueda de medidas en generalización. Con ser importantes estas medidas tienen un carácter global y eluden análisis de la línea a nivel de curva (tramo comprendido entre dos puntos de inflexión consecutivos). Para llenar este hueco, Plazanet (1995, 1996) y Fritsch (1997), definen un conjunto de medidas que hacen referencia a la curva aislada y que se muestran en la figura II.33:

- Altura de la curva (h) sobre la línea base.
- Longitud curvilínea de la curva. Distancia entre dos puntos de inflexión a lo largo de la curva.
- Longitud de la línea base.
- Ratio entre la longitud curvilínea y la longitud de la línea base.
- Ángulo que forman las dos tangentes a la curva en los extremos.
- Área encerrada por la curva y la línea base.
- Área del triángulo formado por la línea base y el extremo de la altura h sobre la curva.
- Proyección del extremo de h sobre la línea base.

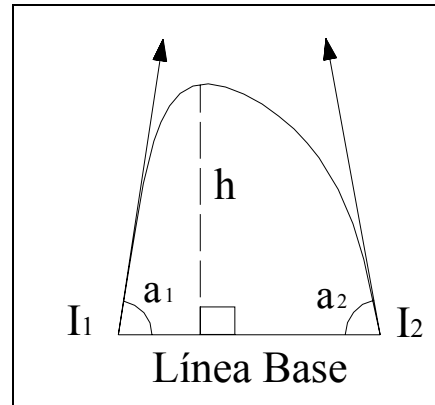


Figura II. 33: Medidas caracterizadoras de una curva aislada

La aplicación de estas medidas en el global de la línea se encuentra en el cálculo de medidas de tendencia central, de dispersión y máximos y mínimos.

La propia Plazanet (1996) asocia medidas nuevas o ya empleadas por McMaster de carácter geométrico a atributos abstractos de la línea tales como la sinuosidad, complejidad, homogeneidad y densidad.

Medidas de complejidad:

Indican la cantidad de detalles que aparecen en las líneas.

- Ratio entre el número de puntos de inflexión y la longitud de la línea. Se recomienda un suavizado previo para eliminar el ruido debido a microinflexiones.
- Resistencia al suavizado. Estima esta medida mediante el parámetro σ del algoritmo de suavizado gaussiano.

$$R(\sigma) = \sigma \cdot \text{número de puntos de inflexión tras el suavizado}$$

Medidas de homogeneidad:

Indican una falta de homogeneidad cuando diferentes partes de la línea tienen diferentes grados de sinuosidad.

- Desviación típica de la longitud de la línea base. Usado en segmentación de secciones homogéneas. Útil para decidir si es necesario o no segmentar una línea.
- Desviación típica del número de puntos característicos. Puede indicar si la complejidad de la línea está distribuida homogéneamente o no.
- Desviación típica de la altura de las curvas.
- Diferencia entre longitud máxima y mínima de la línea base. Puede detectar variaciones locales.

Medidas de sinuosidad:

Son indicadores de la suavidad o angulosidad de la línea. Se presenta una gran sinuosidad cuando existe una alta densidad de cambios de dirección por unidad de longitud de línea recorrida.

- Media del ratio entre la altura de la curva y la longitud de la línea base. Puede indicar la complejidad de las curvas principales.
- Media del ratio entre la longitud curvilínea y la de la línea base. Da idea de la complejidad media de la línea.
- Media de la superficie que media entre la línea y la línea base. Indica la amplitud de las curvas.
- Número medio de puntos característicos por curva. Da idea de la complejidad media de las curvas.
- Media de los valores absolutos de los ángulos formados por las líneas que unen puntos de inflexión. Indicador de la sinuosidad media de la línea.

II.7.2 Las Medidas de McMaster que evalúan la generalización

Los estudios de McMaster (1983 y 1986) pretendían seleccionar un grupo de medidas incorreladas que estuviesen relacionadas con la geometría de la línea y que pudiesen comparar las modificaciones sufridas tras la

generalización. Estos trabajos no entraban a valorar si la generalización era adecuada o no, por lo que se limitaban a suministrar una serie de herramientas que ayudasen en una valoración cualitativa posterior de la generalización.

Para ello McMaster se sirvió de 30 medidas que a priori servían para describir distintos aspectos de la geometría. Estas medidas se muestran en la Tabla II.5

Tabla II. 5: Medidas de McMaster

CATEGORÍA 1. MEDIDAS DE ATRIBUTO LINEAL

• **Grupo A. Medidas de Longitud.**

1.- Razón de cambio en la longitud de la línea.

• **Grupo B. Medidas sobre el número de coordenadas.**

2.- Razón de cambio en el número de coordenadas.

3.- Diferencia en la media del número de coordenadas por pulgada.

4.- Razón de cambio en la desviación típica del número de coordenadas por pulgada.

CATEGORÍA 1. MEDIDAS DE ATRIBUTO LINEAL

• **Grupo C. Medidas de Angularidad.**

5.- Razón de cambio en la angularidad (suma de ángulos entre vectores consecutivos).

6.- Razón de cambio en la angularidad positiva (hacia la izquierda).

7.- Razón de cambio en la angularidad negativa (hacia la derecha).

8.- Diferencia en la angularidad media por pulgada.

9.- Diferencia en la angularidad media por ángulo individual.

10.- Razón de cambio en el número de ángulos positivos.

11.- Razón de cambio en el número de ángulos negativos.

12.- Diferencia en la angularidad media positiva por ángulo individual.

13.- Diferencia en la angularidad media negativa por ángulo individual.

• **Grupo D. Medidas de Curvilinearidad.**

14.- Razón de cambio en el número de segmentos curvilíneos.

15.- Razón de cambio en la media del número de segmentos curvilíneos.

16.- Razón de cambio en la longitud media de un segmento curvilíneo.

17.- Razón de cambio en la desviación típica de la longitud media de los segmentos curvilíneos.

CATEGORÍA 2. MEDIDAS DE DESPLAZAMIENTO LINEAL

• **Grupo E. Medidas de vectores diferencia.**

18.- Longitud total de los vectores diferencia por pulgada.

19.- Número de vectores diferencia positivos por pulgada.

20.- Número de vectores diferencia negativos por pulgada.

21.- Longitud total de los vectores diferencia positivos por pulgada.

22.- Longitud total de los vectores diferencia negativos por pulgada.

• **Grupo F. Medidas de polígonos diferencia.**

23.- Diferencia areal total (suma de polígonos) por pulgada.

- 24.- Número de polígonos areales positivos por pulgada.
- 25.- Número de polígonos areales negativos por pulgada.
- 26.- Diferencia areal total positiva por pulgada.
- 27.- Diferencia areal total negativa por pulgada.
- **Grupo G. Medidas perimetales.**
- 28.- Perímetro total de las diferencias por pulgada.
- 29.- Perímetro total de las diferencias areales positivas por pulgada.
- 30.- Perímetro total de las diferencias areales negativas por pulgada.

Tras aplicar el algoritmo de Douglas-Peucker sobre las líneas calculó las treinta medidas y las sometió a un análisis de componentes principales (ACP); McMaster observó que existía correlación entre muchas de las medidas, y que seleccionando seis quedaría explicado un nivel suficiente de la varianza y por tanto de la variabilidad geométrica que aquellas representaban.

Estas medidas fueron:

- *Porcentaje de cambio en el número de coordenadas (PCC).* Porcentaje de vértices de la poligonal que permanecen tras la aplicación de *Douglas-Peucker*.

$$PCC = \frac{v_{Gen}}{v_{Ori}} \times 100$$

v_{Gen} vértices tras la generalización

v_{Ori} vértices Originales

- *Porcentaje de cambio de la desviación típica del número de coordenadas por unidad de longitud (PCDT).* La unidad de longitud se establece a priori p.e. 100 m que servirá para conocer el número de unidades que contiene la línea. Se cuenta el número de vértices existentes en cada unidad de longitud y se calcula su desviación típica. Esta operación se repite par original ($\hat{v}_{Ori}$) y generalizada ($\hat{v}_{Gen}$).

$$PCDT = \frac{\sigma_{Gen}}{\sigma_{Ori}} \times 100$$

- *Porcentaje de cambio en la angularidad valor absoluto, PCA.* Se calcula el sumatorio, en valor absoluto, de los valores del ángulo formado en cada uno de los vértices interiores de la poligonal.

$$PCA = \frac{\sum |a_i|_{Gen}}{\sum |a_j|_{Ori}} \times 100$$

- *Vector total desplazamiento por unidad de longitud, VTD.* Se mide la mínima distancia desde cada punto eliminado de la línea original, hasta la línea base que subtiende el trozo de poligonal eliminado que contiene a dicho punto eliminado. La medida es el sumatorio de esas distancias entre la longitud total de la poligonal.

$$VTD = \frac{\sum d_i}{L} \times 100$$

- *Área total desplazamiento por unidad de longitud, ATD.* Se calcula el área que encierra cada arco de poligonal original eliminado uniendo sus puntos extremos. Y la medida se obtiene como sumatorio de estas áreas entre la longitud total de la poligonal.

$$ATD = \frac{\sum a_i}{L} \times 100$$

- *Porcentaje de cambio en el número de segmentos curvilíneos, PCSC.* Un segmento curvilíneo es el que se encuentra limitado por dos puntos de inflexión. La medida se expresa en %.

$$PCSC = \frac{nSC_{Gen}}{nSC_{Ori}}$$

Estas medidas se han usado en numerosos estudios (Jasinski, 1990; Reinoso, 1998; García, 1998; García y Ariza, 1999, 2000, García et al. 1999, 2001, Reinoso et al 1999, 2001; Visvalingam y Brown, 1999).

No obstante la mayoría de estas medidas están concebidas para su uso en algoritmos de eliminación de puntos, no siendo de aplicación en otro tipo de generalización.

En el estudio de McMaster se aprecia una laguna en el sentido de que no establece correspondencia entre una o varias de las medidas y propiedades cualitativas de la línea como puede ser complejidad o sinuosidad (Dutton, 1999); todo ello a pesar de que existen posibilidades para hacerlo.

En general sólo indican cuándo se ha producido más o menos generalización, pero no cómo de buena ha sido ésta.

II.7.3 Las medidas caracterizadoras de García

Con el fin de obtener un conjunto de medidas incorreladas y que explicasen la mayor variabilidad posible de secciones de línea, García (2006) sometió 25 medidas a un análisis de componentes principales. De éstas, 9 superaron finalmente el análisis.

Estas medidas se destinarían a constituir la capa de entrada de una red neuronal (ver Apartado 2.10.2). Entre los objetivos principales de esta red se encontraba la labor de clasificación automática de distintos tipos de secciones de línea atendiendo a su sinuosidad y direccionalidad. Las medidas caracterizadoras permiten describir de una forma analítica a una línea, mientras que la pertenencia a una clase la realizará la red neuronal a partir de las relaciones que existan entre tales medidas, y que no se conocen de forma explícita.

Una forma de usar estas medidas caracterizadoras para evaluar una generalización, sería comparando los valores obtenidos en una línea original y en su generalizada. Y esta posibilidad se ensayará en esta tesis en la forma que se indica en el apartado III.5.1.2.

Para comprender estas medidas se presentan en la figura II.34 los parámetros de una curva aislada (aquella comprendida entre dos puntos de inflexión consecutivos):

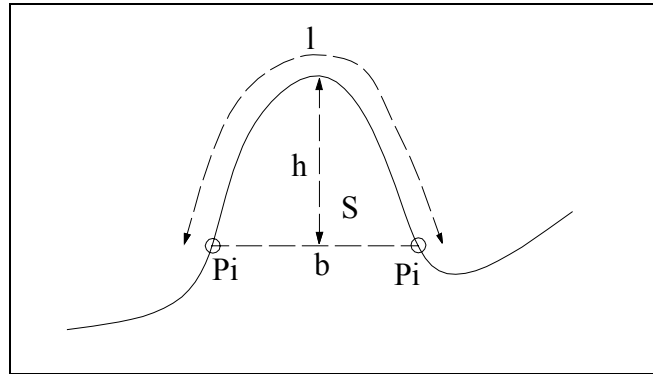


Figura II. 34: Parámetros de una curva aislada

donde:

l : Longitud. Longitud total de la curva entre puntos de inflexión.

b : Base. Longitud de la línea base que une los dos puntos de inflexión.

h : Altura. Máxima separación entre la curva y la Base siguiendo la perpendicular a la base.

lb : Ratio entre l y b .

hb : Ratio entre h y b .

sb : Ratio entre la superficie S encerrada por la curva y la base, y el cuadrado de la longitud de la Base.

a : Angularidad. Promedio del ángulo que forman dos segmentos consecutivos pertenecientes a la poligonal que define la carretera. El valor del ángulo en cada vértice varía entre 0° y 180° .

c : Curvatura. En cada vértice se calcula la curvatura como el inverso del radio de la circunferencia que forma con el anterior y posterior. Se calculará la curvatura media de toda la línea.

Las medidas que superaron el análisis de componentes principales en García (2006) junto con una descripción de la misma aparecen en la Tabla II.6.

Tabla II. 6: Medidas caracterizadoras empleadas por García (2006)

Medida	Nombre (Dimensión)	Características
lb_{me}	Mediana del ratio longitud y base de la curva (adimensional)	Adecuado para parametrizar la forma de la curva. Aporta información sobre la sinuosidad de la curva.
a_m	Media de la angularidad de la curva (ángulo)	Aporta información sobre la angularidad de las microcurvas de las líneas. Añade información sobre la sinuosidad.
LB	Ratio entre la longitud total y la línea-base de la carretera total. (adimensional)	Medida que relaciona la longitud del trazado de la carretera total en relación con el trazado más corto. Aporta información sobre sinuosidad.
lb_{cv}	Coefficiente de variación del ratio entre la longitud y la línea base. (adimensional)	Medida de homogeneidad, que indica la dispersión del ratio entre la longitud y la línea-base de las curvas componentes de la carretera.
sb_{cv}	Coefficiente de variación del ratio entre el área de la curva y el cuadrado de la línea-base. (adimensional)	Medida de homogeneidad, que indica la dispersión de las superficies encerradas por las curvas y las líneas-base de la carretera.
l_m	Media de la longitud de la curva (longitud)	Señala el tamaño de las curvas de la carretera. Viene a indicar la densidad de cambios de dirección. Implica una información sobre sinuosidad.
b_{cv}	Coefficiente de variación de la línea-base de la curva (adimensional)	Medida de homogeneidad. Indica la dispersión de la densidad de cambios de dirección en la carretera.
a_{cv}	Coefficiente de variación de la angularidad de la curva. (adimensional)	Medida de homogeneidad. Indica la dispersión de la angularidad de las curvas de la carretera.
c_{cv}	Coefficiente de variación de la curvatura de la curva (adimensional)	Medida de homogeneidad: Indica la dispersión de la curvatura de las curvas de la carretera.

Finalmente las medidas seleccionadas se pudieron agrupar en cinco componentes que caracterizaban la forma de la curva, angularidad y dispersión de ambas; tendencia rectilínea, densidad de curvas y dispersión de esta densidad. No obstante la importancia y avance que supone respecto a otros trabajos de la interpretación que se les puede dar a estas medidas caracterizadoras, se echan en falta medidas que se puedan vincular a

aspectos más concretos de la generalización como pueden ser el desplazamiento o la caricaturización.

Estas ausencias interpretativas pueden estar indicando la necesidad de nuevas medidas caracterizadoras que permitan describir tales aspectos de la generalización.

El propio García reconocía en su trabajo que el apartado de enriquecimiento de la generalización mediante medidas no estaba concluido y que era necesario un estudio más concienzudo. Como punto de partida indicaba que las futuras investigaciones se deberían centrar en encontrar medidas que permitiesen evaluar la calidad de la generalización alcanzada con distintas técnicas. En esta tesis se intentará encontrar algunas de dichas medidas evaluadoras.

Finalmente, creemos que también es necesario investigar el papel que juegan dichas medidas según las escalas de generalización sobre las que se estudien sus valores.

II.8 REPRESENTACIONES PARAMÉTRICAS DE LÍNEAS

La representación poligonal de una línea tiene la ventaja de su fácil formulación y manejo, aunque carece de la riqueza que pueden aportar otras expresiones de esa misma línea como pueden ser las interpolaciones o aproximaciones paramétricas. Este tipo de descripción permite extraer una de las características más importantes de una curva: su curvatura; ésta será la razón principal del empleo, en esta tesis, de la representación paramétrica de líneas. Ya que la función curvatura puede ser considerada como una función unidimensional y, como tal, descompuesta mediante técnicas wavelets. Un valor alto de curvatura, marcará zonas de gran importancia desde el punto de vista cartográfico, y con toda seguridad presentará problemas en el momento de su generalización (Plazanet,

1996); estas dificultades pueden abordarse desde una perspectiva distinta a la que se tendría si sólo se tuviese definida la línea como una poligonal. Si la variante paramétrica elegida es una aproximación, se tendrá la posibilidad de controlar el grado de acercamiento, de tal modo que, esta forma de representación, será en sí misma una generalización (Saux, 1998), concretamente equivaldría a la aplicación de un operador de suavizado sobre la línea original.

Una representación paramétrica para una curva plana C es una función vectorial $P:I \rightarrow \mathbb{R}^2$, con $I=[a, b] \subset \mathbb{R}$, tal que $P(I)=C$ y para todo $t \in I$, $P(t)=(x(t), y(t))$ es un punto de la curva, siendo $x, y: I \rightarrow \mathbb{R}$ las funciones que, para todo $t \in I$, determinan las coordenadas cartesianas del punto $P(t)$ de la curva. Por ejemplo, $P(t)=\left(\cos \frac{\pi}{2}t, \sin \frac{\pi}{2}t\right)$, $t \in [0, 1]$, es la representación paramétrica del arco de circunferencia de centro $(0, 0)$ y radio 1 que une los puntos $(1,0)$ y $(0, 1)$ en el sentido contrario a las agujas del reloj. (véase la figura II.35).

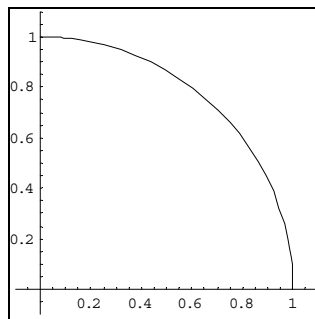


Figura II. 35: Arco de curva parametrizada por $P(t)=\left(\cos \frac{\pi}{2}t, \sin \frac{\pi}{2}t\right)$, $t \in [0, 1]$

El caso más frecuente de curva paramétrica en el diseño asistido por ordenador es aquella dada por expresiones polinómicas, concretamente el polinomio de grado 3 es el más empleado por su versatilidad, ya que garantiza que no existirá más de un bucle en la curva y, en caso de existir dicho bucle, el máximo número de puntos de inflexión por tramo será de 2. Del mismo modo son usuales las curvas paramétricas de grados impares superiores.

A una curva dada por una representación paramétrica polinómica de grado 3 se le denomina curva paramétrica cúbica (CPC) y su expresión analítica es del tipo $P(t) = at^3 + bt^2 + ct + d$, $t \in [0, 1]$ con $a, b, c, d \in \mathbb{R}^2$. En la figura II.35 aparece la gráfica de la CPC dada por $P(t) = (0.01 + t - 2t^2 + t^3, 0.01 + t^2 - t^3)$, $t \in [0, 1]$.

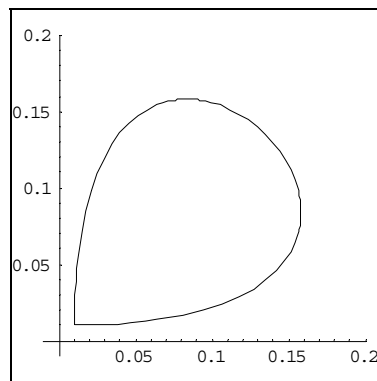


Figura II. 36: Gráfica de la curva parametrizada por $P(t) = (0.01 + t - 2t^2 + t^3, 0.01 + t^2 - t^3)$, $t \in [0, 1]$

II.8.1 Representación spline de una curva plana

Si la CPC es la curva más empleada en todo lo relacionado con la representación gráfica de objetos (Salomón, 1999), dada su versatilidad, su máxima potencia se alcanza cuando se unen trozos de CPC que dan lugar a lo que se denomina una curva spline (en este caso de grado 3). Esa máxima potencia será necesaria en la generalización cartográfica, puesto que en ocasiones habrá que dibujar líneas altamente complejas cuya precisa traza sólo será posible alcanzar mediante una curva spline.

Una representación spline de grado m y clase k de una curva plana C es, si existe, una función vectorial $S: I \rightarrow \mathbb{R}^2$, $I = [a, b] \subset \mathbb{R}$ tal que $S(I) = C$ y existe una partición de I de la forma $a = t_0 < t_1 < \dots < t_n = b$, a cuyos puntos se les llama nodos, verificando que la restricción de S a cada intervalo $[t_{i-1}, t_i]$, para $i = 1, \dots, n$, es un polinomio de grado $\leq m$, y que, globalmente, S es

de clase k , es decir, en todos los nodos interiores $t_1, \dots, t_{n-1}$, existen las derivadas de $\mathbf{S}$ hasta el orden k y son continuas.

Por tanto, para cada $i = 1, \dots, n$, $\mathbf{S}|_{[t_{i-1}, t_i]}$ es un polinomio de grado $\leq m$ y $S_i^{(j)}(t_i) = S_{i+1}^{(j)}(t_i)$, $i = 1, \dots, n-1$, $j = 0, \dots, k$ siendo $S_i^{(j)}$ la derivada j -ésima de S_i .

La representación spline de curvas planas más usada en el diseño geométrico asistido por ordenador es la de grado impar bajo y, en particular, la de grado 3 y clase 2. Así se habla de splines cuadráticos de clase 1, splines cúbicos de clase 2 o splines quínticos de clase 2 o 4.

En lo que sigue, sin pérdida de generalidad, se tomará $[a, b] = [0, 1]$.

Por ejemplo, la curva dada por la representación paramétrica

$$\mathbf{S}(t) = \begin{cases} (24t^2 - 16t^3, 8t^3) & \text{si } 0 \leq t \leq 1/2, \\ (-4 + 24t - 24t^2 + 16t^3, 1 - 6t + 12t^2) & \text{si } 1/2 \leq t \leq 1, \end{cases}$$

es una curva spline cúbica de clase 2 como se observa en la figura 3 donde aparecen los gráficos de $\mathbf{S}(t)$, $\mathbf{S}'(t)$, $\mathbf{S}''(t)$ y $\mathbf{S}'''(t)$.

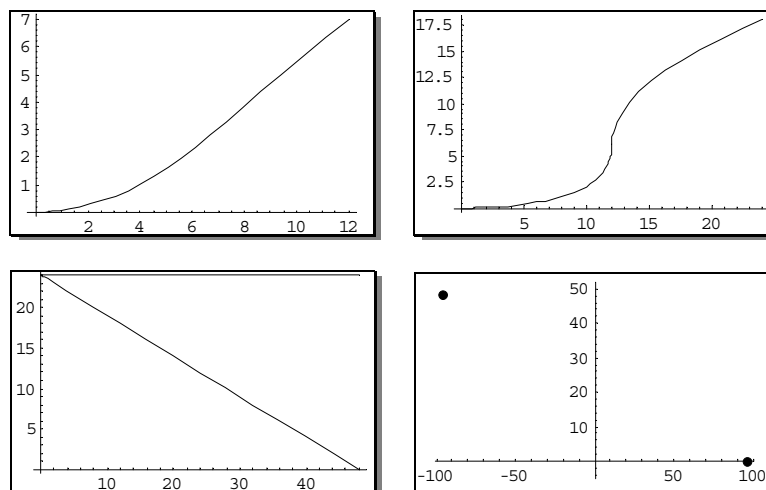


Figura 1: Gráficas de $\mathbf{S}(t)$, $\mathbf{S}'(t)$, $\mathbf{S}''(t)$ y $\mathbf{S}'''(t)$ de izquierda a derecha y de arriba abajo

Claramente $S(t)$, $S'(t)$ y $S''(t)$ son continuas pero $S'''(t)$ no lo es, por lo cual $S(t)$ es una función vectorial polinómica a trozos de clase 2 y, en consecuencia se trata de una curva spline cúbica de clase 2.

Teniendo en cuenta que se necesitan 4 coeficientes para determinar un polinomio cúbico de forma única, para conocer una curva spline cúbica $S(t)$, $t \in [0, 1]$, con $n+1$ nodos $a=t_0 < t_1 < \dots < t_n=b$, se necesitan $4n$ coeficientes para los n tramos cúbicos que la componen. Imponiendo que $S(t)$, $S'(t)$ y $S''(t)$ sean continuas en los $n-1$ nodos interiores, $t_1 < t_2 < \dots < t_{n-1}$, se tienen $3(n-1)$ restricciones a las $4n$ libertades que representan los coeficientes de los tramos polinómicos. En consecuencia, el problema de determinar una curva spline cúbica con $n+1$ nodos tiene $4n-3(n-1)=n+3$ grados de libertad.

En términos algebraicos, el espacio vectorial de las curvas splines cúbicas de clase 2 con $n+1$ nodos es de dimensión $n+3$. Por tanto se deben conocer $n+3$ datos de la curva independientes para poder determinar una única curva spline cúbica de clase 2. Estos datos suelen ser los valores de $S(t)$ en los $n+1$ nodos y dos datos más.

Según sean estos dos datos aparecen distintos tipos de funciones splines cúbicas:

- a) Splines cúbicas naturales o relajadas: Se añaden a los datos $S(t_0)=P_0, \dots, S(t_n)=P_n$ los valores de la derivada segunda: $S''(t_0)=0, S''(t_n)=0$.
- b) Splines cúbicas cíclicas: Se añaden a los $n+1$ puntos las siguientes condiciones: $S'(t_0)=S'(t_n), S''(t_0)=S''(t_n)$.
- c) Splines cúbicas sujetas: Se adjuntan a los datos de puntos en los nodos los siguientes datos de derivada en los extremos: $S'(t_0)=\gamma_0, S''(t_0)=\gamma_n$ con $\gamma_0, \gamma_n \in \mathbb{R}$

Del mismo modo, para determinar una curva spline quíntica de clase 2, $S(t)$, $t \in [0, 1]$, con $n+1$ nodos $a=t_0 < t_1 < \dots < t_n = b$, se necesitan $6n$ coeficientes para los n tramos quínticos que la componen. Imponiendo que $S(t)$, $S'(t)$ y $S''(t)$ sean continuas en los $n-1$ nodos interiores, $t_1 < t_2 < \dots < t_{n-1}$, se tienen $3(n-1)$ restricciones.

En consecuencia, el problema de determinar una curva spline quíntica de clase 2 con $n+1$ nodos tiene $6n - 3(n-1) = 3n+3$ grados de libertad, es decir, el espacio vectorial de las curvas spline quínticas de clase 2 con $n+1$ nodos es de dimensión $3n+3$, por lo que basta conocer $3n+3$ datos linealmente independientes para determinar una de ellas, por ejemplo los valores de $S(t)$, $S'(t)$ y $S''(t)$ en los $n+1$ nodos.

En general, se verifica que la dimensión del espacio vectorial de las funciones spline de grado m y clase k es $(m-k)n+k+1$.

En la literatura correspondiente aparecen diferentes métodos de construcción de curvas spline:

3. Métodos de interpolación.
4. Métodos de ajuste y suavizado.

II.8.2 Curvas splines de interpolación

Se denota por $S(m, k, \Delta_n) \subset C^k[0, 1]$ el espacio vectorial de las funciones splines de grado m y clase k con nodos $\Delta_n = \{0=t_0 < t_1 < \dots < t_n=1\}$, y por $\{B_1, B_2, \dots, B_Z\}$, con $Z = (m-k)n+k+1$, las funciones de una base de $S(m, k, \Delta_n)$.

Sean $\{L_1, \dots, L_Z\}$ aplicaciones lineales, definidas en $C^k[0, 1]$ y con valores en $\mathbb{R}^2$, de la forma

$$L_i(f) = f^{(d_i)}(\tau_i), \quad \forall f \in C^k[0, 1],$$

con $d_i \leq k$ y $\tau_i \in [0, 1]$, para $i = 1, \dots, Z$, tales que

$$\text{Det}\left(L_i(B_j)\right)_{i,j=1,\dots,Z} \neq 0 \quad (\text{Ec. II.1})$$

Se dice que $S \in S(m, k, \Delta_n)^2$ es la función spline de grado m y clase k que interpola los valores vectoriales $\{P_1, \dots, P_Z\}$ para los datos $\{L_1, \dots, L_Z\}$ si se verifica que

$$L_i(S) = P_i, \quad i = 1, \dots, Z, \quad (\text{Ec. II.2})$$

siendo $L_i(S) = (L_i(S_1), L_i(S_2))$, $i = 1, \dots, Z$, donde $S = (S_1, S_2)$, con $S_i \in S(m, k, \Delta_n)$, $i = 1, 2$.

Por tanto, $S(t) = \sum_{i=1}^Z \alpha_i B_i(t)$, $t \in [0, 1]$, y se trata de hallar $\alpha_1, \dots, \alpha_Z \in \mathbb{R}^2$ de forma que $S(t)$ verifique las Z condiciones de interpolación dadas en (Ec. II.2).

En concreto, el spline paramétrico de grado m y clase k que interpola los valores $P_1, \dots, P_Z \in \mathbb{R}^2$ para los datos $\{L_1, \dots, L_Z\}$ en los nodos $t_0, \dots, t_n \in [0, 1]$ verifica:

$$\sum_{i=1}^Z \alpha_i L_j(B_i) = P_j, \quad j = 0, \dots, Z.$$

Se trata de un sistema de Z ecuaciones con Z incógnitas paramétricas $\alpha_1, \dots, \alpha_Z \in \mathbb{R}^2$ que, por (1), tiene solución única y determina el spline buscado $S(t)$.

Por ejemplo, una curva paramétrica que una los puntos $(0, 0)$, $(4, 3)$, y $(2, -2)$, se puede construir mediante una función spline paramétrica cúbica

natural de clase 2, es decir, una función $S \in S(3, 2, \Delta_n)^2$ con $\Delta_n = \{0 < 1/2 < 1\}$ tal que

$$S(0) = (0, 0), \quad S(1/2) = (4, 3), \quad S(1) = (2, -2), \quad S''(0) = (0, 0), \quad S''(1) = (0, 0). \quad (\text{Ec. II.3})$$

Para ello, se fija una base de $S(3, 2, \Delta_n)$.

$$\text{Sea } B = \left\{ \begin{array}{l} b_1(t) = 1, \quad b_2(t) = t, \quad b_3(t) = t^2, \quad b_4(t) = t^3, \\ b_5(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } 0 \leq t \leq 1/2 \\ (t - 1/2)^3 & \text{si } 1/2 \leq t \leq 1 \end{cases} \end{array} \right\};$$

a $b_5(t)$ se le llama potencia truncada, en concreto la potencia cúbica truncada en $1/2$. Se prueba fácilmente que el conjunto B está constituido por 5 funciones independientes del espacio vectorial $S(3, 2, \Delta_n)$ cuya dimensión es $3+2=5$. Por tanto, B es una base de este espacio vectorial.

Sea $S(t) = \sum_{i=1}^5 \alpha_i b_i(t)$, $t \in [0, 1]$, con $\alpha_i \in \mathbb{R}^2$, $i = 1, \dots, 5$, en principio coeficientes

vectoriales desconocidos, la función de interpolación buscada.

Imponiendo las condiciones dadas en (Ec. II.3) se tiene que:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1/2 & 1/4 & 1/8 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1/8 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 6 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \\ \alpha_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 4 & 3 \\ 2 & -2 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},$$

de donde se obtiene que:

$$\alpha_1 = (0, 0), \quad \alpha_2 = (11, 10), \quad \alpha_3 = (0, 0), \quad \alpha_4 = (-12, -6), \quad \alpha_5 = (24, 32).$$

Luego, la función interpolada buscada es

$$S(t) = \begin{cases} (11t - 12t^3, 10t - 16t^3) & \text{si } 0 \leq t < 1/2 \\ (11t - 12t^3 + 24(t - 1/2)^3, 10t - 16t^3 + 32(t - 1/2)^3) & \text{si } 1/2 \leq t \leq 1, \end{cases}$$

cuya gráfica aparece en la figura II.37.

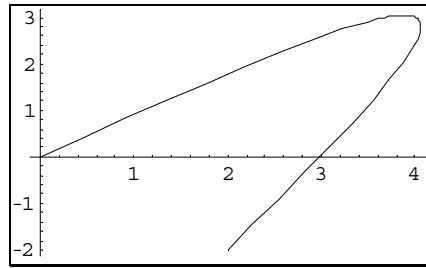


Figura II. 37: Gráfica de la función spline paramétrica cúbica natural de clase 2 que interpola los puntos $(0, 0)$, $(4, 3)$, $(2, -2)$

A continuación se enuncian sendos teoremas que dan información sobre el error de aproximación de una función dada mediante un spline cúbico de interpolación y un spline quíntico de interpolación de clase 2 .

Sea $\mathbf{f} \in (C^4[0, 1])^2$ y considérese una partición $\Delta_n = \{0 = t_0 < t_1 < \dots < t_n = 1\}$ del $[0, 1]$. Sea $h = \max_{i=1, \dots, n} t_i - t_{i-1}$.

Teorema 1: Sea $S \in S(3, 2, \Delta_n)^2$ el spline cúbico natural que interpola a $\mathbf{f}$ en los nodos de Δ_n , es decir, que verifica $S(t_i) = \mathbf{f}(t_i)$, $i = 0, \dots, n$ y $S''(0) = S''(1) = \mathbf{0}$. Entonces se tiene que existe $c > 0$ tal que:

$$\max_{t \in [0, 1]} \langle \mathbf{f}^{(j)}(t) - S^{(j)}(t) \rangle \leq ch^{4-j} \max_{t \in [0, 1]} \langle \mathbf{f}^{(4)}(t) \rangle, \quad j = 0, 1, 2,$$

donde $\langle \cdot \rangle$ indica la norma euclídea en $\mathbb{R}^2$, es decir, $\langle (v_1, v_2) \rangle = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$.

Teorema 2: Sea $S \in S(5, 2, \Delta_n)^2$ el spline quíntico de clase 2 que interpola a $\mathbf{f}$, $\mathbf{f}'$ y $\mathbf{f}''$ en los nodos de Δ_n , es decir, que verifica $S(t_i) = \mathbf{f}(t_i)$, $S'(t_i) = \mathbf{f}'(t_i)$, $S''(t_i) = \mathbf{f}''(t_i)$, $i = 0, \dots, n$. Entonces se tiene que existe $c > 0$ tal que:

$$\max_{t \in [0, 1]} \langle \mathbf{f}^{(j)}(t) - S^{(j)}(t) \rangle \leq ch^{4-j} \max_{t \in [0, 1]} \langle \mathbf{f}^{(4)}(t) \rangle, \quad j = 0, 1, 2.$$

II.8.3 Curvas splines de ajuste por mínimos cuadrados

El método de los mínimos cuadrados, que tantos problemas ha resuelto en los campos de la ciencia y la técnica, se presenta como el más adecuado para encontrar la curva spline que mejor se ajusta al conjunto de puntos que constituyen la poligonal mediante la que a priori queda definida una carretera.

Dados un conjunto de puntos $\{\mathbf{P}_1, \dots, \mathbf{P}_M\} \subset \mathbb{R}^2$ y una partición del intervalo $[0, 1]$, $\Delta_n = \{0 = x_0 < \dots < x_n = 1\}$, se dice que la curva spline $\mathbf{S} \in S(m, k, \Delta_n)^2$ es la que mejor ajusta el conjunto de puntos dado por mínimos cuadrados si el mínimo del funcional $J(\mathbf{v}) = \sum_{j=1}^M \langle \mathbf{v}(t_j) - \mathbf{P}_j \rangle^2$ se alcanza en $\mathbf{S}$, es decir, si

$$J(\mathbf{S}) \leq J(\mathbf{v}), \quad \forall \mathbf{v} \in S(m, k, \Delta_n)^2, \quad (1)$$

siendo

$$t_j = \frac{\sum_{i=1}^{j-1} \langle \mathbf{P}_{i+1} - \mathbf{P}_i \rangle}{\sum_{i=1}^M \langle \mathbf{P}_{i+1} - \mathbf{P}_i \rangle}, \quad j = 2, \dots, M, \quad \text{y } t_1 = 0.$$

Si $B = \{B_1, B_2, \dots, B_Z\}$ es base de $S(m, k, \Delta_n)^2$, entonces $\mathbf{S}(t) = \sum_{i=1}^Z \alpha_i B_i(t)$ y se

desea que $J(\alpha_1, \dots, \alpha_Z) = \sum_{j=1}^M \left\langle \sum_{i=1}^Z \alpha_i B_i(t_j) - \mathbf{P}_j \right\rangle^2$ sea mínimo. Para ello se debe

verificar que:

$$\frac{\partial}{\partial \alpha_i} J(\alpha_1, \dots, \alpha_Z) = \sum_{j=1}^M 2 \left(\sum_{l=1}^Z \alpha_l B_l(t_j) - \mathbf{P}_j \right) B_i(t_j) = 0, \quad i = 1, \dots, Z.$$

Se trata de hallar $\alpha_1, \dots, \alpha_Z$ como la solución del sistema de ecuaciones lineales, con incógnitas en $\mathbb{R}^2$, siguiente:

$$A \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \vdots \\ \alpha_Z \end{pmatrix} = b,$$

$$\text{con } A = \left(\sum_{j=1}^M B_i(t_j) B_l(t_j) \right)_{i,l=1, \dots, Z} \text{ y } b = \left(\sum_{j=1}^M \mathbf{P}_j B_i(t_j) \right)_{i=1, \dots, Z}.$$

En la figura II.38 aparece una nube de puntos ordenados de $\mathbb{R}^2$ y una función spline paramétrica cúbica de ajuste de clase 2 construida a partir de una partición de 3 y 9 nodos equidistantes, respectivamente, del intervalo $[0, 1]$.

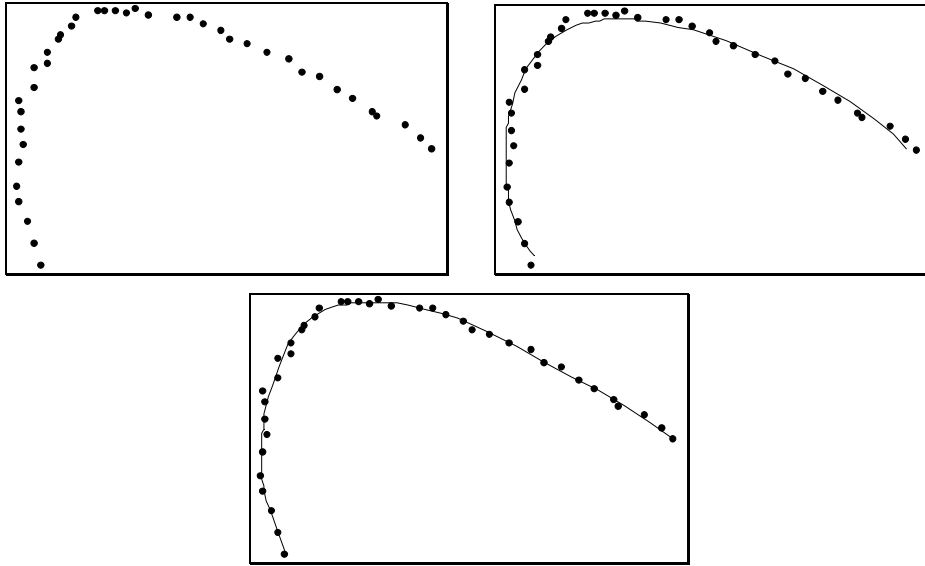


Figura II. 38: Nube de puntos y gráfica de dos funciones splines paramétricas cúbicas de ajuste de clase 2 a partir de 3 y 9 nodos equidistantes, respectivamente

II.8.4 Curvas splines de ajuste con parámetro de suavizado Σ

Una variante del método de ajuste por mínimos cuadrados desarrollado en el apartado anterior, que evita que la curva de ajuste tenga oscilaciones indeseables, se consigue añadiendo al funcional de mínimos cuadrados un término de suavizado en el sentido que a continuación se indica (Kouibia y Pasadas, 2000a, 2000b, 2002, 2007).

Dados un conjunto de puntos $\{\mathbf{P}_1, \dots, \mathbf{P}_M\} \subset \mathbb{R}^2$, se calculan los valores paramétricos asociados:

$$t_1 = 0, \quad t_j = \frac{\sum_{i=1}^{j-1} \langle \mathbf{P}_{i+1} - \mathbf{P}_i \rangle}{\sum_{i=1}^{M-1} \langle \mathbf{P}_{i+1} - \mathbf{P}_i \rangle}, \quad j = 2, \dots, M$$

Dada asimismo una partición del intervalo $[0, 1]$, $\Delta_n = \{0 = x_0 < x_1 < \dots < x_n = 1\}$ se dice que la curva parametrizada por la función spline $\mathbf{S} \in S(m, k, \Delta_n)^2$ es la curva spline paramétrica de grado m y clase k , con parámetro de suavizado $\Sigma > 0$, que mejor se ajusta al conjunto de puntos dado si minimiza el funcional $J(\mathbf{v}) = \sum_{j=1}^M \langle \mathbf{v}(t_j) - \mathbf{P}_j \rangle^2 + \varepsilon \int_0^1 \mathbf{v}''(t)^2 dt$, es decir, si $J(\mathbf{S}) \leq J(\mathbf{v})$, para toda $\mathbf{v} \in S(m, k, \Delta_n)^2$.

Sea $B = \{B_1, B_2, \dots, B_Z\}$ una base de $S(m, k, \Delta_n)$, entonces $\mathbf{S}(t) = \sum_{i=1}^Z \alpha_i B_i(t)$, $t \in [0, 1]$, y se desea que

$$J(\alpha_1, \dots, \alpha_Z) = \sum_{j=1}^M \left\langle \sum_{i=1}^Z \alpha_i B_i(t_j) - \mathbf{P}_j \right\rangle^2 + \varepsilon \int_0^1 \left(\sum_{i=1}^Z \alpha_i B_i''(t) \right)^2 dt \text{ sea mínimo.}$$

Para ello, debe verificar que $\frac{\partial}{\partial \alpha_l} J(\alpha_1, \dots, \alpha_{n+3}) = 0$, $l = 1, \dots, Z$, es decir

$$\sum_{j=1}^M 2 \left(\sum_{i=1}^Z \alpha_i B_i(t_j) - \mathbf{P}_j \right) B_l(t_j) + 2\varepsilon \int_0^1 \left(\sum_{i=1}^Z \alpha_i B_i''(t) \right) B_l''(t) dt = 0, \quad l = 1, \dots, Z$$

y, por tanto,

$$\sum_{i=1}^Z \left(\sum_{j=1}^M B_i(t_j) B_l(t_j) + \varepsilon \int_0^1 B_i''(t) B_l''(t) dt \right) \alpha_i = \sum_{j=1}^M \mathbf{P}_j B_l(t_j), \quad l = 1, \dots, Z.$$

De nuevo, se trata de hallar coeficientes $\alpha_1, \dots, \alpha_Z \in \mathbb{R}^2$ como la solución del sistema de ecuaciones lineales siguiente:

$$A \begin{pmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_Z \end{pmatrix} = b,$$

$$\text{con } A = \left(\sum_{j=1}^M B_i(t_j) B_l(t_j) + \varepsilon \int_0^1 B_i^*(t) B_l^*(t) dt \right)_{i,l=1, \dots, Z} \quad \text{y } b = \left(\sum_{j=1}^M P_j B_l(t_j) \right)_{l=1, \dots, Z}.$$

En la figura II.39 aparece una nube de puntos ordenados de $\square^2$ y una función spline paramétrica cúbica de ajuste de clase 2 para distintos valores del parámetro de suavizado Σ , a partir de una partición de nodos equidistantes del intervalo $[0, 1]$.

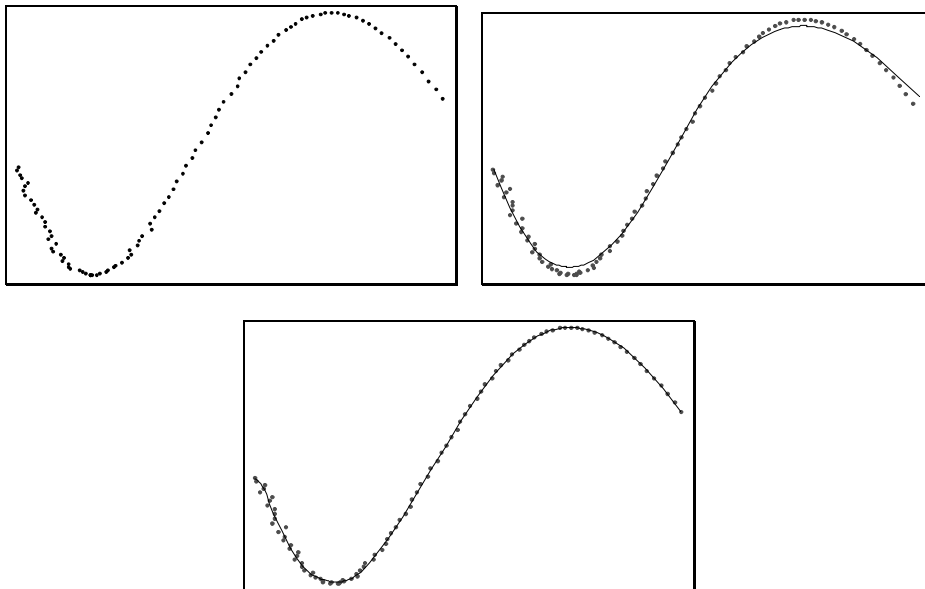


Figura II. 39: Nube de puntos y gráfica de dos funciones splines paramétricas cúbicas de ajuste de clase 2, a partir de 15 nodos equidistantes, para valores del parámetro de suavizado. $\Sigma=10^{-3}$ (arriba), $\Sigma=10^{-7}$ (abajo)

II.8.5 Las funciones B-splines

Se presenta a continuación la definición y propiedades de una base del espacio de funciones splines de grado k y clase $k-1$ muy usada en las aplicaciones: la base de funciones B-splines.

La teoría de las funciones B-splines en la forma en la que a continuación será presentada, ha sido desarrollada entre otros por de Boor (1978), Schumaker (1981), Chui (1988) o Prender (1989).

Las B-splines son un tipo de funciones que se adaptan muy bien a las diversas teorías numéricas de interpolación, ajuste de datos, diseño geométrico asistido por ordenador, etc. El nombre de B-spline responde a que constituyen una base de un espacio vectorial de funciones splines.

Considérese un conjunto de nodos infinito dado

$$\dots < t_{-2} < t_{-1} < t_0 < t_1 < t_2 < \dots ,$$

verificando:

$$\lim_{i \rightarrow +\infty} t_{-1} = -\infty, \quad \lim_{i \rightarrow +\infty} t_i = +\infty.$$

Se define la i -ésima función B-spline de grado 0 como

$$B_i^0(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } t_i \leq x \leq t_{i+1} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}, \quad \forall i \in \mathbb{Z}.$$

En la figura IV.40 se muestra la gráfica de una B-spline de grado 0.

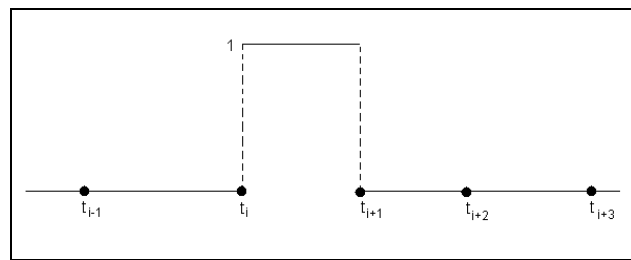


Figura II. 40: de la i -ésima función B-spline de grado 0

Entre las propiedades más importantes de las funciones B-spline de grado 0 destacan:

$$\text{i) } B_i^0(x) = 0, \quad \forall x \notin [t_i, t_{i+1}), \quad \forall i \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{ii) } B_i^0(x) > 0, \quad \forall x \in (t_i, t_{i+1}), \quad \forall i \in \mathbb{Z}$$

$$\text{iii) } \sum_{i=-\infty}^{+\infty} B_i^0(x) = 1, \quad \forall x \in \mathbb{R}.$$

Por inducción, conocida la definición de las funciones B-spline de grado $k-1$, para $k \in \mathbb{N}$, se define la i -ésima función B-spline de grado k mediante la relación de recurrencia:

$$B_i^k = \frac{x-t_i}{t_{i+k}-t_i} B_i^{k-1}(x) + \frac{t_{i+k+1}-x}{t_{i+k+1}-t_{i+1}} B_{i+1}^{k-1}(x), \quad k \geq 1$$

Generalizando las propiedades dadas para las funciones B-spline de grado 0, se tienen las siguientes para las funciones B-spline de grado k :

- i) $B_i^k(x) = 0, \quad \forall x \notin [t_i, t_{i+k+1}), \quad \forall i \in \mathbb{N}.$
- ii) $B_i^k(x) > 0, \quad \forall x \in (t_i, t_{i+k+1}), \quad \forall i \in \mathbb{N}$
- iii) $\sum_{i=-\infty}^{+\infty} B_i^k(x) = 1, \quad \forall x \in \mathbb{R}.$
- iv) Para $k \geq 1$, B_i^k es una función spline de grado k y clase $k-1$ sobre $\mathbb{R}.$
- v) El conjunto de B-splines $B_i^k, B_{i+1}^k, \dots, B_{i+k}^k$ es linealmente independiente en $(t_{i+k}, t_{i+k+1}),$

Notas

- 1) Si los nodos son equidistantes (B-splines uniformes) la relación de recurrencia se expresa más sencilla denotando por $h = t_i - t_{i-1}$, para todo $i \in \mathbb{N}$, la distancia entre nodos.
- 2) Si $t_i = i$, para todo $i \in \mathbb{N}$, entonces se suelen denominar funciones B-splines cardinales y hay referencias dedicadas exclusivamente a ellas como Shoenberg, I. J., 1973. Se suele denotar $H_k = B_0^{k-1}$, $k \geq 0$, al B-spline cardinal de grado k y clase $k-1$ y es nulo fuera de su soporte, el intervalo $[0, k]$.
- 3) Generalmente se suele trabajar con las funciones B-splines de grado 2 y 3, cuyas gráficas se muestran en las figuras II.41 y II.42

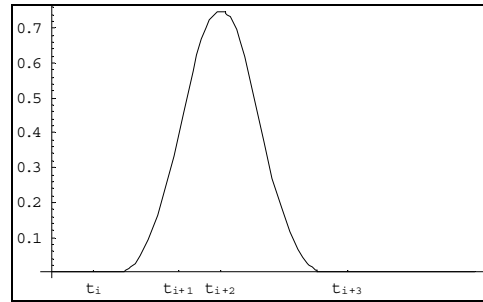


Figura II. 41: Gráfica de una función B-spline cuadrática de clase 1

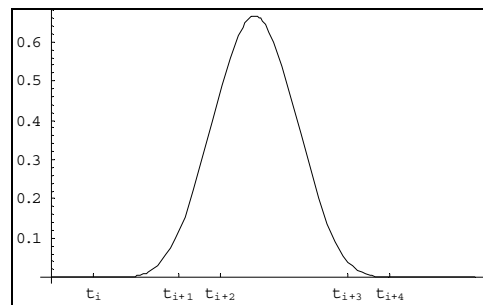


Figura II. 42: Gráfica de una función B-spline cúbica de clase 2

II.8.6 Empleo de las representaciones splines en generalización

Sorprende la escasez de casos de generalización cartográfica de líneas en los que se ha usado una representación paramétrica de las mismas (Affholder, 1993; Saux, 1999, 2003 y Guilbert, 2006), frente a la profusión hallada en los ámbitos del CAD. Las razones de esta laguna se pueden encontrar en el coste de la programación requerida para su implementación y posterior manejo en los sistemas informáticos, frente a los beneficios, que según cada investigación, se podrían obtener. Sin embargo en los sistemas CAD la rentabilidad era inmediata pues se trataba de la herramienta fundamental para la creación de los diseños industriales que posteriormente se producían.

En generalización se han ensayado distintos modelos, quizás los más importantes basados en B-splines debido a su propiedad fundamental para cartografía: permiten un control local, de forma que la modificación de un

punto de control sólo afectará a un reducido número de puntos de su entorno y no al global de la línea.

II.8.6.1. Reducción de datos

En este apartado se presentan dos modelos de reducción de datos basados en representaciones paramétricas que corresponden a Saux y Daniel (1999), el primero, y a Guilbert (2006) el segundo.

El estudio de **Saux y Daniel** (1999) sobre reducción de datos de una línea mediante su representación paramétrica, estaba orientado a la aplicación sobre líneas isobatimétricas. Aunque posteriormente se observaron algunas propiedades de suavizado que hacía el método adecuado para generalización cartográfica.

El modelo mediante el que se representaba la poligonal inicialmente es el mismo que el explicado en el apartado II.8.3 de mínimos cuadrados:

$$\frac{\partial}{\partial \alpha_i} J(\alpha_1, \dots, \alpha_{n+3}) = \sum_{j=1}^k 2 \left(\sum_{l=1}^{n+3} \alpha_l B_l(t_j) - P_j \right) B_i(t_j) = 0, \quad i=1, \dots, n+3.$$

Además de éste, ensayan una variante en la que para obtener los puntos de control α_i , los t_j son calculados según el método de Hoschek, 1988 que produce mediante iteraciones sucesivas un valor óptimo de dichos parámetros en el sentido de que la separación entre el spline de ajuste y la poligonal original es el menor posible.

Puesto que el algoritmo de ajuste mínimo cuadrático obtiene puntos de control α_i , se pueden comparar con el número de puntos de la poligonal original y deducir el % en la reducción de datos (puntos originales y puntos de control).

Para detener el algoritmo de reducción de datos se necesita una tolerancia para los errores cometidos, que establecen en 0.2 mm (el límite de percepción visual). Por otro lado la herramienta utilizada para medir ese error tras el ajuste es la distancia *Hausdorff*. Se calcula la distancia *Hausdorff* entre cada segmento de poligonal y su segmento homólogo de spline, tomando como error el máximo de las distancias *Hausdorff* medidas.

El algoritmo de reducción se resume en los siguientes pasos:

1. Ajuste mínimo cuadrático con número de puntos de control α_i igual o mayor al número de puntos de la poligonal original P_j .
2. Si el error menor que la tolerancia se repite el paso 1 pero reduciendo el número de α_i a la mitad. En caso contrario el algoritmo se queda con los puntos de control de la iteración anterior.

Los valores de reducción de las dos variantes de este algoritmo con respecto al de Douglas-Peucker se muestran en la tabla II.7

Tabla II. 7: Comparación en la reducción de datos entre representaciones B-spline y Douglas-Peucker

Método	Algoritmo	Reducción
Poligonal	Douglas-Peucker	68%
B-spline	Mínimos Cuadrados Tradicional	49%
	Mínimos Cuadrados Variante de Hoschek	61%

El coste computacional de ambos métodos favorece, como es de suponer, al poligonal. En la tabla II.8 se muestran los valores, habiendo separado las medidas hechas sobre dos conjuntos de líneas (complejas y no complejas). Esta tabla habría que observarla desde el punto de vista de las proporciones que se puedan establecer entre los valores de tiempo de cálculo. Ya que con las computadoras actuales el tiempo empleado será menor.

Tabla II. 8: Coste computacional según metodología y tipo de línea en la reducción de datos

Método	Algoritmo	Líneas No Complejas	Líneas Complejas
Poligonal	Douglas-Peucker	0.4"	6"
B-spline	Mínimos Cuadrados Tradicional	1'52"	6'2"
	Mínimos Cuadrados Variante de Hoschek	9'33"	17'25"

La principal conclusión de este método de reducción de datos es que los valores de compresión son similares a los métodos basados en representación poligonal, con la ventaja de mantener un aspecto suave de la curva (adecuado a los fines de la generalización); incluso tras el proceso de ampliación de la línea, mediante zoom, para su visualización detallada. La figura II.43 muestra cómo Douglas-Peucker produce picos mientras la representación B-spline mantiene un aspecto suave para el mismo valor de tolerancia.



Figura II. 43: Compresión datos originales (izquierda) mediante Douglas-Peucker (centro) y representación B-spline (derecha)

Una de las propiedades inherentes a la representación spline de una poligonal es el suavizado que produce en los datos, que como se sabe, es uno de los operadores fundamentales en generalización cartográfica. Esta propiedad se explotará en esta tesis mediante la calibración de un parámetro de suavizado en la construcción del spline.

Guilbert (2006), presenta un modelo *snake* fundado en una construcción B-spline para generalizar curvas de nivel batimétricas. El modelo *snake* (Kass et al., 1987) busca alcanzar el estado de equilibrio de la línea a generalizar, hecho que se consigue cuando su energía global es mínima. La expresión de la energía global es:

$$E_{snake} = \int_a^b E_{int}(f(t)) + E_{ext}(f(t)) dt$$

donde E_{int} y E_{ext} son las energías internas y externas respectivamente, cuyas expresiones son:

$$E_{int} = \frac{1}{2} \left(\alpha(t) |f'(t)|^2 + \beta(s) |\kappa(t)|^2 \right)$$

$$E_{ext}(f(\zeta_j)) = \begin{cases} \frac{\min_{0 \leq i \leq n} (\|f(\zeta_j) - f_{init}(\zeta_i)\|)}{\varepsilon_{vis}^2} & \text{si } f(\zeta_j) \text{ se encuentra en el lado incorrecto} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Siendo α y β valores introducidos por el usuario, $f(t)$ el B-spline ajustado, $f(\zeta_j)$ el punto más cercano del spline ajustado a la poligonal original $f_{init}(\zeta_i)$. Y ε_{vis}^2 la distancia mínima de percepción visual al cuadrado.

El significado de la energía externa es que obliga a que en ningún caso el suavizado provoque un desplazamiento (superior al del límite de percepción visual) de la línea batimétrica hacia zonas menos profundas. Ya que podría tener consecuencias de encallamiento de las embarcaciones que usen las cartas náuticas.

Según el autor, considera que un suavizado es adecuado cuando el cociente entre la energía de la poligonal inicial y la de la función ajustada es igual al cociente entre las escalas de la línea original y generalizada. El argumento expuesto para tal elección es la observación experimental, aunque admite que tal medida necesita una revisión. Esta medida equivale a poseer un criterio de convergencia y parada del algoritmo de generalización. Sin especificar el método de validación, se asegura que distintos operarios de producción cartográfica han calificado de adecuados los resultados del suavizado generalizador.

II.8.6.2 Funciones de tránsito en el proceso de generalización

Los casos que a continuación se comentan no dan como resultado operaciones de generalización, pero son pasos, (funciones), intermedios necesarios para alcanzar resultados de generalización.

El primero de ellos consiste en utilizar los puntos de control (α_i), una vez conseguido el B-spline ajustado ($S(t) = \sum_{i=1}^{n+3} \alpha_i B_i(t)$), como coeficientes iniciales en el proceso de descomposición wavelet (Saux, 2003). Para comprender el funcionamiento de esta metodología véase el apartado II.9.5 de esta tesis.

La otra aplicación inmediata del conocimiento de la representación B-spline, que puede ser un paso intermedio para la generalización, consiste en conocer el valor de la curvatura en todo su recorrido. La ausencia de generalización de líneas a partir de la curvatura extraída de representaciones B-spline se debe, fundamentalmente, a la complejidad del manejo de la función curvatura si se quiere utilizar ésta para reconstruir su curva generadora. Ejemplos de reconstrucción de curvas a partir de su curvatura se pueden encontrar en Fritsch (1997) y García (2000b y 2006); no obstante, tal curvatura es considerada constante en sendos casos a lo largo de varios puntos componentes de la poligonal, es decir, la reconstrucción es inmediata pues se trata de una circunferencia.

En esta tesis se extraerá la curvatura de un ajuste B-spline para aplicar descomposición y reconstrucción wavelet y, posteriormente, reconstruir una curva a partir de la curvatura generalizada. Lo que equivale a dar un paso más en el filtrado frecuencial con respecto al método del apartado II.6.2.4.2.

II.9 ANÁLISIS Y SÍNTESIS WAVELET

Como se ha visto en el apartado II.6.2.4.2 son pocos los trabajos que usan la tecnología wavelet² para obtener generalización cartográfica de líneas. Entre los primeros conocidos se encuentran los de Fritsch (1997) que se dirige a carreteras, Saux (2003) que se centra en una línea de costa sobre la que aplica las B-spline wavelets, y García (2006) que analiza en profundidad las posibilidades de la wavelet de Haar sobre las carreteras, orientada a segmentación.

En todos estos trabajos subyace el concepto de filtrado en el dominio de la frecuencia, que como se sabe tiene sus orígenes en las series y transformada de Fourier (TF). Por ello en los siguientes subapartados se hace un recorrido que explica el problema de que adolece la TF al no poder representar simultáneamente un análisis tiempo-frecuencia de la señal objeto de estudio. A continuación se ve la transformada de Gabor Fourier como alternativa a dicha representación tiempo-frecuencia que no termina de resolver el problema. Todo ello lleva a encontrar la solución de tal representación mediante la transformada wavelet que consigue una expresión *adaptativa*. A lo largo de esta exposición se seguirá el planteamiento de Moncayo (2006).

En generalización cartográfica, de las funciones wavelet, interesa fundamentalmente su capacidad para retener los detalles de una determinada función. Gracias a esta capacidad una función (por ejemplo una carretera) puede descomponerse en *aproximantes* y *detalles* y además, a distintos *niveles de resolución* los cuales se pueden poner en correspondencia con las distintas escalas de representación de un mapa. Por esta razón se expone el fundamento del *análisis multirresolución* mediante wavelet que permitirá pasar de unas escalas a otras gracias a la descomposición de la señal (p.e. una carretera).

² El término equivalente castellanizado se suele encontrar escrito como ondícula. P.e. en Moncayo (2006).

Finalmente se explican algunas de las propiedades interesantes que, en mayor o menor grado, han de poseer las funciones wavelet, con el fin de que obtener *análisis multirresolución* adecuados a los fines de procesamiento de la señal (p.e. generalización cartográfica).

II.9.1 La Transformada de Fourier y sus limitaciones

En el tratamiento de señales y el procesamiento de imágenes, los investigadores encuentran de manera cotidiana problemas de falta de nitidez, dificultad para segmentar y comprimir, pérdidas de información, etc.

Para la correcta implementación de algunos fenómenos son necesarios operadores lineales e invariantes en tiempo, es decir, operadores L tales que si la señal de entrada $f(t)$ se retrasa un instante $\tau > 0$, la señal que el operador devuelve $L[f(t)]$, también conserva el mismo retraso:

$$L[f(t-\tau)] = L[f](t-\tau)$$

Al operador L se le exige, al menos, una forma débil de continuidad que garantice estabilidad numérica. Si f es continua y $\delta_u(t)$ representa la delta de Dirac centrada en $t = u$, entonces

$$f(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(u) \delta_u(t) du$$

Si se expresa $h(t) = L[\delta](t)$, y se tienen en cuenta la linealidad, continuidad e invarianza del operador, resulta

$$\begin{aligned} L[f](t) &= \int_{-\infty}^{+\infty} f(u) L[\delta_u](t) du \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} f(u) h(t-u) du = \int_{-\infty}^{+\infty} h(u) f(t-u) du \end{aligned}$$

Si $f(t) = e^{iwt}$ entonces:

$$L[e^{iwt}] = \int_{-\infty}^{+\infty} h(u) e^{i w(u)} du = \int_{-\infty}^{+\infty} h(u) e^{-i w u} du$$

El autovalor

$$\hat{h}(w) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(u) e^{-i w u} du$$

es, por definición, la TF de h a frecuencia w . Además, del análisis previo se concluye que las funciones e^{iwt} son autovectores de los operadores invariantes en tiempo. Con idea de calcular de un modo sencillo y sistemático $L[f]$, para ciertas funciones f , resulta natural buscar fórmulas que expresen las funciones de entrada en términos del conjunto de autovectores hallados. Para $f \in L^1(\mathbb{R})$, se define su transformada de Fourier mediante la siguiente expresión:

$$\hat{f}(w) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-i w t} dt$$

La hipótesis $f \in L^1(\mathbb{R})$ hace que la integral sea convergente, que la TF sea acotada y que además dependa continuamente de w .

Si $\hat{f}$ es también integrable, entonces

(0.2)

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{f}(w) e^{i w t} dw$$

La expresión anterior se conoce como TF inversa. De este modo, se obtiene fácilmente

$$L[f](t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{h}(w) \hat{f}(w) e^{i w t} dw$$

Si se tiene presente que la operación producto escalar $\langle f, g \rangle$, se interpreta físicamente como una medida de similitud entre f y g , la TF indica cómo es f a frecuencia w . Sin embargo, de la propia definición se deduce que disponer de tal información (local en w), pasa por utilizar una información global en tiempo. A continuación se dan algunos ejemplos significativos.

Ejemplo	Función	Transformada de Fourier (salvo constante)
I	$\delta_u(t)$	$e^{-i\omega u}$
II	$\text{sinc}(t)$	$\chi[-\pi, \pi](\omega)$ (función indicador)
III	e^{-t^2}	$e^{-(\omega/2)^2}$
IV	$e^{i\omega t}$	$\delta_u(\omega)$

En el primer caso, la función está muy localizada en tiempo y, sin embargo, su transformada está definida para todo $\omega \in \mathbb{R}$, es decir, no está localizada en frecuencias. Se trata de un ejemplo extremo. Con respecto a la función $\text{sinc}(t)$, se observa que su TF es precisamente la función que vale 0 para frecuencias mayores que π y 1 en caso contrario. El ejemplo III muestra que la TF de la función gaussiana vuelve a ser una función gaussiana. El ejemplo IV también representa un caso extremo. Se trata de una señal sinusoidal, definida en todo $\mathbb{R}$ y de frecuencia ω . Para calibrar esta frecuencia tiene perfecto sentido recurrir a la TF, pues la frecuencia ω se identifica como su máximo. Desafortunadamente, esta representación resulta inefectiva, si la situación es ligeramente más complicada. Si se sustituye $e^{i\omega t}$ por la función

$$f(t) = \begin{cases} e^{iu_1 t} & t \in [0, 1/2] \\ e^{iu_2 t} & t \in [1/2, 1] \end{cases}$$

entonces la TF detecta dos máximos en las frecuencias u_1 y u_2 , pero la información sobre los intervalos de tiempo en los que ocurren no se obtienen de forma explícita.

Este sencillo planteamiento muestra que la clásica TF no se adapta bien al problema de estudiar señales cuyas frecuencias varían fuertemente en tiempo (o espacio). Como ejemplo pueden citarse determinadas señales de radar, señales del habla, índices económicos, etc (Moncayo, 2006). Puesto que las carreteras ofrecerán fuertes variaciones a lo largo de su recorrido, es de esperar que la TF no sea un buen método de generalización. De hecho Plazanet (1995), ya advirtió problemas de resistencia a suavizado de determinadas frecuencias, así como interferencias en los bordes.

En todos estos casos una representación en tiempo o en frecuencias por separado, no resulta adecuada y sí es relevante realizar un análisis conjunto en las dos variables. Se debe mencionar aquí que debido a que la TF relaciona las representaciones de una señal en tiempo y en frecuencia, el comportamiento de la misma en el dominio temporal y en el dominio de frecuencias no son independientes. Tal y como muestran los ejemplos I y IV, parece existir un cierto equilibrio entre la localización en tiempo y en frecuencias. En efecto, si se pretende reducir la deslocalización temporal de f , se puede escalar la función por $a < 1$,

$$f_a(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} f\left(\frac{t}{a}\right)$$

El factor $1/\sqrt{a}$ hace que $\|f_a\| = \|f\|$. Al tomar TF resulta

$$\mathcal{F}_a(w) = \sqrt{a} \mathcal{F}(aw)$$

En particular, la transformada aparece dilatada por $1/a$. Es decir, en cuanto a la localización de frecuencias se pierde lo mismo que se gana en la localización en tiempo. En otras palabras, no es posible hacer simultáneamente pequeñas ambas localizaciones. Esta idea se formaliza en el Principio de Incertidumbre. Para establecer el enunciado, se necesitan dar algunas definiciones. Es fácil comprobar, que la energía que contiene una señal $E = \|f\|^2$ verifica

$$E = \frac{1}{2\pi} \|\mathcal{F}\|^2$$

Por tanto, las funciones normalizadas $|f(t)|^2/E$ y $|\mathcal{F}(w)|^2/(2\pi E)$ pueden considerarse densidades de energía en los dominios temporal y de frecuencia, respectivamente. Se pueden, de este modo, calcular las correspondientes medias en cada una de las variables, es decir

$$\mu_t = \int_{-\infty}^{+\infty} t |f(t)|^2 dt \quad y \quad \mu_w = \frac{1}{2\pi E} \int_{-\infty}^{+\infty} w |\mathcal{F}(w)|^2 dw$$

y las correspondientes varianzas (como medidas de la dispersión de energía en cada variable),

$$\sigma_t^2 = \frac{1}{E} \int_{-\infty}^{+\infty} (t - \mu_t)^2 |f(t)|^2 dt$$

$$\sigma_w^2 = \frac{1}{2\pi E} \int_{-\infty}^{+\infty} (w - \mu_w)^2 |f(w)|^2 dw$$

A continuación se precisa el Principio de Incertidumbre

Teorema Las varianzas temporales y de frecuencias de $f \in L^2(\mathbb{R})$ satisfacen

$$\sigma_t^2 \sigma_w^2 \geq \frac{1}{4}$$

La igualdad se alcanza única y exclusivamente si $f(t)$ es una función gaussiana, es decir, si existen dos constantes A y α tales que

$$f(t) = Ae^{\alpha t^2}$$

II.9.2 La Transformada Gabor-Fourier

Una forma adecuada de obtener la información conjunta de una función f (señal), es calcular la integral que define a la TF de forma que esté localizada en torno a un instante. Para ello se introduce una función $g(t)$, real, regular y simétrica y nula fuera del intervalo temporal $[-1, 1]$.

$$F_g(w_0, t_0) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)g(t-t_0)e^{-iw_0t} dt$$

Esta transformada proporciona información en un entorno de t_0 a frecuencia w_0 . Aunque presenta las dos variables simultáneamente, no es lo suficientemente flexible para determinados análisis ya que los coeficientes doblemente indexados $F_g(w_0, t_0)$, dependen de los valores de f sobre el intervalo temporal $[t_0 - 1, t_0 + 1]$ que tiene longitud constante con independencia de la frecuencia. Así si la señal presenta cambios bruscos en tiempo y frecuencia, la información relativa a localización conjunta que

proporcionan los coeficientes, se mantiene invariante sobre todo el plano tiempo-frecuencia, y por tanto es poco adecuado el uso de la TF o Gabor-Fourier. La figura II.44 muestra cómo la TF de la señal *freqbrk*³ distingue las dos frecuencias diferentes pero no es capaz de discernir el momento en que se produce la rotura de frecuencias

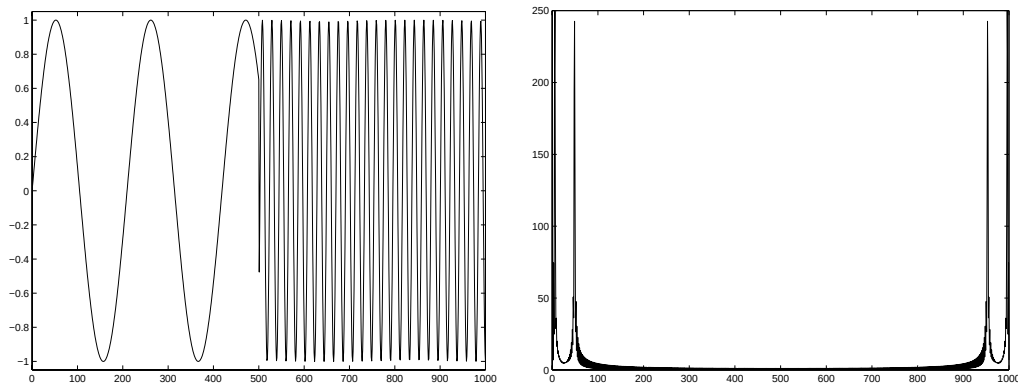


Figura II. 44: Izda.: Señal *freqbrk* MATLAB. Dcha.: Transformada de Fourier (abcisas: frecuencia, ordenadas: amplitud)

II.9.3 La Transformada Wavelet Continua

El análisis wavelet efectúa una representación tiempo-frecuencia conjunta (al igual que la Transformada Gabor-Fourier*) pero buscando la mejor adaptación entre ambas variables desde el punto de vista del *principio de incertidumbre*. De forma que será el análisis más adecuado para el estudio de señales de poca duración pero con frecuencias altas (Goswani, 1999), o aquellas en las que se produce un cambio progresivo de la frecuencia con el tiempo como es el caso de la señal *Chirp*⁴ Figura II.45.

³ Función muy utilizada en el ámbito de teoría de la señal (ver figura II.44) y cuyo nombre es el acrónimo procedente de las palabras inglesas *frequency* y *break*.

⁴ Función propia del campo de la teoría de la señal que se caracteriza por ir incrementando su frecuencia con el tiempo.

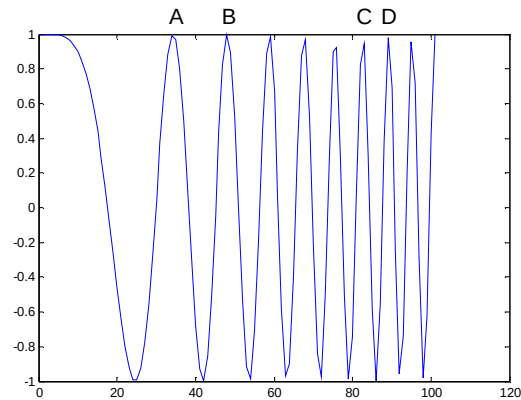


Figura II. 45: Señal Chirp en la que aumenta la frecuencia cuando aumenta la variable tiempo

Si en la señal *chirp* se establece una ventana $\chi(t)$ tal que $\otimes$ de anchura AB (ver figura II.45) la resolución de la baja frecuencia efectuada por la Transformada de Gabor-Fourier será buena mientras que la resolución de la alta frecuencia será peor. Resultados inversos se obtendrán si la ventana se coge con $\otimes$ de anchura CD (ver figura II.45).

El objetivo será encontrar un método que ofrezca una buena resolución tiempo-frecuencia independientemente de la localización en el plano $t-w$. Es decir se busca una *función ventana* cuyo radio aumente en tiempo (implica reducción frecuencial) mientras se resuelven los contenidos de bajas frecuencias, y disminuya en tiempo (aumente en frecuencia) cuando la señal presente alta frecuencia.

Este objetivo se consigue mediante el desarrollo de las funciones wavelet u ondículas denotadas por $\psi(t)$. Las wavelets presentan localización en los dos dominios que se quieren analizar. Se le exige $\psi \in L^2(R)$ y que esté localizada en $t = 0$. Esto se consigue haciendo que su media sea nula

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) dt = 0$$

Además las wavelets se construyen de tal forma que tengan un orden alto de momentos nulos. Se dice que el orden de momentos nulos de una wavelet es de m si

$$\int_{-\infty}^{\infty} t^p \psi(t) dt = 0, \quad p = 0, \dots, m-1 \quad (\text{Ec.II.9.3.1})$$

Si $b \in \mathbb{R}$ entonces $\psi(t-b)$ está centrada en torno a $t = b$. Si se asume que ψ presenta cierta localización en torno a la frecuencia w_0 , entonces el centro de frecuencias de

$$\psi_{a,b}(t) = \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (\text{Ec.II.9.3.2})$$

es w_0/a y las varianzas temporal y de frecuencia son respectivamente $a^2 \sigma_t^2$ y σ_w^2 / a^2 .

De aquí el producto escalar $\langle f, \psi_{a,b} \rangle$ refleja el comportamiento de f en instantes cercanos a b y frecuencias en torno a w_0/a . Por ello se asocia la definición de Transformada Wavelet de f al producto escalar, teniendo por expresión:

$$W(f)(a,b) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt$$

Siendo rigurosos, lo que realmente analiza la Transformada Wavelet no es el plano tiempo-frecuencia, sino el plano tiempo-escala, aunque su estudio será muy similar. Si en (Ec.II.9.3.2) se reduce a entonces el soporte de $\psi_{a,b}$ también se reduce en tiempo y por tanto cubrirá una mayor frecuencia, de aquí que $1/a$ sea una medida de la frecuencia (Goswami y Chan, 1999). De aquí y el centrado entorno a b se extraen las denominaciones de *parámetros de traslación y dilatación* para los parámetros a y b respectivamente. Por otra parte de (Ec.II.9.3.1) se puede demostrar que todas las wavelets deben oscilar tomando el aspecto de pequeñas ondas y de ahí su nombre de ondículas o wavelets.

La analogía entre Transformada de Gabor-Fourier y la Transformada Wavelet es evidente a la vista de su respectiva formulación. Sin embargo existe una diferencia importante. Si ψ al igual que la función g presente en

Gabor-Fourier, es cero fuera de un intervalo de tiempo $[-|a|, |a|]$, entonces los valores de los coeficientes wavelet $\langle f, \psi_{a,b} \rangle$ dependen de los valores de f sobre $[b - |a|, b + |a|]$, de longitud $2|a|$ y, por tanto, depende también de la escala a . En esta diferencia con Gabor-Fourier radica la fuerza del análisis wavelet, ya que permite un análisis conjunto tiempo-frecuencia *adaptativo*. Por otra parte, la fórmula que expresa f en función de la transformada wavelet Continua corresponde a la Transformada Inversa y es la siguiente:

$$f(t) = \frac{1}{C_\psi} \frac{1}{a^2} \int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} W(f)(a,b) \frac{1}{\sqrt{|a|}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) da db$$

$$\text{donde} \quad C_\psi = \int_0^{+\infty} \frac{|\hat{\psi}(w)|^2}{w} dw < +\infty$$

II.9.4 La Transformada Wavelet Discreta

Los parámetros a y b de la transformada wavelet continua toman valores sobre toda la recta real, mientras que la discreta muestreará dicha recta en tales parámetros. La transformada wavelet continua es redundante, puesto que se representa una señal unidimensional mediante dos dimensiones. Hecho que se puede reducir mediante el muestreo.

En la discretización wavelet, se pasa de un sistema $\{\psi_{a,b}(x); a, b \in \mathbb{R}, a \neq 0\}$ a otro del tipo $\{\psi_{j,k}(x); j, k \in \mathbb{Z}\}$.

Por razones de eficacia computacional los factores de escala se eligen como potencias de 2, siendo práctica habitual el tomar los valores de $a=2^{-j}$, $b=2^{-j}k$; De esta manera la expresión de la wavelet queda como sigue:

$$\psi_{j,k}(t) = 2^{j/2} \psi\left(\frac{t - 2^{-j}k}{2^{-j}}\right) = 2^{j/2} \psi(2^j t - k)$$

Si la función wavelet verificaba $\|\psi\| = 1$, entonces la existencia del factor $2^{j/2}$ provocará que también $\|\psi_{j,k}\| = 1$. En aplicaciones que tratan con descomposición y reconstrucción de señales es muy conveniente tener sistemas ortonormales y completos en $L^2(\mathbb{R})$. Y ese será precisamente uno de los campos en que se centre gran parte de esta tesis.

Una de las mayores dificultades que se presenta en el análisis wavelet consiste en encontrar una función ψ que cumpla las características mencionadas.

La representación de $f \in L^2(\mathbb{R})$ será:

$$f = \sum_{j \in \mathbb{Z}} \sum_{k \in \mathbb{Z}} \langle f, \psi_{j,k} \rangle \psi_{j,k}$$

con valores de coeficientes $\langle f, \psi_{j,k} \rangle = 2^{j/2} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi(2^j t - k) dt$.

II.9.5 Análisis Multirresolución

La estructura del análisis multirresolución introducida por Mallat (1989) y Meyer (1992) consiste en una sucesión de subespacios *anidados* y cerrados, denotados mediante $\{V_j\}_{j \in \mathbb{Z}}$, de modo que:

1. Se verifica la siguiente cadena de inclusiones⁵:

$$\cdots \subset V_{-2} \subset V_{-1} \subset V_0 \subset V_1 \subset V_2 \subset \cdots \subset L^2(\mathbb{R})$$

2. Existe una función φ tal que $\{\varphi(\cdot - n); n \in \mathbb{Z}\}$ es una base ortonormal de V_0 .

⁵ La cadena de inclusiones en 1 puede entenderse como la representación matemática del incremento de la resolución o aproximación. Matemáticamente la cantidad de resolución se corresponde a la cantidad de elementos que tienen una base de funciones. Una resolución "alta" representa una aproximación en un espacio con "muchas" funciones en la base. A mayor resolución, mejor aproximación.

3. $f \in V_j \Leftrightarrow f(2^{-j} \cdot) \in V_0$
4. $\overline{\bigcup_j V_j} = L^2(\square), \bigcap_{j \in \mathbb{Z}} V_j = \{0\}$

Una propiedad importante de la función φ , denominada de *escala*, es la *relación a dos escalas*, y que se formula en términos de una sucesión $(h_n) \in l^2(\mathbb{Z})$, de la siguiente forma:

$$\varphi(t) = \sqrt{2} \sum_{n \in \mathbb{Z}} h_n \varphi(2t - n)$$

(Ec.II.9.5.1)

La función de escala se utiliza para construir una función asociada ψ que, a posteriori, resulta ser una función wavelet. Esta función debe calcularse de manera que $\{\psi(t-n)\}$ sea una base ortonormal del espacio W_0 , el complemento ortogonal de V_0 en V_1 . Entonces $V_0 \oplus W_0 = V_1$. Por lo tanto, en el caso en el que sea posible encontrar ψ , el sistema

$$\{\psi_{j,k}(x) = 2^{j/2} \psi(2^j x - k); k \in \mathbb{Z}\}$$

define una base ortonormal de W_j , el complemento ortogonal de V_j en V_{j+1} y $\{\psi_{j,k}(x)\}_{j,k \in \mathbb{Z}}$ es una base ortonormal de $L^2(\square)$. Los espacios W_j son llamados espacios wavelet o espacios de *detalle* porque en ellos se registra la diferencia entre dos aproximaciones consecutivas. Es decir,

$$V_j \oplus W_j = V_{j+1}$$

(Ec.II.9.5.2)

o equivalentemente $W_j = V_{j+1} \ominus V_j$. Una relación entre las función escala y las función wavelet viene dada por

$$\varphi(t) = \sqrt{2} \sum_n g_n \varphi(2t - n), \text{ donde } g_n = (-1)^{1-n} h_{1-n} \quad (\text{Ec.II.9.5.3})$$

Existen diversos métodos para resolver (Ec.II.9.5.1). Cada uno de ellos conduce a distintas construcciones de funciones de escala y, en

consecuencia, de funciones wavelet. De este modo, no sólo se obtienen las funciones wavelet *prototipo* de Haar y de Shannon, sino que se obtienen otras muchas (Meyer, Daubechies, *Coiflets*, *Symmlets*, etc.), y en general carecen de definición analítica (Nievergelt, 1999). La figura II.46 muestra, las funciones de escala y wavelet correspondientes a la familia de Meyer. Se han calculado mediante un procedimiento iterativo sobre la relación a dos escalas (Ec.II.9.5.1). Un estudio completo y detallado de estas construcciones, nada triviales, puede encontrarse, por ejemplo, en (Daubechies, 1992, Mallat, 1989 y Meyer, 1992).

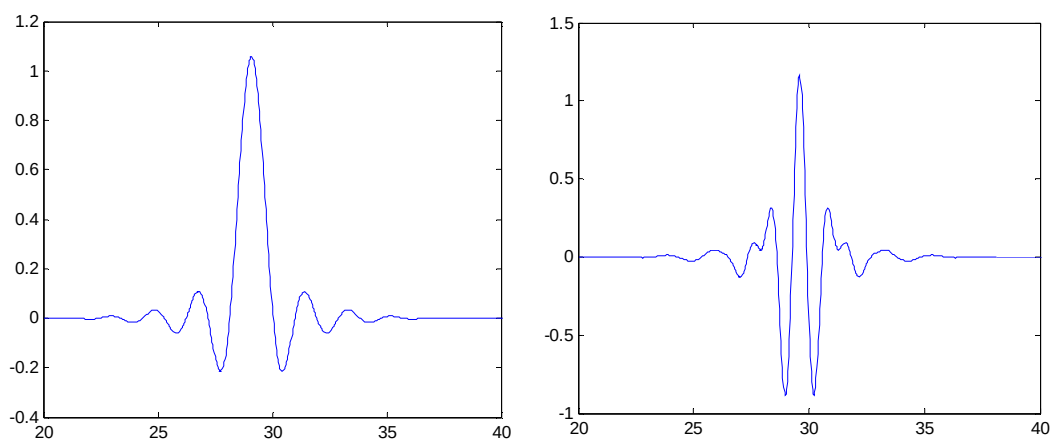


Figura II. 46: Funciones de escala (izqda.) y wavelet (dcha.) de la familia Meyer. Calculada mediante proceso iterativo.

La construcción o *diseño* de wavelets se realiza atendiendo al problema que se pretende abordar. A veces resulta adecuado que posean un elevado número de momentos nulos o que tengan soporte pequeño, que interpolen, que generen sistemas ortogonales o que posean, por el contrario, cierto grado de redundancia, etc (Moncayo, 2006). Características, todas ellas, que se explican en el apartado II.9.6 *características constructivas de las wavelets*.

II.9.5.1 Coeficientes de aproximación y de detalle

Se consideran las proyecciones ortogonales,

$$P_j : L^2 \mapsto V_j$$

$$Q_j : L^2 \mapsto W_j$$

y $\{\varphi_{j,k}; k \in \square\}$, $\{\psi_{j,k}; k \in \square\}$ bases ortonormales para V_j y W_j , respectivamente. Entonces, se tiene

$$\begin{aligned} P_{j+1}f &= P_j f + Q_j f \\ &= \sum_{k \in \square} \langle f, \varphi_{j,k} \rangle \varphi_{j,k} + \sum_{k \in \square} \langle f, \psi_{j,k} \rangle \psi_{j,k} \\ &= \sum_{k \in \square} a_k^j \varphi_{j,k} + \sum_{k \in \square} d_k^j \psi_{j,k} \end{aligned}$$

(Ec.II.9.5.1.1)

Los coeficientes a_k^j se denominan coeficientes de *aproximación* y, los coeficientes d_k^j reciben el nombre de coeficientes de *detalle*. La proyección $P_j f$ proporciona una aproximación de f a escala 2^j . La proyección ortogonal de f sobre W_j muestra *detalles* de f que aparecen a escala 2^{j+1} y no a escala 2^j . Por (Ec.II.9.5.2) existe una relación entre los coeficientes de aproximación y los de detalle. De hecho, existe un algoritmo que permite calcular a_k^{j+1} a partir de $\{a_k^j, d_k^j\}$ (proceso de reconstrucción) y recíprocamente (proceso de descomposición). También resulta habitual describirlos de la siguiente forma: Si se realizan las descomposiciones sucesivas

$$a_k^{j+1} \rightarrow \{a_k^j, d_k^j\} \rightarrow \{a_k^j, d_k^{j-1}, d_k^{j-2}\} \rightarrow \dots \rightarrow \{a_k^j, d_k^{j-1}, d_k^{j-2}, \dots, d_k^{dmax}\},$$

donde $dmax$ representa el nivel máximo de descomposición, y se denomina M a la transformación

$$a_k^{j+1} \xrightarrow{M} \{a_k^j, d_k^{j-1}, d_k^{j-2}, \dots, d_k^{dmax}\},$$

En la figura II.47 se representa el árbol de descomposición de una señal original $\mathbf{S}$ que equivale a la aproximación $\mathbf{a}^0$ y donde cada $\mathbf{a}^j$ y $\mathbf{d}^j$ representan vectores de distinta longitud, menor cuanto menor es el superíndice j .

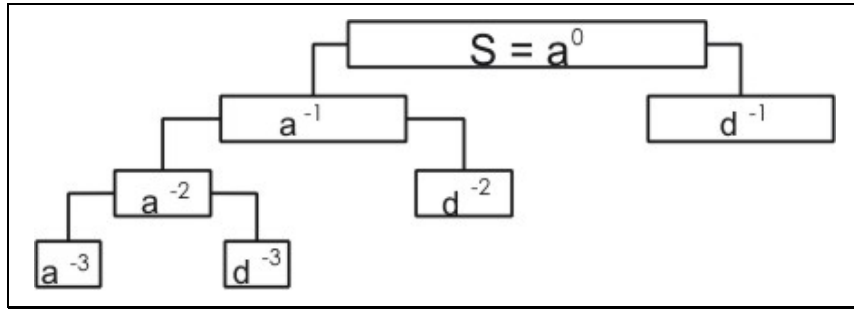


Figura II. 47: Esquema de descomposición wavelet en aproximantes (a^j) y detalles (d^j) de una señal S

Si M representa el proceso de descomposición entonces M^{-1} representa al proceso de reconstrucción. Habitualmente M se denomina transformada multirresolución. El algoritmo que implementa M y M^{-1} se describe en términos de convoluciones directas en los filtros de h y g de (Ec.II.9.5.2) y (Ec.II.9.5.3). El algoritmo se conoce con el nombre de algoritmo de Mallat (1989):

En este algoritmo se procede de la siguiente forma: los coeficientes de aproximación (a_k^{j-1}) y detalle (d_k^{j-1}) se calculan de la siguiente forma:

En la descomposición

$$a_k^{j-1} = \sum_{n \in \mathbb{Z}} h_{n-2k} a_n^j = (a^j * \bar{h})_{2k}$$

(Ec.II.9.5.1.2)

$$d_k^{j-1} = \sum_{n \in \mathbb{Z}} g_{n-2k} a_n^j = (a^j * \bar{g})_{2k}$$

(Ec.II.9.5.1.3)

En la reconstrucción

$$a_k^j = \sum_{n \in \mathbb{Z}} h_{k-2n} a_n^{j-1} + \sum_{n \in \mathbb{Z}} g_{k-2n} d_n^{j-1}$$

(Ec.II.9.5.1.4)

$$= (a^{j-1;0} * h)_k + (d^{j-1;0} * g)_k$$

donde: a_k^{j-1} es el k -ésimo elemento de $\mathbf{a}^{j-1}$ y d_k^{j-1} es el k -ésimo elemento de $\mathbf{d}^{j-1}$,

n es la longitud del vector de coeficientes $\mathbf{a}^j$, es decir, del nivel superior

h y g son los filtros de la convolución;

$\bar{h}$ y $\bar{g}$ son los filtros h y g con el orden de los elementos invertidos.

$$a_k^{j;0} \text{ ó } d_k^{j;0} = \begin{cases} a_k^j \text{ ó } d_k^{j;0}, & \text{si } k \text{ es par} \\ 0, & \text{si } k \text{ es impar} \end{cases}$$

El subíndice $2k$ bajo el paréntesis de las convoluciones (Ec.II.9.5.1.2) y (Ec.II.9.5.1.3) indica operación de *decimación* o *remuestreo*, es decir se mantienen sólo los elementos pares producidos por la convolución.

El subíndice k en la (Ec.II.9.5.1.4) indica inserción de puntos en la reconstrucción.

La figura II.48 muestra la descomposición de la señal original $\mathbf{S}$, que filtrada por $\bar{h}$ y $\bar{g}$ da lugar a los vectores $\mathbf{F}$ y $\mathbf{G}$ respectivamente. Como $\bar{h}$ es un filtro de paso bajo retiene las bajas frecuencias originando una señal suavizada $\mathbf{G}$. Por su parte el filtro de paso alto $\bar{g}$ retiene las altas frecuencias que conforman los detalles de la señal. Finalmente, tras el remuestreo, la longitud de los vectores de coeficientes de *aproximación* y *detalle* del nivel inferior es la mitad de la longitud de la señal original.

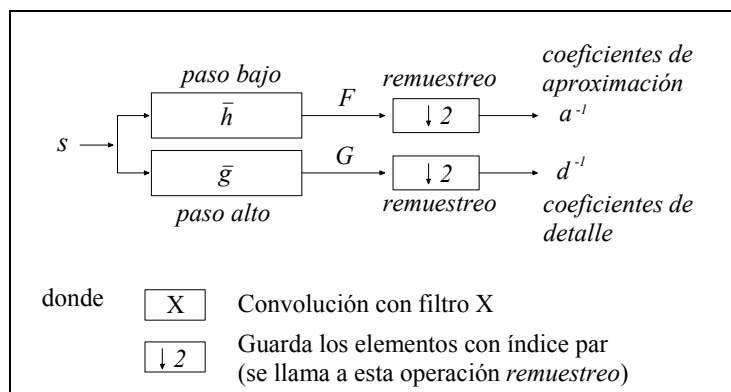


Figura II. 48: Descomposición de la señal original al siguiente nivel inferior (-1).

La figura II.49 muestra un descenso de nivel genérico en el proceso de descomposición donde los filtros $\bar{h}$ y $\bar{g}$ convolucionan con el vector de coeficientes aproximantes del nivel superior a^j para producir los aproximantes a^{j-1} y detalles d^{j-1} del nivel inferior.

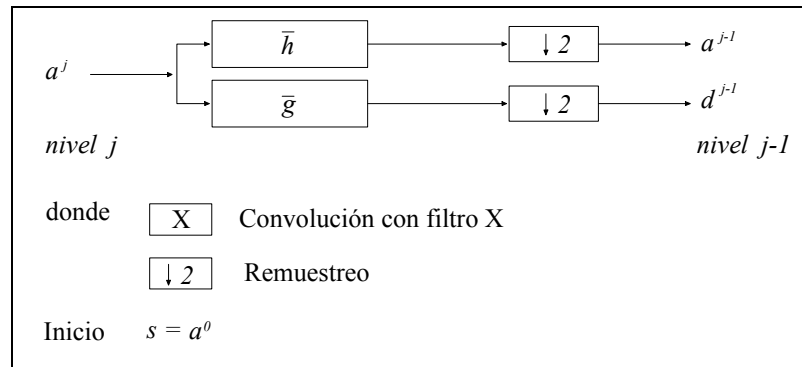


Figura II. 49: Proceso de descomposición wavelet de un nivel genérico.

II.9.6 Características constructivas de las wavelets

La mayoría de las aplicaciones que se realizan con distintas wavelets tratan de aproximar de manera eficiente diversas clases de funciones (f) utilizando en la aproximación una cantidad de coeficientes wavelets no nulos.

Si la cantidad de coeficientes que se manejan no es demasiado grande, los cálculos son más rápidos y, en general, desde el punto de vista práctico, resulta ventajoso (Moncayo, 2006).

En consecuencia, la construcción de wavelets (ψ), se suele realizar de manera que la cantidad de coeficientes wavelets $\langle f, \psi_{jk} \rangle$ próximos a cero sea la máxima posible. Este hecho depende, básicamente, de la regularidad de f , el número de momentos nulos de ψ y el tipo y tamaño de su soporte. Tales características se traducen en las condiciones que se exigen al filtro h_n .

A continuación se exponen en que consisten:

Momentos nulos:

Un número elevado de momentos nulos implica una alta compresión de los datos, característica deseable en un gran número de aplicaciones.

Se dice que ψ tiene p momentos nulos si

$$\int_{-\infty}^{+\infty} t^k \psi(t) dt = 0 \quad \text{para } k = 0, 1, \dots, p-1$$

Esto significa que ψ es ortogonal (respecto del producto escalar $\langle \cdot, \cdot \rangle$ usual en $L^2(\mathbb{R})$), a todos los polinomios de grado $p-1$. Si f es localmente de clase C^k , entonces sobre un pequeño intervalo, f se aproxima bien mediante un polinomio (de Taylor) de grado k . Si $k \leq p-1$, entonces los wavelets son ortogonales al polinomio de Taylor y, teniendo en cuenta la regularidad de f , los coeficientes wavelets $\langle f, \psi_{jk} \rangle$ son pequeños a escalas altas [teorema de regularidad local de de Ondas y Ondículas (Daubechies, 1992)].

Tipo y Tamaño del soporte:

Se distinguen dos tipos de soporte compacto y no compacto. Siendo el compacto aquel en el que la wavelet está definida y fuera del cual su valor es en todo momento cero. Si no existe tal intervalo se dirá que la wavelet tiene soporte no compacto. La propiedad fundamental del soporte compacto es su idoneidad para describir características locales de las funciones (señales) que varían rápidamente en el tiempo. Se puede esperar que las carreteras tengan ese tipo de variaciones.

El tamaño del soporte de una función wavelet está relacionado con la cantidad de coeficientes wavelet grandes en amplitud que se originan en un desarrollo wavelet.

Por el teorema de regularidad local, si f tiene una singularidad aislada en t_0 , y t_0 pertenece al soporte de $\psi_{jt}(t) = 2^{-j/2} \psi(2^{-j}t - k)$, entonces $\langle f, \psi_{jk} \rangle$ tiene una amplitud "grande".

Si ψ tiene soporte compacto de tamaño S , en cada escala 2^j hay S wavelets, ψ_{jk} , cuyo soporte incluye a t_0 . Por tanto, para minimizar el número de coeficientes de mayor amplitud, debe reducirse el tamaño del soporte ψ . A partir de las relaciones a dos escalas se tiene que el soporte de ψ y ψ determina el número de coeficientes no nulos de los filtros h_n y g_n (y recíprocamente).

Equilibrio: es igual a soporte menos número de momentos nulos.

En principio el tamaño del soporte de una función wavelet y el número de momentos nulos que tiene, son independientes.

Sin embargo, las condiciones que se imponen para construir wavelets ortogonales, implican que si ψ tiene p momentos nulos, entonces su soporte es al menos de tamaño $2p-1$ (Daubechies, 1992). Las wavelets de la familia *Dubechies*, son óptimos en el sentido de que tienen mínimo soporte fijado el número de momentos nulos N .

Cuando se trabaja con un determinado wavelet, se debe elegir qué equilibrio mantener entre el número de momentos nulos o tamaño del soporte.

Si f tiene muy pocas singularidades aisladas y es muy regular, se debe elegir un wavelet con muchos momentos nulos para producir, de este modo, un gran número de coeficientes wavelets pequeños. Si por el contrario el número de puntos singulares crece, una buena idea sería reducir el tamaño del soporte, a costa de reducir el número de momentos nulos, ya que todos los wavelets definidos sobre las singularidades crean coeficientes de mayor amplitud.

Regularidad:

Se entiende por regularidad la clase a la que pertenece la función en el sentido de hasta qué orden las derivadas de dicha función son continuas.

La regularidad de una wavelet tiene, principalmente, una influencia en el "aspecto" de la reconstrucción. Piénsese que cuando se reconstruye una señal a partir de sus coeficientes wavelet

$$f = \sum_{j=-\infty}^{+\infty} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \langle f, \psi_{j,k} \rangle \psi_{j,k}$$

un error ε que afecte al coeficiente $\langle f, \psi_{j,k} \rangle$, termina afectando a la componente $\psi_{j,k}$ de la señal reconstruida en la forma $\varepsilon \psi_{j,k}$.

Si f es regular, entonces $\varepsilon \psi_{j,k}$ es un "error regular" y este hecho resulta ventajoso en aplicaciones relativas al tratamiento de imágenes, por ejemplo, para las que se obtiene una mejor calidad utilizando wavelets continuamente derivables que los discontinuos (de Haar). Por esta misma razón esperamos que el efecto sobre en nuestra líneas de experimentación suavice las brusquedades que pudiese producir *Haar*.

No obstante, no está garantizado, en primera instancia, que incrementando el número de momentos nulos, se mejore la regularidad. Sin embargo, en las familias importantes de wavelets, la regularidad crece con el número de momentos nulos.

Estas serán, por tanto, las características fundamentales que definan la construcción de wavelets y, que se tendrán en cuenta en la elección de las que formen parte del estudio de esta tesis.

II.9.7 Aplicaciones wavelet en áreas afines a la generalización de vías de comunicación

Como se viene comentando existen pocos casos de generalización de vías de comunicación mediante algoritmos basados en wavelet. Por ello, aquí se

presenta un ejemplo perteneciente al ámbito de la generalización de líneas batimétricas, que por su forma de tratar a la línea difiere de aquella vista en el apartado II.6.2.4.2 de algoritmos basados en el filtrado de la curvatura. Sin embargo, se puede apreciar perfectamente, los aspectos de análisis (descomposición) y síntesis (reconstrucción) de la línea.

II.9.7.1 Generalización batimétrica con B-spline wavelets

El enfoque de generalización mediante wavelets, que aquí se presenta, se diferencia de los realizados por Fritsch, 1997 y García, 2006 en el tipo de señal de entrada que emplea cada uno. Así Fritsch y García usan como señal de entrada la curvatura, mientras este método (Saux, 2003) emplea los puntos de control, α_i . Tales puntos son los que definen un ajuste B-spline sobre los puntos componentes de la poligonal original. Otro aspecto destacable de esta metodología, es el conjunto de restricciones que se habrá de respetar para garantizar la seguridad en la navegación mediante las cartas náuticas obtenidas por generalización de las curvas batimétricas. En la figura II.50 se muestran los puntos de control α_{i-k+1} hasta α_i correspondientes al trozo de B-spline i .

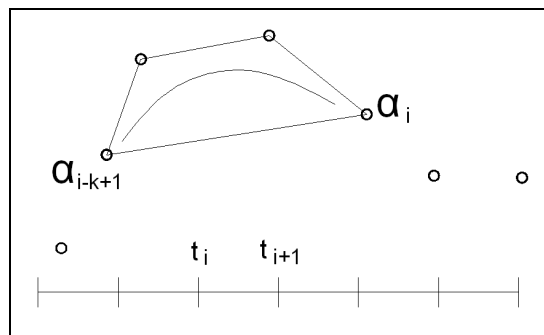


Figura II. 50: Polígono de Puntos de control de un trozo de spline. La definición del

$$\text{B-spline completo es } S(t) = \sum_{i=1}^{n+3} \alpha_i B_i(t)$$

Hay que tener en cuenta que cada coeficiente α_i está formado por el par de coordenadas (x_i, y_i) . La descomposición wavelet se realiza según el algoritmo de Mallat, siendo el nivel cero el formado por todos los puntos de

control del ajuste inicial $\mathbf{a}^0 = \{a_i, i=1, \dots, n+3\}$. Los restantes niveles se simbolizan para las aproximaciones y detalles respectivamente como $\mathbf{a}^j$ y $\mathbf{d}^j$ con $j < 0$.

A partir de esta descomposición se analizan tres operadores de generalización: suavizado, caricaturización y compresión.

Suavizado

Según el autor, la reconstrucción de una línea a partir de sólo los coeficientes de aproximación de un determinado nivel, sin tener en cuenta los detalles de los niveles superiores da como resultado un efecto de suavizado (ver figura II.51 donde se muestran 4 niveles diferentes de resolución, con el consiguiente suavizado al descender de nivel). Esto se debe a la regularidad de las funciones de escala y wavelets empleadas (B-spline).

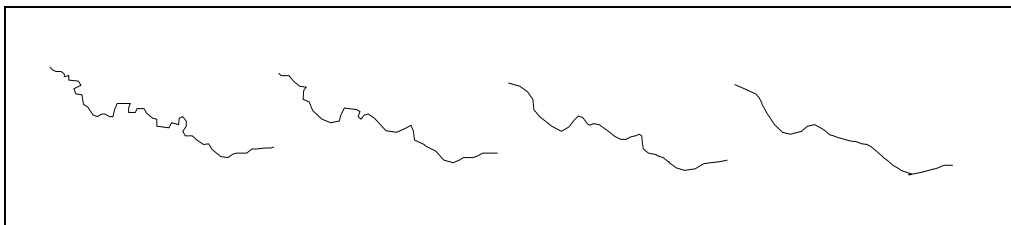


Figura II. 51: Suavizado progresivo de una línea conforme se descende en el nivel de descomposición wavelet. Saux (2003).

Desplazamiento

Resulta novedosa esta forma de desplazar, deformando la línea mediante wavelets porque la deformación principal de la línea se realiza en un nivel bajo del esquema de multirresolución y posteriormente se incorporan los detalles. El proceso seguido es el siguiente:

- Se descompone hasta un bajo nivel de resolución. Se modifican los coeficientes provocando una deformación global precisamente por representar dichos coeficientes la forma global de la línea.
- Se aplica el proceso de síntesis visto en el algoritmo de Mallat, donde se aprovechan los detalles de los niveles superiores con lo que como muestra la figura II.52 se van consiguiendo líneas modificadas en su globalidad pero que aumentan sus detalles conforme aumenta la resolución.

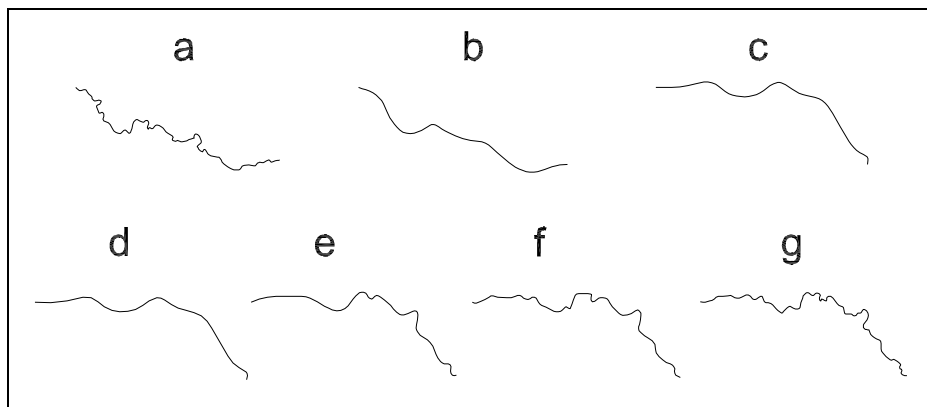


Figura II. 52: Proceso de desplazamiento wavelet (Saux, 2003). (a) línea original. (b) descomposición a bajo nivel. (c y d) deformación de b. (d, e, f, g) reconstrucción de distintos niveles con incremento de los detalles

Compresión

En este aspecto, la estrategia seguida es similar a la empleada en García (2000b), puesto que da valor cero progresivamente los coeficientes que influyen menos en la definición de la forma de la curva.

El proceso seguido es el siguiente:

- Establece la tolerancia al desplazamiento de la línea comprimida con respecto a la original, que coincide con el límite de percepción visual (0.2 mm).
- Da un peso a los coeficientes de detalle que aparecen en todos los niveles (aunque no explicita la forma de establecimiento de dicho peso).

- Ordena los coeficientes de detalle en orden decreciente según el peso que se acaba de comentar.
- Ordena los coeficientes de detalle en orden decreciente según el peso que se acaba de comentar.
- Se activa a cero el último de dichos coeficientes ordenados que no sea cero y se reconstruye la curva.
- Si el error de la reconstrucción es superior a la tolerancia, se mantienen los coeficientes del paso 4 y se termina el proceso; en caso contrario se repite desde el paso 5.

Las tasas de compresión fueron del 34% para líneas complejas, y del 58% para líneas no complejas. Frente al 51% y 65% respectivamente de Douglas-Peucker. La ventaja de este método radica en que aunque no supera a Douglas-Peucker en compresión, ésta sigue siendo alta y además produce efectos de suavizado deseables que no logra Douglas-peucker.

II.10 REDES NEURONALES ARTIFICIALES Y GENERALIZACIÓN

La inteligencia artificial es la ciencia que se dedica a la creación de programas para máquinas que imiten el comportamiento y la comprensión humana. La investigación en el campo de la inteligencia artificial se caracteriza por la producción de máquinas para la automatización de tareas que requieran un comportamiento inteligente.

Las redes neuronales pertenecen a la rama de la inteligencia artificial denominada redes de autoproceso que según Hilera y Martínez (1995) se definen como aquellas formadas por nodos en los que hay elementos procesadores de información de cuyas interacciones depende el comportamiento del conjunto del sistema. En la figura II.53, se muestra el árbol de división de dichas redes de autoproceso donde se recorren los

niveles correspondientes a, procesamiento numérico y sistemas distribuidos hasta llegar a las redes neuronales. El procesamiento simbólico recibe información del exterior en forma numérica y se opera sobre ella para transformarla. Dentro de esta categoría, si los nodos están conectados de forma global, se trata de un sistema distribuido frente a los sistemas asociativos en los que la conexión se realiza agrupando subredes. Finalmente los sistemas distribuidos se dividen dependiendo de la función de los nodos: así si cada nodo funciona corporativamente se está ante una *red neuronal*, mientras que si los nodos se agrupan localmente para representar conceptos, se está ante una red subsimbólica.

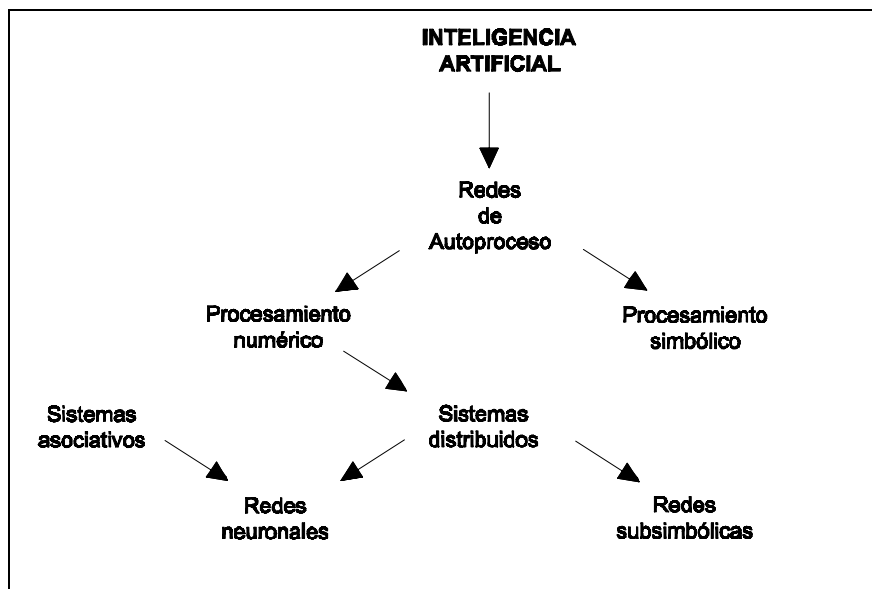


Figura II. 53: Árbol genealógico de las Redes Neuronales dentro del campo de la Inteligencia Artificial.

Las redes neuronales artificiales han demostrado ser una herramienta muy útil y versátil en la recogida y formalización de conocimiento. Así entre los muchos campos y ejemplos en los que se ha aplicado, se encuentran los de predicción de series temporales (Zaldívar, 2000), detección e identificación de patrones y formas (Fukushima, 1987; Mao, 1995) y clasificación (Rumelhart et al., 1986, Hopfield, 1984). Las referencias que se han nombrado son sólo una ínfima muestra de las existentes.

En el ámbito de la generalización cartográfica de entre los trabajos en los que intervienen las redes neuronales destaca el de García (2006); quien las usa para clasificar tipos de líneas según complejidad (detección de formas y patrones), así como para segmentar secciones de líneas aprovechando el conocimiento previo de dichos tipos. Anteriormente ya se había propuesto el uso de las redes neuronales en las tareas de generalización por parte de Werschlein y Weibel (1994). Puesto que la detección de formas es una de las aplicaciones posibles de las redes neuronales y en generalización cartográfica el conocimiento de la forma de una línea es clave, en esta tesis se intentará usar las redes neuronales para aportar conocimiento sobre la forma de las carreteras.

II.10.1 Las neuronas

II.10.1.1 En el sistema nervioso animal

El sistema de comunicación animal está compuesto por el sistema nervioso, hormonal, los órganos sensoriales y efectores (músculos), todos ellos interrelacionados. Su misión es:

1. Recoger la información a partir de los órganos sensoriales, o bien ejecutar la información recibida del subsistema neuronal.
2. Almacenar, elaborar y propagar la información al propio sistema o a los órganos efectores.
3. Ejecutar la información mediante los órganos efectores las órdenes incluidas en la información elaborada por las neuronas.

La parte fundamental de este conjunto es la neurona o célula nerviosa que elabora y transmite la información mediante la secreción de sustancias químicas (los transmisores).

Las Neuronas están compuestas por:

1. Las Dendritas: son prolongaciones ramificadas encargadas de recibir la información, procedente de otras neuronas o de algún órgano y propagarla hasta el interior de la célula. Se encuentran en contacto con el núcleo
2. El Núcleo: parte central que recibe la señal de las dendritas, la procesa y elabora una nueva señal que será la que se transmita a través del axón.
3. El Axón: prolongación en forma troncal de la célula que transporta la señal producida por el núcleo. Esta parte termina en unas ramificaciones que entran en contacto con otras células para formar las sinapsis (espacio clave en el proceso de comunicación).

La sinapsis es el espacio líquido de unión entre dendritas y axón, que se caracteriza por la concentración de iones en su mayor parte de sodio y potasio. Estos iones son los que proporcionan las propiedades de conductividad de la sinapsis que a su vez activará o inhibirá el paso del impulso eléctrico de esa conexión a la siguiente neurona. La concentración iónica es clave porque indica que el sistema no es lineal, no se limita a traspasar la misma cantidad de señal recibida si no que producen una señal de activación si la señal recibida supera un umbral prefijado. (Ver figura II.54 sobre estructura de una neurona y sus conexiones sinápticas).

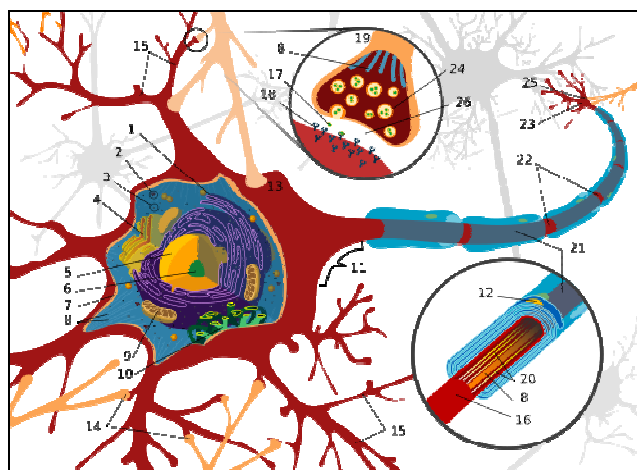


Figura II. 54: Estructura de la célula neuronal biológica. 1) Retículo Endoplásmico Rugoso. 2) Polirribosomas. 3) Ribosomas. 4) Aparato de Golgi. 5) Núcleo. 6) Nucleolo. 7) Membrana. 8) Microtúbulo. 9) Mitocondria. 10) Retículo Endoplásmico Liso. 11) Cono Axónico. 12) Núcleo (de la célula de Schwann). 13) Sinapsis (Axosomática). 14) Sinapsis (Axodendrítica). 15) Dendritas. 16) Axón. 17) Neurotransmisor. 18) Receptor. 19) Sinapsis. 20) Microfilamento. 21) Vaina de Mielina (de la célula de

Schwann). 22) Nódulo de Ranvier. 23) Axón terminal. 24) Vesículas Sinápticas. 25) Sinapsis (Axoaxónica). 26) Espacio Sináptico

Una sinapsis será una de las muchas conexiones entre dos neuronas que pueden existir en un organismo animal. En el cerebro existen unos 100.000 millones de neuronas y cada una de ellas está a su vez unida con otras 10.000. Con la tecnología actual es imposible fabricar un dispositivo de tales características ya que cada neurona equivaldría a un pequeño procesador en dicho dispositivo, interconectado con otros 10.000.

II.10.1.2 En el sistema artificial

La neurona artificial es un modelo que incluye las características más importantes de su homóloga biológica, a saber: las entradas que recibe una neurona las recibe a través de las conexiones sinápticas con las neuronas de su entorno. Dichas entradas son ponderadas por un peso individual asociado a cada sinapsis. Si esas entradas ponderadas no superan un cierto umbral la neurona se inhibe y no emite señales; en caso de superar el umbral se activa (excita), procesa la información y la transmite elaborada al resto de células mediante nuevas conexiones sinápticas en las que, en esta ocasión, su información es la entrada de dicha sinapsis.

La neurona artificial también recibe el nombre de autómatas celulares (Isasi y Galván, 2004) y posee un estado interno cuya traducción es un valor que recibe el nombre de *nivel de activación*. El conjunto de estados (*CE*) posibles de la neurona puede ser discreto, por ejemplo $CE = \{0, 1, 2, \dots, n\}$, o continuo en forma de intervalo por ejemplo $CE [-1, 1]$.

El *nivel de activación* (a_n) de una célula depende del número de sinapsis, valores de entrada que posea (x_i), del valor del peso (w_i) de cada conexión y del valor del a_{n-1} previo. Cada peso representa la fuerza de una conexión sináptica. El nivel de activación se calcula como una función (f_a) del

sumatorio de las entradas ponderadas por el respectivo peso de la conexión (W) y el nivel de activación del estado anterior. A f_a se le conoce con el nombre de función de activación, y en la mayoría de los casos se suele tomar como la función identidad de las entradas ponderadas por los pesos (W), es decir, el nivel de activación es igual a las entradas ponderadas.

$$W = x_1 w_1 + x_2 w_2 + \dots + x_n w_n$$

$$NA_i = f_a(E, a_{n-1}), \quad n: \text{estado actual}$$

Asimismo la neurona posee una *función de transferencia* (f_t) que recoge el nivel de activación de la neurona y lo transforma en la señal de salida (S).

Existen distintos tipos de *funciones de transferencia* (f_t):

- Función escalón: con activación binaria de la neurona. Si NA es mayor que el umbral el valor de salida es 1 en caso contrario 0.
- Función lineal y mixta. En la lineal el valor es $f(x) = x$. En la función mixta si a menor de un determinado límite inferior la salida es 0 ó -1, y si a es mayor que un límite superior, la salida es 1.
- Función sigmoideal. $f_s(x) = \frac{1}{1 + e^{-ax}}$ que está definida para cualquier valor de entrada, y que gracias al parámetro a se puede asemejar a la función escalón tanto cuanto se quiera. Esta función es importante porque su derivada esta definida en todo $\mathbb{R}$ y será de aplicación en los métodos de aprendizaje basados en cálculo de gradientes, como por ejemplo la *regla delta generalizada*.
- Función gaussiana. Tiene la ventaja con respecto a la sigmoideal una mayor capacidad de adaptación debido a la posibilidad de modificar

centro (μ) y anchura (σ). Su definición es: $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$.

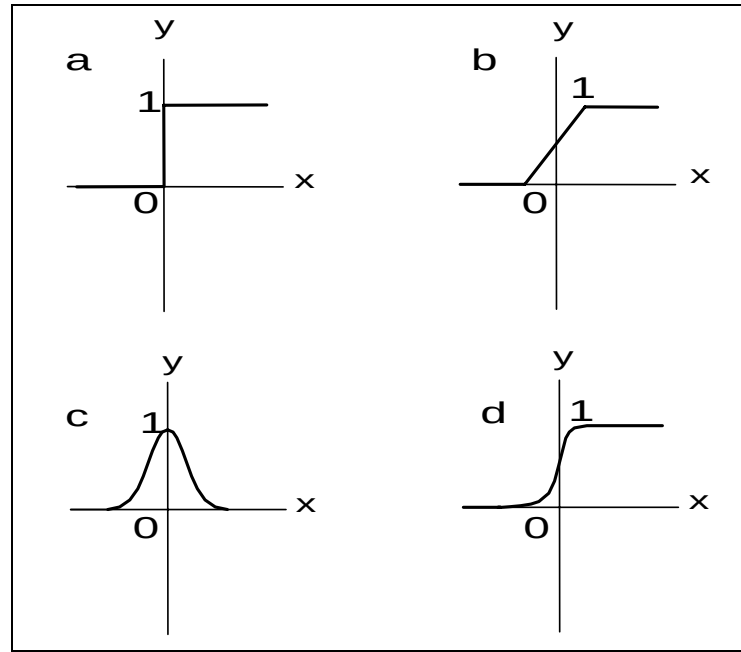


Figura II. 55: Funciones de transferencia usuales. (a) Escalón. (b) Lineal. (c) Gaussiana. (d) Sigmoidal.

Otro elemento que forma parte de la neurona es el *umbral* (u) que tiene un valor tal, que si el nivel de activación supera el umbral la neurona se activa y el umbral pasa a la función de transferencia como una conexión más de forma que la salida es $f_i(a_n, u)$.

La figura II.56 muestra la estructura de una neurona artificial, con las entradas, sinapsis, pesos y umbral, así como la correspondiente salida.

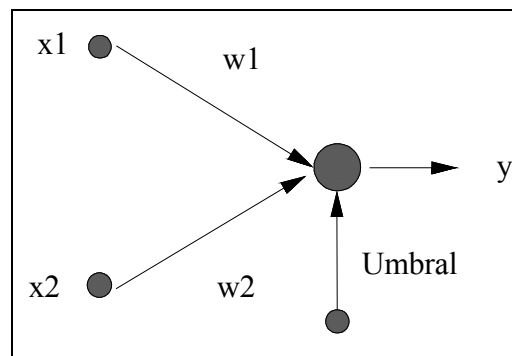


Figura II. 56: Entradas ponderadas, umbral y salida de una neurona artificial

II.10.2 Estructura de Una Red de Neuronas Artificial.

La estructura de una red de neuronas artificial se caracteriza fundamentalmente por su topología o arquitectura y método de aprendizaje.

II.10.2.1 Topología o arquitectura.

La arquitectura de una red quedará definida mediante el número y tipo de capas, número de neuronas por capa, grado de conectividad y tipo de conexiones.

Una capa es el conjunto de neuronas que recibe las entradas de la misma fuente y envía sus salidas al mismo destino. La tipología de capas se divide en:

- Capa de entrada: se traduce en el vector de medidas (X_n) que alimenta la red. Cada uno de los elementos de X_n será una neurona.
- Capa de salida: es el vector respuesta (R_m) que tiene la red, una vez que se han procesado las entradas (X_n). De manera similar a la capa de entrada cada uno de los elementos de R_m es una neurona, en este caso de salida.
- Capa oculta: capa interna caracterizada por el tipo de conexión con las capas ya enunciadas o con otras capas ocultas.

El tipo de conexión entre las neuronas indica si la salida de una neurona se dirige hacia ella misma, con lo que se hablaría de una conexión *autorrecurrente*, si se dirige hacia una neurona de capas posteriores en el recorrido hacia la salida, con lo que se estaría ante una conexión *hacia delante*, o si la salida va hacia neuronas de capas previas, conexión *hacia atrás*. La figura II.57 muestra una red neuronal artificial con conexiones hacia delante formada por una capa de entrada (con cuatro neuronas), otra oculta (con 3 neuronas) y otra de salida (con 4 neuronas), en la que se observan los pesos de las conexiones (w).

El grado de conectividad indica el número de conexiones que recibe una neurona de cualquiera de las capas.

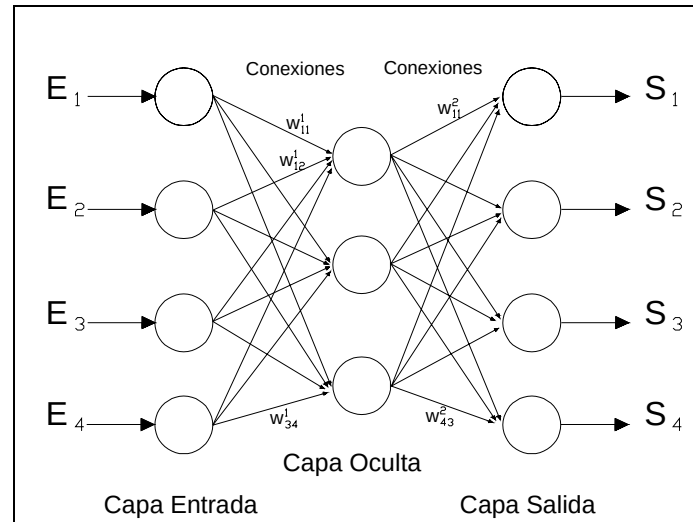


Figura II. 57: Red Neuronal con conexiones hacia delante y una capa oculta.

Una Red Neuronal con una capa oculta se puede expresar matemáticamente de la siguiente forma:

$$\mathbf{S} = f_t(f_t(\mathbf{X} \cdot \mathbf{W}_1) \cdot \mathbf{W}_2)$$

Es de destacar el caso particular en el que las capas ocultas así como la de salida tengan como función de transferencia una función lineal. Tal estructura puede ser sustituida por una red en la que sólo exista una capa de entrada y otra de salida, variando el valor de los pesos de las conexiones. Suponiendo el mismo caso anterior de una capa oculta la función de activación valdría $f(x) = k \cdot x$ y la salida sería igual a $\mathbf{S} = k \cdot f_t(k \cdot \mathbf{X} \cdot \mathbf{W}_1) \cdot \mathbf{W}_2$ donde se puede sustituir todo excepto el vector de entrada por un único vector de pesos tal que:

$$\mathbf{W}_u = k^2 \cdot \mathbf{W}_1 \cdot \mathbf{W}_2$$

Se concluye que si la función de transferencia es lineal para todas las capas, el número de capas ocultas que formen la red no influirá en el resultado de la misma.

II.10.1.2 Método de aprendizaje de la red neuronal artificial

El aprendizaje es la fase de creación de una red neuronal en la que se calculan los pesos y umbrales de todas las conexiones de forma tal que ésta resuelva de forma eficiente el problema para el que se ha diseñado.

Existen dos modelos de aprendizaje en función del conocimiento que se tenga de la solución del problema que el ejemplo de entrada representa:

- **Aprendizaje supervisado.** Para unos determinados datos de entrada se conocen cuáles deben ser sus salidas. De esta forma se puede ver el grado de acierto obtenido por la red al ejecutar uno o un grupo de ejemplos, y modificar los pesos conforme a la función de aprendizaje escogida. Un ejemplo de este tipo sería el reconocimiento de patrones (Bishop, 1995). Existen tres tipos de aprendizaje supervisado:
 - Aprendizaje por corrección del error: La discrepancia entre la salida ejecutada por la red y la que debió producir se cuantifica numéricamente en forma de error. La modificación de los pesos se hace minimizando el error de la salida. Ejemplos de este tipo son las redes *Perceptron*, *Adaline*, *Backpropatation*, *Brain-state-in-a-box* o *Counterpropagation*.
 - Aprendizaje por refuerzo: no se conocen valores de error pero sí se sabe si la salida es buena o mala, ajustándose los pesos mediante cálculo de probabilidades. Se pueden indicar como ejemplos: *Linear reward penalti*, *Associative reward penalti* o *Adaptative heuristic critic*.
 - Aprendizaje estocástico: en este tipo se modifican aleatoriamente los pesos de la red, buscando en todo momento alcanzar la *energía mínima* de la red que se consigue cuando las salidas son lo más parecidas posibles a los valores conocidos de antemano. Representantes de este tipo son: *Boltzmann machina*, *Cauchy machine*.

- **Aprendizaje no supervisado.** Ante una entrada de datos se desconoce el resultado que ha de producir la Red, consecuentemente no se dispone de información del error (numérico o cualitativo) y los pesos se ajustarán internamente a partir de datos del conjunto de entrenamiento como pueden ser regularidades o valores destacados de algunas de las variables. Se distinguen los siguientes tipos de aprendizaje no supervisado:
 - o Aprendizaje hebbiano. Refuerza las conexiones de dos neuronas conectadas cuyos niveles de activación están altamente correlados y debilita aquellas de baja correlación. Algunos modelos son: *Hopfield*, *Learning matrix*, *Bidirectional associative memory (BAM)*.
 - o Aprendizaje competitivo y cooperativo. Existen conexiones entre las neuronas de la misma capa cuyo carácter es de excitación cuando el aprendizaje es competitivo y de inhibición cuando el aprendizaje es cooperativo. Este aprendizaje es capaz de crear cluster a partir de los datos de entrada. Ejemplos de este tipo son: *Learning vector quantizer*, *Cognitron/Neocognitron*, *Topology preserving map*, *Adaptative resonante theory (ART)*.

El proceso de aprendizaje se realiza mediante la presentación de grupos de ejemplos (problemas) a la red cuyas salidas (soluciones) pueden ser conocidas o desconocidas, y de ahí el modelo de aprendizaje como se ha visto. Al grupo de ejemplos con el que aprenderá la red se le conoce como *conjunto o patrón de entrenamiento*. El proceso de aprendizaje persigue que el sistema obtenga soluciones correctas cuando se le presentan problemas similares a los ejemplos con los que fue alimentada, pero que no serán exactamente iguales. A esa capacidad de resolver un problema desconocido se le llama *capacidad de generalización*. Se comprende que de la idoneidad de los ejemplos dependa esa capacidad de generalización que se persigue en toda red neuronal. Los ejemplos deben ser:

- Significativos: debe existir un número suficiente de ejemplos para que la red adapte el valor de los pesos de las conexiones. Dependiendo del modelo de aprendizaje este número de ejemplos será variable.
- Representativos: los ejemplos deben cubrir todo el rango de tipos que se pretende resuelva la red, y se debe procurar que el número de casos por tipo que se usen como ejemplos sea el mismo.

Aprendizaje por corrección del error

El mecanismo de aprendizaje consiste en ir introduciendo los ejemplos e ir modificando los pesos de las conexiones según el modelo de aprendizaje. Se elegirá este tipo de aprendizaje por las ventajas que proporciona en cuanto a facilitar la convergencia de la red. Una vez se han introducido todos los ejemplos se dice que se ha completado un ciclo. Se comprueba la bondad de la salida debida a ese ciclo, si la salida es satisfactoria se dice que la red *converge*, en caso contrario, habrá que repetir el proceso (nueva introducción de los ejemplos) el número de ciclos necesarios hasta que la red converja, o en su defecto alcance el valor proporcionado por un criterio de parada. Existen tres criterios de parada:

- Establecimiento de un número máximo de ciclos de entrenamiento.
- Tolerancia. Cuando el error alcance un valor inferior al valor de la tolerancia se detiene el entrenamiento. En primer lugar hay que definir el error, bien para una neurona de salida, bien para el total de las neuronas de salida. Este criterio debería de ir acompañado de otro adicional debido a que pudiera ocurrir que la red no convergiera, con lo cual estaría aprendiendo de forma indefinida.
- Corrección de pesos despreciable. Se establece un umbral tal que, cuando las modificaciones de los pesos entre un ciclo el siguiente es menor que dicho umbral, se considera que la red converge y se detiene el aprendizaje.

La fase de aprendizaje tiene como fin último conseguir la máxima *capacidad de generalización* de la Red Neuronal. En contra de lo que pudiera parecer, la consecución de la minimización del error de salida de la red referente al patrón de entrenamiento no garantiza aquel objetivo. Antes bien, un error muy bajo sobre dicho patrón puede estar indicando que el sistema ha aprendido de memoria el conjunto de ejemplos que se le ha presentado. Para evitar que la *memorización*, consecuencia de un *sobreentrenamiento* de la red, disminuya la *capacidad de generalización*, el conjunto de ejemplos para el aprendizaje se divide en *patrón de entrenamiento* y *patrón de validación*. El de entrenamiento se usará para modificar los pesos, mientras que el de validación se usará para detener el entrenamiento. La parada se producirá si tras una disminución reiterada del error en el patrón de validación, llega un momento en que comienza a aumentar, lo cual indicaría el comienzo de memorización de la Red.

Las propiedades de los patrones de entrenamiento y validación han de ser las siguientes:

- Deben ser independientes. Los conjuntos deben ser insesgados.
- El patrón de validación debe cumplir los requisitos ya mencionados para el de entrenamiento.

II.10.3 La red perceptron multicapa

También se conoce esta red como *red multicapa con conexiones hacia delante* o *feedforward* (Freeman y Skapura, 1993). Esta red es una generalización del Perceptron.

El perceptron individual se crea con la intención de que sea capaz de derivar las ecuaciones de las superficies frontera entre las clases que forman el universo de los conjuntos de entrenamiento. Aunque realmente sólo es capaz de discriminar clases que puedan ser separadas por un hiperplano y además está altamente limitado por la salida exclusivamente binaria que

admite. Para resolver el problema de las salidas binarias se crea la red Adaline, igual al Perceptron pero con la posibilidad de producir cualquier valor numérico. No obstante, la red Adaline tampoco es capaz de discriminar clases por superficies que no sea un hiperplano, por lo que si otra superficie es necesaria, hay que recurrir a otro tipo de red. Y es mediante la combinación de capas Adaline generalizadas como se consigue esto, dando lugar a la *red perceptron multicapa*.

La clave de este modelo se basa en el esquema de aprendizaje, pues al ser multicapa no es válida la modificación de pesos que se realiza mediante la *delta* de la red Adaline. Este problema lo resolvieron los investigadores Rumelhart, Hinton y Willians (1986) mediante la técnica de la *delta generalizada* que es una adaptación de la *delta* de Adaline.

Se dice que el perceptron multicapa es un *aproximador universal* porque puede aproximar a cualquier función continua sobre un compacto R^n con un mínimo de una capa oculta (Isasi y Galván, 2004). Gracias a esta versatilidad ha sido la red usada en mayor número de aplicaciones. Otro factor que ha influido en su expansión ha sido los buenos resultados que produce. Entre sus defectos se podrían mencionar la cantidad de tiempo que emplea en el aprendizaje cuando el número de variables es grande, dificultad para realizar análisis teóricos de la misma por la gran cantidad de conexiones que admite y porque las funciones de transferencia no son lineales.

Cuando todas las neuronas de una capa están conectadas a las neuronas de la capa inmediatamente posterior se dice que está totalmente conectada. Ver figura II.58.

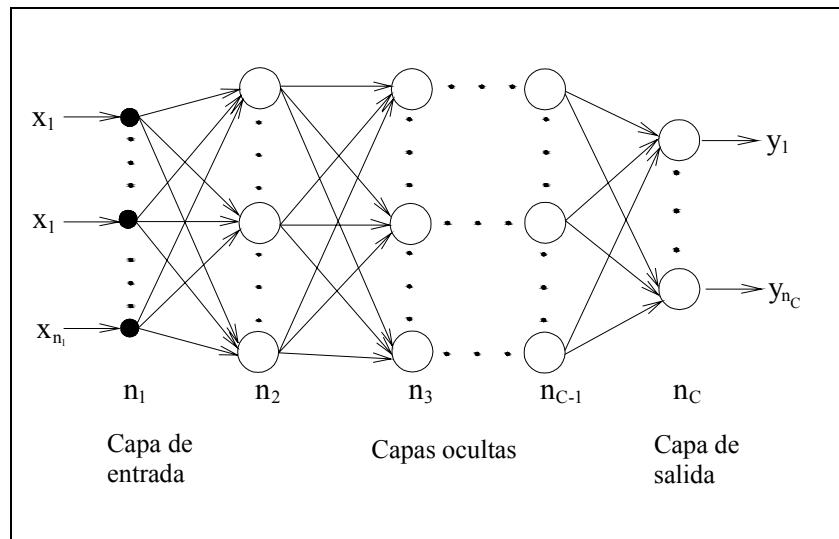


Figura II. 58: Arquitectura de la Red perceptron multicapa

La arquitectura que se ha descrito admite algunas variaciones, tales como que las neuronas de una capa conecten con neuronas de otra capa que no sea la inmediatamente posterior; también se puede permitir que existan neuronas no conectadas o dicho de otra forma que posean un peso de valor 0 en su conexión.

II.10.3.1 Activación de las neuronas

Los valores de entrada se propagan hacia delante hasta la siguiente capa que tras su activación continuará transmitiendo los nuevos valores hasta producir la salida de la Red.

Si se considera un perceptron multicapa con C capas, de las cuales $C-2$ son ocultas y si en la capa c tiene c_n neuronas ($c = 1, 2, \dots, C$), entonces la matriz de pesos de las conexiones que van de la capa c a la $c+1$ ($c = 1, 2, \dots, C-1$) es $W^c = \{w_{ij}^c\}$ siendo w_{ij}^c el peso de la conexión que va de la neurona i de la capa c a la neurona j de la capa $c+1$. El vector de umbrales será $U^c = \{u_i^c\}$ donde $c=2, \dots, C$. La activación o salida de la neurona producida por la función de transferencia que transmite la neurona i de la capa c se denota por a_i^c . Se distinguen tres tipos de activaciones:

- Activación de la capa de entrada $a_i^1 = x_i$ con $i = 1, 2, \dots, n_1$ y $X = (x_1, x_2, \dots, x_{n_1})$ representando una entrada a la red.
- Activación de la capa oculta c se denota por a_i^c ; la activación será el resultado de aplicar la función de transferencia sobre el sumatorio de salidas de la capa previa ponderadas por sus pesos incluido el umbral.

$$a_i^c = f\left(\sum_{j=1}^{n_{c-1}} w_{ji}^{c-1} a_j^{c-1} + u_i^c\right) \quad \text{con } i = 1, 2, \dots, n_c \text{ y } c = 2, 3, \dots, C-1$$

donde a_j^{c-1} son las activaciones de las neuronas de la capa $c-1$.

- Activación de la capa de salida a_i^C sólo se diferencia de la activación anterior en las capas intervinientes y en que su activación supone la respuesta de la Red.

$$y_i = f\left(\sum_{j=1}^{n_{C-1}} w_{ji}^{C-1} a_j^{C-1} + u_i^C\right) \quad \text{con } i = 1, 2, \dots, n_C$$

donde $Y = (y_1, y_2, \dots, y_{n_C})$ representa la salida de la Red.

Las funciones de transferencia empleadas en las neuronas del perceptron multicapa son las ya vistas en el apartado II.10.1.2: escalón, lineal y sigmoideal.

II.10.3.2 Algoritmo de aprendizaje de retropropagación

Se trata de un algoritmo basado en un entrenamiento supervisado pues se conoce la salida deseada y es el que implementa la red perceptron multicapa para su aprendizaje.

El algoritmo trata de minimizar la función error de la salida (E) siendo tal error

$$E = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N e(n) \quad \text{y} \quad e(n) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n_C} (s_i(n) - y_i(n))^2$$

donde N es el número de elementos del patrón de entrenamiento, $e(n)$ es el error cometido tras el entrenamiento, $s_i(n)$ es la salida esperada e $y_i(n)$ es la salida producida por la red para el n -ésimo elemento.

El problema de minimización no es lineal debido a la existencia de funciones no lineales empleadas como funciones de activación. La solución del mismo adapta el valor de los pesos siguiendo una determinada dirección de búsqueda, que en el caso del perceptron es la opuesta al gradiente de la función E , conocido como *método del gradiente descendente*, pues esta es la dirección en la que la función E decrece.

Aunque el principio subyacente usa la función E como objetivo de minimización, en la práctica se usa el método del gradiente estocástico, que no es más que la minimización de $e(n)$ cada vez que se introduce un elemento en lugar de hacerlo sobre E .

La regla de aprendizaje para la modificación de cada peso queda definida por:

$$w(n) = w(n-1) - \alpha \frac{\partial e(n)}{\partial w}$$

En esta regla α es la tasa o razón de aprendizaje, que como se observa no es más que un factor de escala que provocará que el aprendizaje se realice a una mayor o menor velocidad según el valor del mismo.

La formulación del algoritmo de Aprendizaje de Retropropagación se consigue mediante la *Regla Delta Generalizada* que como se puede intuir es análoga a la *Regla Delta* ya usada en la red Adaline.

II.10.3.3 Regla delta generalizada

La fórmula de la regla delta generalizada será diferente según se trate de modificar los pesos que van desde la capa oculta $C-1$ a la capa de salida, o los pesos que conecta cualesquiera otras capas.

Modificación de los Pesos de la capa oculta $C-1$ y umbrales de la capa de salida C

Si w_{ji}^{C-1} es el peso que conecta la neurona de salida i con la neurona j de la capa oculta $C-1$, su modificación, tras la respuesta del n elemento del patrón de entrenamiento, y usando el valor opuesto al gradiente del error toma la siguiente expresión:

$$w_{ji}^{C-1}(n) = w_{ji}^{C-1}(n-1) - \alpha \frac{\partial e(n)}{\partial w_{ji}^{C-1}}$$

En la derivada parcial del error se ha de tener en cuenta que las salidas esperadas $s_i(n)$

son constantes y el peso w_{ji}^{C-1} solo afecta a la neurona de salida i por lo que

$$\frac{\partial e(n)}{\partial w_{ji}^{C-1}} = -(s_i(n) - y_i(n)) \frac{\partial y_i(n)}{\partial w_{ji}^{C-1}}$$

como $y_i(n)$ es la salida de la función de activación de la capa de salida aplicando la regla de la cadena se tendrá

$$\frac{\partial y_i(n)}{\partial w_{ji}^{C-1}} = f' \left(\sum_{j=1}^{n_{C-1}} w_{ji}^{C-1} a_j^{C-1} + u_i^C \right) a_j^{C-1}(n)$$

introduciendo una nueva variable δ_i^C :

$$\delta_i^C(n) = -(s_i(n) - y_i(n)) f' \left(\sum_{j=1}^{n_{C-1}} w_{ji}^{C-1} a_j^{C-1} + u_i^C \right)$$

con lo que la derivada del error queda como

$$\frac{\partial e(n)}{\partial w_{ji}^{C-1}} = \delta_i^C(n) a_j^{C-1}(n)$$

Con lo que finalmente la modificación del peso será igual a:

$$w_{ji}^{C-1}(n) = w_{ji}^{C-1}(n-1) + \alpha \delta_i^C(n) a_j^{C-1}(n)$$

Por tanto la modificación depende de la activación de la última capa oculta y de la función *delta* de la capa de salida.

Este procedimiento se puede adaptar al umbral de la capa de salida, pues como ya se ha comentado se puede considerar como un peso más el cual pondera una activación previa de 1; así el valor del mismo modificado es:

$$u_{ji}^{C-1}(n) = u_{ji}^{C-1}(n-1) + \alpha \delta_i^C(n)$$

Modificación de Pesos de la capa c a la capa c+1 y umbrales de c+1

Se considerará el caso particular de w_{kj}^{C-2} que es el peso que conecta la neurona k de la capa C-2 con la neurona j de la capa C-1 y que valdrá:

$$w_{kj}^{C-2}(n) = w_{kj}^{C-2}(n-1) - \alpha \frac{\partial e(n)}{\partial w_{kj}^{C-2}}$$

En esta ocasión, a diferencia de la última capa oculta, el peso w_{kj}^{C-2} influye en todas las respuestas de la red por lo que su expresión será:

$$\frac{\partial e(n)}{\partial w_{kj}^{C-2}} = - \sum_{i=1}^{n_C} (s_i(n) - y_i(n)) \frac{\partial y_i(n)}{\partial w_{kj}^{C-2}}$$

Como el peso w_{kj}^{C-2} influye en la activación a_j^{C-1} de la neurona j de la capa C-1 pero no en el resto de neuronas de dicha capa, la derivada parcial de la salida será:

$$\frac{\partial y_i(n)}{\partial w_{kj}^{C-2}} = f' \left(\sum_{j=1}^{n_{C-1}} w_{ji}^{C-1} a_j^{C-1} + u_i^C \right) w_{ji}^{C-1} \frac{\partial a_j^{C-1}}{\partial w_{kj}^{C-2}}$$

Sustituyendo la notación TM y derivando a_j^{C-1}

$$\frac{\partial e(n)}{\partial w_{kj}^{C-2}} = \sum_{i=1}^{n_C} \delta_i^C(n) w_{ji}^{C-1} \frac{\partial a_j^{C-1}}{\partial w_{kj}^{C-2}} ; \quad \frac{\partial a_j^{C-1}}{\partial w_{kj}^{C-2}} = f' \left(\sum_{k=1}^{n_{C-2}} w_{kj}^{C-2} a_k^{C-2} + u_j^{C-1} \right) a_k^{C-2}(n)$$

Se denota por $\delta_j^{C-1}(n)$ a la *delta* de la capa *C-1* de donde su valor y el de la derivada del error son respectivamente:

$$\delta_j^{C-1}(n) = f' \left(\sum_{k=1}^{n_{C-2}} w_{kj}^{C-2} a_k^{C-2} + u_j^{C-1} \right) \sum_{i=1}^{n_C} \delta_i^C(n) w_{ji}^{C-1} ; \quad \frac{\partial e(n)}{\partial w_{kj}^{C-2}} = \delta_j^{C-1}(n) a_k^{C-2}(n)$$

Finalmente el peso modificado será:

$$w_{kj}^{C-2}(n) = w_{kj}^{C-2}(n-1) + \alpha \delta_j^{C-1}(n) a_k^{C-2}(n)$$

La diferencia fundamental entre esta expresión y la que consideraba la modificación entre la capa *C-1* y la capa de salida es la expresión de la función *TM*.

Mediante el método de inducción completa se puede generalizar el resultado que se acaba de obtener al peso modificado de la conexión entre cualesquiera otras capas cuya destinataria sea una capa oculta, desde *c* hasta *c+1*. Así:

$$w_{kj}^c(n) = w_{kj}^c(n-1) + \alpha \delta_j^{c+1}(n) a_k^c(n) \quad \text{con} \quad k = 1, 2, \dots, n_{c+1} \quad y \quad c = 1, 2, \dots, C-2$$

La definición de *delta* es recursiva:

$$\delta_j^{c+1}(n) = f' \left(\sum_{k=1}^{n_C} w_{kj}^c a_k^c + u_j^c \right) \sum_{i=1}^{n_{c+1}} \delta_i^{c+2}(n) w_{ji}^c$$

Por ser el umbral un peso más su expresión es similar a la de cualquier peso con activación previa 1:

$$u_j^{c+1}(n) = u_j^{c+1}(n-1) + \alpha \delta_j^{c+1}(n) \quad \text{con} \quad j = 1, 2, \dots, n_{c+1} \quad y \quad c = 1, 2, \dots, C-2$$

Obtención de la función de transferencia derivada

Aunque el número de funciones de transferencia puede ser mayor se expondrá sólo la derivada de la función sigmoideal y de la identidad.

- La derivada de la función sigmoideal es

$$f_s'(x) = \frac{1}{1+e^{-x}}(-e^{-x}) = \frac{1}{1+e^{-x}} \frac{e^{-x}}{1+e^{-x}}$$

o lo que es lo mismo $f_s'(x) = f_s(x)(1-f_s(x))$ lo que conduce a *delta* en las neuronas de la capa de salida:

$$\delta_i^C(n) = -(s_i(n) - y_i(n))y_i(n)(1 - y_i(n)) \quad \text{con} \quad i = 1, 2, \dots, n_C$$

mientras que para el resto de capas el valor *delta* es:

$$\delta_j^{c+1}(n) = a_j^c(n)(1 - a_j^c(n)) \sum_{i=1}^{n_{c+1}} \delta_i^{c+2}(n) w_{ji}^c \quad \text{con} \quad j = 1, 2, \dots, n_{c+1} \quad y \quad c = 1, 2, \dots, C-2$$

- La *delta* para la función identidad ($f(x)=x$) en la capa de salida valdrá:

$$\delta_i^C(n) = -(s_i(n) - y_i(n))$$

II.10.3.4 La tasa de aprendizaje y la incorporación de momento a la regla de aprendizaje

La tasa de aprendizaje (ζ) actúa como un factor de escala sobre la cantidad de desplazamiento en sentido contrario al gradiente del error. Si el valor de ζ es muy alto es de esperar que la convergencia se alcance con rapidez. Aunque puede presentar problemas del tipo de salto del valor mínimo buscado convergiendo en un mínimo relativo. Otro problema de los valores altos de ζ es la oscilación alrededor de dicho mínimo sin llegar a alcanzarlo. Por otra parte si el valor de α es muy pequeño existe más confianza en que el que se alcance el valor correcto pero con el inconveniente de una convergencia lenta.

La inestabilidad provocada por altos valores de tasa de aprendizaje se puede paliar con la inclusión de un nuevo término denominado *momento* propuesto por Rumelhart et al. (1986) con lo que la ley de aprendizaje queda como:

$$w(n) = w(n-1) - \alpha \frac{\partial e(n)}{\partial w} + \eta \Delta w(n-1) \quad \text{con} \quad \Delta w(n-1) = w(n-1) - w(n-2)$$

ventaja que proporciona la inclusión del *momento* es el carácter inercial, de

forma que tiene en cuenta la modificación del elemento anterior ($n-1$) del patrón de entrenamiento, con lo que en caso de que en el elemento actual (n) la modificación sea muy diferente de la ($n-1$) se aminore por el *momento*.

Teniendo en cuenta que $\Delta w(n-1)$ es recursiva su expresión general será:

$$\Delta w(n-1) = w(n-1) - w(n-2) = -\alpha \frac{\partial e(n-1)}{\partial w} + \eta \Delta w(n-2) = \dots = -\alpha \sum_{s=0}^{n-1} \eta^{n-1-s} \frac{\partial e(t)}{\partial w} \text{ y el}$$

modelo de aprendizaje queda definitivamente como:

$$w(n) = w(n-1) - \alpha \sum_{s=0}^n \eta^{n-s} \frac{\partial e(t)}{\partial w}$$

Como se observa la modificación del peso es la suma de todos los gradientes de error de iteraciones previas con lo que cambios de signo en iteraciones previas consecutivas se compensan y producen una modificación menos brusca.

II.10.4 Aplicaciones de las redes neuronales artificiales en vías de comunicación.

Las redes neuronales en generalización de vías de comunicación han sido usadas por García (2007) (perceptron multicapa con aprendizaje Backpropagation), para clasificar secciones de líneas en cinco tipos diferentes de complejidad. En la figura II.59 se observan ejemplos de de las complejidades función de la sinuosidad y direccionalidad a lo largo del recorrido de las líneas.

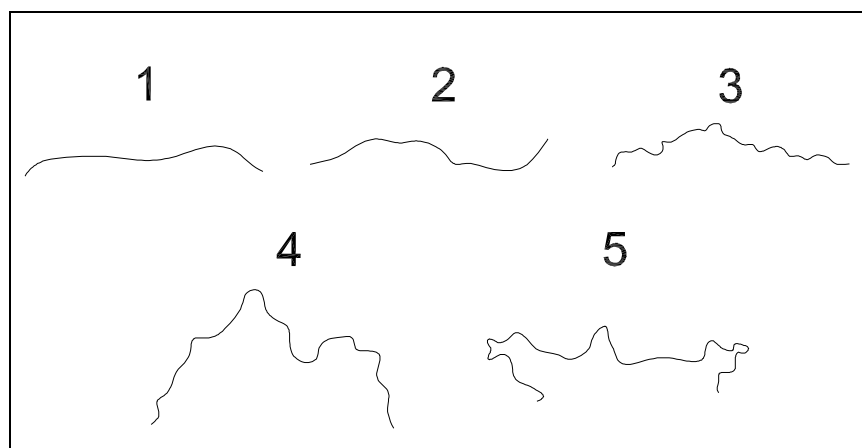


Figura II. 59: Tipos de complejidad de líneas. (1) Muy suave. (2) Suave. (3) Sinuosa, direccionalidad estable. (4) Sinuosa, direccionalidad variable. (5) Muy sinuosa.

La creación de la red implica su confección topológica para la que es necesario definir el número de neuronas de entrada que representan a las medidas caracterizadoras previamente seleccionadas. El otro apartado clave en la creación de la misma es la fase de entrenamiento donde ha de seleccionar las muestras que formarán parte de los conjuntos de entrenamiento y validación. Para ello recurre a la técnica de validación cruzada debido a disponer de un conjunto pequeño de líneas cuya clasificación era conocida.

De este trabajo destaca la gran capacidad de la red neuronal para obtener buenas clasificaciones de líneas con respecto a su complejidad, así en la tabla II.9 se muestran los porcentajes de aciertos y fallos logrados por la red tras su entrenamiento:

Tabla II. 9: Porcentajes de aciertos y fallos de la red para clasificación de líneas de García (2006)

Medida	Arquitectura de 3 neuronas ocultas
Aciertos fuertes y moderados	71.2%
Aciertos débiles	11%
Fallos fuertes y moderados	9.6%
Fallos débiles	6.8%
Entradas sin clasificar	1.4

Otro de los aspectos que más han contribuido a crear conocimiento sobre las líneas ha sido el sometimiento de las líneas clasificadas según

complejidad al criterio de un grupo de expertos en cartografía y generalización, de cuyas valoraciones se pudo extraer la coincidencia entre las clasificaciones de la red y de tales expertos. Este tipo de consultas no son muy habituales en trabajos de generalización, pero creemos que dan gran consistencia a los resultados, así que en esta tesis se seguirá una vía similar de consulta a expertos para extraer conclusiones de nuestros experimentos.

Finalmente la clasificación automática que proporcionaba la red entrenada, fue utilizada para realizar una segmentación automática de una línea completa en secciones de complejidad homogénea según las 5 clases indicadas en la figura II.59. Aunque el empleo de la red neuronal en tareas de segmentación recibió una peor valoración por parte de los expertos de la que recibió la tarea de clasificación.

Otros usos en generalización no correspondientes a vías de comunicación se pueden encontrar en Allouche y Moulin (2005) con fines de amalgamación y en Sester (2005) con fines de tipificación; ambos casos emplean redes de Kohonen. Estos trabajos relativamente recientes, indican que las redes neuronales en el ámbito de la generalización continúan vigentes y serán pieza clave en el desarrollo de esta tesis.

En el caso de Sester, el empleo de las redes de Kohonen tiene como objetivo conseguir exclusivamente la operación de tipificación sobre un conjunto de edificios de un entorno urbano. Esta operación como se vió en el apartado II.7.2 tiene como objetivo la reducción del número de objetos del mismo tipo que pueblan una zona del mapa. De forma que aquellos que permanezcan representan al conjunto del mismo tipo (tipificación). A esta operación se la denomina SOM (Self-organizing maps). En este trabajo se pueden destacar dos hechos: el aligerado del mapa, lo que mejora su legibilidad; y el mantenimiento de las relaciones de densidad de objetos entre el mapa original y el generalizado, lo que proporciona sensación de representación fiel del generalizado con respecto al original.

En el caso de Allouche y Moulin se utilizan las redes de Kohonen, en primer lugar para detectar regiones con una alta densidad de elementos del mismo tipo de forma que cuando se produzca una operación de reducción de escala en un entorno digital (zoom), dichos elementos entrarán en conflicto. Este tipo de redes les permite generar diferentes niveles de agrupaciones de objetos que corresponderán a los distintos niveles de escala. Finalmente la aplicación de la herramienta se realiza sobre un conjunto de casas que se encuentran muy juntas dentro de un área urbana. Los resultados obtenidos son muy similares a los de Sester por también serlo el método.

Capítulo III

MATERIAL Y MÉTODO

III.1 INTRODUCCIÓN

La generalización de líneas mediante el uso de análisis y síntesis multirresolución que caracteriza a los espacios wavelet, ha solucionado problemas tales como la eliminación de ruido que acompañaba a algunas líneas cuando se generalizaban por otros métodos como podía ser el de la transformada de Fourier (Plazanet, 1995); también ha conseguido que las curvas no se acorten (efecto de caricaturización) como consecuencia del suavizado que permite la eliminación de dicho ruido (Fritsch, 1997). Por otra parte, los problemas de desplazamiento excesivo tras la generalización se han mantenido, así como la resistencia de determinados detalles a ser eliminados. Estos beneficios e inconvenientes que se acaban de enunciar se han establecido, no obstante, a partir de la aplicación de una única wavelet, la de Haar, que se caracteriza por ser discontinua. Debido a esta discontinuidad es de esperar que en saltos de escala considerables como es el caso del paso de E25k a E200k se obtengan resultados muy angulosos (García y Ariza 2000b) y no deseables.

Las expectativas creadas por la técnica de generalización wavelet, fundamentalmente por los problemas que ha solucionado y se acaban de enunciar, así como los problemas no resueltos motivan la necesidad de un estudio más amplio en el que se incluya un gran número de wavelets y no solamente la de Haar. Tras la generalización mediante representantes de familias de wavelets se podría decidir sobre qué familia o wavelet concreta, y bajo qué condiciones se produce una mejor generalización global. Entendiendo por condiciones, el conjunto de parámetros que intervienen en la generalización, como pueden ser el nivel de descomposición (con traducción a resolución espacial) al que corresponde la mejor generalización, escala original y generalizada de la línea, tipo de línea según complejidad, ...

En este proceso de generalización wavelet, sería conveniente mejorar algunos aspectos de la metodología previa (Plazanet, 1995, Fritsch, 1997, García, 2006), tales como el tipo de representación de una línea, de forma que permita la extracción de su curvatura sin obligar a que ésta sea constante para tramos comprendidos entre tres puntos consecutivos de la poligonal como ocurría en los tres trabajos que se acaban de mencionar.

El otro aspecto mejorable, íntimamente unido al anterior, es la búsqueda de un método que devuelva al dominio espacial una curva a partir de su curvatura. La importancia de tal logro, se encuentra en la eliminación de la limitación que suponía que la curva reconstruida sólo podía estar formada por arcos de circunferencia, mientras que lo deseable es que la curva reconstruida pueda tener cualquier valor de curvatura a lo largo de la misma, aumentando con ello la precisión espacial de la reconstrucción.

Para conocer la bondad de la generalización y poder comparar las distintas familias wavelet, así como el comportamiento de las mismas sobre los distintos grados de complejidad que puedan presentar las líneas, se hace necesario disponer de alguna herramienta que lleve a cabo la labor evaluadora. Ante la ausencia de medidas evaluadoras esto se conseguirá mediante la creación de una red neuronal artificial que formalice el conocimiento de un grupo de expertos.

El flujo de trabajo seguido se muestra en la figura III.1. Se ha dividido en cuatro grandes bloques que se corresponden con los cuatro últimos apartados de este capítulo cuyo contenido se describe a continuación:

- Apartado III.2. Muestra de elementos lineales vías de comunicación. En él se explica por qué se escoge la cantidad y variedad de elementos que componen el estudio, así como las características morfológicas de las líneas.
- Apartado III.3. Representación de las líneas en la forma longitud de arco-curvatura. Se justifica la necesidad de representar una línea

mediante un B-Spline y se exponen los distintos métodos para su consecución. Así mismo se explica la transformación del B-Spline en la representación distancia curvilínea-curvatura, necesaria para poder aplicar los algoritmos de descomposición wavelet.

- Apartado III.4. Generalización wavelet. Análisis y Síntesis. Se expone la forma en que se realiza el análisis multirresolución de una línea, (niveles de descomposición y su relación con el cambio de escala), mediante el filtrado de una wavelet. Así mismo se indican las familias y representantes de las mismas empleadas. Finalmente se explica el algoritmo de reconstrucción de una curva a partir de su curvatura (síntesis). Este algoritmo lleva cada nivel de descomposición al dominio espacial, es decir reconstruye la misma curva con un menor nivel de detalle cuanto más se haya avanzado en el nivel de descomposición wavelet.
- Apartado III.5. Evaluación de la generalización. En este apartado se analizan los resultados producidos por la generalización wavelet. Se divide en dos fases: la primera consiste en una valoración global de la generalización por un grupo reducido de expertos que permite entrenar una red neuronal artificial que puntúa a las líneas según la bondad de la generalización, para ello es necesario previamente disponer de un conjunto de medidas caracterizadoras de las líneas; la segunda fase consiste en una valoración global y detallada por un grupo de expertos extendido (más numeroso que el anterior). Con ello se pretende conocer cómo influyen las distintas wavelets en aspectos de la generalización tales que el suavizado, desplazamiento, caricatura o temblores.

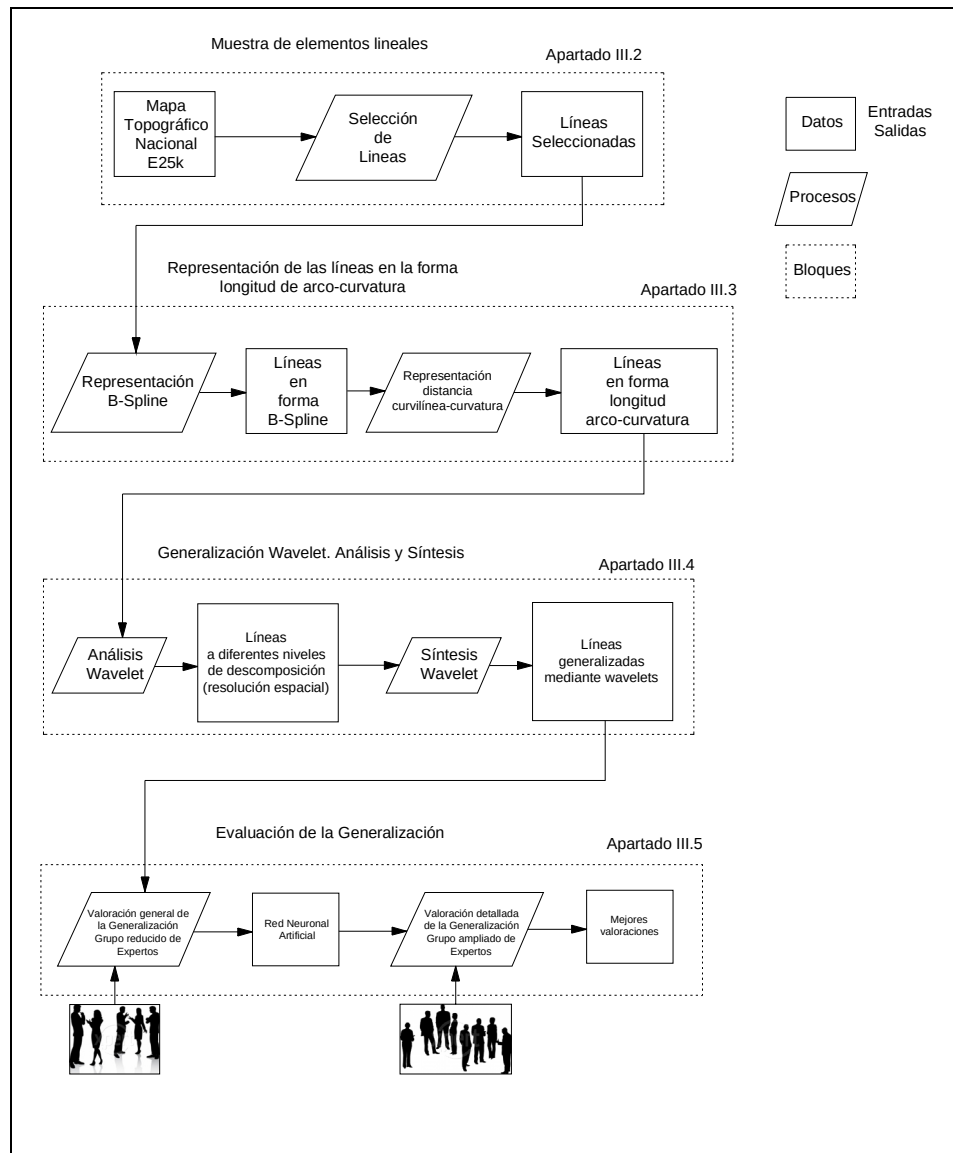


Figura III. 1: Flujo de trabajo seguido en la tesis. Procesos y datos.

III.2 MUESTRA DE ELEMENTOS LINEALES VÍAS DE COMUNICACIÓN

Esta tesis se ha realizado en el seno del grupo de investigación de Ingeniería Cartográfica, Geodésica y Fotogrametría de la Universidad de Jaén, compartiendo la línea de investigación sobre generalización de vías de comunicación con el trabajo de García (2006). Las líneas empleadas en ambos trabajos son las mismas. Tanto la procedencia de las líneas como los motivos de su elección se explican en los apartados III.2.1 y III.2.2 respectivamente.

III.2.1 Fuente de las líneas

Las líneas se extraen del MTN25, cartografía básica elaborada por el Instituto Geográfico Nacional (IGN) y que representa extensiones comarcales.

Las razones por las que se ha elegido esta fuente son las siguientes:

- A partir de esta cartografía se pueden derivar, mediante generalización, escalas menores, tales que la E50k, E100k y E200k en las que se pueden llegar a observar ámbitos provinciales y que también edita el IGN. Con esta posibilidad de derivación se pretende contribuir a automatizar el proceso que transforme el MTN25 en mapas a E100k y E200k, cuyas dos consecuencias más inmediatas serán el rendimiento económico de una actividad mecanizada y la posibilidad de unicidad de resultados (eliminación de subjetividad).
- La E25k es la mayor de las escalas a la que se edita una cartografía homogénea que abarque el completo del país.
- Como el MTN50 se está elaborando mediante generalización del MTN25, se podrán realizar comparaciones entre los resultados aquí obtenidos y dicho MTN50.

Las carreteras pertenecen a los cuatro cuartos del MTN25 contenidos en la hoja 947 (Jaén) de la serie del MTN50. Los cuatro cuartos corresponden a: 947-I (Jaén), 947-II (Mancha Real), 947-III(Los Villares), y 947-IV (Cambil) (IGN, 1996a, 1996b, 1996c, 1997) y cuya distribución se muestra en la figura III.2.

Hoja 947-I Jaén	Hoja 947-II Mancha Real
Hoja 947-III Los Villares	Hoja 947-IV Cambil

Figura III. 2: Hoja 947 (Jaén) del MTN50 dividida en los cuatro cuartos del MTN25

En esta hoja se abarca todo el espectro de tipología de terrenos que van desde las zonas llanas hasta las escarpadas pasando por las onduladas, lo que a priori garantiza variabilidad en la geometría de las carreteras dibujadas en tales mapas. Y esto hará que los resultados del estudio tengan una mayor potencia y solidez.

La extensión geográfica abarcada por los cuatro cuartos, en este caso, incluye carreteras que pertenecen a todas las categorías administrativas que se dan en el estado español a las que corresponden homólogas, o en su defecto similares, en la zona europea. Tales categorías son: estatales, autonómicas y provinciales, incluyendo vías convencionales y autovías.

III.2.2 Elección de las líneas

Los criterios que se han seguido para la elección de las líneas han sido los siguientes:

- Las líneas debían ser vías de comunicación que requiriesen de operaciones de generalización tras un cambio de escala tales que el paso de E25k a E100k. Por ello se ha excluido de la selección las vías de ferrocarril, ya que debido a sus amplios radios no van a necesitar de generalización.
- La elección definitiva se ha realizado obligando a que estén representadas en la muestra todas las categorías administrativas. Ya que debido a sus diferencias constructivas es de esperar un comportamiento diferente en los resultados de la generalización (ver tabla III.1).

Tabla III. 1: Agrupación de las líneas seleccionadas por pertenencia a categoría administrativa

Red de Carreteras	Subred 1	Subred 2	Tipo de Vía	Nomenclatura de las vías
Red de Carreteras del Estado			autovía	A-44
			convencional	N-323
Red de Carreteras de Andalucía	Red Autonómica	Red Básica	autovía	A-316A
		Red Intercomarcal	convencional	A-316
		Red Complementaria	convencional	A-311, A-320, A-324
		Red Comarcal	convencional	A-1102
	Red Provincial		convencional	JV-2222, JV-2223, JV-2224, JV-2225, JV-2226, JV-3012, JV-3241, JV-3242, JP-2332
Otras ⁽¹⁾			pista	P-CaminoAncho, P-CaminoAzadillas, P-CerroAlmadén, P-CerroJabalruz, P-CerroSantín, P-Pegalajar-Central, P-SierraPeñaDelÁguila, P-JimenaTorres, P-SanCristobal, P-SanCristobal-b

- Se ha procurado cubrir todo el espectro de variabilidad en lo que a geometría se refiere. Esta variabilidad se traduce en sinuosidad y direccionalidad. Se puede ver en la tabla III.2 la pertenencia de las líneas utilizadas a cada una de las cinco clases estudiadas por García (2006). La clasificación de la tabla III.2 procede de la ejecución de la red neuronal creada por García (2006) según se explica en el apartado II.10.4.

¹ El nombre asignado a cada una de las vías de comunicación que caen bajo la categoría de pistas se han construido siguiendo el criterio de poner delante del nombre la letra P (de pista) seguida de un guión (-) y con el nombre de algún topónimo que se encontrase en las inmediaciones.

Tabla III. 2: Clasificación de las líneas seleccionadas según sinuosidad y direccionalidad. García (2006)

Clases	Líneas
Clase 1: Muy Suave	A-44 N-323 A-316A
Clase 2: Suave	A-311 JV-2223 JP-2332 P-CaminoAncho
Clase 3: Sinuosa Direccionalidad Estable	A-316 A-320 A-324 A-1102 JV-2224 JV-2225 JV-2226 JV-3012 JV-3242 P-CerroSanCristobal-b P-JimenaTorres P-PegalajarCentral
Clase 4: Sinuosa Direccionalidad Variable	JV-2222 JV-3241 P-CerroSantín
Clase 5: Muy Sinuosa	P-CaminoAzadillas P-CerroAlmadén P-CerroSanCristobal P-SierraPeñaDelAguila

- Para que los resultados tengan aplicabilidad en los cambios de escala aquí propuestos y la longitud de la vía de comunicación a dicha escala de representación tenga cierta entidad, se exigirá a todas las líneas que su longitud curvilínea sea al menos de 5000 m.
- El tamaño de la muestra ha de ser lo suficientemente grande como para poder extender las conclusiones que se extraigan a la mayoría de vías de comunicación que aparezcan en cualquier hoja del MTN25 u otros que se elaboren a la misma escala que éste. El número de muestras en otros estudios van desde los cuatro (Jasinski, 1990; Barber et. al; Zhan y Buttenfield, 1996) hasta todo el conjunto de la red de carreteras de Francia (Mustière, 2001), pasando por cantidades menores aunque considerables y sin cuantificar (Visvalingam y Williamson, 1996; Plazanet, 1996, Li y Sui, 2000). La tabla III.3 (García, 2007) indica las muestras empleadas en algunos trabajos de generalización de líneas.

Tabla III. 3: Tamaños muestras empleados en investigaciones sobre generalización de líneas

Referencia	Muestra	Tema de investigación
McMaster(1986)	12 curvas de nivel.10 cursos de agua y 9 líneas de costa, a escala 1:25.000 ó 1:62.500	Análisis estadístico de medidas evaluadoras en la simplificación de líneas.
Jasinsky (1990)	1 línea de costa de una isla y 1 sección de carretera, a escala 1:50.000, 1 sección de río y 1 sección de autopista , a escala 1:62500	Comparación de medidas de complejidad
Barber, Cromly y Andrie (1995)	2 líneas de costa, 1 río y 1 curva de nivel, a escala 1:24.000	Comparación de los algoritmos de Douglas-Peucker jerárquico y no jerárquico
Visvalingam y Williamson (1995)	Conjunto de carreteras de una hoja de 500x500 m a escala 1:1.250	Comparación entre los algoritmos de Douglas-Peucker y Visvalingam
Plazenet (1996)	Conjunto de líneas de carretera de una base de datos a escala 1:50.000 (sin datos sobre tamaño)	Segmentación y clasificación
Zhan y Buttenfield (1996)	2 líneas de costa y 2 ríos	Método de generalización multiescalar
Lecordix, Plazenet y Lagrange (1997)	Conjunto de líneas de carretera de una base de datos a escala 1:50.000 (sin número concreto)	Plataforma para la investigación sobre operaciones de caricaturización
García (1998)	6 vías de comunicación, a escala 1:25.000	Algoritmos de eliminación de puntos y de filtrado de curvatura
Plazenet, Bigolin y Ruas (1998)	Conjunto de líneas de carretera de una base de datos a escala 1:100.000 (no concreta número)	Enriquecimiento y clasificación de elementos lineales
Reinoso (1998)	6 vías de comunicación a escala 1:25.000	Algoritmos de eliminación de puntos y de filtrado de curvatura
Wang y Müller (1998)	Varias muestras: a) todas las líneas de un mapa de tipos de suelo; b) todos los límites de un mapa político de Estados Unidos; c) 2 líneas de costa y 1 orilla de un lago	Generalización basada en el análisis de formas
Christensen (1999)	1 sección de línea de costa e islas adyacentes, a escala 1:100.000; 1 sección de costa y ríos que desembocan, a escala 1:100.000; líneas de costa e islas de Grecia y el Mar Egeo, a escala 1:100.000	Método de generalización de líneas de costa, basado en la transformación de eje medio
Dutton (1999)	2 líneas de costa de dos islas a escalas 1:80.000 1:250.000	Método de generalización basado en una red de triángulos cuaternarios
Skopelliti y Tsoulos (1999)	1 línea de costa para segmentación, 56 secciones de costa para clasificación a escala 1:500.000	Segmentación y clasificación
Veregin (1999)	Conjunto de líneas de carretera y cursos de agua de 30 octetos elegidos al azar, a escala 1:100.000	Estudio del error introducido en la simplificación de líneas
Christensen (2000)	1 línea de costa a escala 1:24.000 de una isla compleja	Método de generalización de líneas de costa, fundamentado en la transformación de eje medio
Li y Sui (2000)	2 mapas de curvas de nivel a escala 1:10.000	Método de generalización de curvas de nivel
Mustière (2001)	Conjunto de toda la red de carreteras y caminos de la BDCarto a escala 1:50.000	Generalización de la red de carreteras a escala 1:50.000 mediante la eliminación de la coalescencia para la obtención de la escala 1:250.000

Finalmente, la forma de las vías de comunicación y su distribución sobre los cuatro cuartos del MTN25 correspondientes a la hoja 947 de Jaén sobre MTN50 se pueden observar en la figura III.3.

2006) han calculado el radio de curvatura de la circunferencia que pasa por cada tres puntos consecutivos de la poligonal que compone la línea. Sin embargo eso implica que la definición de la línea en términos de estos arcos de circunferencia (en la figura III.4 el arco *a* del dibujo A pasa por los puntos 1, 2 y 3, y el arco *b* pasa por los puntos 3, 4 y 5), se aleje mucho de la traza marcada por la poligonal original (puntos 1, 2, 3, 4 y 5). Sin embargo en la misma figura, el dibujo B corresponde a un ajuste B-spline que como se observa es más fiel a la poligonal original.

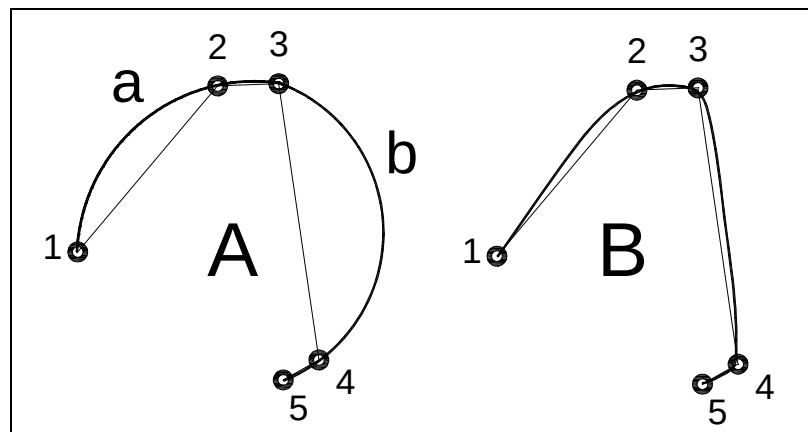


Figura III. 4: Representación de una línea mediante ajuste de arcos de circunferencia (A) y B-Spline (B)

La construcción B-Spline tiene además la ventaja de poderse construir sin que la misma tenga que pasar por los vértices de la poligonal, consiguiendo minimizar el error de desplazamiento en el sentido de los mínimos cuadrados, como se vio en el apartado II.8.3. Otra característica que creemos puede ser importante es que el B-Spline tenga una función curvatura continua, ya que ésta será la señal de entrada al filtrado wavelet, y cualquier salto, si es considerable, puede influir negativamente en la calidad de los resultados.

La preparación de la línea para poder extraer su curvatura parte de la carretera en su forma poligonal, se le ajusta un B-Spline (**S**) que quedará definido en forma paramétrica (de esta forma se consigue una curva en la que se permiten el desplazamiento en cualquier sentido del plano (x, y)); además se le exigirá a este tipo de representación que la función curvatura

sea continua de manera que no se produzca un salto en las uniones de los segmentos spline. De esta expresión ya se pueden extraer, de forma separada, longitud de arco (s) y curvatura (k), que servirán para crear una nueva función $k(s)$ cuyo dominio es la longitud de arco, y que servirá para alimentar la entrada de una descomposición wavelet

Los pasos a seguir serán por tanto los siguientes:

- Representación B-Spline de la línea.
- Extracción de la función Longitud de Arco-Curvatura.

III.3.1 Representación B-Spline de la línea

Para la obtención de una línea spline que ajuste la poligonal que une los puntos dados de la carretera, a la que se desea aplicar el método de generalización que aquí se propone, se aplicará el método de ajuste por mínimos cuadrados con parámetro de suavizado descrito en el apartado II.8.4. Para ello es necesario determinar el valor de los siguientes parámetros involucrados en el método:

- Grado y clase de la función spline que se desea ajustar, m y k , respectivamente.
- Número de tramos polinómicos, n .
- Nodos de la partición Δn , es decir, $x_0, x_1, \dots, x_n$.
- Base del espacio de funciones spline de grado m y clase k considerado.
- Valor del parámetro de suavizado, Σ .

Una vez concretados todos estos parámetros, se construyen la matriz de coeficientes **A** y el vector de términos independientes **b** del sistema de ecuaciones lineales a que da lugar el método de ajuste por mínimos cuadrados con parámetro de suavizado, y se resuelve el mismo.

En los siguientes apartados se exponen los criterios de concreción de cada uno de estos parámetros que se acaban de considerar.

III.3.1.1 Grado y clase de la función spline de ajuste

Para la obtención de los resultados que aparecen en el apartado IV.1.1.1, se han implementado los diferentes algoritmos, correspondientes a las distintas fases del método que proponemos, haciendo uso del paquete de software simbólico Mathematica que tiene como característica fundamental, frente a los lenguajes de programación clásicos, el uso de funciones simbólicas².

Se ha considerado necesario que la función curvatura sea continua a lo largo de toda la curva, pues la presencia de saltos de curvatura puede provocar una mala definición de la curva cuando esta sea muestreada. Esta necesidad de curvatura continua implica que el tipo de spline que se habrá de usar sea quíntico de clase 2. Además este tipo de spline facilitará la implementación de los módulos correspondientes a la construcción de una base y el tratamiento de la misma para la obtención de la matriz de coeficientes y el vector de términos independientes del sistema de ecuaciones lineales a que da lugar el método.

Por tanto, en lo que sigue, se considerará siempre $m = 5$ y $k = 2$.

² Se entiende por función simbólica en el ámbito del software matemático aquella que es posible tratar de manera análoga a como se hace cuando se usa el nombre de la función y no sus valores numéricos. Por ejemplo si se deriva $\sin x$ se obtiene $\cos x$, esto sólo es posible si se tiene definida la función $\sin x$ como un símbolo y no como un conjunto de números.

III.3.1.2 Número de tramos polinómicos y nodos equidistantes o no equidistantes

La concreción del número de tramos polinómicos (parámetro n) se realizará de manera heurística fijando una longitud media por tramos, teniendo en cuenta que

$$n = \left\lceil \frac{\text{Longitud total carretera}}{\text{Longitud media del tramo}} \right\rceil \text{ siendo } [\cdot] \text{ la función parte entera.}$$

Una vez asignado un valor al número de tramos polinómicos n , se determinarán los $n+1$ nodos de la partición necesaria Δn .

Estos nodos se podrán definir a igual distancia o a distinta dando lugar a los métodos bien diferenciados que se contrastarán en la sección de resultados, estos son:

- Método de nodos equidistantes
- Método de nodos no equidistantes

Método de los nodos equidistantes: la obtención de los nodos en $[0, 1]$ es mediante: $t_i = i/n$, $i = 0, \dots, n$.

Método de los nodos no equidistantes: para conseguir los nodos en $[0, 1]$ se procede de la siguiente manera:

- Se ajusta un spline mediante el método de nodos equidistantes.
- Se calcula la curvatura (en valor absoluto) a intervalos regulares del parámetro t y se expresa en forma de curvatura acumulada (en valor absoluto).
- Como el número de nodos va a ser el mismo que en el método de nodos equidistantes, se eligen valores del parámetro t tales que entre dos nodos consecutivos exista un incremento constante de curvatura acumulada (en valor absoluto). De esta forma se consigue que en

zonas casi rectas, la separación entre nodos medida en distancia sobre la curva sea mayor que en zonas muy curvadas.

III.3.1.3 Base del espacio de funciones spline

Fijados el grado $m=5$ y la clase $k=2$ de las funciones splines entre las que deseamos hallar la que mejor se ajusta por mínimos cuadrados con suavizado a la poligonal que une los puntos dados, para construir una base de este espacio vectorial basta con construir la llamada base de Hermite, muy fácil de definir en Mathematica. Se trata de definir $3n+3$ funciones $\{H_i^0, H_i^1, H_i^2 : i=0, \dots, n\} \subset S(5, 2, \Delta n)$ tales que

$$\frac{d^s}{dt^s} H_i^l(t_l) = \delta_{ij} \delta_{ls}, \quad i, j = 0, \dots, n, \quad l, s = 0, 1, 2.$$

siendo

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{si } i \neq j, \\ 1 & \text{si } i = j, \end{cases}$$

es decir, la función Delta de Kronecker.

Para la construcción de las funciones de base de Hermite consideremos, definidas en $[0,1]$, las funciones polinómicas quinticas $q_i^j(t)$, $i=0,1$ $j=0,1,2$, dadas en la Tabla 1.

Tabla II. 1: Funciones quinticas de Hermite $q_i^j(t)$, $t \in [0,1]$, para $i=0,1$

$j=0,1,2$

j	$i=0$	$i=1$
0	$(1+3t+6t^2)(1-t)^3$	$t^3(10-15t+6t^2)$
1	$t(1+3t)(1-t)^3$	$t^3(1-t)(3t-4)$
2	$\frac{1}{2}t^2(1-t)^3$	$\frac{1}{2}t^3(1-t)^2$

Estas funciones verifican que

$$\frac{d^s}{dt^s} q_i^l(t) = \delta_{ij} \delta_{ls}, \quad i, j = 0, 1, \quad l, s = 0, 1, 2.$$

Para cada $i = 0, \dots, n$ $j = 0, 1, 2$, sea

$$H_i^j(t) = \begin{cases} h_{i-1}^j q_1^j \left(\frac{t-t_{i-1}}{h_{i-1}} \right) & \text{si } t \in [t_{i-1}, t_i], \quad i > 0, \\ h_i^j q_0^j \left(\frac{t-t_i}{h_i} \right) & \text{si } t \in [t_i, t_{i+1}], \quad i > 0, \\ 0 & \text{en otro caso,} \end{cases}$$

siendo $h_i = t_i - t_{i-1}$, para $i = 1, \dots, n$. Se verifica que

$$\frac{d^s}{dt^s} H_i^l(t_i) = \delta_{ij} \delta_{ls}, \quad i, j = 0, \dots, n, \quad l, s = 0, 1, 2.$$

Por construcción, el conjunto $\{H_i^j : i = 0, \dots, n, \quad j = 0, 1, 2\}$ está constituido por $3n+3$ funciones splines quínticas de clase 2 linealmente independientes y, por tanto, se trata de una base del espacio vectorial de las funciones quínticas de clase 2, llamada base de Hermite.

III.3.1.4 Valor del parámetro de suavizado Σ

Por último se debe concretar un valor para el parámetro de suavizado Σ .

Obviamente, para cada valor de ε se obtiene una función spline de ajuste diferente, para los mismos puntos de ajuste y el mismo espacio vectorial de funciones spline donde encontrar la solución. Por ello se puede plantear qué valor del parámetro de suavizado es el más adecuado, es decir, hallar el valor óptimo de ε .

Los métodos más usuales para este fin consisten en hallar el valor de ε que minimiza alguna función que estima una medida de error, por ejemplo, la media del error absoluto o del error relativo de la aproximación, el área de

la región plana determinada por la curva poligonal y la curva spline de ajuste de los datos dados, o el error cuadrático medio definido como el promedio del cuadrado de los errores cometidos en los puntos de aproximación, esto es, el mínimo de la función

$$R(\varepsilon) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \langle \mathbf{S}(t_i) - \mathbf{g}(t_i) \rangle^2,$$

siendo $\mathbf{g}$ una hipotética función regular paramétrica para la cual se verifica que

$$\mathbf{P}_i = \mathbf{g}(t_i) + \xi_i, \quad i = 1, \dots, M,$$

donde $(\xi_i)_{i=1, \dots, M}$ es un vector de errores que se suponen constituyen un ruido blanco de los "valores regulares" $(\mathbf{g}(t_i))_{i=1, \dots, M}$, es decir una distribución normal de media 0.

Sin embargo, la función $R(\varepsilon)$ involucra a la función $\mathbf{g}$, que es desconocida, por lo que se hace difícil hallar el mínimo de R . Siguiendo el mismo camino que el desarrollado en Craven y Wahba (1979) y Wahba (1990), podemos construir la función de validación cruzada (generalizada)

$$V(\varepsilon) = \frac{\frac{1}{M} \langle (\mathbf{I} - \mathbf{l}(\varepsilon)) \mathbf{P} \rangle_M^2}{\left(\frac{1}{M} \text{Traza}(\mathbf{I} - \mathbf{l}(\varepsilon)) \right)^2},$$

donde $\mathbf{I}$ es la matriz identidad de orden M , $\mathbf{l}(\varepsilon) = \boldsymbol{\zeta} \mathbf{A}^{-1} \boldsymbol{\zeta}^t$, $\boldsymbol{\zeta} = (\mathbf{B}_j(t_i))_{\substack{i=1, \dots, M, \\ j=1, \dots, Z}}$

y $\mathbf{P} = (\mathbf{P}_i^t)_{i=1, \dots, M}$.

Se prueba que el mínimo de $V(\varepsilon)$ converge al mínimo de $R(\varepsilon)$, cuando $M \rightarrow +\infty$ y, como se indica anteriormente, el mínimo de $V(\varepsilon)$ no depende de $\mathbf{g}$ sino únicamente de los datos dados inicialmente. Este es el método de validación cruzada generalizado y, como se verá, es el que se utiliza en los ejemplos tratados en los resultados.

Puesto que las derivadas de $V(\varepsilon)$ con respecto al parámetro de suavizado son difíciles de calcular, el mínimo de esta función puede ser aproximado mediante métodos numéricos de minimización que no requieren el uso de derivadas. En concreto, se ha utilizado el algoritmo de Powell indicado en Brent (sección 3, 2002).

III.3.2 Extracción de la señal curvatura función de la longitud de arco

Los dos requisitos necesarios para poder ejecutar la generalización wavelet son:

- Que los elementos de la muestra discreta de curvatura presentada al filtrado wavelet estén equiespaciados según la longitud de arco.
- Que la curvatura sea función de longitud de arco $k(s)$, para que después de haber aplicado la descomposición wavelet a $k(s)$, dando lugar a una aproximación de la misma $k_a(s)$, se pueda reconstruir la función aproximada $\mathbf{S}_a(s)$ cuya curvatura es $k_a(s)$. Tal reconstrucción se podrá realizar en virtud del *Teorema fundamental de la teoría local de curvas* (do Carmo, 1995) que exige que la curvatura $k(s)$ sea función de la longitud de arco.

El spline ajustado sobre la poligonal será una función definida a trozos sobre el dominio t

$$\mathbf{S}(t) \quad 0 \leq t \leq 1.$$

Sin embargo, la función Spline ideal sería aquella que fuese función de la longitud de arco y no del parámetro t , es decir, $\mathbf{S}(s)$. Con $\mathbf{S}(s)$ es fácil calcular valores de curvatura a longitudes de arco equiespaciadas, que es el primero de los requisitos que exige la descomposición wavelet para poder ser aplicada.

Transformar $\mathbf{S}(t)$ en $\mathbf{S}(s)$ implica una reparametrización por longitud de arco, tarea cuya solución teórica está demostrada pero cuya ejecución práctica se puede tornar imposible o eterna dependiendo de la definición que tenga la función $\mathbf{S}(t)$.

Así, en do Carmo (1995) una función $\mathbf{S}(s)$ parametrizada por la longitud de arco cuya traza sea la misma que la del B-Spline ajustado $\mathbf{S}(t)$ cumplirá con la siguiente ecuación diferencial

$$|\mathbf{S}'(s)| = \left| \mathbf{S}'(t) \cdot \left(\frac{dt}{ds} \right) \right| = 1$$

La solución de esta ecuación diferencial exige el cálculo de una integral que en nuestro caso no hemos podido resolver ni siquiera con la potencia del cálculo simbólico y numérico de *Mathematica*, a pesar de disponer en forma simbólica de la función $\mathbf{S}(t)$. La función propia de *Mathematica* empleada en el intento de solución fue *NIntegrate*, después de más de tres horas de cálculo en un PC con microprocesador Intel Pentium IV á 1.8 GHz no se conseguía una salida (el PC continuaba calculando). Siendo $\mathbf{S}(t)$ una función definida a trozos (sólo 4) y muy regular como se ve en la figura III.5.

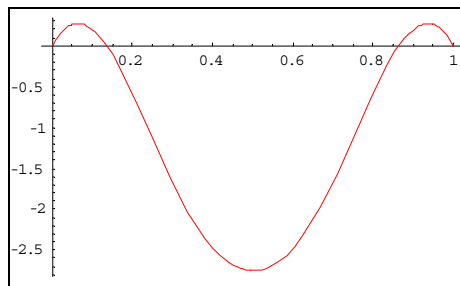


Figura III. 5: Función $\mathbf{S}(t)$ muy simple cuya reparametrización por longitud de arco es de difícil obtención

Si la reparametrización por longitud de arco de una función simple definida continuamente en pocos trozos puede ser una tarea complicada, hacerlo sobre un B-Spline definido en muchos trozos y algunos de cuyos coeficientes tienen valores del orden de 10^{-18} se torna una tarea inviable para conseguir los fines deseados por esta tesis.

El primer paso para cumplir con los dos requisitos enunciados al principio de este apartado es determinar el valor del equiespaciado que ha de ser suficientemente pequeño para los fines de reconstrucción de la curva. Si el límite de percepción visual 0.2 mm se pasa a la escala fuente de las líneas (E25k), el resultado es de 5 m. Por tanto, se usará este valor como el equiespaciado buscado.

Como el B-Spline no se tendrá en función de longitud de arco sino en función del parámetro t , el cálculo de la curvatura en puntos del B-Spline situados a una distancia del origen que sea múltiplo entero de 5 habrá de hacerse de una forma aproximada. Los pasos seguidos son los siguientes:

- Se determina el número de trozos de 5 m en los que se puede dividir el B-Spline $\mathbf{S}(t)$.
- Aún a sabiendas de que la variación de t no es proporcional a s se calcula el tamaño Δt tal que divida el intervalo $[0, 1]$ en el mismo número de trozos del punto anterior, con lo que se garantiza una partición del intervalo tal que el número de muestras extraídas será el mismo que se hubiese conseguido si se dispusiese de $\mathbf{S}(s)$ y se calculase la curvatura cada 5 m. El valor de Δt se obtiene como sigue:

$$\Delta t = \frac{5}{\text{Longitud Poligonal}}$$

- Se calcula la curvatura ($k(t)$), en los puntos en que ha quedado dividido el intervalo $[0, 1]$. En esos mismos puntos también se calcula el valor obtenido por $s(t)$. Con lo cual se obtiene un muestreado longitud de arco-curvatura a intervalos regulares de t como se observa en la tabla III.4.

Tabla III. 4: Longitud de arco y Curvatura como funciones del parámetro t , en forma tabular

$s(t_1)$	$s(t_2)$	...	$s(t_{n-1})$	$s(t_n)$
$k(t_1)$	$k(t_2)$	...	$k(t_{n-1})$	$k(t_n)$

- Interpolación de los valores de la curvatura en puntos cuya longitud de arco sea múltiplo entero de 5. Como se observa en la tabla III.4 el valor $s(t_i)$ $t_i = 0, \Delta t, 2\Delta t, \dots, 1$, no tiene por qué coincidir con un múltiplo de 5, por lo que $k(t_i)$ no tiene por qué corresponder al valor de la curvatura en puntos equiespaciados 5m. La solución ideal para el cálculo de la curvatura en puntos del spline cuya longitud de arco a origen fuese múltiplo de 5, consistiría en resolver la ecuación $s(t) = 5n$ tal que $n = 1, 2, 3, \dots, 5n < \text{Longitud del spline en términos de } t$, no obstante el tiempo de cálculo sería excesivo dada la longitud de las carreteras y el número de muestras cada 5 metros que se necesitarían para su definición. Se opta por, una vez calculado el par $k(t)$ y $s(t)$ interpolar los valores k en los valores de $s = 5n$. Ver figura III.6

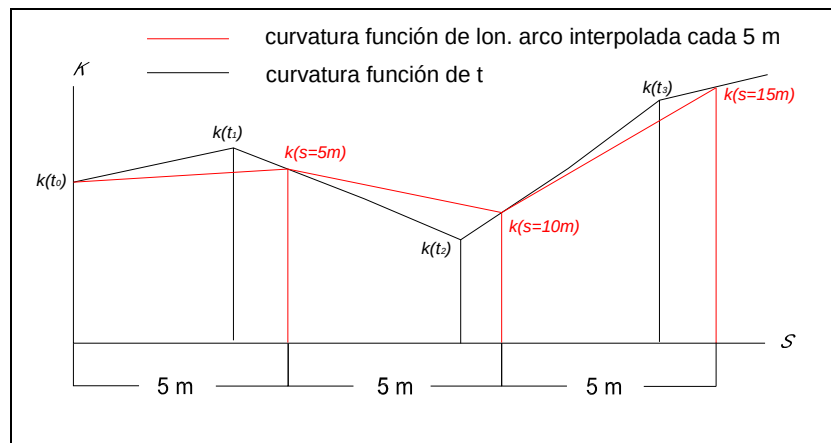


Figura III. 6: Curvatura interpolada cada 5 m (rojo a partir de la calculada mediante parámetro t (negro)

La definición de $s(t)$ y $k(t)$ se consigue partiendo de $\mathbf{S}(t)$ a partir de las fórmulas conocidas de la geometría diferencial siguientes:

$$\mathbf{S}(t) = (x(t), y(t));$$

$$\kappa(t) = \frac{\|\alpha'(t) \times \alpha''(t)\|}{\|\alpha'(t)\|^3}$$

$$s(t) = \int_0^t \sqrt{[x'(t)]^2 + [y'(t)]^2} dt$$

La ejecución del cálculo de dichas fórmulas se conseguirá gracias a la potencia del cálculo simbólico del programa *Matemática* que permite crear

funciones cuya entrada sea una función simbólica. Las funciones, en lenguaje de *Mathematica*, de curvatura (*kappa2*) y longitud de arco (*lengtharc*) que procesan una función simbólica (*alpha*) de un solo trozo se presentan en la tabla III.5. Nótese que el B-Spline que se ajuste a una línea estará compuesto de múltiples trozos, con lo que dichas fórmulas habrán de ser modificadas para adaptarse a tal circunstancia.

Tabla III. 5: Código de *Mathematica* para las funciones curvatura y longitud de arco. Sólo admite funciones definidas en un único trozo

```
J[{p1_,p2_}]:={-p2,p1}

kappa2[alpha_]:=
  D[alpha,{t,2}].J[D[alpha,t]]/
  Simplify[D[alpha,t].D[alpha,t]]^(3/2)
arclengthprime[alpha_]:=Sqrt[Simplify[D[alpha,t].D[alpha,t]]];
lengtharc[a_,b_][alpha_]:=NIntegrate[arclengthprime[alpha]
/.t->tt,{tt,a,b}]
```

III.4 GENERALIZACIÓN WAVELET. ANÁLISIS Y SÍNTESIS

En este apartado, que se corresponde con el tercer bloque de la figura III.1, es donde se realiza la transformación definitiva que lleva a la línea original, expresada en forma longitud de arco-curvatura, nuevamente al espacio. Esto se conseguirá a través de:

- La descomposición wavelet (análisis multirresolución).
- Reconstrucción wavelet (síntesis). Dicha síntesis se hará desde las múltiples resoluciones alcanzadas en la fase de descomposición, con lo que se obtendrán múltiples generalizaciones de una línea tras la aplicación de una única wavelet.
- Finalmente se devolverá al espacio mediante la conversión en una curva de la función longitud de arco-curvatura sintetizada mediante el paso anterior.

III.4.1 Análisis y Síntesis

Tanto para el análisis como para la síntesis se sigue el algoritmo de Mallat. En nuestro caso la notación utilizada procede de Moncayo (2006). En este apartado se ilustrará con un ejemplo cada uno de los elementos intervinientes en el proceso hasta alcanzar los distintos niveles de resolución de la función longitud de arco-curvatura ya sintetizada.

Se considerará que la wavelet empleada en el proceso es la de *Daubechies2* (Daubechies, 1992)(sus características se muestran en el siguiente apartado III.4.2 Familias Wavelets). La forma tanto de la función de escala como de la wavelet correspondiente a *Daubechies2* se puede ver en la figura III.7. En ella, el eje de abscisas representa el soporte, que como se observa (allí donde está definida), tiene un ancho igual a 3. También se aprecia que aunque continua, (hecho que no se produce en Haar), ofrece irregularidades a lo largo de su definición.

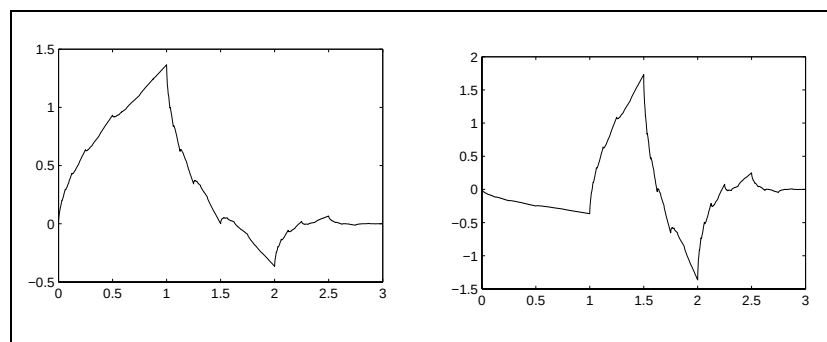


Figura III. 7: Función de escala (izquierda) y wavelet (derecha) pertenecientes a la clase Daubechies2

El filtro $\bar{h}$, correspondiente a *Daubechies2*, que aparece en el algoritmo de Mallat tiene una longitud de 4 y sus valores son los siguientes:

$$\bar{h} = [-0.1294, 0.2241, 0.8365, 0.4830]$$

La señal **S** a generalizar muestreada a intervalos regulares está compuesta por los siguientes 23 elementos

$$S = [1, -2, 3, 2, 3, -1, 1, 3, 2, 3, 1, -3, -1, 1, 3, 2, 3, 1, -3, 3, 2, 3, -1]$$

y su gráfica se muestra en la figura III.8.

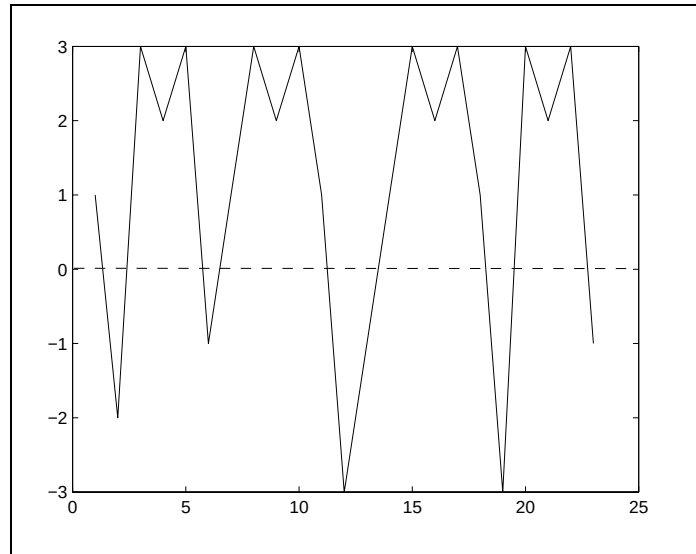


Figura III. 8: Ejemplo ficticio de curva representada en forma longitud de arco (abscisas) , curvatura (ordenadas)

Se puede considerar que la señal original **S** equivale al nivel más alto de los vectores de coeficientes de aproximación $\mathbf{a}^0$ (Goswami y Chan, 1999). Se supone, en este ejemplo, que se alcanzarán hasta tres niveles de descomposición que darán lugar a sus correspondientes vectores de coeficientes de aproximación ($\mathbf{a}^{-1}$, $\mathbf{a}^{-2}$, $\mathbf{a}^{-3}$) y detalle ($\mathbf{d}^{-1}$, $\mathbf{d}^{-2}$, $\mathbf{d}^{-3}$). Tras la primera convolución $\mathbf{a}^{-1} = \mathbf{a}^0 * \bar{h}$ se produce una reducción en la longitud del vector de coeficientes que pasa de ser $long[\mathbf{a}^0]=23$ á $long[\mathbf{a}^{-1}]=13$, La expresión general es la siguiente (Misiti et al., 1996):

$$long[\mathbf{a}^{i-1}] = ParteEntera \left[\frac{long[\mathbf{a}^i] + long[\bar{h}] - 1}{2} \right] \quad (\text{Ec. III. 4.1.1})$$

Las mismas consideraciones hechas sobre la longitud de los vectores de coeficientes de aproximación se pueden hacer sobre los de detalle. Las longitudes para este ejemplo atendiendo a la fórmula general quedan de la siguiente manera:

$$long[\mathbf{a}^{-1} \text{ y } \mathbf{d}^{-1}] = 13, \quad long[\mathbf{a}^{-2} \text{ y } \mathbf{d}^{-2}] = 8, \quad long[\mathbf{a}^{-3} \text{ y } \mathbf{d}^{-3}] = 5$$

La representación gráfica de los coeficientes de aproximación y detalle tras la descomposición wavelet con la correspondiente disminución de la longitud

(se aprecia por el tamaño del eje de abcisas) se puede observar en la figura III.9

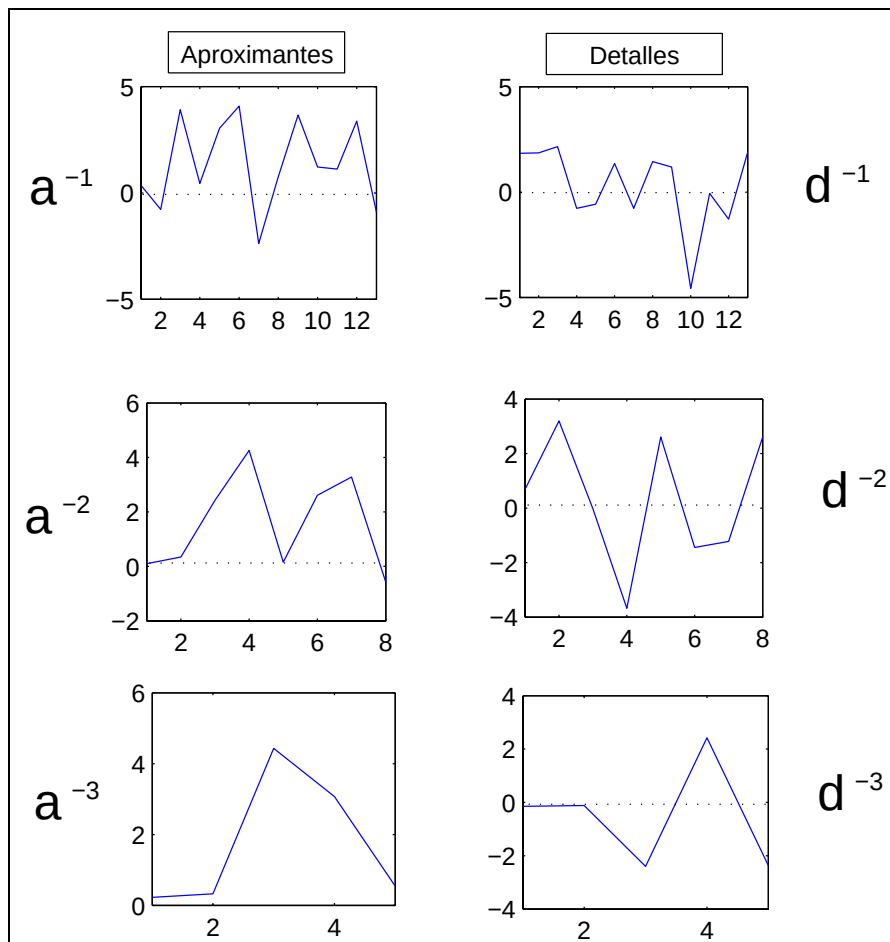


Figura III.9: Representación gráfica de los vectores de coeficientes de aproximación y detalles obtenidos en la fase de descomposición (Análisis)

La fase de síntesis consiste en aplicar la parte de reconstrucción del algoritmo de Mallat, según éste, también intervienen los coeficientes de detalle y no sólo los de aproximación. En esta tesis, para conseguir la generalización, lo que se ha hecho es eliminar los coeficientes de detalle, reconstruyendo únicamente a partir de los coeficientes de aproximación, para ello se han considerado como cero los coeficientes de detalle.

En la figura III.10 se muestran las reconstrucciones (síntesis) de los vectores de coeficientes de aproximación correspondientes a los tres niveles del ejemplo que se viene siguiendo. Obsérvese cómo la longitud del vector es de 23 (eje de abcisas), que era el tamaño de la señal original. También

es de destacar que, aunque con formas similares a la representación gráfica de los coeficientes de aproximación en la fase de análisis, la forma definitiva varía sensiblemente.

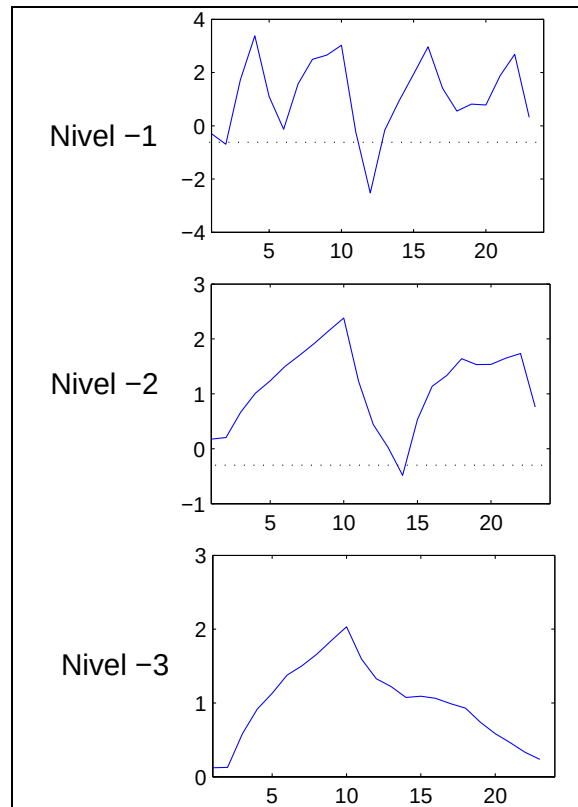


Figura III.10: Reconstrucción de los coeficientes de aproximación considerando despreciables los de detalle (valor cero)

Finalmente estas serían las tres generalizaciones en forma longitud de arco (abcisas), curvatura (ordenadas) que se devuelven al espacio según el método que se explica en el apartado III.4.4.

III.4.2 Nivel máximo de descomposición

Conviene observar que no es posible, en la práctica, llevar a cabo el proceso de descomposición de manera indefinida, contrariamente a lo que puede sospecharse a partir de la cadena infinita de inclusiones que define el análisis multiresolución. Una primera idea para justificar este hecho radica

en que descomponer equivale a realizar dilataciones de la *función de escala*) y no tiene sentido dilatar indefinidamente.

En el ejemplo que se viene arrastrando el máximo nivel de descomposición que tiene sentido es Nivel -3. Nótese cómo dicho nivel reconstruido (figura III.10) reproduce sensiblemente la función de escala de *Daubechies2* que se muestra en la figura III.7, esto se debe a que a ese nivel, la función de escala ha sido dilatada de forma tal que ocupa todo el dominio de la señal, es decir los 23 elementos que componen la señal. Si se desciende un nivel más, hasta el nivel -4 la función de escala se dilataría aún más y sobrepasaría la longitud (23 elementos) de la señal original, con lo que se perdería el sentido de escalado y traslación que acompaña a la técnica de descomposición wavelet.

Para poder observar que la cadena de inclusiones es infinita basta aplicar la Ec. III.1 a nuestro ejemplo. Como la longitud en el nivel -3 era de 5, partiendo de ella para seguir descomponiendo las longitudes de la señal en los siguientes niveles sería como sigue:

$$long[\mathbf{a}^{-3}] = 5 \Rightarrow long[\mathbf{a}^{-4}] = 4 \Rightarrow long[\mathbf{a}^{-5}] = 3 \Rightarrow long[\mathbf{a}^{-6}] = 3 \Rightarrow \dots \Rightarrow long[\mathbf{a}^{-\infty}] = 3.$$

La fórmula que permite calcular el nivel máximo de descomposición ($d_{\max}$) procede de Misiti et al. (1996) y su expresión es la siguiente:

$$\left(long[\bar{h}] - 1 \right) \cdot 2^{d_{\max}} < long[S]$$

A modo de ilustración en la tabla III.6 se muestra los niveles máximos de descomposición alcanzados por la carretera A-44 cuya longitud es de 25440 m, dependiendo de las longitudes del filtro de algunas de las wavelets empleadas en este estudio.

Tabla III. 6: Niveles máximos de descomposición según que depende de la longitud de la carretera y de la longitud del filtro wavelet.

Carretera	Wavelet	Nivel Máximo de Descomposición	Longitud del Filtro
A-44 Longitud = 25440 m	db1	12	2
	db6	8	12
	bior2.2	9	6
	coif5	7	30
	rbio3.9	8	20
	dmey	5	102

III.4.3 Familias de wavelets

El análisis multirresolución inicial de la señal curvatura se lleva a cabo mediante el filtrado de la misma por parte de 6 familias de wavelets distintas. Dentro de cada familia existen distintas representantes en número variable, que van desde 1 en el caso de *Meyer*, hasta las 45 de *Daubechies*³ o *Symlet* (ver tabla III.7). Como ya se ha indicado la curvatura se tiene en forma muestral equiespaciada, por lo que la descomposición wavelet se aplicará en su forma discreta.

Se aprovecha la implementación de los algoritmos de dichas familias existentes en el paquete informático *Matlab* para la programación del proceso de descomposición y reconstrucción de los coeficientes de aproximación y detalle.

La elección de las familias mencionadas se ha hecho siguiendo los siguientes criterios:

- Que sean familias suficientemente conocidas y probadas, aunque sean en ámbitos distintos a la generalización cartográfica. Las familias escogidas aparecen en estudios de detección de formas

³ Téngase en cuenta que la wavelet de Haar coincide con la Daubechies 1.

(Mallat y Hwang, 1992), eliminación de ruido (Coifman y Donoho, 1995), compresión de imágenes (Au et al) y exposiciones teóricas (Daubechies, 1992). No obstante hay que recordar que la familia Daubechies se ha usado en generalización cartográfica a través de su representante wavelet de Haar en los trabajos mencionados de Plazanet (1995), Fritsch (1997) y García (2006).

- Que preferentemente tengan soporte compacto (ver apartado II.9.6 del capítulo de Antecedentes), ya que esta cualidad es adecuada para describir características locales que varían rápidamente en el tiempo. No obstante se incluye una con soporte no compacto como es la *dmey* para comparar sus generalizaciones con el resto.
- Que el número de momentos nulos que posean abarque un rango amplio, de modo que el valor de la compresión alcanzado también tenga una variabilidad considerable (ver apartado II.9.6).
- Que las wavelets empleadas tengan una regularidad variable: desde la discontinua de Haar hasta la de un alto orden continuamente derivable.
- Que existan simétricas y no simétricas para ver la influencia sobre los efectos de borde. La simetría reduce los efectos de borde.

Tabla III. 7: Familias empleadas en la generalización y componentes de las mismas (no todas usadas en este estudio)

Familias Wavelet	Componentes wavelets
Daubechies	'db1' o 'haar', 'db2', ... , 'db10', ... , 'db45'
Coiflets	'coif1', ... , 'coif5'
Symlets	'sym2', ... , 'sym8', ... , 'sym45'
Discrete Meyer	'dmey'
Biorthogonal	'bior1.1', 'bior1.3', 'bior1.5', 'bior2.2', 'bior2.4', 'bior2.6', 'bior2.8', 'bior3.1', 'bior3.3', 'bior3.5', 'bior3.7', 'bior3.9', 'bior4.4', 'bior5.5', 'bior6.8'
Reverse Biorthogonal	'rbio1.1', 'rbio1.3', 'rbio1.5', 'rbio2.2', 'rbio2.4', 'rbio2.6', 'rbio2.8', 'rbio3.1', 'rbio3.3', 'rbio3.5', 'rbio3.7', 'rbio3.9', 'rbio4.4', 'rbio5.5', 'rbio6.8'

Puesto que el número de elementos de cada familia puede llegar a ser muy numeroso, se optó por seleccionar algunos de sus representantes, siendo las wavelets que finalmente se usaron en este estudio, las que aparecen en

la tabla III.8. El criterio seguido en la selección fue que se cubriese todo el rango (orden) que abarcaban dichas familias.

Tabla III. 8: Elementos de las familias wavelets que finalmente se emplearon en la generalización de las líneas

Familias Wavelet	Wavelets
Daubechies	'db1' o 'haar', 'db6', 'db12', 'db25', 'db36', 'db45'
Coiflets	'coif1', 'coif3', 'coif5'
Symlets	'sym2', 'sym5', 'sym18', 'sym27', 'sym34'
Discrete Meyer	'dmey'
Biorthogonal	'bior1.3', 'bior2.2', 'bior2.8', 'bior3.1', 'bior3.7', 'bior5.5'
Reverse Biorthogonal	'rbio1.3', 'rbio2.8', 'rbio3.1', 'rbio3.7', 'rbio3.9', 'rbio5.5'

A continuación se citan algunas características importantes de las familias de wavelets seleccionadas para el estudio de esta tesis:

- Recuérdese que en la construcción de wavelets ortogonales, si φ tiene p momentos nulos, entonces su soporte es al menos de tamaño $2p-1$ (Daubechies, 1992). Las wavelets de Daubechies, que son ortogonales, son óptimos en el sentido de que tienen mínimo soporte una vez fijado el número de momentos nulos.
- Un caso particularmente interesante es el de las wavelets de Meyer, (ver Daubechies, 1992), para los que se tiene que φ y $\psi \in C^\infty$, al tener ambas funciones transformadas de Fourier de soporte compacto. Además, al ser $\hat{\psi}(w)=0$ en un entorno de $w = 0$, se tiene que todas las derivadas son cero en $w = 0$ y esto implica que ψ tiene infinitos momentos nulos.
- El sistema "symlets", fue propuesto por Daubechies (Daubechies, 1992), como una modificación de la familia *Daubechies* (dbN) en la que las wavelets asociadas son casi simétricas. La propiedad simetría exacta sólo se consigue (en el caso ortogonal) para el wavelet de Haar. En la práctica, la propiedad de simetría es útil porque reduce los efectos de borde en las reconstrucciones. Los casos $N = 1, 2, 3$ coinciden con el sistema dbN , siendo $db1$ el propio wavelet de Haar.

- El sistema wavelet de Coifman, *coiflets* o *coifN*, (Daubechies, 1988) se compone de una familia de wavelet con p momentos nulos. Los filtros tienen longitud $6N$ en lugar de $2N$, como sucede en la construcción de *Daubechies*. La función de escala asociada a los coiflets además de verificar $\int_{-\infty}^{+\infty} \phi(t) dt = 0$, como en el resto de casos, cumple de manera adicional que

$$\int_{-\infty}^{+\infty} t^k \phi(t) dt = 0 \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (\text{Ec. III.4.3.1})$$

Esta propiedad de momentos nulos para la función de escala hace posible obtener explícitamente fórmulas de cuadratura. Y la aproximación de los coeficientes de escala, para escalas altas, utilizando evaluaciones en lugar de integrales, es mejor que si o se impone la Ec. III. 4.3.1.

- El sistema wavelet biortogonal es una generalización del caso ortogonal. La condición de ortogonalidad se reemplaza por la existencia de bases duales (Donoho, 1992). Además, de las relaciones a dos escalas que satisfacen $\langle \cdot, \cdot \rangle$ y $\langle \cdot, \cdot \rangle$, se supone la existencia de unas nuevas funciones ϕ, ψ y unos nuevos filtros $\tilde{h}_n, \tilde{g}_n$ tales que

$$\begin{aligned} \phi(t) &= \sqrt{2} \sum_n \tilde{h}_n \phi(2t-n) \\ \psi(t) &= \sqrt{2} \sum_n \tilde{g}_n \psi(2t-n) \end{aligned}$$

En este caso los filtros satisfacen $\tilde{g}_n = (-1)^n \tilde{h}_{1-n}$.

Como consecuencia resulta un análisis más flexible, en el que por ejemplo, es posible construir wavelets y funciones de escala simétricas.

En el caso ortogonal, los filtros h_n y g_n tienen la misma longitud. Esta condición no se mantiene, en general, en relación a los pares de filtros biortogonales h_n y $\tilde{h}_n$ que están tabulados en Mallat (1999).

El número de momentos nulos de $\{\psi, \tilde{\psi}\}$, denotados respectivamente mediante $\{p, \tilde{p}\}$ es, en general, distinto y se utilizan para denotar a los wavelets de esta familia como $Biorp.\tilde{p}$. La regularidad de ambas funciones es, en general, también distinta.

Una característica fundamental de este sistema es que usa un par de funciones de escala y wavelet para el análisis (descomposición) diferentes de las utilizadas en la síntesis (reconstrucción).

- El sistema inverso (*reverse*) biortogonal es igual al biortogonal con la diferencia de que el par (función de escala, wavelet) utilizado en la reconstrucción en el caso biortogonal, se emplea ahora en la descomposición y viceversa.

Las características de las wavelets que se han empleado son las que aparecen en la tabla III.9. En ella se tiene información sobre la simetría, soporte compacto (implica capacidad para detectar variaciones locales), regularidad (evita producir angulosidades, el filtrado se producirá de forma suave si la regularidad es elevada), y longitud del filtro que también influirá en la suavidad del resultado generalizado, a más longitud del filtro mayor suavidad.

Tabla III. 9: Tabla Resumen de las características de las familias empleadas en este trabajo

	Daubechies	Coiflet	Symlet	Discrete Meyer	Biortogonal ⁴	Reverse Biortogonal
Orden (N)	N=1,...,45	N=1,...,5	N=2,...,45	-	Nr=1,...,6 Nd=1,...,8	Nd=1,...,6 Nr=1,...,8
Orthogonal	Sí	Sí	Sí	Sí	No	No
Biorthogonal	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí
Soporte Compacto	Sí	Sí	Sí	No	Sí	Sí
Transformada Discreta	Posible	Posible	Posible	Posible	Posible	Posible
Transformada Continua	Posible	Posible	Posible	Posible	Posible	Posible
Ancho del soporte	2N-1	6N-1	2N-1	Infinito	2Nr+1 para reconstrucción 2Nd+1 para descomposición	2Nd+1 para reconstrucción 2Nr+1 para descomposición
Longitud del Filtro	2N	6N	-	-	max(2Nr,2Nd)+2	max(2Nd,2Nr)+2
Regularidad	Aproximadamente 0.2N para longitud N	variable	variable	Infinitamente derivable	Para psi reconstrucción Nr-1 y Nr-2	Para psi reconstrucción Nd-1 y Nd-2
Simetría	Poco simétrica	Cercano a la simetría	Se acerca a la simetría al aumentar el orden	Sí	Sí	Sí
Número de momentos nulos en ψ	N	2N	N	-	Para descomposición Nr	Para descomposición Nd
Número de momentos nulos en ϕ	-	2N-1	-	-	-	-

En la figura III.11 se muestran las gráficas de las funciones de escala y sus wavelets asociadas correspondientes a las *Daubechies* empleadas en esta investigación. Se observa cómo la de Haar es discontinua mientras que el resto son todas continuas teniendo más oscilaciones cuanto mayor es el orden. Con el fin de no cargar innecesariamente este apartado el resto de elementos (gráficas de las funciones de escala y wavelet) que se han usado se muestran en el anejo I

⁴ Tanto en la familia Biortogonal como en la Reverse Biortogonal Nr es el orden (N) en la reconstrucción y Nd el orden en la reconstrucción. Nótese cómo Nr de la Biortogonal coincide con Nd de la Reverse Biortogonal y viceversa.

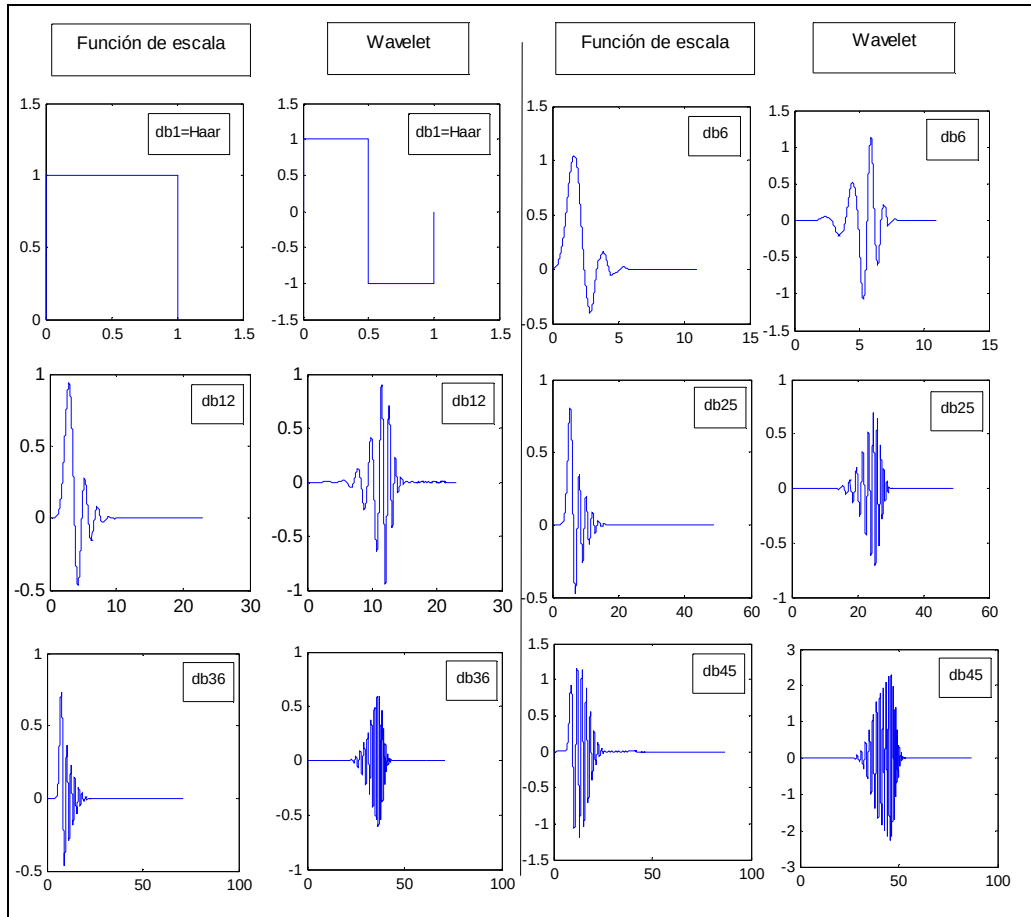


Figura III. 11: Gráficas de las funciones de escala y wavelet de la familia Daubechies empleadas en esta tesis

III.4.4 Devolución al espacio de la curvatura aproximada mediante wavelets

Para cada nivel de descomposición wavelet de la señal curvatura se tiene la *aproximación* y el *detalle*. Se elige la aproximación reconstruida que, corresponderá a la curvatura de una carretera de parecida forma a la original pero que diferirá de ella justamente en el conjunto de detalles que restan hasta llegar al nivel 0. P.e. si se elige a^{-3} como aproximación reconstruida de la curvatura, la diferencia entre la curvatura original y esta aproximación será igual a la suma de detalles desde el nivel inicial 0 hasta el nivel -3, es decir $a^{-3} a_0 = a^{-3} + d^{-1} + d^{-2} + d^{-3}$. Esta aproximación de la curvatura se utiliza para reconstruir la curva que la genera.

Que existe una única curva para una curvatura conocida lo garantiza el *Teorema Fundamental de la Teoría Local de Curvas y Superficies* con la condición de que ésta esté definida por su longitud de arco:

Teorema⁵ 1: *Dadas las funciones diferenciables $k(s) > 0$ y $l(s)$, $s \in I$, existe una curva parametrizada regular $\alpha: I \rightarrow \mathbb{R}^3$ tal que s es la longitud de arco, $k(s)$ es la curvatura, y $l(s)$ es la torsión. Además, cualquier otra curva $\bar{\alpha}$, satisfaciendo las mismas condiciones difiere de α en un movimiento rígido; esto es, existe una aplicación lineal ortogonal ρ de $\mathbb{R}^3$, con determinante positivo, y un vector c tal que $\bar{\alpha} = \rho \alpha + c$.*

Puesto que en el caso de este trabajo las curvas empleadas, carreteras del mapa, son planas, la torsión es nula y se puede emplear el siguiente *Teorema* para encontrar la solución buscada:

Teorema⁶ 2: *Sea $k(a,b) \rightarrow \mathbb{R}$ una función continua a trozos. Entonces, una curva con velocidad unitaria $\beta: (a,b) \rightarrow \mathbb{R}^2$ con curvatura k está dada por*

$$\begin{cases} \beta(s) = \left(\int \cos \theta(s) + c_1, \int \sin \theta(s) + c_2 \right) \\ \theta(s) = \int k(s) ds + \theta_0, \end{cases}$$

donde c_1 , c_2 y θ_0 son constantes de integración

Si se derivan las dos expresiones anteriores se obtiene el sistema de ecuaciones diferenciales cuya resolución proporciona la curva $\beta(s)$ buscada:

$$\begin{cases} \beta'(s) = (\cos \theta(s), \sin \theta(s)) \\ \theta'(s) = k(s) \end{cases}$$

Para resolver las ecuaciones diferenciales del sistema anterior se recurre al programa *Mathemática*, concretamente a su función *NDSolve* que determina soluciones numéricas de ecuaciones diferenciales ordinarias o sistemas de

⁵ Do Carmo (1995).

⁶ Cordero (2002).

ecuaciones diferenciales ordinarias. La salida producida por este comando es una *función simbólica*.

A continuación se muestra la definición de la función, en lenguaje de *Mathematica*, **devolucionAIEspacio** que hemos programado para obtener la curva a partir de la curvatura.

Tabla III. 10: Código en lenguaje de *Mathematica* de la función *devolucionAIEspacio*[] que dada una función (longitud de arco-curvatura) reconstruye la curva que la genera

```
devolucionAIEspacio[fun_,a_:0,optsnd___,{smin_-10,smax_:10}]:=
Flatten[Module[{x,y,theta},
{x[t],y[t]}/.
NDSolve[{x'[ss] Cos[theta[ss]],
y'[ss] Sin[theta[ss]],
theta'[ss] fun[ss],
x[a] 0,y[a] 0,theta[a] 0},
{x,y,theta},{ss,smin,smax},MaxSteps→100000,optsnd]]]
```

Esta función es una variante de la que se puede encontrar en Cordero (2002). En ella **fun_** representa la *función simbólica* curvatura con dominio la longitud de arco (**$k(s)$**); **a_** no es más que una constante de inicialización; **optsnd___** son opciones que pueden cambiar la forma de actuar del comando NDSolve, la modificación del parámetro número máximo de pasos (**MaxSteps**) será fundamental para conseguir soluciones adecuadas de determinadas carreteras, concretamente aquellas que presentan una mayor complejidad; **smin_** y **smax_** son los extremos del intervalo para comenzar la búsqueda de la solución inicial; **{x[t],y[t]}** son las componentes de la curva buscada $\beta(s)$ que aunque aparezca su variable expresada como **t** realmente representa la longitud de arco y la razón de expresarla con **t** pretende evitar conflictos internos en la identificación de variables por parte del software.

Aunque puede parecer que llegados a este punto toda la problemática para la devolución al espacio de una función curvatura está resuelto no es así; recuérdese que la definición que se tiene de la curvatura está en forma de muestras equiespaciadas (dominio-valor = longitud de arco-curvatura) mientras que la función **devolucionAlEspacio** requiere de una *función simbólica* (**fun_**) para resolver el sistema de ecuaciones diferenciales. La primera alternativa que se plantea, dado que se ha trabajado con ellos para aproximar curvas, es aproximar la poligonal *longitud de arco-curvatura* por medio de un spline mínimo cuadrático y por tanto no interpolante. No obstante como se verá en los resultados de esta tesis eso no producirá curvas satisfactorias.

Para hacerse una idea de por qué determinadas aproximaciones de la *longitud de arco-curvatura* no sirven como prototipos de funciones **fun_** supóngase una función cuya curvatura $k(s)$ y aproximación de Taylor sean respectivamente:

$$k(s) = s + \sin s;$$

$$\text{Aprox. Taylor } k(s) \approx 2s - \frac{s^3}{6} + \frac{s^5}{120}$$

La devolución al espacio de la curva original a partir de la curvatura y de su aproximación son respectivamente:

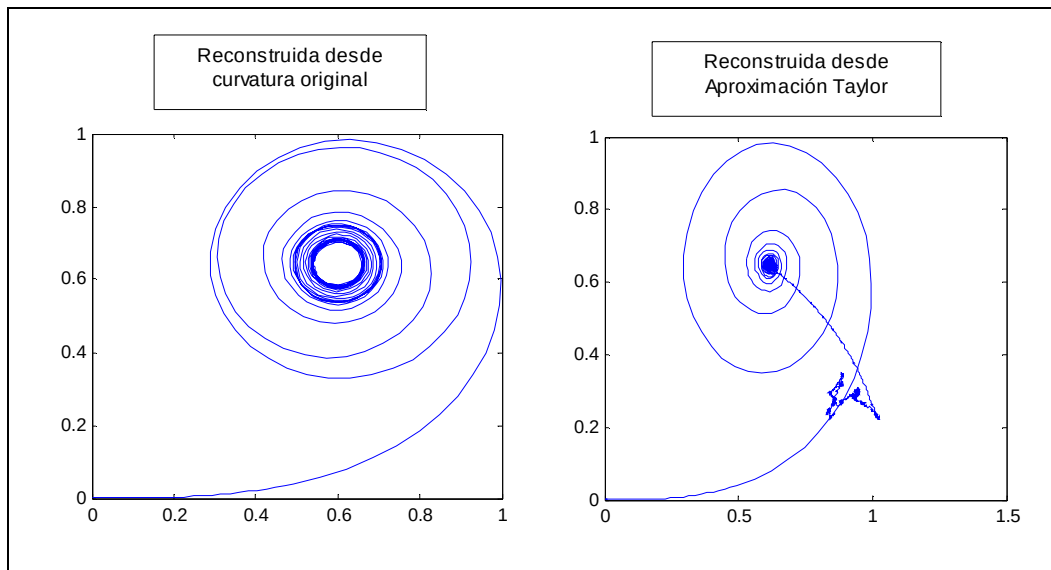


Figura III. 12: Reconstrucción de una curva a partir de su curvatura original (izda.) y a partir de una aproximación de Taylor de dicha curvatura (dcha.) donde se evidencia lo inadecuado de emplear la aproximación de Taylor

Como se observa la reconstrucción a partir de la Aproximación de Taylor da lugar a efectos indeseables precisamente por el grado de precisión de la aproximación.

Del ejemplo anterior, se concluye que ya la aproximación de una curva sencilla por un simple polinomio de Taylor no conduce a una devolución adecuada al espacio. Dado que el polinomio de Taylor es una herramienta local de aproximación, es natural pensar en construir una aproximación que consista en la unión de unos cuantos polinomios y devolver al espacio la curva que define esa unión de polinomios. El problema que surge es que al devolver al espacio cada trozo de polinomio y unir el resultado se producen efectos parecidos a los de la figura III.12 en los puntos de unión. Algo análogo ocurre al trabajar con un ajuste spline sobre la poligonal longitud de arco-curvatura. De nuevo la introducción de tal ajuste en la función devolucionalespacio produce una curva que en nada se parece a la original. Por tanto, aunque el aproximante de la curvatura no lo resuelve analíticamente una única función, se descartó resolver este problema proporcionando distintas entradas del programa de la tabla III.10 correspondientes a cada trozo del aproximante. La gran aportación del

programa Mathematica en este punto es su habilidad para considerar una función definida mediante varios trozos, concretamente polinomios interpoladores, como una única función simbólica. Precisamente esa única función simbólica es la que alimenta al programa en la variable **fun__**. Tras varios ensayos con distintos grados de polinomios interpolantes, consideramos la aproximación obtenida mediante un conjunto de polinomios interpolantes cúbicos que, se recuerda, Mathematica es capaz de entender como una única función simbólica. Tras la aplicación de estas consideraciones, las reconstrucciones comienzan a asemejarse a los datos originales, con lo que se opta por elegir dicho ajuste interpolante como método de aproximación de la función longitud de arco-curvatura.

La obtención de esa *función simbólica* se logra mediante el comando **Interpolation** que se alimenta con la muestra *longitud de arco-curvatura*. El proceso de la devolución al espacio de la señal curvatura concluye con una *Transformación Bidimensional de Semejanza*. Esta operación es necesaria debido a que en la función curvatura sólo se ha modificado el valor de la misma pero no el dominio que en este caso es la longitud de arco (s), ver Tabla III.11; debido a ello, en general, aunque a la carretera generalizada (devuelta al espacio) se le practiquen rotaciones y traslaciones, los extremos de la misma nunca coincidirán con los de la carretera original.

Tabla III. 11: Se expresa que en la curva que subyace tras la curvatura filtrada se ha considerado tiene la misma longitud que la original, hecho imposible y que justifica la transformación de semejanza

<i>Dominio Original y Filtrado (Longitud de Arco)</i>	$s(t)$	$s(t_1)$	$s(t_2)$	...	$s(t_{n-1})$	$s(t_n)$
<i>Curvatura Original</i>	$k(t)$	$k(t_1)$	$k(t_2)$	...	$k(t_{n-1})$	$k(t_n)$
<i>Curvatura Filtrada</i>	$k_f(t)$	$k_f(t_1)$	$k_f(t_2)$	...	$k_f(t_{n-1})$	$k_f(t_n)$

Las ecuaciones de la Transformación Bidimensional de Semejanza son:

$$ax + by + g = x'$$

$$-bx + ay + h = y'$$

donde:

(x, y) son los puntos de la línea filtrada

(x', y') son los puntos de la línea original

a, b, g, h son los parámetros a calcular

Como los datos son los 2 puntos extremos de original y filtrada se tienen cuatro ecuaciones con cuatro incógnitas por lo que el sistema tiene solución. La figura III.13 muestra la secuencia seguida para llevar a cabo la transformación bidimensional de semejanza. La línea a transformar es la generalizada (b), que tras ser comparada con la original (a), sufre un giro (c) y un escalado terminando el proceso de transformación (d).

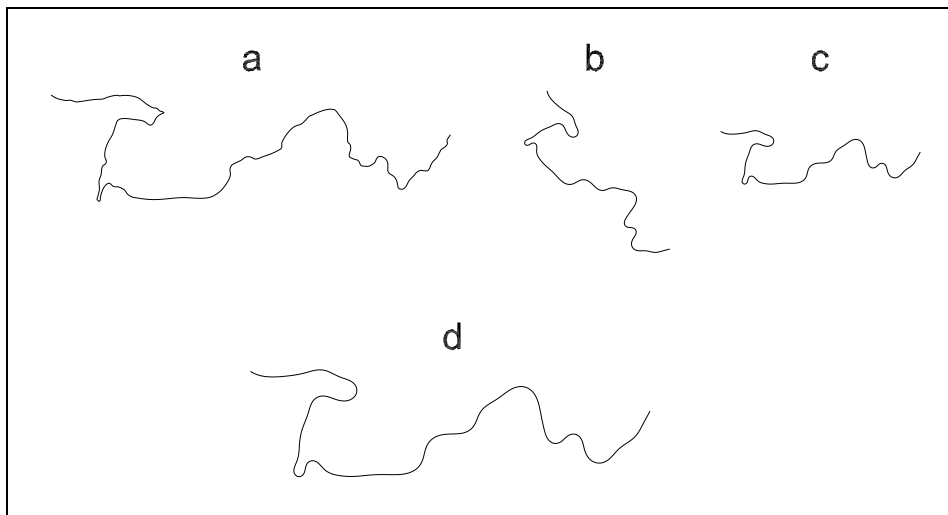


Figura III. 13: Transformación de Semejanza. a) Línea original. b) Misma línea generalizada. c) Línea b girada. d) Línea c escalada con lo que se completa la transformación

III.4.5 Ejemplo gráfico de una línea generalizada mediante wavelet

A continuación se presenta un ejemplo correspondiente al proceso de generalización de la curvatura wavelet y recuperación de la curva que la genera (devolución al espacio).

En la figura III.14 se observa los niveles de resolución en que se descompuso la curvatura mediante el análisis. Las gráficas corresponden a dichos niveles pero ya reconstruidos (síntesis) sin haber considerado los coeficientes de detalle. Sólo se presentan los 4 últimos niveles (del -3 al -6) por que en los 2 primero (del -1 al -2) no se aprecian diferencias con la línea original.

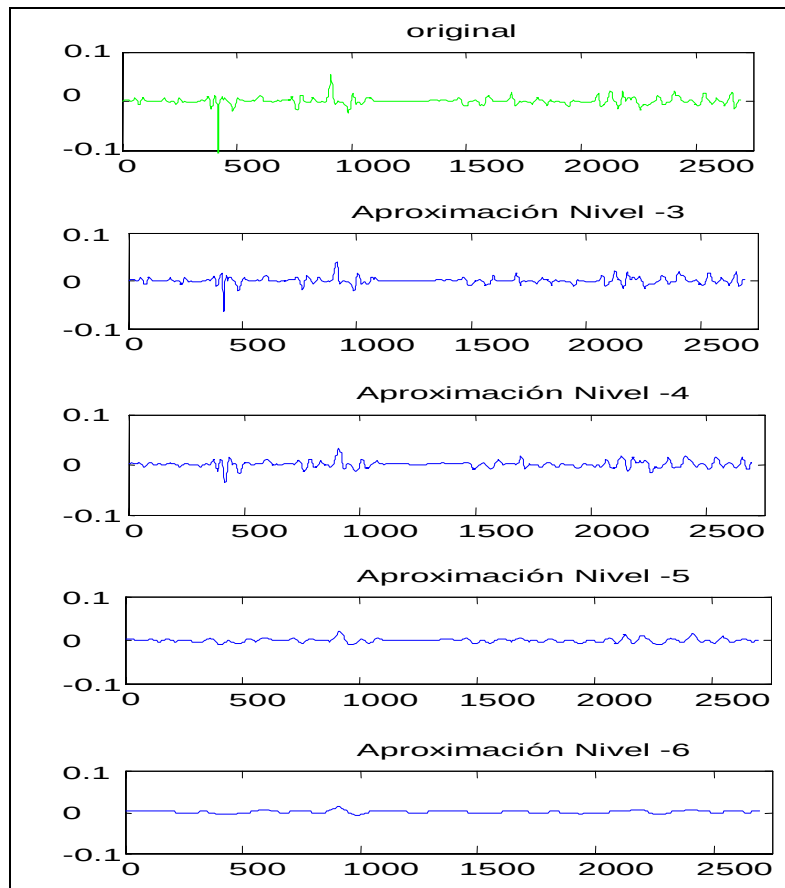


Figura III. 14: Niveles de resolución de curvatura sintetizados mediante la wavelet *coif5* para la línea P-SierraPeñaDelAguila

En la figura III.15 se observa el resultado de devolver al espacio los 4 niveles de aproximación que aparecen en la figura III.14 anterior.

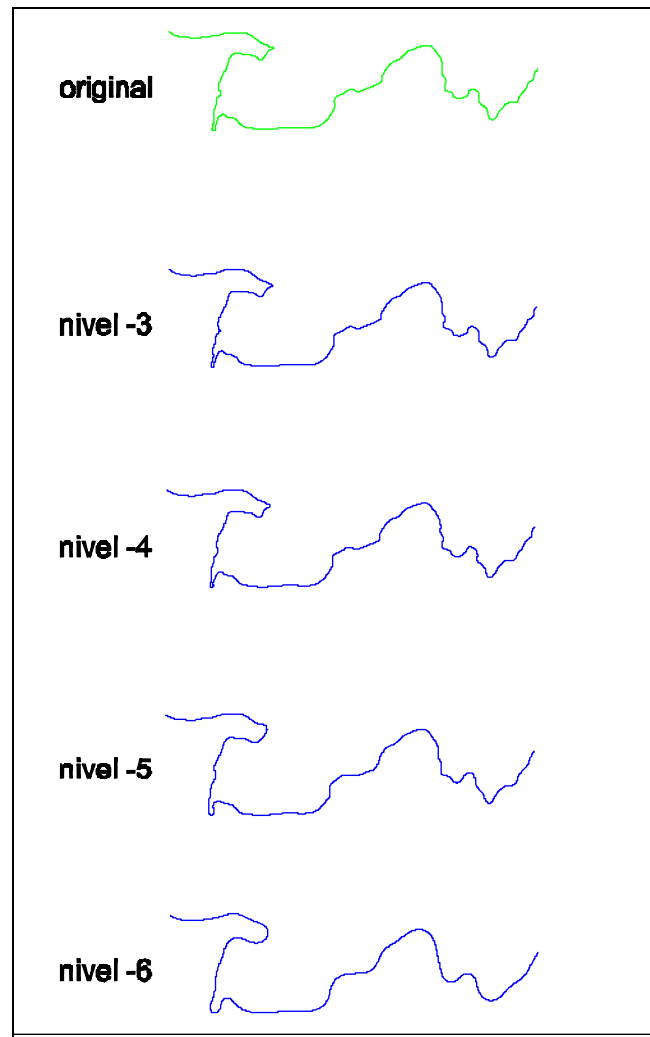


Figura III. 15: Devolución al espacio de P-SierraPeñaDelAguila generalizada mediante *coif5*

III.5 EVALUACIÓN DE LA GENERALIZACIÓN

Este apartado se corresponde con el cuarto bloque de la figura III.1. Una vez generalizadas las vías de comunicación mediante los representantes de las diferentes familias de wavelets seleccionadas, se hace necesario conocer cómo de buenas han sido tales generalizaciones, es decir, valorar numéricamente cada una de las líneas generalizadas de forma que se puedan ordenar de mayor a menor según dicha puntuación. Para ello será necesario el concurso del conocimiento de expertos a los que habrá que consultar, hecho que consideró muy positivo Mustière en comunicación

personal (uno de los expertos consultados). El objetivo de tal ordenación es detectar, en caso de que existan diferencias significativas, qué wavelets o familias de wavelets han producido la mejor generalización. También se pretende estudiar el comportamiento de las familias con respecto a la complejidad de las líneas así como al nivel de descomposición (resolución espacial).

El otro objetivo de la evaluación se encuentra en conseguir una herramienta de valoración automatizada de la generalización global de una vía de comunicación, con independencia del método de generalización empleado. Esta herramienta se materializará mediante la creación de una red neuronal artificial, la cual, habrá que comprobar *a posteriori* con un muestreo amplio. Asimismo hay que destacar que la evaluación se realizará sobre dos escalas de manera independiente, la E100k y la E200k.

Esta tarea se ha dividido en dos fases como se muestra en el flujo de trabajo de la figura III.16 que se corresponden con los apartados III.5.1 y III.5.2 de este capítulo de Material y Método.

Como resultado de la primera fase se crea una red neuronal que evalúa la calidad global de la generalización (apartado III.5.1.4). La generalización se ha realizado mediante una representante de cada familia wavelet (apartado III.5.1.1). Al usar una única wavelet por familia se reduce el número de líneas a evaluar que de otra forma hubiese sido demasiado voluminoso e inabordable por el grupo de expertos. Un grupo de expertos reducido evalúa tales generalizaciones (apartado III.5.1.3). Para poder formalizar el conocimiento es necesario disponer de medidas caracterizadoras y evaluadoras de la generalización (apartado III.5.1.2) que se reducirán a un conjunto de las mismas que explique la máxima variabilidad mediante un análisis de componentes principales (apartado III.5.1.2.1). Finalmente uniendo la evaluación de los expertos y las medidas evaluadoras se logra entrenar y crear la red evaluadora (apartado III.5.1.4).

En la segunda fase se someterá a las líneas generalizadas mediante un mayor número de wavelet (27 clases) (apartado III.5.2.2), a un grupo de expertos más numeroso que en la primera fase. La evaluación además de ser global será más detallada (se calificarán aspectos adicionales como suavizado, desplazamiento, ...). Puesto que el número de casos se incrementa considerablemente con respecto a la primera fase, la selección de líneas enviada a los expertos extendidos se hace siguiendo el siguiente proceso: se ejecuta la red creada en la primera fase sobre todas las generalizaciones realizadas en la segunda fase (apartado III.5.2.2), se elabora la encuesta seleccionando las líneas de forma que sólo se evalúe por el grupo de expertos extendido las líneas que cumplan un mínimo de puntuación (apartado III.5.2.3).

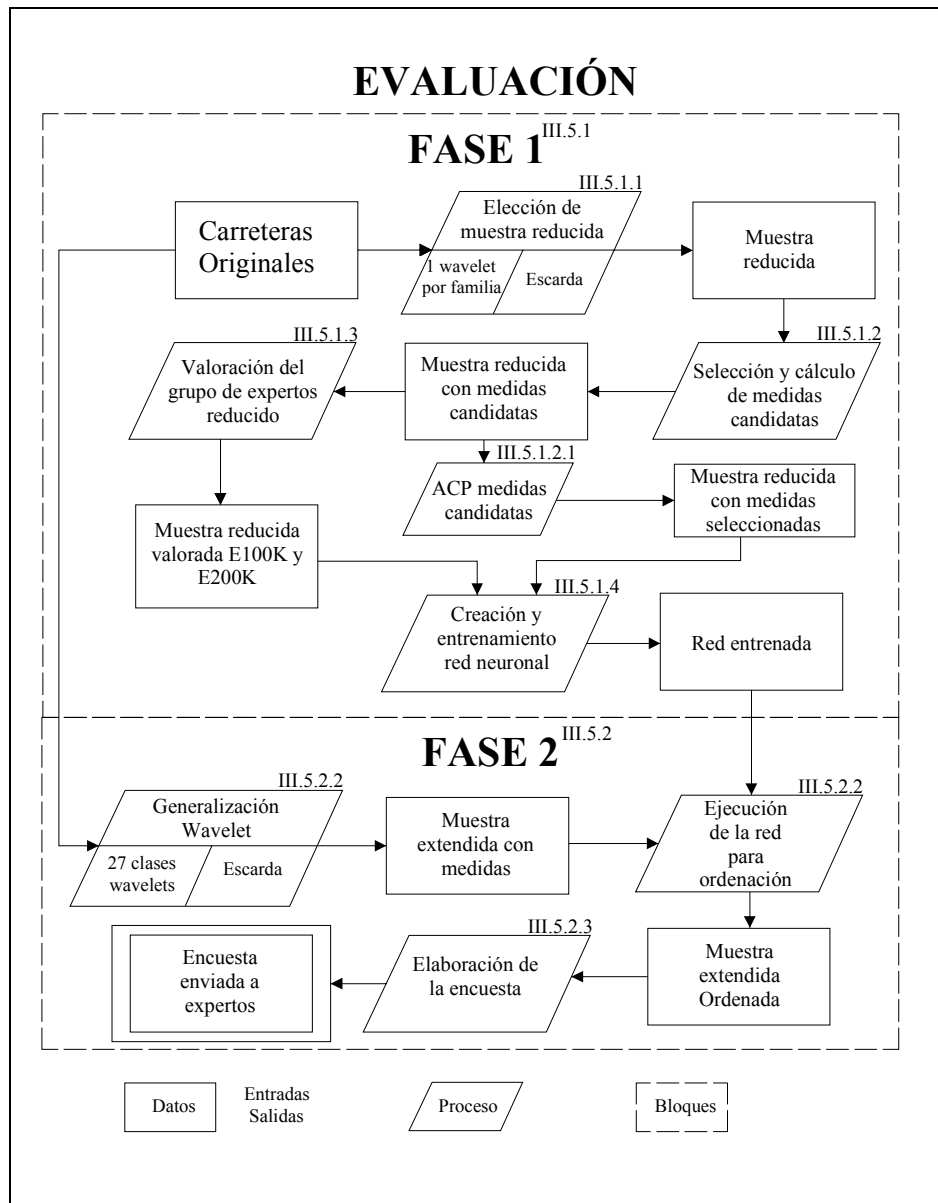


Figura III. 16: Flujo de trabajo seguido en la evaluación de la generalización

III.5.1 Fase 1: Valoración global de la generalización. Creación de red neuronal para valoración automatizada

La finalidad de esta fase es dotar a este estudio de una herramienta que pueda realizar valoraciones de la generalización, desde un punto de vista global (general), es decir, que evalúe la calidad, en su conjunto. El resultado a valorar es el surgido de la aplicación de una determinada wavelet a un determinado nivel de descomposición.

Esta fase de valoración servirá sólo para entrenar la red neuronal artificial, y la puntuación será realizada por un grupo de expertos reducido (5 personas). Puesto que la red será el motor de ordenación de la calidad de cualquier generalización, se decide que el número de líneas a evaluar por este grupo reducido, sea lo suficientemente amplio, de forma que sea representativo de toda la casuística.

El número de casos podría llegar a ser excesivamente grande para ser evaluado en su conjunto por un grupo de expertos reducido. Téngase en cuenta que si el número de niveles de descomposición medio fuese de 8, el número de wavelets de 27 y el número de líneas a generalizar 26, el número de muestras sería de 5616, que se duplicaría si se pretendiese evaluar para las escalas E100k y E200k. Por ello se selecciona una sólo representante por familia con lo que el número de wavelets se reduce a 6. Y esta muestra, aunque no deja de ser voluminosa, sí es abordable por dicho grupo reducido. Este grupo reducido tiene un mayor grado de compromiso con el trabajo de esta tesis pues o bien pertenecen al grupo de investigación de Ingeniería Cartográfica, Geodésica y Fotogrametría de la Universidad de Jaén o bien colaboraba con el mismo, y por tanto se esperaba hiciese el mayor esfuerzo de evaluación.

La red resultante de esta fase tiene el objetivo, asimismo, de facilitar la selección de líneas que se enviará a un grupo de expertos más numeroso al que se denominará grupo de expertos extendido. La selección de la muestra sólo será viable, (debido al gran número de casos comentados), mediante el empleo de una red neuronal artificial que ordene según la valoración de mejor a peor generalización.

III.5.1.1 Elección de la muestra reducida para el ajuste de la red neuronal

Como se ha visto, considerando un valor medio de 8 niveles de descomposición se obtendría un número de muestras de 5616 líneas a evaluar en cada escala, cantidad que, evidentemente, no se puede presentar a la valoración del grupo de expertos reducido. Por ello se decide elegir un representante de cada familia wavelet y además la wavelet de Haar para la creación de la red. De esta forma las wavelets seleccionadas para esta fase son: db1 (Haar), db6, sym5, coif3, dmey, bior2.2 y rbio3.9. Asimismo, en las pruebas iniciales realizadas se observaba que, al dibujar las líneas a las que serían las escalas de evaluación (E100k y E200k), no existía diferencia entre la línea original y las reconstruidas hasta el nivel de descomposición que se encontraban en la mitad de dichos niveles. Por ejemplo, si una línea admitía 4 niveles de descomposición, no se apreciaban diferencias visuales entre la original y los niveles -1 y -2. Por ello se decide que se valorarán sólo aquellas reconstrucciones correspondientes a los niveles que van desde la mitad hasta el nivel más bajo. El primer nivel considerado será el que cumpla con la siguiente fórmula:

$$\text{Primer Nivel} = \text{Parte Entera} \left[\frac{\text{Nivel Máximo de descomposición}}{2} \right]$$

Con esta actuación también se reduce el número de líneas, de forma que, aunque todavía es grande, se puede abordar por el grupo de expertos reducido para su evaluación.

Finalmente, y antes de presentar las líneas al juicio de los expertos se realiza una escarda que consiste en eliminar de la muestra aquellas líneas cuyo desplazamiento de la línea original sea superior a 400 m, pues se considera que una generalización tal es inadmisibile para las escalas en las que se estudia el efecto de la generalización (E100k y E200k). Asimismo, se quitan de la muestra aquellas líneas cuyo desplazamiento sea inferior a 15 m, ya que tan poco desplazamiento a las escalas de evaluación implica que

no ha habido generalización apreciable. La finalidad de esta escarda es continuar con la reducción del número de muestras a evaluar, pues se prevé que, a pesar de las reducciones anteriores, la cantidad de líneas siga siendo excesivo.

Con las premisas anteriores se puede hacer una estimación del número de líneas que evaluará cada experto como 7 wavelets x 26 líneas x 4 niveles, en total 728 a las que habrá que descontar las líneas que resulten de la escarda. Tal valor, que pueda parecer grande, creemos puede ser abordado por una sola persona (aunque no sin esfuerzo).

III.5.1.2 Selección de las medidas evaluadoras (entradas de la red neuronal)

Cada carretera queda representada gráficamente bien por una poligonal o por una curva de ajuste, en el caso de esta tesis, por spline mínimo cuadrático. Ocurre que en esa geometría existe, de forma implícita, mucha información que es necesario extraer para poder hacer una comparación efectiva entre líneas originales y generalizadas. Esta información implícita se obtiene mediante el análisis de la línea, que da lugar a un conjunto de medidas caracterizadoras (ver apartado II.7).

Puesto que las medidas se usarán en el entrenamiento y simulación de una red neuronal artificial se procurará que estén lo menos correladas posible y, al mismo tiempo, que expliquen la máxima variabilidad de los datos de entrada. Esto se conseguirá seleccionando aquellas medidas que aconseje la técnica de análisis de componentes principales (ACP) que ya usaron McMaster (1986) y García (2006) entre otros. Asimismo la entrada a la red neuronal necesitará de una normalización previa.

Las medidas caracterizadoras pueden ser transformadas en *evaluadoras* mediante combinación de una misma medida calculada sobre la línea

original y la filtrada. Esta combinación será o bien una diferencia o un cociente, ya que ambas dan cuenta del cambio producido tras la generalización. En esta tesis se ha optado por el cociente, por cuanto elimina el factor dimensional. Si la medida evaluadora hubiese sido una diferencia, ésta dependería del tamaño de la línea pudiendo introducir ruido indeseado.

Las medidas caracterizadoras que empleó García (2006) en sus estudios de complejidad garantizan los dos principios exigidos anteriormente: *no correlación* y *máxima explicación de la variabilidad*. Por ello se tomarán como punto de partida de las medidas candidatas a ser seleccionadas como caracterizadoras. Las medidas sobre las que se ejecuto el ACP era muy variada: proyecto AGENT (1999), Plazanet (1995, 1996, 1997), Skopeliti y Tsoulos (1999), McMaster (1986), Jasinski (1990), Fritsch (1997), Barrault (1998) y otras de elaboración propia del mismo García. En nuestro caso se hará una revisión de las fuentes que se acaban de citar de forma que se añadirán otras que cubran aspectos que aquellas no hacían. Recuérdese (apartado II.7.3) que dichas medidas se referían fundamentalmente a características de una curva individual y no de la línea global, aunque posteriormente se extrajesen valores de tendencia a lo largo de toda una sección.

Puesto que la valoración que se haga de la generalización de líneas en esta tesis será global (de toda la línea), creemos necesario incluir algunas medidas candidatas que tengan en cuenta esa componente general. Además, las nuevas medidas que se sugieren estarán orientadas a que mediante su uso se puedan detectar desplazamientos, suavizados, temblores y caricaturización en la línea generalizada. Las nuevas medidas así como las expectativas que generan se muestran en la tabla III.12. Las medidas Np_D y Npi_D son usadas por muchos autores, entre otros por McMaster (1986), Plazanet (1997) y en el proyecto AGENT (1999). El resto de medidas son de elaboración propia aunque en la mayoría de los casos inspiradas por otras o por algoritmos de generalización. Así la medida *Buf*

guarda relación con el método de detección de la coalescencia de Mustière (2001), las medidas de desplazamiento ($Desp_m$, $Desp_{cv}$, $Desp_{mx}$) guarda relación con el cálculo del desplazamiento tras el proceso de eliminación de puntos de McMaster, aunque en nuestro caso el cálculo es evidentemente más complejo, finalmente para la medida Dep_{lt} , no hemos encontrado relación en la bibliografía consultada.

Tabla III. 12: Medidas candidatas a formar parte del grupo de las evaluadoras de la generalización

Medida	Nombre (Dimensión)	Expectativas
Np_D	Número de vértices en la poligonal que define la carretera tras el paso de un filtro Douglas de tolerancia 5 metros. (adimensional)	Comparando esta medida en carretera original y filtrada puede dar idea del suavizado o de la presencia de temblores
Npi_D	Número de puntos de inflexión en la carretera tras el paso de un filtro Douglas de tolerancia 5 metros. (adimensional)	Comparando esta medida en carretera original y filtrada puede dar idea del suavizado o de la presencia de temblores
Buf	Cociente entre el área del buffer de la poligonal que define la carretera y el área del buffer hipotético creado en torno a la línea recta de igual longitud que la carretera (adimensional)	De manera aislada el buffer da información sobre la sinuosidad y suavidad de la carretera. El cociente de original y filtrada puede estar relacionado con caricaturización.
$Desp_m$	Distancia media que separa los puntos homólogos de la carretera original y la filtrada. (longitud)	Indica si la generalización provoca desplazamientos indeseables.
$Desp_{cv}$	Coefficiente de variación de la medida anterior. (adimensional)	Medida de dispersión sobre la medida de desplazamiento
$Desp_{mx}$	Máximo valor de la distancia que separa puntos homólogos de la carretera original y la filtrada (longitud)	Medida que servirá para establecer umbrales que no se toleren a pesar de que el desplazamiento medio pueda ser aceptable.
Dep_{lt}	Cantidad de desplazamiento en tanto por uno que ocurre sobre uno de los laterales de la carrera original. (adimensional)	Dará idea de la existencia o no de un desplazamiento en bloque a izquierda o derecha de la carretera filtrada como consecuencia (en general) de la aplicación de la Transformación Bidimensional de Semejanza en la Reconstrucción de la curvatura.

La figura III.17 muestra dibujo aclaratorio de las medidas de desplazamiento:

- Desplazamiento medio: calculado como la media de la distancia que separa a los puntos homólogos componentes de la línea original y la generalizada. La existencia de puntos homólogos exige que la línea

original quede definida por un número de puntos idénticos al de la generalizada, pudiendo así establecer una correspondencia de uno a uno. En nuestro caso, los puntos homólogos sobre la original (P_o) corresponden a aquellos separados entre sí 5 m; los puntos homólogos sobre la generalizada (P_g) se obtienen situándolos equiespaciadamente sobre la generalizada y en número igual a P_o .

- El desplazamiento máximo se ve en el dibujo como la máxima separación entre original y generalizada medida entre dos puntos homólogos.
- El desplazamiento lateral izquierdo mide en tanto por uno la cantidad de desplazamiento sufrido por la línea generalizada sobre uno de los lados de la original. El adjetivo izquierdo se usa para indicar al algoritmo de cálculo sobre qué lado se efectuará la medida. Se obtiene como el cociente entre el área de desplazamiento izquierdo y el área de desplazamiento total.

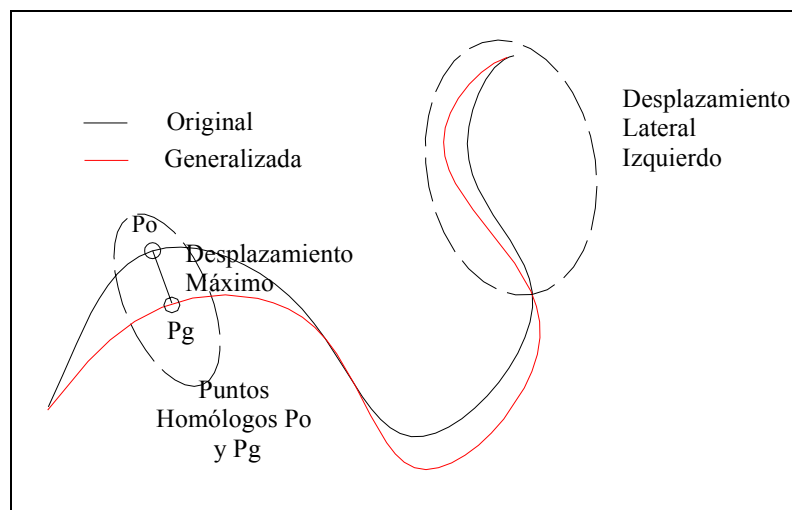


Figura III. 17: Representación de las medidas, desplazamiento, desplazamiento máximo y desplazamiento lateral izquierdo

La figura III.18 muestra el proceso de obtención de la medida cociente entre área de buffer poligonal original y su rectificación. Dada una poligonal se obtiene la superficie (Y) del buffer construido en torno a ella tal y como muestra el dibujo *a*, a continuación se rectifica la poligonal y se calcula su superficie (Z) como muestra el dibujo *b* y la medida buscada es el cociente Z/Y .

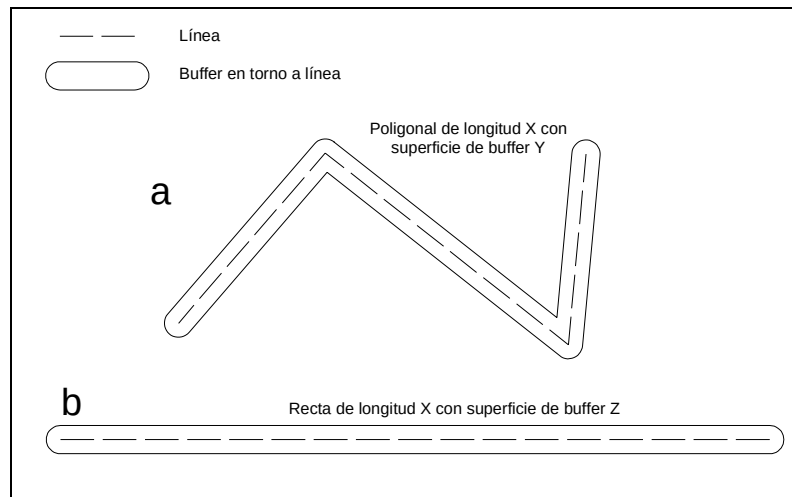


Figura III. 18: Cociente entre superficies de buffer *a* y *b*. La superficie del buffer de la poligonal *a* es mayor que la superficie del buffer de la recta *b* aunque longitud de *a* y *b* es igual.

Cada una de las medidas caracterizadoras se calcula por separado sobre las líneas original y generalizada; y posteriormente mediante el cociente se convierten en evaluadoras. Sin embargo, las medidas de desplazamiento ya son en sí mismas evaluadoras pues miden directamente la cantidad de desplazamiento de la generalizada con respecto a la original y, por tanto, la magnitud de la modificación tras la generalización.

El número de medidas candidatas que se someterá al análisis de componentes principales, será:

- 9 cocientes obtenidos a partir de las 9 medidas de García (2006). Cada cociente tendrá en el numerador una medida calculada sobre la línea generalizada y en el denominador su correspondiente calculada sobre la original.
- 7 cocientes obtenidos a partir de las nuevas candidatas propuestas en este trabajo con el fin de tener en cuenta aspectos globales de suavizado, desplazamiento, caricaturización y temblores.

III.5.1.2.1 ANÁLISIS DE COMPONENTES PRINCIPALES

La selección definitiva de las medidas candidatas se hará sometiéndolas a un análisis de componentes principales (ACP). La finalidad de este análisis estadístico es reducir el número de medidas sin pérdidas significativas de información; pues si algunas de ellas tienen significados semejantes es suficiente quedarse con sólo una que represente a sus homólogas. La reducción de medidas implica una reducción de las entradas a la red neuronal, que a su vez redundará en beneficio de la misma, pues reduce las posibilidades de que se produzca un sobreentrenamiento cuando se tenga que entrenar a la red.

Esta técnica viene siendo ampliamente usada desde la década de los años 60 (p.e. Rao 1965). En particular, en generalización cartográfica, ha sido empleada por García (2006) para seleccionar las medidas que caracterizarían las secciones de líneas para su clasificación en categorías según sinuosidad y direccionalidad. Otros autores que han recomendado su uso en generalización han sido McMaster (1986), Jasinski (1990) y, Skopeliti y Tsoulos (1999).

En nuestro caso se trata de reducir, si ha lugar, las 16 medidas (9 de García (2006) y 7 de nueva creación) a un conjunto menor.

El ACP conseguirá representar las p medidas candidatas hechas sobre N individuos (líneas generalizadas) en tan sólo m componentes ($m < p$) de manera que se conserve la mayor parte de la información sobre esos individuos.

La reducción de variables se logra proyectando sobre un subespacio $\mathbb{R}^m$ los N puntos que estaban expresados en $\mathbb{R}^p$ a cambio de una pequeña pérdida de información que habrá que minimizar. Esto implica situar en una localización apropiada los ejes de coordenadas, de forma que no se distorsione demasiado la representación geométrica inicial. Es decir hay que

encontrar un cambio de base mediante transformación lineal. Las *componentes* (factores) del nuevo sistema de coordenadas son las que dan nombre al ACP a las que también se denomina *variables latentes* (Batista, 1989), porque ya existían en potencia y mediante el cambio de base pasan a existir de hecho. Este cambio de base garantiza que el primer componente sea el que tiene el mayor valor de varianza y por tanto el que explica la mayor variabilidad de los datos originales. El valor de la varianza del resto de componentes decrece con el orden de los mismos de forma que el último de los componentes es el que explica menos variabilidad de los datos. El proceso de reducción de componentes comienza determinando el porcentaje total de varianza que se quiere expliquen; el número de componentes a retener será el mínimo necesario para cubrir tal porcentaje. La relación de las nuevas componentes con las medidas originales queda expresada a través de la matriz de saturaciones o factorial, donde las columnas corresponden a componentes y las filas a medidas originales. Cada elemento de la matriz se puede interpretar como la correlación entre la componente y la medida original correspondiente y recibe los nombres de saturaciones, pesos, cargas o ponderaciones. Cuando un elemento de esta matriz tiene un valor alto se dice que la variable está saturada en el factor correspondiente.

Para agudizar las diferencias de valor de los elementos de la matriz de saturaciones, se recurre a algún método de rotación de los ejes de coordenadas de las nuevas componentes. En este trabajo se empleará el método *varimax* por ser uno de los más extendidos y de probada utilidad. De esta forma será más fácil interpretar el peso de cada medida en cada componente y proceder al descarte de aquellas. Si dos medidas están altamente saturadas en una componente y a su vez lo están poco en el resto de componentes, se podrá prescindir de alguna de ellas. En el ejemplo de la figura III.19 se ve el estado de las variables con respecto a los ejes de las componentes antes y después de la rotación. Después de la rotación el número de medidas a mantener por el ACP sería de 3, las tres agrupaciones en torno a los ejes que se observan.

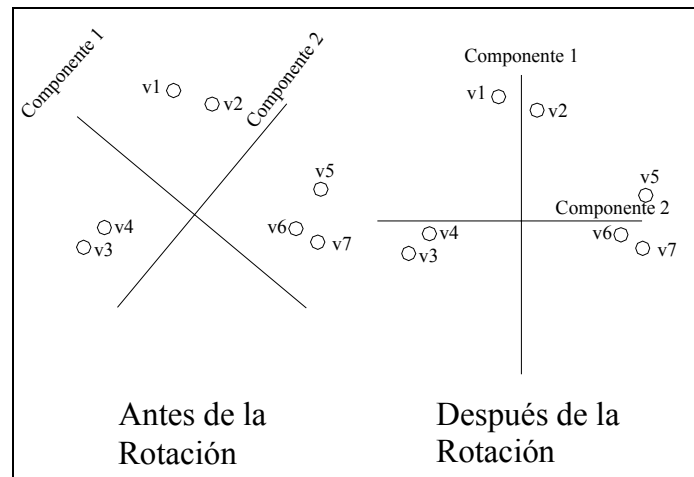


Figura III. 19: Rotación varimax. Las componentes que explican los mismos hechos se agrupan en torno a los ejes de las componentes rotadas

A la vista de la rotación efectuada se podría reducir el número de medidas, seleccionando como representativas las $v1$, $v4$ y $v5$ suponiendo que fuesen las más saturadas de los tres grupos que claramente se observan en la figura III.19.

III.5.1.3 Valoración del grupo de expertos reducido

La valoración de los resultados de la generalización por parte del grupo de expertos reducido se ha realizado mediante una evaluación visual de la muestra reducida de las líneas elegidas según el apartado III.5.1.1. De esta forma, se consigue un volumen considerable de conocimiento experto, que se formalizará mediante una red neuronal. Una vez construida la red, ésta será aprovechable en tareas de evaluación automática de la generalización. La valoración, en primer lugar, por un grupo de expertos reducido se hace necesaria porque habrán de evaluar un volumen de información muy grande (véanse las estimaciones del apartado III.5.1.1). Este grupo reducido forma parte del grupo de investigación en el que se incardina esta tesis o colabora con el mismo. Por tanto sabemos que colaborarán en desarrollar un mayor trabajo que el grupo de expertos extendido. Con la valoración de este grupo reducido se puede ya elaborar una red neuronal que califique de forma global la bondad de la generalización. Por otra parte, al grupo de expertos

extendido se les pedirá que evalúen aspectos adicionales, además de la calificación global, pero en menor volumen de información y de trabajo a realizar. Con esto además se espera poder decidir sobre la validez de la red creada con el grupo de expertos reducido.

La escala de valoración es equiparable a una clasificación, puesto que a los evaluadores se les pide que den uno de los valores 1, 2, 3, 4 ó 5 siendo la puntuación mayor cuanto mejor sea la generalización de la línea. La elección de tal escala (clases de calidad de la generalización) se basa en varios antecedentes relacionados con el número de clases que es recomendable usar en distintos experimentos:

- García (2006) elige una escala de valoración del 1 al 5 para conseguir las segmentaciones de las líneas.
- Debido a las pocas referencias existentes en cuanto al empleo de escalas de valoración en generalización (exceptuando la que se acaba de mencionar), se ha recurrido a la norma ISO 20462-2:2005 *Photography- psychophysical experimental methods for estimating image quality-. Part 2: Triplet comparison method* para el establecimiento de analogías que apoyen la decisión tomada. Esta norma establece 5 categorías en la evaluación de la calidad de una imagen modificada con distintos tratamientos a las que adjetiva de favorable, aceptable, sólo aceptable, inaceptable y peor. En esta tesis una misma línea también recibirá distintos tratamientos como son la wavelet empleada y el nivel de descomposición alcanzado.

III.5.1.3.1 CRITERIOS PARA LA EVALUACIÓN

Es necesario que todos los expertos den el mismo significado a los mismos conceptos, así como sería deseable que ante una misma generalización le adjudicasen la misma puntuación. Este último deseo depende de los factores psicofísicos de cada uno de los evaluadores, por tanto, es difícil de

conseguir. Para minimizar el aspecto subjetivo asociado a la evaluación visual, se suministrará a los evaluadores los criterios que han de seguir para valorar la calidad de la generalización.

Aunque los expertos tienen un amplio conocimiento sobre generalización cartográfica, se les suministran también unas definiciones sobre, o relacionadas con la evaluación de la generalización que van a realizar. Tales definiciones, con algunas ilustraciones se pueden encontrar en el anejo II.

El conjunto de criterios proporcionado al grupo reducido son los siguientes:

1. La valoración se realizará de forma global teniendo presentes las consideraciones que se explican sobre desplazamiento, suavizado, caricaturización y temblores. El rango de puntuación es el siguiente:
 - 1: mala generalización,
 - 2: generalización regular
 - 3: generalización aceptable
 - 4: buena generalización
 - 5: muy buena generalización
2. Desplazamiento. Se alcanzará la mejor puntuación cuando el desplazamiento sea mínimo, lo que llevará a puntuar mejor cuando no ha habido generalización con lo que se incurre en una contradicción. Por ello habrá que considerar que aquellas líneas que tienen poca complejidad y sinuosidad necesitarán poco desplazamiento mientras conforme aumentan en complejidad necesitarán de mucha generalización y se les permitirá la existencia de desplazamiento.
3. Suavizado. Mejor resultado cuanto más suave sea la curva en aquellos lugares de tendencia recta. Se manifiesta en entornos locales frente a los entornos regionales del criterio de eliminación de "temblores". En la figura III.20 se representa a la izquierda la original y a la derecha la generalizada suavizando las microcurvas.



Figura III. 20: Ejemplo de buen suavizado

4. Caricaturización. Se considerará positivamente el hecho de que la generalización se realice mediante caricaturización. Suele ir asociado a una ampliación de curvas en zonas con tendencia a la fusión de líneas paralelas. En el cambio de escala se puntuará positivamente cuando se produzca una separación de las líneas que forman ese estrechamiento, como se observa en el dibujo de la derecha de la figura III.21. Siendo muy importante la característica que se ha observado en muchas wavelet que no acortan las curvas, operación indeseable que sí realizan otros métodos.

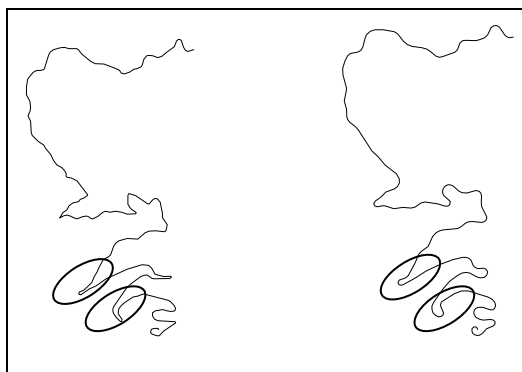


Figura III. 21: Ejemplo de muy buena caricaturización

5. Temblores. Es un criterio similar al de suavizado, diferenciándose en la extensión de la zona. Quiere decir que la amplitud (en el sentido de altura de la curva) debe ser mayor que las microcurvas para que sea apreciable en zonas extensas. En la figura III.22 se observa a la izquierda generalización con temblores y a la derecha sin temblores. La línea de la derecha tendrá mejor puntuación.

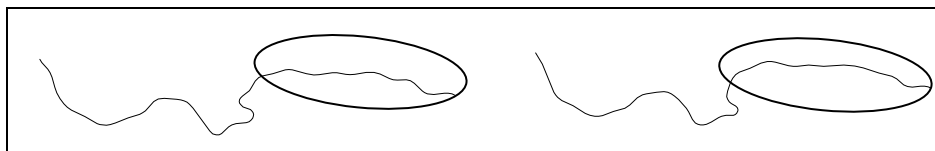


Figura III. 22: Ejemplo de línea con temblores (izqda.) y con una buena corrección de los temblores (dcha.)

Además se le proporcionaron al grupo de expertos dos ejemplos de buena generalización para las E200k y E100k que a continuación se muestran

- Ejemplo de buena generalización para la E200k.

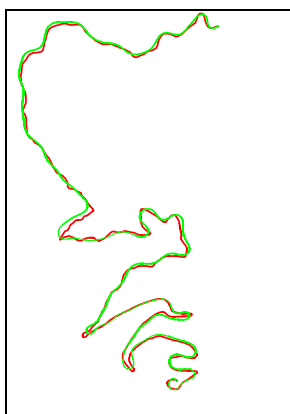


Figura III. 23: Ejemplo global de buena generalización E200k

Aunque pueda parecer que hay desplazamiento excesivo en la generalización de la figura III.23, sin embargo, si se observa a E200k la separación es pequeña. Con ello se logra un efecto de caricaturización en la zona baja de la línea. En la zona alta hasta la mitad la línea generalizada recubre en mucha parte de su recorrido a la línea original con lo que ahí concretamente no existe desplazamiento. Asimismo en la zona alta e intermedia se han eliminado microcurvas y conseguido un efecto de suavizado agradable a la vista y por tanto adecuado a los fines de la generalización. Y aunque hay puntos en los que se podrían haber creado estrangulamientos, no se han producido.

- Ejemplo de buena generalización para la E100k.

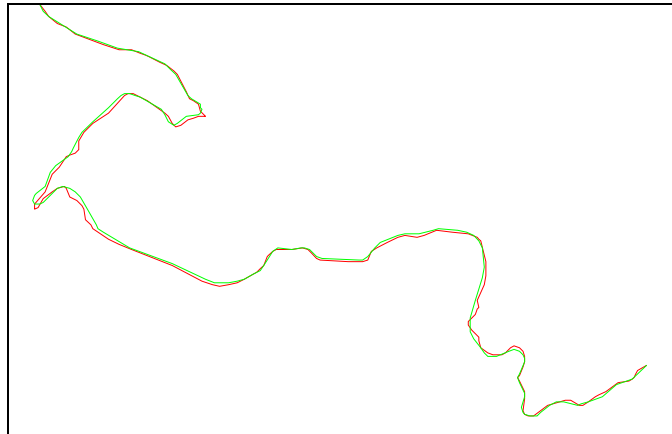


Figura III. 24: Ejemplo de buena generalización escala 1:200.000

En la línea de la figura III.24 se eliminan microcurvas y se reducen los temblores en el pico que amenaza con coalescencia en la parte izquierda, se ha abierto la curva lo suficiente como para evitarlo. Al mismo tiempo no se ha acortado la longitud de la misma como hacían algunos algoritmos de suavizado. El desplazamiento es pequeño como se desea para conseguir exactitud posicional. Se respetan las formas significativas. Obsérvese su homóloga en rojo (línea original) para apreciar los matices aquí expuestos. Allí donde no era necesaria la generalización (mitad derecha) las modificaciones son casi inapreciables. Además la superposición sobre la original casi es completa con lo que hay muy poco desplazamiento.

III.5.1.4 Creación y ajuste de la red neuronal

Con la creación de la red neuronal, se pretende emular el conocimiento de los expertos sobre la calidad de la generalización cartográfica de líneas, que han manifestado en forma de puntuación tras la evaluación visual de las muestras.

La red neuronal recibe unas entradas que pueden ser vistas como variables (medidas caracterizadoras y evaluadoras) que toman los valores propios de

cada individuo. Al mismo tiempo produce unas salidas que se pretenden predecir. Tanto entradas como salidas se pueden expresar en forma numérica, concretamente, en nuestro caso es deseable que las salidas puedan producir valores continuos, con el fin de realizar una ordenación de los individuos presentados a la red en el momento de la simulación. Por todo ello, se puede decir, que el problema de predicción de la calidad de la generalización de líneas mediante una red neuronal se reduce a un problema de aproximación multivariado, a semejanza del caso general presentado por Poggio y Girosi (1990). Un caso de aplicación del enfoque aproximativo de las redes neuronales se puede encontrar asimismo en Isasi (2004) pgs. 69-72.

El tipo de red que aquí se empleará, está basada en el aprendizaje *Back-Propagation* pues es altamente recomendada en clasificación de patrones (Müller, 1994, Isasi, 2004; García, 2006). En nuestro caso, la aproximación buscada tiene mucha semejanza con la clasificación, ya que los valores de la salida suministrados por el grupo de expertos reducidos se han asociado con una clase de calidad de la generalización (mala, regular, aceptable, buena y muy buena). Para conseguir que los valores de salida de la red sean continuos, pues son necesarios para la ordenación, lo único que habrá que hacer es dotarla de una función de transferencia lineal en la capa de salida.

III.5.1.4.1 INFORMACIÓN DE ENTRADA.

Las medidas que superen el ACP pasarán a constituir la capa de neuronas de entrada, donde a cada neurona le corresponderá una de las medidas (caracterizadoras y evaluadoras), que como se ha visto tienen valores numéricos y corresponden a propiedades cuantitativas de las líneas.

Cada medida caracterizadora se calcula dos veces (*par de medida caracterizadora*), una para la línea original y otra para la generalizada. Por

tanto, por cada *par de medidas caracterizadoras* se necesitan dos neuronas de entrada. Sin embargo, por cada medida evaluadora de desplazamiento sólo se necesitará una neurona de entrada. Puede sorprender un poco que se presenten por separado cada *par de medidas caracterizadoras*, cuando en el ACP se mostraron en forma de cociente. La razón se debe a que puede existir alguna relación no lineal entre las entradas, útil para predecir las salidas, que se perdería si cada *par de medidas caracterizadoras* se representase por el cociente generalizada entre original y se le asignase una sola neurona de la capa de entrada. Mientras que en el ACP era útil el uso del cociente para reducir el número de componentes con el que tratar; al mismo tiempo que no se perdía nada puesto que el ACP se basa en transformaciones lineales.

La presentación de medidas a la red se suele hacer de forma estandarizada García (2006), Isasi (2004). Si a priori se desconoce la importancia de las variables de entrada en las salidas deseadas, una estandarización adecuada puede ser la que recomienda Sarle (1997) cuyas características son media 0 y desviación típica 1 con rango de variación [-1, 1]. Para tales condicionantes se modifica el valor (X_i) de las variables (X) mediante un reescalado de las mismas, siendo el valor modificado R_i .

$$R_i = \frac{X_i - \text{MitadIntervalo}}{\text{Rango}} \cdot 2$$

$$\text{Rango}(X) = \text{Máx}(X) - \text{Mín}(X)$$

$$\text{MitadIntervalo} = \frac{\text{Máx}(X) + \text{Mín}(X)}{2}$$

Se ha creído necesaria la inclusión de una medida cualitativa que indique la categoría administrativa a la que pertenece la carretera. Pues los criterios con los que se diseña la geometría de una carretera influirán en el aspecto planimétrico con el que se representa en el mapa. Se sigue el criterio de agrupación de García (2006) para la numeración de categorías administrativas y que se resumen en la tabla III.13.

Tabla III. 13: Categorías administrativas abarcadas por las carreteras de esta tesis

Categoría	Nombre	Redes que comprende
1	Autovías	Red de Carreteras del Estado. Red Autonómica. Red Básica
2	Convencionales 1 ^{er} orden	Red de Carreteras del Estado. Red Autonómica. Red Básica
3	Convencionales 2 ^o orden	Red Autonómica. Red Intercomarcal.
4	Convencionales 3 ^{er} orden	Red Autonómica. Red Complementaria. Red Provincial. Red Comarcal.
5	Otras	Pistas

La existencia de 5 categorías administrativas dará lugar a la creación de 5 nuevas neuronas cualitativas en la capa de entrada de la Red Neuronal. Como se ha decidido estandarizar los valores de las neuronas de la capa de entrada en el intervalo $[-1, 1]$, entonces también habrá que adecuar a dicho rango los valores de estas neuronas cualitativas que representan la categoría a la que pertenece la carretera. Esto se consigue dando el valor 1 a la neurona que representa la categoría a la que pertenece la carretera y -1 al resto de neuronas cualitativas.

III.5.1.4.2 INFORMACIÓN DE SALIDA

Como el objetivo es ordenar las líneas generalizadas según la puntuación que han dado los 5 expertos parece razonable diseñar la red con una única neurona de salida que pueda tomar cualquier valor continuo entre el rango de puntuación y que es $[1, 5]$.

Llegados a este punto hay que resaltar que, puesto que sobre cada línea generalizada existen 5 valoraciones, se puede optar por diversas medidas de tendencia central para alimentar la salida, a saber: mediana, moda y media. Como no se tiene constancia de estudios previos en este sentido dentro de la generalización cartográfica, se optará por hacer un estudio con las tres posibilidades y elegir aquella que resulte más favorable.

III.5.1.4.3 CAPAS OCULTAS

El número de capas ocultas idóneo no se conoce a priori. Por tanto debería obtenerse por tanteo. Sin embargo, en problemas de clasificación que no sean excesivamente complejos, el aumento del número de capas ocultas no mejora el ajuste de la red (Isasi, 2004). Y el problema que aquí se presenta con una sola neurona en la capa de salida no parece que sea de los muy complejos. Por ello se comenzará probando con una sola capa oculta y si la convergencia se muestra satisfactoria, se validará esta arquitectura.

La parte que habrá que ensayar será el número de neuronas para esta capa. El criterio para selección del número de neuronas idóneo será el menor posible (Sarle, 1995) que produzca resultados adecuados, con el fin de evitar la memorización de la estructura de los datos por parte de la red. Si el número de neuronas es muy elevado la red admite un número de entrenamientos muy elevado sin que se produzcan errores que recomienden la parada en el patrón de validación. Como consecuencia de ello se produce un sobre-entrenamiento que es lo que da lugar a la memorización.

III.5.1.4.4 FUNCIONES DE ACTIVACIÓN O TRANSFERENCIA

Se ensayarán para la capa de entrada y oculta las dos funciones sigmoidales para ver la que mejores valores produce:

$$- f_s(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$$

$$- f_t(x) = \frac{1 - e^{-x}}{1 + e^{-x}}$$

Sin embargo para la capa de salida puesto que lo que se necesita es un valor continuo que recorre el intervalo $[0, 5]$ se recurrirá a una función de activación lineal.

III.5.1.4.5 APRENDIZAJE MEDIANTE ENTRENAMIENTO POR EL MÉTODO DE RETROPROPAGACIÓN

El método empleado para ajustar los pesos de la red es el de Retropropagación. El algoritmo que ejecuta la retropropagación es el de la delta generalizada que se basa en la minimización de una función objetivo $e(n)$ como se describe en los antecedentes, modificando los pesos siguiendo la dirección de búsqueda que marca el gradiente descendente. Cabe la posibilidad de modificar el algoritmo anterior mediante la inclusión de un momento que se traduce en una mayor rapidez en alcanzar la convergencia de la red.

En este trabajo se ha empleado la toolbox del software *Matlab*[®] para configurar y entrenar la red. Esta toolbox dispone de opciones que permiten fundamentalmente dos cosas:

- Aumentar la rapidez del aprendizaje.
- Mejorar la capacidad de generalización de la red.

Entre las opciones que aumentan la rapidez del aprendizaje se encuentran:

- Cambio de momento (mc) que es la magnitud permitida en el último cambio de peso; cuanto mayor sea este parámetro mayor será la rapidez. Cuando el algoritmo empleado admite momento.
- Tasa de aprendizaje: a mayor tasa mayor rapidez de aprendizaje, aunque se corre el riesgo de caer en un mínimo local, con lo que se perdería precisión.

La mejora de la capacidad de generalización de la red se logra mediante un conjunto de técnicas que se agrupan bajo la denominación de detención temprana cuyo objetivo es evitar el sobreentrenamiento de la red que tiene como consecuencia la memorización de la estructura de los datos. Si se

produjese sobreentrenamiento la red cometería errores considerables cuando fuese simulada mediante un conjunto de datos diferentes.

La técnica de detención temprana se fundamenta en la división del conjunto de datos en tres subconjuntos: patrón de entrenamiento, validación y verificación. El patrón de entrenamiento se usa para calcular el gradiente y actualizar los pesos y umbrales. Al mismo tiempo que se actualizan los pesos se calcula el error sobre el patrón de validación, pudiendo tener un historial de los valores que va tomando dicho error. Durante las primeras fases del entrenamiento el error de validación así como el error del patrón de entrenamiento disminuyen. Sin embargo cuando se produce un sobreajuste de los datos o sobreentrenamiento, el error del patrón de validación crece. Cuando, tras un número de iteraciones consecutivas, el error crece, el método de detención temprana detiene el entrenamiento, devolviendo el valor de los pesos y umbrales anteriores al incremento del error del patrón de validación.

En esta fase de detención temprana el patrón de verificación no se usa, sin embargo será muy útil para comparar diferentes modelos. Así si se imprimen los errores de los patrones de validación y verificación y estos tienen gráficas notablemente diferentes, puede estar indicando que el conjunto de datos originales ha sufrido una división inapropiada.

Las opciones adicionales de las que se dispone en *Matlab*[®] son las siguientes:

- Épocas: número de iteraciones máximo que se entrenará la red.
- Objetivo: valor mínimo de la función de error $e(n)$ que una vez alcanzado se detendrá el entrenamiento.
- Min_grad: gradiente mínimo alcanzado en una iteración para continuar con el entrenamiento. Por debajo de este valor se detiene el entrenamiento.
- Tiempo: tiempo máximo de ejecución del entrenamiento.

En esta tesis se dispone a priori de un número de casos que permiten crear tres subconjuntos (*entrenamiento, validación y verificación*) con elementos suficientes para realizar un entrenamiento completo. El porcentaje recomendado por Isasi (2004) para los conjuntos de entrenamiento oscila entre el 50% y el 60% de los datos disponibles.

En este trabajo se ha tomado la decisión, fundada en la cita anterior, de dividir los conjuntos como sigue:

- Patrón de entrenamiento 50%.
- Patrón de validación 25%.
- Patrón de verificación 25%.

Al mismo tiempo se ha procurado que los *patrones* anteriores se hayan formado mediante una *selección estratificada* de sus elementos. La estratificación garantiza la presencia de toda la tipología de elementos en los tres subconjuntos. Para ello se han seguido los siguientes criterios:

- Se eligen todas las líneas generalizadas pertenecientes a una carretera. Se ordenan según la puntuación de los 5 Expertos.
- Se eligen los 5 primeros elementos de esa ordenación y se asignan aleatoriamente 2 elementos al patrón de entrenamiento, 1 elemento al patrón de validación y 1 elemento al patrón de verificación.

III.5.2 Fase 2: Valoración detallada por el grupo de expertos extendido

El recurso a la evaluación por parte de un grupo de expertos extendido pretende que las conclusiones extraídas del análisis sean robustas. Con esta misma finalidad, se han empleado 27 clases de wavelets (ver apartado III.4.3) pertenecientes a las 6 familias bajo estudio, que se han aplicado sobre las 26 líneas ya conocidas. Con esto se conseguirá una muestra

extendida, más numerosa que la del apartado III.5.1.1, de la que habrá que extraer las que finalmente se envíen al grupo de expertos extendido.

En esta fase además de puntuar la calidad de la generalización, se puntuará la influencia sobre la misma de distintos aspectos (desplazamiento, suavizado, caricaturización y temblores). De aquí el adjetivo *detallada* que aparece en el título de este apartado.

Los objetivos que se pretenden conseguir a partir de la evaluación del grupo de expertos extendido son:

- Analizar el grado de robustez de la red neuronal como método de valoración automatizada de la calidad de una determinada generalización cartográfica.
- Conocer si existe alguna familia o clase de wavelet que produzca la mejor generalización global.
- Conocer la influencia de cada uno de los aspectos (desplazamiento, suavizado, caricaturización y temblores) sobre la valoración global de la calidad de la generalización.
- Conocer si hay aspectos que no se han analizado y los expertos creen que podría mejorar la investigación en generalización de líneas.

III.5.2.1 Elección del grupo de expertos extendido

La elección del grupo de expertos extendido se hace atendiendo a los siguientes criterios:

- Deben estar relacionados con la cartografía en alguno de los aspectos de producción, investigación o docencia.
- Deben pertenecer a distintas instituciones, tanto por nacionalidad como por naturaleza de la institución (agencias nacionales, universidades).

- El número de expertos ha de ser suficientemente amplio para considerar robustos los resultados de la valoración. La norma ISO 20462-2:2005, aunque en el ámbito de la evaluación de la calidad de una imagen sometida a diferentes tratamientos, aconseja que el número de individuos que deben intervenir en la evaluación sea superior a 20. En nuestro caso se eligieron 36. Aunque suponga una anticipación de resultados se hace necesario indicar el número de las respuestas recibidas, que fue de 26, para poder indicar el nombre de los expertos. No se pudo aprovechar la valoración de uno de estos 26 por presentar errores de comprensión.

En la tabla III.14 se muestran los nombres de los expertos consultados, indicando la institución a la que pertenecen y, en caso de no ser española, entre paréntesis se indica el país correspondiente. En las tres últimas columnas se indica la labor cartográfica desarrollada por el experto, a saber: docente, investigadora y productiva.

Tabla III. 14: Grupo de expertos extendido que evaluó la generalización

Experto	Institución	Doc	Inv	Prod
Ariza López, Francisco Javier	Universidad de Jaén	X	x	
Baella i Borderas, Blanca	Institut Cartogràfic de Catalunya		x	x
Bernabé Poveda, Miguel Ángel	Universidad Politécnica de Madrid	x	x	
Cruz Rodríguez, Marina	Universidad de Jaén	x		
Eero Marski	National Land Survey of Finland			x
Fernández del Castillo, Tomás	Universidad de Jaén	x	x	
García Balboa, José Luis	Universidad de Jaén	x	x	
Iribas Cardona, F.J.	Delegación del Gobierno en La Rioja		x	x
Li, Z	Polytechnic University of Hong Kong (China)	x	x	
Lorenzo Romero, Wenceslao	Servicio Geográfico del Ejército			x
Mackness, William A.	University of Edinburgh (Escocia)	x	x	
Mesa Mingorance, Jose Luis	Universidad de Jaén	x		
Mozas Calvache, Antonio	Universidad de Jaén		x	
Mustière, Sébastien	Intitut Géographique National (Francia)		x	x
Ojeda Manrique, Juan Carlos	Instituto Geográfico Nacional			x
Personal del Ejército 1	Servicio Geográfico del Ejército			x
Personal del Ejército 2	Servicio Geográfico del Ejército			x
Personal del Ejército 3	Servicio Geográfico del Ejército			x
Personal del Ejército 4	Servicio Geográfico del Ejército			x
Personal del Ejército 5	Servicio Geográfico del Ejército			x
Personal del Ejército 6	Servicio Geográfico del Ejército			x
Personal del Ejército 7	Servicio Geográfico del Ejército			x
Personal del Ejército 8	Servicio Geográfico del Ejército			x
Pla Toldra, María	Institut Cartogràfic de Catalunya		x	x
Stuart, Thom	Ordnance Survey (Reino Unido)	x	x	
Ureña Cámara, Manuel Antonio	Universidad de Jaén	x	x	

III.5.2.2 Generalización wavelet y simulación de la red neuronal

Llegados a este punto el conjunto de las 26 líneas se generalizarán por 27 wavelets diferentes pertenecientes a las 6 familias ya conocidas. A su vez cada combinación línea-wavelet producirá un número de generalizaciones aproximadamente igual a la mitad del nivel máximo de descomposición (ver fórmula del apartado III.4.2). A este conjunto de generalizaciones resultante se le denomina *muestra extendida con medidas* porque para cada generalización además se le calcula sus correspondientes medidas

caracterizadoras y evaluadoras seleccionadas mediante el ACP. Las medidas de cada línea se introducen como neuronas de entrada en la red neuronal que se ha creado y calibrado en el apartado III.5.1.4, se simula (ejecuta) la red para cada línea, de forma que en la neurona de salida se obtiene la puntuación sobre la calidad de la generalización que la red ha asignado, según el conocimiento que la misma tiene almacenado tras el aprendizaje realizado según el apartado III.5.1.4.5.

Tras la simulación mediante la red neuronal, se tiene la posibilidad de ordenar el conjunto de todas las generalizaciones de mayor a menor calidad. A esta muestra se le denomina *muestra extendida ordenada*.

Es necesario recordar que realmente se poseerán dos *muestras extendidas ordenadas* una para la escala E100k y otra para E200k.

III.5.2.3 Elaboración de la encuesta

Como la *muestra extendida ordenada* es muy voluminosa se hace necesaria una selección en la que estén representados distintos niveles de calidad. Para ello las generalizaciones de una única carretera a una determinada escala (P.e. Almadén a E100k) son ordenadas según las puntuaciones otorgadas por la red neuronal. Sobre esa ordenación se establece visualmente un límite de generalización tolerable (por debajo del cual no se elegirá ninguna línea), que suele estar entre los valores 2 y 2.5, es decir, calificada entre regular y casi aceptable. A continuación se eligen 5 muestras que serán los miembros evaluables por los expertos de dicha línea a dicha escala, y que se imprimirán en la unidad de visualización denominada *hoja*. Esas 5 muestras por línea y escala deben cumplir las siguientes condiciones:

- Que 2 líneas pertenezcan a la parte superior de la zona tolerable, 2 líneas a la parte media de la zona tolerable y 1 a la parte baja. Estas líneas tendrán puntuaciones entre 2 y 5.
- Si 2 líneas se parecen se elegirá aquella que pertenezca a una familia y clase wavelet que todavía no forme parte de la muestra.

La correspondencia que se manda a los Evaluadores se compone de la siguiente documentación:

- Carta de Presentación.
- Guía de Evaluación.
- Hojas de Evaluación.

III.5.2.3.1 CARTA DE PRESENTACIÓN

En la Carta de Presentación se expone al experto el trabajo de investigación que se está realizando bajo el ámbito de la Tesis. Y se le pide que contribuya con su conocimiento cartográfico al enriquecimiento de los datos sobre generalización de líneas que poseemos. Para ilustrarle el entorno y las novedades que presenta esta tesis se le indica que las líneas tendrán representación spline y que la generalización se ha realizado empleando una gran variedad de wavelet nunca antes usadas en generalización de elementos lineales.

III.5.2.3.2 GUÍA DE EVALUACIÓN

Esta Guía está compuesta de tres secciones:

- Tabla de puntuaciones y significado de los valores numéricos de las mismas.
- Definiciones.
- Criterios para la Evaluación.

Tabla de puntuaciones y significado de los valores numéricos de las mismas.

Cada línea generalizada que se le suministra al experto en una de las escalas de generalización (E100k ó E200k) va acompañada de una superposición de la línea original, así como de la generalizada sin superposición. Con estas representaciones gráficas el evaluador está en condiciones de puntuar la calidad de la generalización y que llevará a cabo mediante el marcado de las casillas correspondientes de la tabla III.15. En dicha tabla se puntúa la influencia de cada uno de los aspectos señalados sobre la calidad global de la generalización. Así el significado de cada número es el siguiente:

- 1 si el ítem produce una mala generalización,
- 2 si el ítem produce una generalización regular
- 3 si el ítem produce una generalización aceptable
- 4 si el ítem produce una buena generalización
- 5 si el ítem produce una muy buena generalización
- NHL (No ha lugar) en caso que el ítem no tenga influencia en una generalización ideal del elemento.

Tabla III. 15: Tabla de puntuaciones

Puntuación	1	2	3	4	5	NH
Desplazamiento						
Suavizado						
Caricatura						
Temblores						
VALOR GLOBAL						
Comentarios						

Las instrucciones que se les proporcionan a los evaluadores son las siguientes:

- Comenzar observando las 2 hojas que representan la misma línea a escalas E100k y E200k respectivamente. Nótese que en verde se representa la línea generalizada, superpuesta sobre la roja que es la original; también se presenta la línea generalizada sin superposición de la original para que se puedan apreciar los detalles que pudiesen quedar oscurecidos por la superposición. Con el mismo objetivo de apreciar detalles más allá de la escala de puntuación se ofrece una ampliación (que NO se puntuará) de las líneas objeto de estudio.
- Marcar con una X el valor que cree se merece cada uno de los ítems (Desplazamiento, Suavizado, Caricaturización, Temblores).
- Una vez puntuados los primeros cuatro ítems, puntuar el quinto VALOR GLOBAL que tendrá en cuenta el resultado en su conjunto.
- Observar el resto de las hojas repitiendo la fase de puntuación desde el paso 2.

Al final de la tabla se presenta un apartado con comentarios donde se pretende que el experto incluya opiniones que puedan mejorar en un futuro este tipo de sondeos y que ayuden a interpretar el actual.

Definiciones:

Para que todos los evaluadores tengan la misma idea de lo que significan los ítems a evaluar, se les proporcionan definiciones de los aspectos a analizar (desplazamiento, suavizado, caricaturización y temblores. Con la finalidad de que el evaluador vaya adquiriendo sensibilidad sobre dichos conceptos se incluyen figuras que ilustran los mismos.

Criterios de Evaluación:

En esta sección se explica qué se debe puntuar con valores altos y qué con valores bajos. Para que pueda comprender los conceptos así como el efecto de la generalización sobre cada uno de los aspectos, se muestran figuras de los mismos. Asimismo, no sólo se ilustran los efectos sobre aspectos parciales, si no que se le ofrecen ejemplos de buenas generalizaciones donde se analizan dichos aspectos y su influencia para producir una calificación global. Los criterios de evaluación son los mismos que se le suministraron al grupo de expertos reducido y que se pueden ver en el apartado III.5.1.3.1.

III.5.2.3.3 HOJAS CON LAS LÍNEAS GENERALIZADAS Y TABLAS DE PUNTUACIONES

A cada Evaluador se le suministran 4 carreteras diferentes a escala E100k y 4 carreteras diferentes a escala E200k.

Para que el experto pueda hacerse una idea del significado de la generalización a las dos escalas, una de las carreteras es común para las dos escalas, como se ha explicado en el apartado anterior.

En cada una de las 8 hojas que en total se mandan a evaluar cada carretera aparece generalizada por 5 wavelets distintas donde se expresa el nivel aproximante (de descomposición) de la misma.

Asimismo cada hoja está dividida en dos secciones bien diferenciadas (ver figura III.25); una primera superior enmarcada (para resaltar su importancia) donde aparecen las líneas generalizadas dibujadas a la escala real de evaluación (E100k ó E200k), en la figura III.25 a escala E100k; y otra zona en la parte inferior de escala doble de la escala real de evaluación. El sentido de esta última es que el evaluador pueda adquirir

conocimiento adicional sobre la exactitud posicional y sobre los detalles que realmente tiene aquello que evalúa a la escala objetivo.

Las líneas generalizadas a escala se presentan en color verde superpuestas sobre la original en rojo para que se pueda apreciar su posible desplazamiento. Además se presenta la generalizada sola para que se puedan observar todo aquello que en la imagen superpuesta queda oculto o difuminado.

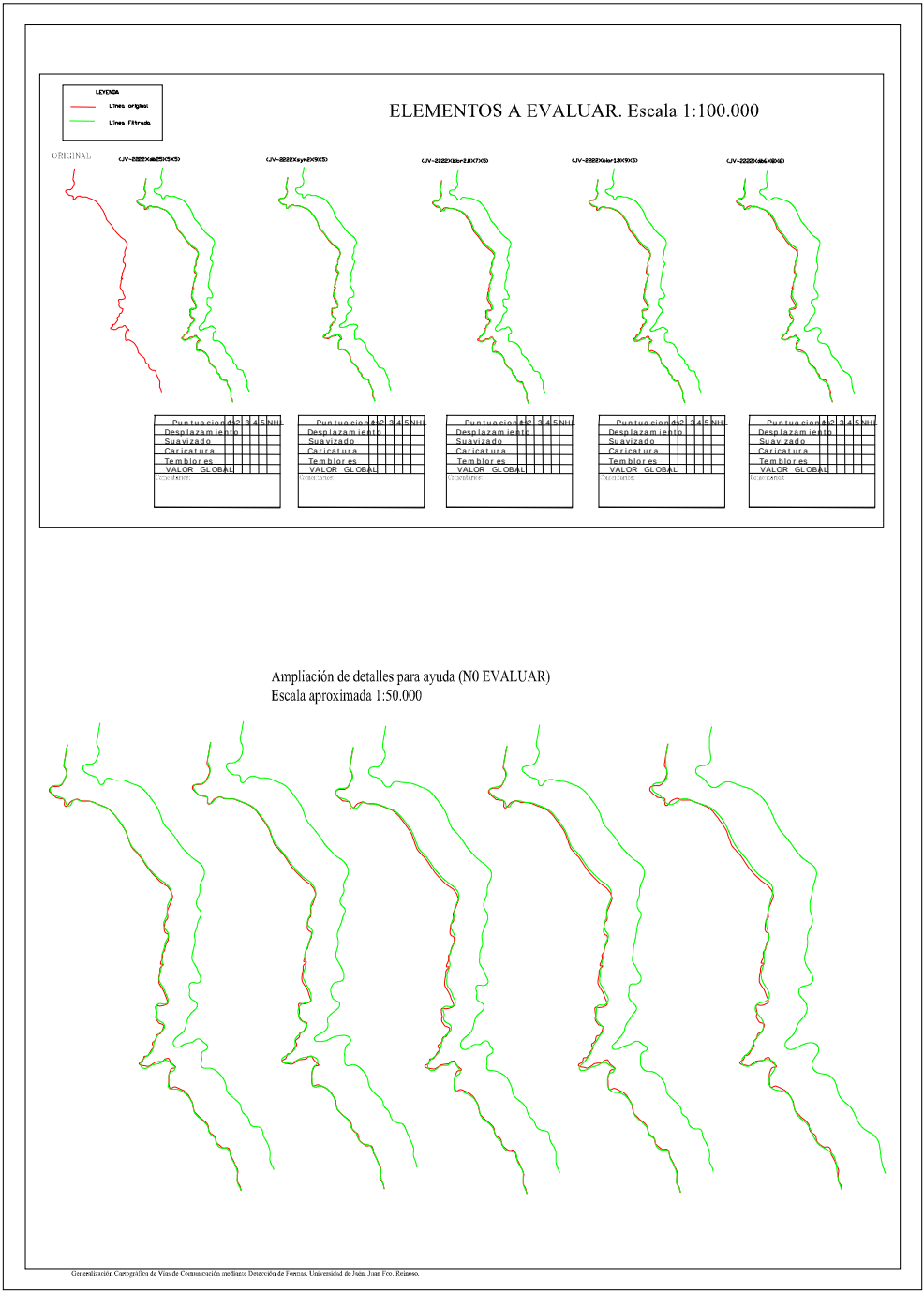


Figura III. 25: Hoja de evaluación a escala E100k

III.6 Importancia del software empleado

En esta tesis debido a la complejidad del problema hay que recurrir a diversos modelos matemáticos, tales que splines wavelets y redes neuronales, asimismo se necesita una herramienta de visualización de

gráficos para comparar las variaciones producidas en la forma de las líneas. Por último para seleccionar, agrupar y elaborar consultas se requiere alguna rutina que permita consultar bases de datos. Todas estas tareas se ven complicadas por el hecho del elevado número de líneas que se deben tratar. Intentar solucionar el problema exclusivamente a base de software de programación propia se torna una labor inadecuada porque, en primer lugar, el tiempo que requeriría sería excesivo, y en segundo lugar es preferible aprovechar las herramientas existentes en el mercado para así optimizar el trabajo realizado. Ante esta situación se ha optado por recurrir a software comercial suficientemente contrastado en el ámbito matemático, de diseño asistido por ordenador, bases de datos y de lenguaje de programación (servirá como enlace de todos los demás).

La tesis es una investigación orientada a la producción cartográfica, sin embargo con el empleo de toda esta amalgama de software sólo permitirá establecer el camino que se ha de seguir para resolver el problema, es decir, al final de la investigación se tendrá el diseño del modelo que da la solución buscada. Por tanto, para introducir este resultado en la faceta productiva, finalmente, habrá que implementar todos los algoritmos empleados en un único paquete de software.

La tipología funcional del software se podría clasificar por categorías tal y como aparece en la tabla III.16

Tabla III. 16: Software empleado en la investigación

Categoría	Nombre comercial
Matemáticos	Mathematica, Matlab
Programación General	Visual Basic Net
Componentes para programación	Matemática Active for X, Arc Object
Gráficos	Microstation, Autocad
Bases de Datos	Microsoft Access

En la tabla III.17 se muestra el problema que resuelve cada programa con indicación, si ha lugar, del apartado correspondiente y la razón por la que se empleó dicho programa.

Tabla III. 17: Problemas resueltos por los distintos programas informáticos usados en la tesis

Programa	Problema resuelto	Razón de uso
Mathematica	Representación del B-Spline (III.3.1). Extracción de la función longitud de arco-curvatura (III.3.2).	Potencia del cálculo simbólico. Permite definir y manipular el B-Spline y la curvatura como funciones simbólicas.
	Devolución al espacio de la curvatura (III.4.4).	Por la potencia del cálculo simbólico permitió solucionar este apartado, que aunque se intentó mediante Matlab no se consiguió. A pesar, incluso, de consultas personales realizadas con ingenieros de Matlab
	Cálculo de todas las medidas (excepto las de buffer) (III.5.1.2).	Por facilidad de uso, ya que se disponía del B-Spline en el mismo entorno.
Matlab	Análisis y síntesis wavelet (III.4.1)	Por ventaja comparativa de tiempo de calculo con respecto a Mathematica (disponíamos de un módulo de wavelet en Mathematica pero su tiempo de ejecución era muchísimo más lenta).
	Análisis de componentes principales (III.5.1.2.1)	Facilidad de uso
	Creación y ajuste de la red neuronal (III.5.1.4)	Facilidad de uso por estar ya implementada, y existencia de opciones útiles como el método de detención temprana del entrenamiento.
Visual Basic Net	Enlazar Mathematica y Matlab para completar automáticamente el ciclo de la generalización wavelet (III.5.2.2) esa misma labor se realizó también en el apartado III.5.1.1	Automatización de la tarea que de otro modo hubiera que haber partido en tres fases con las correspondientes conversiones de datos en el cambio de fase: hasta la extracción de la curvatura con Mathematica, análisis y síntesis wavelet con Matlab y nuevamente con Mathematica la Devolución al espacio de la curvatura.
	Enlazar con Arc Object para extraer la medida caracterizadora del buffer	Rapidez en la incorporación de la medida buffer al conjunto que contenía el resto de medidas.
Arc Object	Cálculo de la medida buffer	Aprovechar la implementación del cálculo de buffer de Arc Object. Medida que no es fácil de programar si se calculan sus límites mediante arcos de círculo en el vértice de ángulos obtusos (ver figura III.18)
Mathematica Active for X	Intercambiar datos y sentencias entre Mathematica y Visual Basic Net	Programar un componente de comunicación específico para este fin hubiese sido muy costoso. Por eso se recurre a uno comercial que solucionaba tal problema.
Visual Basic for Applications	Permite programar a Microstation para dibujar sobre él automáticamente el gran volumen de líneas (originales y generalizadas). También permite programar rutinas de visualización de las mismas a escala. Ordenación gráfica de las líneas (III.5.2.1) y elaboración de la encuesta (III.5.2.3)	Rapidez de trabajo que implica la automatización de las tareas descritas
Microstation y Autocad	Labores de edición de las líneas	Programas con grandes posibilidades de edición.
Microsoft Access	Agrupación de las valoraciones, y creación de conjuntos de interés para su análisis	Aprovechamiento de las ventajas de software de base de datos relacional para selección de conjuntos contruidos mediante relaciones

El problema global que sin duda resulta más difícil es la automatización de la generalización, que se dirige por Visual Basic Net. Dicha automatización

comprende: crear el B-Spline, extraer la curvatura en forma discreta, realizar el análisis y la síntesis wavelet, y devolver la línea al espacio (es decir al plano X-Y).

Los pasos son los siguientes:

1. Arranca Visual Basic Net.
2. Enlaza con *Mathematica Active for X*, que a su vez arranca el kernel de Mathematica, se le mandan las sentencias desde Visual Basic Net para calcular la curvatura equiespaciada, que una vez obtenida se entrega a Visual Basic Net.
3. Visual Basic Net enlaza con Matlab a través de los componentes que Matlab tiene para ello, se le entrega la curvatura equiespaciada procedente de Mathematica y se ejecuta el programa, previamente implementado en Matlab, que analiza y sintetiza mediante wavelet la curvatura equiespaciada. Devuelve a Visual Basic Net los distintos niveles de descomposición de la curvatura equiespaciada sintetizada.
4. Visual Basic Net recupera la conexión con Mathematica al que entrega los niveles de descomposición sintetizados y solicita la ejecución del módulo (*package*), previamente programado en Mathematica, que devuelve al espacio la línea.
5. Se repite el proceso para todas las líneas que se generalizan en la tesis.

Capítulo IV

RESULTADOS

En este capítulo se presentan, evalúan y analizan los resultados de la generalización de las líneas mediante las wavelets seleccionadas de sus correspondientes familias. Asimismo se presentan resultados intermedios relevantes como son los concernientes a la representación B-spline o devolución al espacio de las líneas. Los apartados de este capítulo se presentan en el orden cronológico de ejecución y que ha sido la siguiente:

- a) Representación B-spline de las líneas (IV.1).
- b) Generalización wavelet (IV.2).
- c) Evaluación de la generalización (IV.3).
- d) Análisis de la valoración global de la red neuronal (IV.4).

En los apartados a) y b) se analizan la técnica de generalización y el método que permite referir los resultados a un mismo nivel de resolución espacial. En el apartado c) se estudian las valoraciones del grupo de expertos reducido junto con la mejor estructura de red neuronal para valoración automática; también en este apartado se comparan las valoraciones entre el grupo de expertos reducido y extendido. Finalmente, en el apartado d), se hace una recomendación de uso de las mejores wavelets y se intenta encontrar una interpretación física de las wavelets recomendadas.

IV.1 REPRESENTACIÓN B-SPLINE DE LAS LÍNEAS

Como se ha explicado en el apartado III.1, la representación de una línea mediante una poligonal tiene algunas limitaciones, la más importante la imposibilidad de extraer la curvatura de la misma. También se ha expuesto un método que permite calcular la curvatura, considerando la misma constante entre tres vértices consecutivos de la poligonal (arco de circunferencia que pasa por tres puntos), aunque presentaba el inconveniente del salto de curvatura entre dos arcos consecutivos.

La solución adoptada, en esta tesis, para superar estos problemas consiste en representar las líneas mediante un B-Spline, como se explicó en el apartado III.3.1. No obstante, antes de poder decidir por un método, hubo que realizar pruebas que permitiesen apoyar una determinada elección (nodos equidistantes o no equidistantes). Una vez elegido el método habrá que justificar el uso de los parámetros (número de trozos de spline y valor de ϵ).

Finalmente, como subapartado se incluye un pequeño estudio sobre la obtención de la curvatura media a partir de la función de spline, por si tuviese aplicabilidad como medida caracterizadora.

IV.1.1 Método de ajuste de nodos equidistantes (NE) vs. nodos no equidistantes (NNE)

Para poder decidir entre el método de nodos equidistantes o el método de nodos no equidistantes, se han estudiado dos aspectos: la separación espacial (tabla IV.1), y la diferencia de curvatura que producen ambos métodos (figuras IV.1 y IV.2).

En la tabla IV.1 se muestra la separación media entre el spline ajustado por el método de nodos equidistantes y el ajustado por nodos no equidistantes. Como se puede observar la separación media oscila entre los 0.173 m de la línea de clase de complejidad 1 (A-44) y los 3.548 m de la línea de clase de complejidad 5 (P-CerroAlmadén). Estos valores son admisibles para una generalización a las escalas de este trabajo E100k y E200k. Por tanto en este aspecto no se observa diferencia entre un método y otro.

Tabla IV. 1: Separación entre líneas ajustadas por métodos de Nodos Equidistantes frente a Nodos No Equidistantes. Los parámetros usados han sido, longitud del tramo medio 150m y valor de ϵ $1 \cdot 10^{-6}$

Línea	Separación Media (m)	Desviación Típica (m)	Separación Máxima (m)
A-44	0,173	0,354	2,118
A-311	0,451	0,704	4,470
A-316	0,285	0,473	2,918
A-316A	0,347	0,390	1,620
A-320	0,518	0,637	3,794
A-324	0,881	0,920	4,861
A-1102	0,529	0,824	5,559
JP-2332	0,812	0,678	2,953
JV-2222	0,813	1,057	5,262
JV-2223	0,330	0,339	1,708
JV-2224	1,540	1,379	6,101
JV-2225	0,705	0,767	3,746
JV-2226	0,971	1,054	4,803
JV-3012	1,212	1,389	6,424
JV-3241	0,926	1,021	5,666
JV-3242	1,825	2,031	6,011
N-323	0,552	0,741	4,172
P-CaminoAncho	0,486	0,473	2,219
P-CaminoAzadillas	2,164	2,261	7,659
P-CerroAlmaden	3,548	2,643	8,379
P-CerroSanCristobal	1,541	1,780	5,326
P-CerroSanCristobal-b	1,089	1,090	6,051
P-CerroSantin	1,606	1,239	5,524
P-Jimena-Torres	0,523	0,562	3,444
P-Pegalajar-Central	0,890	0,889	4,249
P-SierraPeñaDelAguila	1,376	1,797	6,709

Puesto que el spline es el medio para conseguir el fin de conocer la curvatura a lo largo de todo el recorrido de la carretera y, posteriormente introducirla en la descomposición wavelet, parece lógico comparar los diagramas de curvaturas obtenidos por ambos métodos. Las figura IV.1 (A-44) y la figura IV.2 (JV-3241) muestran las semejanzas y diferencias de tal comparación, donde la línea roja indica el ajuste con nodos equidistantes y la azul con nodos no equidistantes. Recuérdese que las líneas A-44 y JV-3241 pertenecen a las clases de complejidad 1 y 4 respectivamente según la clasificación de García (2006).

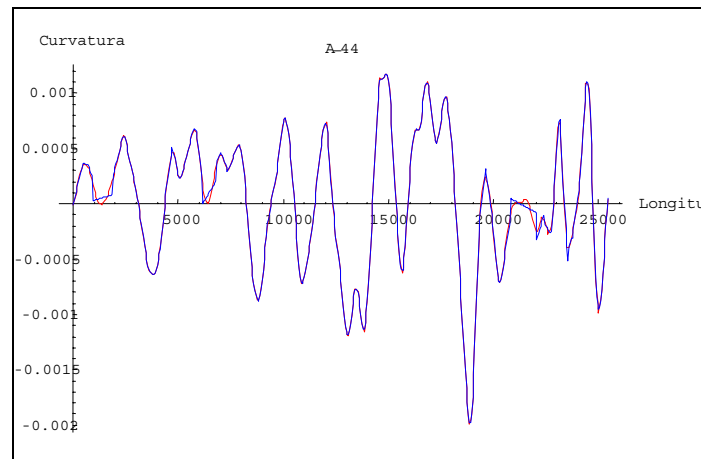


Figura IV. 1: Comparación de curvaturas de línea A-44 según ajuste de nodos equidistantes (rojo) y nodos no equidistantes (azul)

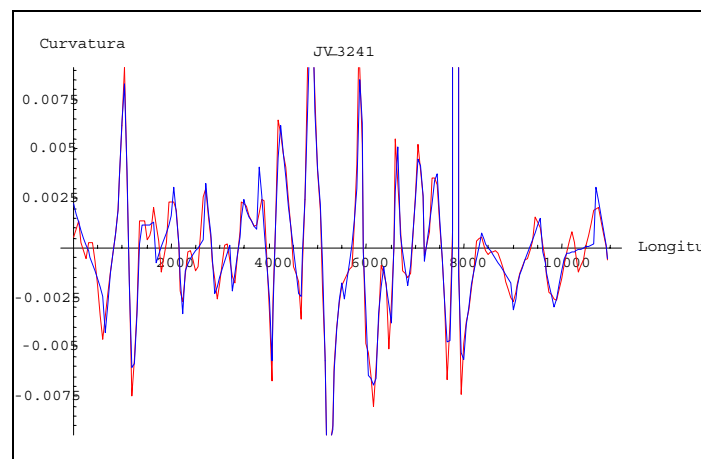


Figura IV. 2: Comparación de curvaturas de línea A-44 según ajuste de nodos equidistantes (rojo) y nodos no equidistantes (azul)

A la vista de las figuras IV.1 y IV.2 no se aprecian diferencias de curvatura significativas. Esto mismo ocurre si se observan los diagramas de curvatura para el resto de las líneas que se encuentran en el Anejo IV.

Por tanto como las diferencias tanto espacialmente como en los diagramas de curvatura no son significativas y, puesto que el coste computacional es mayor en el método de *NNE* que en el de *NE* se decide utilizar el método de *nodos equidistantes*.

IV.1.1.1 Número de trozos de spline y valor del parámetro de suavizado épsilon

Si se usa el método de mínimos cuadrados con nodos equidistantes explicado en el apartado III.3.1.2 para ajustar un B-spline a una poligonal, existe la posibilidad de calcular el épsilon óptimo en el sentido de los mínimos cuadrados, cuyo significado será que garantiza que el ajuste realizado es el mejor de los posibles, asumiendo que en los datos de partida existen errores posicionales. De entrada, parece lógico pensar que tal es la situación de las carreteras cartografiadas, aunque según la escala fuente, tales errores tendrán un límite, que para el MTN25 será de 5 m.

Puesto que uno de los objetivos actuales de la generalización cartográfica es la automatización del proceso, y dado que en el ajuste spline el número de arcos y épsilon son variables, se hace necesario establecer criterios para su fijación dependiendo de las características de la línea a tratar. En principio, y ya que se dispone de una fórmula que recomienda el valor de épsilon óptimo, se hará una simulación que calcule el error medio del desplazamiento según el valor sugerido por tal fórmula, aunque para ello será necesario suministrar el número de trozos de spline que intervendrán en el ajuste. El número de trozos de spline se obtiene en función de la longitud de la carretera y suponiendo longitudes medias del trozo de 100, 200 y 500 metros.

$$NTrozos = Ent \left[\frac{Longitud \ Carretera}{Longitud \ Media \ Trozo} \right]$$

En la tabla IV.2 se muestran los resultados de la simulación para longitud media del trozo 100m en las líneas del presente estudio. En la misma se observa que en aquellas líneas de mayor complejidad el valor medio de separación supera los 5 metros de tolerancia establecido: P-CerroJabalruz (7.012 m), P-CerroAlmadén (5.757 m) y P-CerroSanCristobal-b (6.114 m). Además en los valores máximos de error la separación es grande: P-CerroJabalruz (37.744 m), P-CerroAlmadén (34.363 m) y P-

CerroSanCristobal-b (26.523 m). No obstante, si se exceptúan esas líneas de mayor complejidad, las recomendaciones de épsilon, conocido el número de arcos, parecen bastante razonables. De este ensayo se puede concluir que el método de sugerencia de Épsilon es adecuado para líneas de complejidad media y baja.

Tabla IV. 2:Desplazamientos del ajuste B-Spline según épsilon recomendado automáticamente y supuesta una longitud media del trozo de spline de 100m

LINEA	Epsilon	Media	Desv. Típica	Máximo
A-44	$2,1604207 \cdot 10^{-14}$	0.773	0.819	5.491
A-316	$2,9592273 \cdot 10^{-14}$	0.702	0.763	6.358
N-323	$7,3552238 \cdot 10^{-14}$	1.306	1.311	8.844
P-CerroAlmaden	$6,0389676 \cdot 10^{-13}$	5.757	5.104	34.363
P-SierraPeñaDelAguila	$7,4358165 \cdot 10^{-13}$	4.197	4.340	36.501
A-311	$1,8113669 \cdot 10^{-12}$	0.868	0.940	5.127
A-316A	$1,7905614 \cdot 10^{-12}$	0.888	1.068	5.952
A-320	$4,5046221 \cdot 10^{-13}$	0.914	1.356	11.218
A-324	$6,5049932 \cdot 10^{-13}$	3.089	3.141	19.889
A-1102	$6,4496169 \cdot 10^{-14}$	2.401	2.263	11.809
JP-2332	$9,8517445 \cdot 10^{-12}$	2.019	2.007	10.283
JV-2222	$1,7850339 \cdot 10^{-13}$	5.314	4.972	24.512
JV-2223	$2,8555982 \cdot 10^{-12}$	2.242	2.246	11.874
JV-2224	$2,8627771 \cdot 10^{-12}$	3.371	2.967	14.211
JV-2225	$7,3152898 \cdot 10^{-12}$	2.136	1.685	7.219
JV-2226	$2,0241532 \cdot 10^{-12}$	2.115	1.995	8.686
JV-3012	$2,3703062 \cdot 10^{-12}$	4.515	3.917	18.921
JV-3241	$6,1663537 \cdot 10^{-13}$	2.212	2.530	16.025
JV-3242	$5,235662 \cdot 10^{-13}$	1.675	1.821	13.073
P-CaminoAncho	$5,2830603 \cdot 10^{-12}$	0.836	1.345	9.476
P-CaminoAzadillas	$2,3991948 \cdot 10^{-12}$	3.749	3.653	23.144
P-CerroSanCristobal	$3,8254587 \cdot 10^{-12}$	2.996	2.794	13.090
P-CerroSanCristobal-b	$9,08654 \cdot 10^{-12}$	6.114	4.966	26.523
P-CerroSantin	$9,9659095 \cdot 10^{-12}$	3.834	3.867	19.707
P-Jimena-Torres	$3,4816438 \cdot 10^{-12}$	3.135	2.983	23.495
P-Pegalajar-Central	$9,3998974 \cdot 10^{-12}$	2.237	2.011	10.141

Por las razones antes expuestas, y a la vista de las tablas del Anejo III en el que se ensaya con valores de 250 y 500m de longitud media del trozo de Spline se decide elegir un valor de longitud de trozo de spline de 100 m y un valor de Epsilon del orden de 10^{-15} que garantizará en todo momento que la separación media sea menor a la tolerancia marcada de 5 m, así

como unos valores máximos asumibles para las tareas de generalización posteriores. Los resultados de la simulación se muestran en la Tabla IV.3

Tabla IV. 3: Desplazamientos del ajuste B-Spline para un valor de ϵ de $5 \cdot 10^{-15}$ y supuesta una longitud media del trozo de spline de 100m

LÍNEA	Media	Desv. Típica	Máximo
A-44	0.355	0.353	3.062
A-316	0.313	0.345	3.686
N-323	0.296	0.323	2.692
P-CerroAlmaden	0.849	0.779	4.692
P-SierraPeñaDelAguila	0.319	0.426	4.353
A-311	0.304	0.401	3.296
A-316A	0.188	0.219	1.746
A-320	0.17	0.258	2.550
A-324	0.492	0.523	4.961
A-1102	0.785	0.774	5.593
JP-2332	0.398	0.366	2.068
JV-2222	0.775	0.772	7.339
JV-2223	0.337	0.412	3.453
JV-2224	0.975	0.944	5.941
JV-2225	0.833	0.721	5.682
JV-2226	0.689	0.780	5.413
JV-3012	0.664	0.634	4.840
JV-3241	0.336	0.489	3.976
JV-3242	0.304	0.356	3.370
P-CaminoAncho	0.141	0.200	1.651
P-CaminoAzadillas	0.738	0.645	4.428
P-CerroSanCristobal	1	1	8.338
P-CerroSanCristobal-b	1	0.943	5.920
P-CerroSantin	0.961	0.861	5.128
P-Jimena-Torres	0.332	0.432	3.365
P-Pegalajar-Central	0.475	0.455	3.759

IV.1.2 La curvatura media de la línea como medida caracterizadora

En este apartado se estudiará la curvatura extraída de un B-Spline desde el punto de vista de las medidas caracterizadoras de la forma.

La curvatura a lo largo de una línea es una de las medidas que mejor caracterizan la complejidad de una línea. La carencia de que adolecen la

mayoría de estudios de generalización cartográfica en relación con la curvatura es la forma de obtenerla, pues se recurren a procedimientos de cálculo aproximados de poca precisión.

Sin embargo el ajuste mediante splines que se ha llevado a cabo en esta tesis permite extraer la curvatura de cualquier punto del spline con gran precisión. Gracias al mismo también es posible calcular una curvatura media de la carretera basada en la función curvatura del spline. Puesto que el dominio del spline es $t[0, 1]$ dicha curvatura media es:

$$\bar{\kappa} = \int_0^1 |\kappa(t)| dt$$

Nótese que la curvatura se expresa en valor absoluto para evitar que se anulen positivos y negativos, y así poder comparar mejor dos líneas cualesquiera.

No obstante aunque la solución numérica pueda parecer de obtención inmediata ha habido que recurrir a modificaciones del método de integración para conseguir dicha integral. La razón principal se encuentra en los valores de algunos de los coeficientes de los polinomios que forman el spline del ajuste que tenían valores de 10^{-18} y similares; ante tales magnitudes se necesita mayor precisión y un método de resolución adecuado (entre los posibles métodos de solución se encuentran: GaussKronrod, Doblexponencial, Trapezoidal, Oscillatory, Multidimensional, MonteCarlo y QuasiMonteCarlo). Los parámetros modificados en la orden *NIntegrate* de *Mathematica*®, que calcula la integral, son el método (*Oscilatorio*) y la opción *Precisión* de los cálculos que ha pasado de ser la de la máquina (15 dígitos) a aumentar hasta 50 dígitos. El método *Oscilatorio* transforma el spline en una función de la forma $f(a t^n + b)s(t)$ donde f es la función núcleo Seno, Coseno o BesselJ, posteriormente se localizan algunos de los ceros de la función núcleo y se integra entre ellos, obteniendo el valor de la integral buscada.

Una vez obtenida la curvatura media se ha creído conveniente expresarla en la forma $1/\bar{\kappa}$ que, aunque con objeciones, se puede asimilar al *radio de curvatura media*. Se ha hecho así porque este modo es más intuitivo y muestra más claramente las diferencias de curvatura entre clases de complejidad de una línea. No obstante hay que tener en cuenta que casi con toda seguridad no tendría sentido hablar de radio medio de curvatura para una carretera, pues seguro que existirán líneas rectas en su configuración, con lo que su radio será infinito en ese tramo y por tanto ninguna media dará un valor finito del mismo.

Hechas las salvedades, en la tabla IV.4 se muestran los *radios de curvatura media* para cada línea, el valor medio de los mismos para cada clase de complejidad así como los máximos y mínimos de clase.

Tabla IV. 4: Radio de curvatura media por línea y por clase de complejidad extraída del B-Spline

Carretera	Radio Curvatura Media (m)	Complejidad	Media de Clase	Máximo de Clase	Mínimo de Clase
A-44	1.673	1	980	1.673	595,749
A-316A	672				
N-323	596				
A-311	449	2	369	448,965	296,362
JP-2332	296				
JV-2223	314				
P-CaminoAncho	417				
A-316	604	3	236	604,139	104,013
A-320	445				
A-1102	259				
A-324	255				
P-Jimena-Torres	221				
JV-2225	182				
JV-3012	164				
P-Pegalajar-Central	162				
JV-2226	161				
JV-3242	152				
JV-2224	124				
P-CerroSanCristobal-b	104				
JV-2222	192	4	151	192,341	67,289
JV-3241	193				
P-CerroSantin	67				
P-SierraPeñaDelAguila	221	5	135	221	90,463
P-CerroAlmaden	122				
P-CerroSanCristobal	105				
P-CaminoAzadillas	90				

El primer dato relevante que se observa es que el valor de la media de clase del *radio de curvatura media* disminuye conforme aumenta la complejidad de la clase. Hecho que a priori se supone sucederá (la sinuosidad aumenta con la complejidad), pero que nada garantiza. De hecho si se observan los máximos y mínimos del rango de clase se ve que sólo la clase 1 y 2 no están solapadas (ni entre sí, ni con el resto), las demás tienen partes del rango superpuesto (ver figura IV.3), produciendo el caso extremo las clases 4 y 5 donde la clase 5 tiene mayores que 5 los valores extremos cuando debiera ser al contrario.

Si se puede recurrir al gráfico de caja y bigotes¹ como el de la figura IV.3 que muestra las cinco clases de complejidad. Hay que ser cauto en el momento de extraer conclusiones de dicho gráfico, pues el número de casos por clase es pequeño en todas las clases, especialmente en la 1 y 4 con tres casos solamente. No obstante, llama la atención que en la clase 3, que es la más numerosa y por tanto otorga mayor solidez a las conclusiones, dos de las líneas (A-316 y A-320) se muestran como casos anómalos² (en el gráfico las dos cruces en color rojo). Si se observan las formas de dichas líneas, ambas podrían ser segmentadas en dos como muestra la figura IV.4 de forma que las nuevas secciones fuesen más homogéneas. Las dos nuevas secciones que se crearían para cada una de las líneas se diferenciarían fundamentalmente por el grado de sinuosidad. Una posible lectura que habría que investigar a partir de una muestra más numerosa de líneas es la siguiente: el radio de curvatura medio obtenido a partir del spline puede ser una medida caracterizadora útil para indicar cuándo una línea se debe segmentar. No obstante, esto no quiere decir que por sí sola pueda indicar tal momento, sino que su utilidad se manifestaría en compañía de otras medidas caracterizadoras.

¹ Conocido en inglés como box and whiskers.

² El gráfico de caja y bigotes considera anómalo un caso cuando su valor excede (en valor absoluto) en 1.5 veces la longitud de la caja.

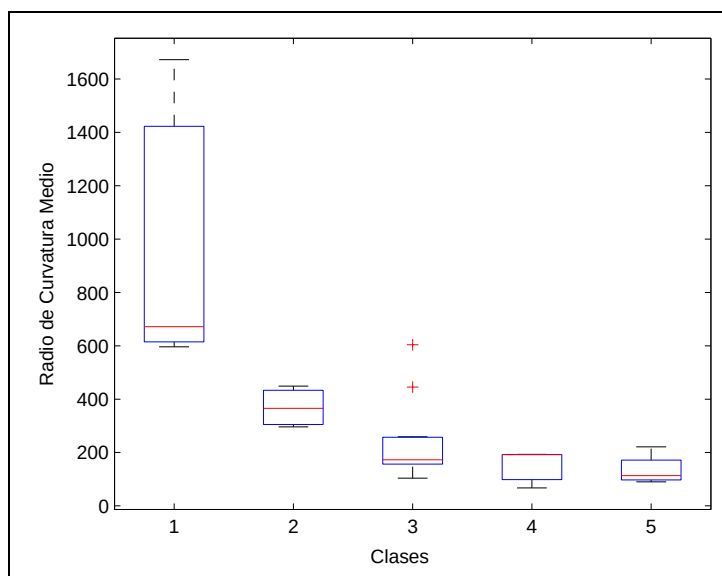


Figura IV. 3: Gráfico de caja y bigotes del radio medio de curvatura extraído del B-Spline para las 5 clases de complejidad de las líneas

Al mismo tiempo si se obvian esos datos anómalos, parece que esta medida de radio de curvatura media separa con bastante claridad las dos primeras clases entre sí y con respecto a las tres últimas, mientras que estas tres últimas se encuentran solapadas.

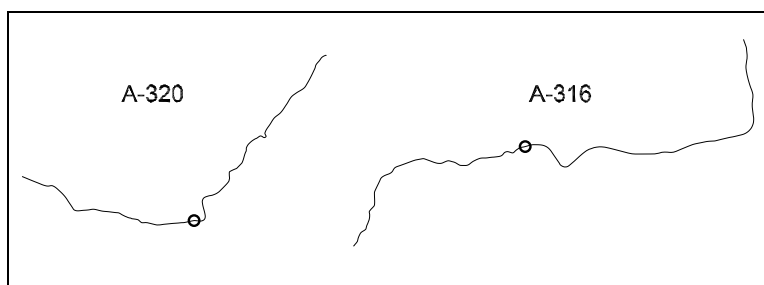


Figura IV. 4: Posible segmentación en secciones homogéneas de las dos carreteras anómalas indicadas por el gráfico de caja y bigotes

El mismo análisis se puede realizar si el radio medio de curvatura se calcula a partir de arcos de circunferencia que pasan por tres puntos, de forma que se defina la línea poligonal mediante arcos de circunferencia que interpolen todos los puntos de dicha poligonal. En tal caso sus valores son los que aparecen en la tabla IV.5.

Tabla IV. 5: Radio de curvatura media por línea y por clase de complejidad extraída de la definición de la línea por medio de arcos de circunferencia que pasa por tres puntos

Línea	Radio Curvatura Media	Complejidad	Media de Clase	Máximo de Clase	Mínimo de Clase
A-44	5789	1	3719	5789	1053
A-316A	4315				
N-323	1053				
A-311	1220	2	1071	1220	963
JP-2332	1105				
JV-2223	963				
P-CaminoAncho	993				
A-316	2426				
A-320	1412	3	686	2426	187
A-324	593				
A-1102	644				
JV-2224	324				
JV-2225	447				
JV-2226	455				
JV-3012	494				
JV-3242	330				
P-CerroSanCristobal-b	187				
P-Jimena-Torres	363				
P-Pegalajar-Central	554				
JV-2222	840	4	479	840	140
JV-3241	458				
P-CerroSantin	140				
P-CaminoAzadillas	183	5	307	567	183
P-CerroAlmaden	254				
P-CerroSanCristobal	223				
P-SierraPeñaDelAguila	567				

Si se observa su gráfico de caja y bigotes de la figura IV.5 se pueden extraer las mismas conclusiones en cuanto a la posibilidad de segmentación de las líneas A-316 y A-320. Pero en cuanto a la capacidad de separación de clases, el radio medio de curvatura obtenido a partir de arcos de circunferencia, discrimina menos que el obtenido a partir del B-Spline.

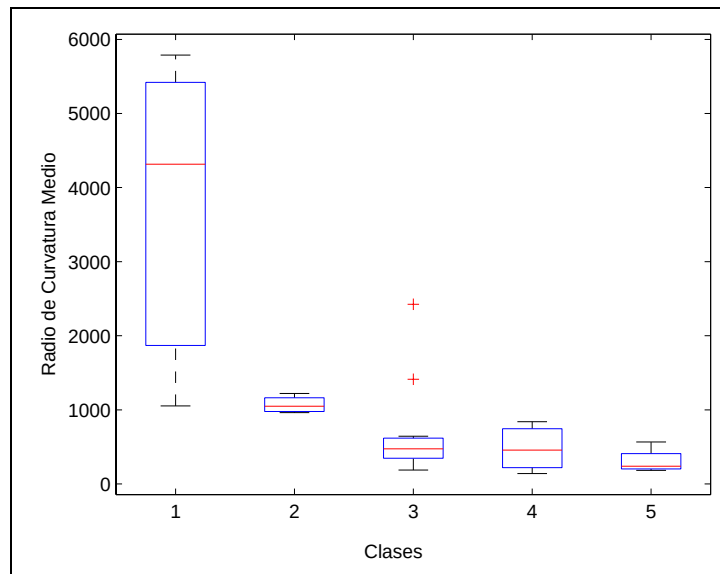


Figura IV. 5: Gráfico de caja y bigotes del radio medio de curvatura extraído de la circunferencia que pasa por tres puntos para las 5 clases de complejidad de las líneas.

Todo ello induce a pensar que la curvatura extraída a partir de un spline y con los parámetros ya especificados puede ser una buena medida de la sinuosidad global de la línea que, al mismo tiempo, puede ser de utilidad en estudios posteriores para caracterización de la carretera, en cuanto a indicar momentos de segmentación de una línea. Además, parece que aventaja a esa misma medida, obtenida a partir de arcos de circunferencia, en la discriminación de clases de complejidad.

IV.2 GENERALIZACIÓN WAVELET

En esta fase es donde se produce la verdadera generalización de la línea. Cada uno de los niveles de descomposición logrado mediante el análisis wavelet y su posterior reconstrucción equivaldría a la representación de la línea a diferentes escalas. Aunque el concepto de escala subyace en la técnica wavelet, su traducción al ámbito cartográfico no es inmediata. Aquí propondremos un método para establecer una correspondencia entre los niveles de descomposición y su resolución espacial para que los resultados sean comparables.

El otro aspecto clave para obtener la línea definitivamente generalizada es su devolución al espacio. El método que consigue esto es clave por cuanto condicionará decisiones que se habían tomado y justificado con anterioridad a la ejecución del mismo. Así, por ejemplo, la decisión de muestrear la curvatura cada 5 m estaba justificada por cuanto cumplía con creces los requisitos de precisión exigidos para la generalización; sin embargo hay líneas que no pueden ser generalizadas con el algoritmo de devolución al espacio si no se muestrea su curvatura hasta valores tan pequeños como 0.25 m.

En este apartado, por tanto, se estudiarán los niveles de descomposición en relación con su resolución espacial y escala de representación; y también se verán los hitos más destacados de la devolución al espacio de la forma curvatura de una línea.

IV.2.1 Niveles de descomposición y resolución espacial

Es interesante conocer el nivel de descomposición de cada línea y según cada wavelet, aunque esto no dice nada sobre la escala a la que sería adecuado representar la línea. Sería conveniente poder traducir dicho nivel a la distancia curvilínea³ que separa dos puntos consecutivos (*resolución espacial*) reconstruidos mediante el algoritmo de devolución al espacio. Si esto se consigue, dicha *resolución espacial* podría ser usada, una vez pasada a la escala de representación, para determinar las escalas de representación posibles de tal generalización. Es decir, si

$$\frac{\text{resolución espacial}}{e} \geq 0.2 \text{ mm},$$

³ Distancia medida a lo largo de la traza de la línea, entre dos puntos considerados de la misma.

siendo e el denominador de escala y 0.2^4 mm el límite de percepción visual, teóricamente no sería conveniente usar dicha generalización para escalas mayores que $1/e$, no obstante, sería interesante observar la respuesta de la red neuronal simulada.

La resolución espacial de un determinado nivel de generalización se puede establecer utilizando el siguiente razonamiento:

- Puesto que la línea original, que es el nivel cero de la descomposición, se representa en la forma curvatura muestreada equiespaciadamente a lo largo de la longitud de arco. Y puesto que el conjunto de muestras (valores de curvatura tomadas equiespaciadamente) equivale al conjunto de coeficientes del nivel cero. Entonces conocer el número de coeficientes implica conocer el valor del equiespaciado o de la resolución espacial.
- Estableciendo las analogías entre los coeficientes de descomposición del resto de niveles con el nivel cero. Y considerando que se mantuviese constante el valor de la longitud total de la línea de la descomposición, la resolución espacial para un nivel distinto del cero se podría calcular como:

$$\text{resolución espacial} = \frac{\text{longitud total de la línea}}{(\text{n}^\circ \text{ de coeficientes del nivel } i) - 1}, \quad (\text{Ec. IV.1})$$

$i = -1, -2, \dots, \text{nivel máximo de descomposición}$

A modo de ejemplo, en la tabla IV.6 se muestra una selección de wavelets aplicadas sobre la línea A-44 con una representación de wavelets y niveles de descomposición (no se presentan todas las wavelets aplicadas porque resultarían 254 casos, es decir, 254 filas y daría lugar a una columna muy voluminosa); la segunda columna indica el nivel máximo de descomposición de la wavelet y, la última columna expresa en metros la resolución espacial del correspondiente nivel de descomposición

⁴ Valor ampliamente aceptado en España como límite de percepción visual. P.e. Domínguez (1953).

correspondiente a la penúltima columna. La totalidad de wavelets y niveles de descomposición con su equivalente resolución espacial tanto para la A-44 como para el resto de líneas se puede encontrar en el anejo digital I.

Tabla IV. 6: Resolución espacial de la línea A-44 para una muestra de wavelets y niveles de descomposición determinados

Wavelet	Nivel máximo de descomposición	Nivel de descomposición	Resolución espacial (m)
bior1.3	9	5	157
bior1.3		6	306
bior1.3		7	591
bior1.3		8	1106
bior1.3		9	1957
bior2.2	9	4	79
bior2.2		5	157
bior2.2		6	306
bior2.2		7	591
bior2.2		8	1106
bior2.2		9	1957
...	...	...	...
coif5		3	38
coif5		4	73
coif5		5	136
coif5		6	237
coif5		7	379
db6	8	4	77
db6		5	151
db6		6	285
db6		7	519
db6		8	877
dmey	5	2	18
dmey		3	35
dmey		4	61
dmey		5	99
sym5	9	4	78
sym5		5	153
sym5		6	292
sym5		7	541
sym5		8	942
sym5		9	1496

Si con independencia del tipo de wavelet se agrupa por niveles de descomposición (tabla IV.7) y se obtiene media y coeficiente de variación se observa cómo los niveles están correlados con la resolución espacial, aunque según aumenta su valor, el coeficiente de variación de la resolución espacial también aumenta. Esto es cierto hasta el nivel -8, en el -9 desciende y en el -10 vuelve a subir. No obstante, lo visto se puede afirmar que para todas las líneas el aumento del coeficiente de variación se produce conforme aumenta (en valor absoluto) el nivel de descomposición. Esta afirmación se basa en el siguiente hecho: a partir de un determinado nivel

(en este caso el -9) el número de wavelets que lo alcanzan es reducido y se producen repeticiones en los valores de la resolución espacial (p.e. los valores 1957 y 2313 del nivel -9 sombreados en gris de la línea A-44, tabla IV.7). Dichas repeticiones hacen disminuir el valor del coeficiente de variación. La confirmación de la hipótesis se encuentra en las líneas que se muestrearon a 0.25 m, ya que debido a este hecho, alcanzan mayor número de niveles de descomposición, y p.e. el número de casos para el nivel -9 es lo suficientemente amplio como para que el coeficiente de variación sea mayor que su nivel precedente (ver tabla IV.8 correspondiente a la línea P-CerroSantin muestreada a 0.25 m).

Tanto en la tabla IV.8 como IV.9 no se indica el nombre de la wavelet a la que corresponde cada fila, porque ello, además de no ser lo más relevante de la tabla, llevaría aparejada la aparición de celdillas en blanco intercaladas entre aquellas llenas de valores. Y esto haría desaparecer la percepción decreciente del número de casos con forme aumenta el nivel de descomposición (en valor absoluto) desde el -3 hasta el -10. Téngase en cuenta que tal y como está construida actualmente la tabla, en una misma fila pueden existir resoluciones espaciales en distintos niveles que correspondan a wavelets diferentes.

Tabla IV. 7: Evolución de la resolución espacial en metros con respecto a los niveles de descomposición para la línea A-44 (muestreada cada 5 m)

	Nivel -3	Nivel -4	Nivel -5	Nivel -6	Nivel -7	Nivel -8	Nivel -9	Nivel -10
	40	79	157	307	592	1106	1957	4241
	40	79	157	307	592	1106	1957	6361
	39	76	146	268	463	727	2313	4241
	40	80	159	314	621	1212	1957	4241
	39	77	148	274	480	771	2827	
	40	78	151	286	519	877	1957	
	40	79	157	307	592	1106	2313	
	39	76	146	268	463	727	2313	
	39	74	137	238	380	1339	1497	
	40	80	160	322	652	877		
	40	78	151	286	519	1106		
	39	75	141	252	417	727		
	38	70	124	202	592	1212		
	37	66	113	172	463	771		
	36	64	105	307	621	688		
	35	62	100	268	480	688		
	40	79	157	314	446	1212		
	39	76	146	274	446	942		
	40	80	159	262	621			
	39	77	148	262	541			
	39	76	145	314	349			
	39	76	145	292				
	40	80	159	227				
	40	78	153	196				
	38	73	133	177				
	37	70	122					
	37	67	115					
Media	38,7638	75,0681	142,0262	267,7450	516,5510	955,2883	2121,4183	4770,9373
Desv. Típica	1,3558	5,1778	17,6907	44,0707	87,2436	219,0266	371,8870	1060,2085
Coef. Variación	0,0350	0,0690	0,1246	0,1646	0,1689	0,2293	0,1753	0,2222
Amplitud Rango	4,8142	18,1057	60,2471	150,1629	303,8743	651,5083	1330,4570	2120,4170

Tabla IV. 8: Evolución de la resolución espacial en metros con respecto a los niveles de descomposición para la línea P-CerroSantin (muestreada cada 0.25 m)

	Nivel -3	Nivel -4	Nivel -5	Nivel -6	Nivel -7	Nivel -8	Nivel -9	Nivel -10
	2	4	8	16	31	61	117	221
	2	4	8	16	31	61	117	221
	2	4	8	15	29	54	94	149
	2	4	8	16	32	63	123	240
	2	4	8	15	30	55	97	158
	2	4	8	16	30	57	104	178
	2	4	8	16	31	61	117	221
	2	4	8	15	29	54	94	149
	2	4	8	15	28	48	78	263
	2	4	8	16	32	64	128	178
	2	4	8	16	30	57	104	221
	2	4	8	15	28	51	85	149
	2	4	7	14	25	41	117	240
	2	4	7	13	23	36	94	158
	2	4	7	13	21	61	123	142
	2	4	7	12	20	54	97	142
	2	4	8	16	31	63	90	240
	2	4	8	15	29	55	90	190
	2	4	8	16	32	53	123	
	2	4	8	15	30	53	108	
	2	4	8	15	29	63	72	
	2	4	8	15	29	59		
	2	4	8	16	32	46		
	2	4	8	16	31	40		
	2	4	8	15	27	37		
	2	4	7	14	25			
	2	4	7	13	23			
Media	1,9848	3,9366	7,7473	15,0452	28,5214	53,9593	103,4289	192,1099
Desv. Típica	0,0170	0,0707	0,2765	1,0151	3,3846	8,4261	16,2233	40,9971
Coef. Variación	0,0085	0,0180	0,0357	0,0675	0,1187	0,1562	0,1569	0,2134
Amplitud Rango	0,0618	0,2554	0,9885	3,5854	11,7219	28,5680	56,6735	121,2967

Las tablas análogas a las tabla IV.7 y tabla IV.8 correspondientes a todas las líneas se pueden ver en el anejo digital II.

Un resumen de todas ellas en cuanto al coeficiente de variación se presenta en las figura IV.9 y figura IV.10, que corresponden a las líneas muestreadas a 5 m y 0,25 m respectivamente.

Figura IV. 9: Coeficiente de Variación de la resolución espacial correspondiente a los niveles de descomposición de las líneas muestreadas cada 5m

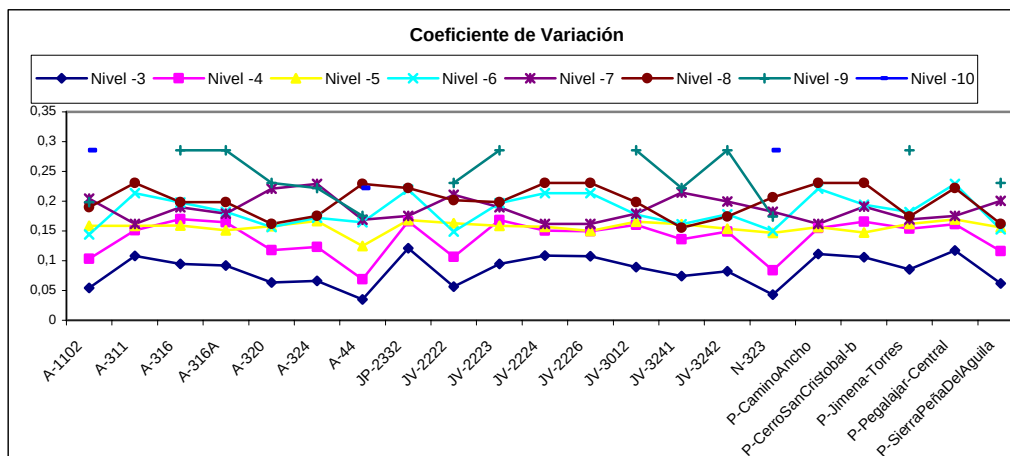
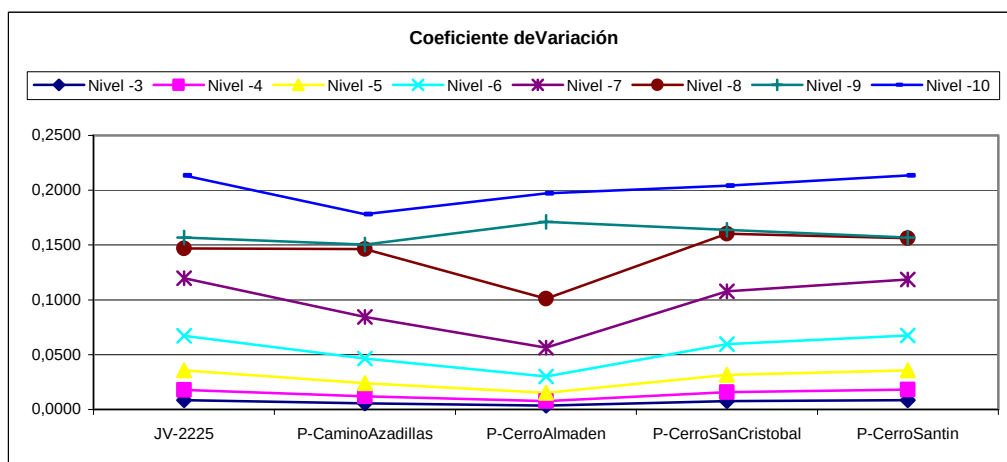


Figura IV. 10: Coeficiente de Variación de la resolución espacial correspondiente a los niveles de descomposición de las líneas muestreadas cada 0.25m



De la tendencia al crecimiento del coeficiente de variación de la resolución espacial conforme aumenta el nivel de descomposición (valor absoluto), se puede sospechar que además del aumento del error posicional que se produce por el mayor valor de la resolución espacial⁵, aquél se acentúa por el simple hecho de aumentar el número de niveles de descomposición. Esto

⁵ En el sentido que se viene utilizando en este apartado de distancia curvilínea que separa dos puntos consecutivos de la línea reconstruida.

a su vez previene sobre el posible deterioro de la calidad de la generalización wavelet ante grandes saltos de escala.

IV.2.1.1 Referencia de cualquier nivel de cualquier wavelet a la resolución espacial de los niveles de Haar

Tal y como muestran las tablas IV.7 y IV.8 para un mismo nivel de descomposición, en las líneas A-44 y P-CerroSantin, el valor de la resolución espacial media varía de una línea a otra. En este caso, como la longitud del equiespaciado de la muestra es de 5 m y 0.25 m respectivamente, el número de coeficientes en el nivel cero de P-CerroSantin es mayor que el de A-44. Por tanto la no equiparación de niveles tiene su origen tanto en el tamaño de la línea original (nº de coeficientes) como en el tamaño del filtro wavelet (nº de elementos), pues como indica la Ecuación (Ec.III.4.1.1)⁶ del apartado III.4.1 el número de coeficientes depende de ambos parámetros.

Una forma de solucionar de forma aproximada el problema de la equiparación de niveles de las distintas wavelets y niveles es referirlos al de la wavelet con menor longitud de filtro. Así un nivel de cualquier otra wavelet tendrá una resolución próxima a otro de la de referencia. La wavelet que posee el filtro más pequeño es la de Haar (Daubechies 1), de longitud 2. Como el muestreo que se considera suficiente en esta tesis para mantener una buena precisión es de 5 m, se supondrá que el equiespaciado de la muestra de una línea es de 5 m, y el número de muestras de 2^n , siendo n un número natural. En tales circunstancias el valor de la resolución espacial de los distintos niveles de Haar se expresa en la tabla IV.11, de acuerdo con la Ec.IV.1 del apartado IV.3.1.

⁶ $long[\mathbf{a}^{i-1}] = ParteEntera \left[\frac{long[\mathbf{a}^i] + long[\bar{h}] - 1}{2} \right]$ (Ec. III. 4.1.1)

Tabla IV. 11: Equivalencias entre los niveles de descomposición y la resolución espacial para la wavelet de Haar

Nivel de Descomposición	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7	-8	-9	-10	-11
Resolución espacial (m)	5	10	20	40	80	160	320	640	1280	2560	5120

Con el fin de tener una idea de las equivalencias de los niveles de descomposición en términos de resolución espacial de la wavelet de Haar, en la tabla IV.13, se presentan en cada celdilla el nivel máximo de descomposición de cada línea por wavelet. Mediante colores se indican los valores del nivel de resolución espacial⁷ referido a Haar (ver colores en tabla IV.12). En el anejo digital I se encuentran las equivalencias referidas a Haar para el resto de niveles, no sólo para los máximos.

Tabla IV. 12: Equivalencias entre los niveles máximos de descomposición y la resolución espacial referida a la wavelet de Haar

Color según Resolución Espacial	10 m	20 m	40 m	80 m	160 m	320 m	640 m	1280 m	2560 m	5120 m

⁷ Recuérdese que las líneas muestreadas cada 0.25 m fueron JV-2225, P-CaminoAzadillas, P-CerroAlmadén, P-CerroSanCristobal y P-CerroSantin.

Tabla IV. 13: Niveles máximo de resolución alcanzado por cada wavelet en cada línea.

	A-44	A-316A	N-323	A-311	JP-2332	JV-2223	P-CaminoAncho	A-316	A-320	A-1102	A-324	P-JimenaTorres	JV-2225	JV-3012	P-PegalajarCentral	JV-2226	JV-3242	JV-2224	P-CerroSanCristobal-b	JV-2222	JV-3241	P-CerroSantín	P-SierraPeñaAgula	P-CerroAlmadén	P-CerroSanCristobal	P-CaminoAzadillas
bior1.3	-9	-8	-9	-8	-7	-8	-8	-9	-9	-9	-8	-8	-12	-8	-7	-8	-8	-8	-8	-9	-8	-12	-9	-13	-12	-12
bior2.2	-9	-8	-9	-8	-7	-8	-8	-9	-9	-9	-8	-8	-12	-8	-7	-8	-8	-8	-8	-9	-8	-12	-9	-13	-12	-12
bior2.8	-8	-6	-7	-6	-6	-6	-6	-7	-7	-7	-7	-6	-10	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-7	-7	-10	-7	-11	-10	-10
bior3.1	-10	-9	-10	-8	-8	-9	-8	-10	-9	-10	-9	-9	-12	-9	-8	-8	-9	-8	-8	-9	-12	-9	-14	-13	-10	-13
bior3.7	-8	-6	-8	-6	-6	-6	-6	-7	-7	-7	-7	-6	-10	-6	-6	-6	-7	-6	-6	-7	-7	-10	-7	-11	-10	-11
bior5.5	-8	-7	-8	-6	-6	-7	-6	-8	-7	-8	-7	-7	-10	-7	-6	-6	-7	-6	-7	-8	-7	-10	-7	-12	-11	-11
coif1	-9	-8	-9	-8	-7	-8	-8	-9	-9	-9	-8	-8	-12	-8	-7	-8	-8	-8	-8	-9	-8	-12	-9	-13	-12	-12
coif3	-8	-6	-7	-6	-6	-6	-6	-7	-7	-7	-7	-6	-10	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-7	-7	-10	-7	-11	-10	-10
coif5	-7	-5	-7	-5	-5	-5	-5	-6	-6	-6	-6	-5	-9	-5	-5	-5	-6	-5	-5	-6	-6	-9	-6	-10	-9	-10
db1	-12	-10	-11	-10	-10	-10	-10	-11	-11	-11	-11	-10	-14	-10	-10	-10	-10	-10	-10	-11	-11	-14	-11	-15	-14	-15
db6	-8	-7	-8	-6	-6	-7	-6	-8	-7	-8	-7	-7	-10	-7	-6	-6	-7	-6	-7	-8	-7	-10	-7	-12	-11	-11
db12	-7	-6	-7	-5	-5	-6	-5	-7	-6	-7	-6	-6	-9	-6	-5	-5	-6	-5	-5	-7	-6	-9	-6	-11	-10	-10
db25	-6	-5	-6	-4	-4	-5	-4	-6	-5	-5	-5	-5	-8	-5	-4	-4	-5	-4	-4	-5	-5	-8	-5	-10	-9	-9
db36	-6	-4	-5	-4	-4	-4	-4	-5	-5	-5	-5	-4	-8	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-5	-4	-8	-5	-9	-8	-8
db45	-5	-4	-5	-3	-3	-4	-3	-5	-4	-5	-4	-4	-7	-4	-3	-3	-4	-3	-4	-5	-4	-7	-4	-9	-8	-8
dmey	-5	-4	-5	-3	-3	-4	-3	-5	-4	-4	-4	-4	-7	-4	-3	-3	-4	-3	-3	-4	-4	-7	-4	-9	-7	-8
rbio1.3	-9	-8	-9	-8	-7	-8	-8	-9	-9	-10	-8	-8	-12	-8	-7	-8	-8	-8	-8	-9	-8	-12	-9	-13	-12	-12
rbio2.8	-8	-6	-7	-6	-6	-6	-6	-7	-7	-7	-7	-6	-10	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-7	-7	-10	-7	-11	-10	-10
rbio3.1	-10	-9	-10	-8	-8	-9	-8	-10	-9	-10	-9	-9	-12	-9	-8	-8	-9	-8	-8	-9	-12	-9	-14	-13	-13	-13
rbio3.7	-8	-6	-8	-6	-6	-6	-6	-7	-7	-7	-7	-6	-10	-6	-6	-6	-7	-6	-6	-7	-7	-10	-7	-11	-10	-11
rbio3.9	-8	-6	-7	-6	-5	-6	-6	-7	-7	-7	-7	-6	-10	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-7	-6	-10	-7	-11	-10	-10
rbio5.5	-8	-6	-7	-6	-5	-6	-6	-7	-7	-7	-7	-6	-10	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-7	-6	-10	-7	-11	-10	-10
sym2	-10	-9	-10	-8	-8	-9	-8	-10	-9	-10	-9	-9	-12	-9	-8	-8	-9	-8	-8	-9	-9	-12	-9	-14	-13	-13
sym5	-9	-7	-8	-7	-7	-7	-7	-8	-8	-8	-8	-7	-11	-7	-7	-7	-7	-7	-7	-8	-7	-11	-8	-12	-11	-11
sym18	-7	-5	-6	-5	-5	-5	-5	-6	-6	-6	-6	-5	-9	-5	-5	-5	-5	-5	-5	-6	-5	-9	-6	-10	-9	-9
sym27	-6	-4	-6	-4	-4	-4	-4	-5	-5	-5	-5	-5	-8	-5	-4	-4	-5	-4	-4	-5	-5	-8	-5	-9	-8	-9
sym34	-6	-4	-5	-4	-4	-4	-4	-5	-5	-5	-5	-4	-8	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-5	-5	-8	-5	-9	-8	-8

La tabla IV.13 muestra cómo aquellas wavelets con menor longitud de filtro como pueden ser la db1 (longitud 2) o la sym2 (longitud 4) son las que descienden hasta un nivel más bajo de descomposición, teniendo, por tanto la resolución espacial más pequeña. Esta es la razón por la que se ha referido a la resolución espacial de la db1 o de Haar el resto de wavelets de forma que se pueda comparar y analizar como se hace en el apartado IV.4.

IV.2.2 Devolución al espacio

Este punto es clave en el proceso de generalización wavelet de una línea. Probablemente, los artificios poco precisos a los que se han recurrido en otros estudios para devolver una línea al espacio tras el análisis y síntesis wavelet, se deba a la dificultad que entraña programar la solución encontrada en esta tesis. Como se indicó en el apartado III.4.4 la teoría tiene perfectamente resuelto este problema, pero en el momento de la implementación, la realidad manifiesta la dificultad de la obtención de soluciones numéricas al mismo.

En el transcurso de los experimentos se han observado tres hechos fundamentales para culminar con éxito la reconstrucción de una curva a partir de su curvatura función de la longitud de arco. Éstos han sido:

1. La necesidad de representar la curvatura mediante un spline cúbico interpolante (recuérdese que la curvatura se obtiene de la síntesis wavelet en forma discreta, por lo que hay que ajustarle alguna función continua). Si en lugar de interpolar se representa mediante un spline aproximante, la figura obtenida al devolver la línea al espacio no se parece en nada a la original.

La función interna de Mathematica que permite obtener el interpolante es **Interpolation[datos]** donde los datos son las muestras de la curvatura. La función devuelta es un spline interpolante en el que los polinomios que lo componen son cúbicos.

Sin embargo, si se aproximan los datos, como se puede hacer a través de la función interna de Mathematica **SplineFit[datos, tipo]** donde los datos son las muestras de la curvatura y el tipo se refiere a la forma del polinomio (Cúbico, Bézier o Bezier Compuesto), el resultado al reconstruir la curva presenta reconstrucciones tan poco adecuadas como la que se muestra en la figura IV.6.

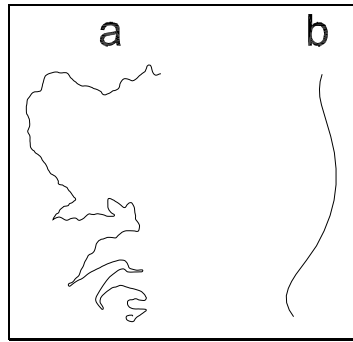


Figura IV. 6: Devolución al espacio errónea (b) de la línea P-CerroAlmaden (a) si la curvatura discreta se define mediante un spline aproximante en lugar de hacerlo por otro interpolante

2. Necesidad de ajuste de los parámetros. La función que devuelve al espacio la curvatura interpolada por un spline se expuso en el apartado III.4.4. Para resolver el sistema de ecuaciones diferenciales se usa la función interna de *Mathematica*® **NDIntegrate[]** que dispone de determinadas opciones cuya modificación permite soluciones que no logran los valores por defecto. Así el valor por defecto de la opción **MaxSteps**, (número máximo de iteraciones para que la función alcance la convergencia en la solución del sistema), es de 1000; sin embargo, en el caso de las líneas de cierta complejidad de esta tesis, el valor de dicha opción hubo que aumentarla hasta 500.000 iteraciones. La tabla IV.14 muestra un resumen de distintos valores de **MaxSteps** y las líneas para las que no se obtenía solución del sistema de ecuaciones diferenciales. Las líneas que aparecen como no resueltas en la tabla IV.14, como era de esperar, pertenecen a las clases de complejidad 4 y 5. Hay que tener en cuenta que la no resolución del sistema no permite dibujar la curva, ni siquiera de forma grosera o con errores.

Tabla IV. 14: Líneas no resueltas para valores de la opción MaxSteps de la función NDIntegrate[] que obtiene la solución de sistemas de ecuaciones diferenciales

Número de iteraciones (MaxSteps)	Líneas no resueltas
10000	P-SierraPeñaDelAguila, JV-3241, P-CerroSantin, P-CerroJabalculuz, P-CaminoAzadillas
100000	P-CerroSantin, P-CerroJabalculuz, P-CaminoAzadillas
500000	Se resuelven todas

3. Necesidad de muestrear la curvatura en intervalos de longitud de arco de hasta 0.25 m para las 5 líneas cuya complejidad oscila entre las clases 4 y 5; esas líneas fueron concretamente P-CerroSantin, P-CerroAlmaden y P-CaminoAzadillas y P-CerroJabalculuz. Si no se muestrea a 0.25 m, el resultado es mejor que si no se cumple la condición 1 en cuanto a que la forma resultante se parece a la original, pero ocurren deformaciones intolerables. Los valores de equiespaciado que se probaron hasta llegar a la longitud de arco de 0.25 m fueron: 5 m, 2 m, 1m, 0.75 m y 0.5 m.

En Figura IV.7 se observa cómo la reconstrucción de la curva muestreada cada 5 m presenta apertura de las curvas en los vértices b y c, que provocan errores posicionales y de forma intolerables para los fines de generalización cartográfica. Sin embargo, si se consideran individualmente los tramos ab, bc, y cd se podría considerar que la generalización es admisible. Se puede asegurar que en aquellos trozos de curva donde la curvatura sea muy pequeña habrá que incrementar el número de muestras para resolver satisfactoriamente la devolución al espacio.

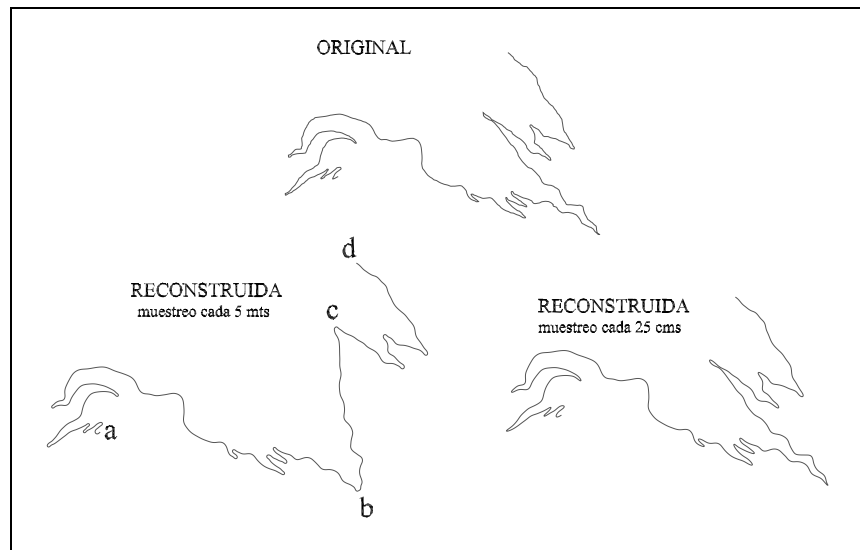


Figura IV. 7: Errores en la devolución al espacio de una curva cuando el equiespaciado de la muestra no es lo suficientemente pequeño

IV.2.3 Primer análisis visual de resultados

Una vez se ha concluido el proceso de generalización wavelet sería conveniente realizar un primer análisis visual de las líneas. En este apartado no se pretende obtener ninguna gran conclusión, si no presentar algunos ejemplos de las generalizaciones wavelet obtenidas con el método ya expuesto y analizarlos. No obstante, en el ítem de desplazamiento se revela una posible modificación en la fase de devolución al espacio. Las generalizaciones han sido elegidas por el tesinando con el criterio de que en ellas se encuentre presente alguna operación de generalización de carácter notable. De la observación de estos resultados surge parte del diseño de la encuesta, que se envía al grupo de expertos extendido, en la que se pide valoración sobre las operaciones de generalización de suavizado, caricaturización, eliminación de temblores y desplazamiento.

Suavizado: Se sabía de estudios previos que la generalización wavelet suavizaba las líneas gracias a la propiedad de eliminación de detalles al descender en el nivel de descomposición (Fritsch, 1997; García, 2000a), por ello no nos sorprendió encontrarnos con suavizados tan adecuados como los

que se muestran en las líneas de la figura IV.8. Estas dos líneas presentan abundancia de microcurvas a lo largo de su recorrido que se eliminan por suavizado con esta técnica. Quizás P-CerroSantin adolece de desplazamiento excesivo que se comentará en su correspondiente ítem.

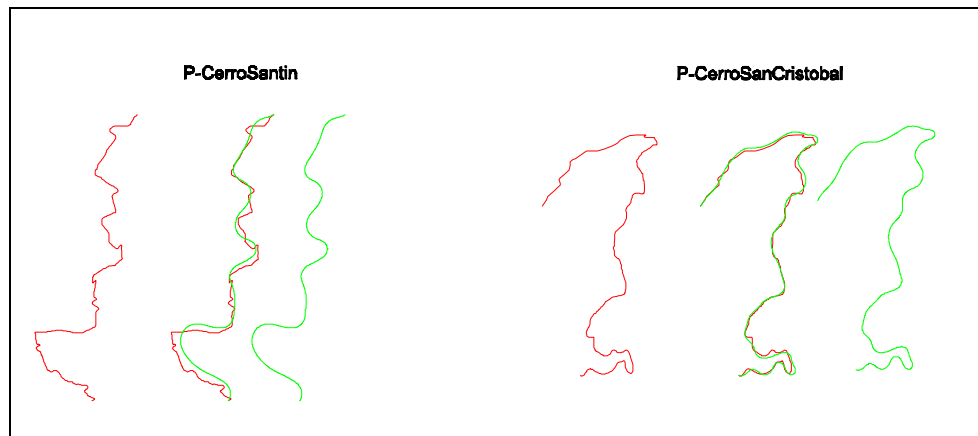


Figura IV. 8: Ejemplo de suavizado. En rojo la línea original, en verde la generalizada. (No están a escala)

Temblores: La operación de eliminación de temblores es una de las más difíciles de modelizar, razón por la cual no existen referencias a la solución de dicho problema, aunque sí se sabe que se ha abordado en el COGIT del IGN francés, como nos comunicó Cécil Duchene personalmente en la estancia del tesinando en dicha institución en mayo de 2001. En la actualidad no se conoce ningún método que solucione esta problemática. Por eso a la vista de generalizaciones como las de la figura IV.9 parece que el método de generalización wavelet podría ser una técnica útil para lograr esta operación de una manera satisfactoria. Se observa que se eliminan los temblores en líneas como las mostradas en la figura IV.9 en zonas de tendencia rectilínea de una extensión considerable. Puesto que no están a escala se aconseja imprimir el anejo digital ficheros de Autocad a E100k y E200k para una adecuada percepción del fenómeno.

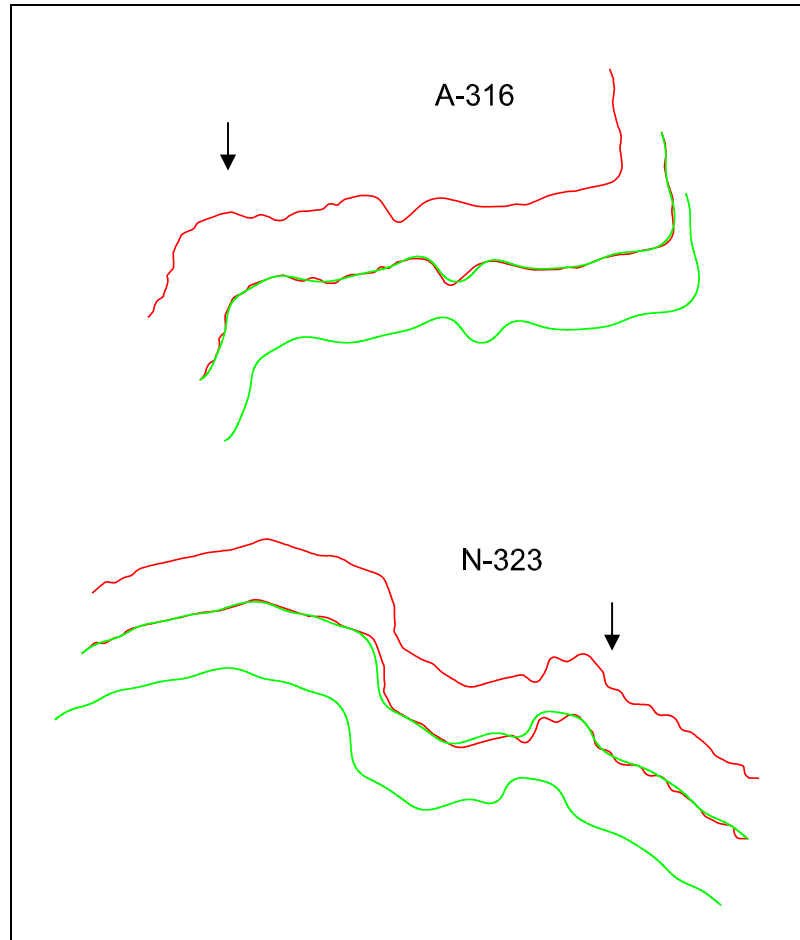


Figura IV. 9 : Ejemplo de eliminación de temblores. En rojo la línea original, en verde la generalizada. (No está a escala)

Caricaturización: Tras la visualización de varias de las líneas nos llamó la atención que en el momento de suavizar no se produjese un acortamiento de las curvas de cierta entidad como las que se señalan en la figura IV.10. Concretamente en la P-SierraPeñaDelAguila, no solamente no acorta la curva, si no que además la separa evitando la fusión de dos partes de una misma línea. Con esto se consigue caricaturizar en zonas de coalescencia, uno de los efectos más perniciosos sobre las carreteras presentes en cualquier cartografía, según Mustière 2005.

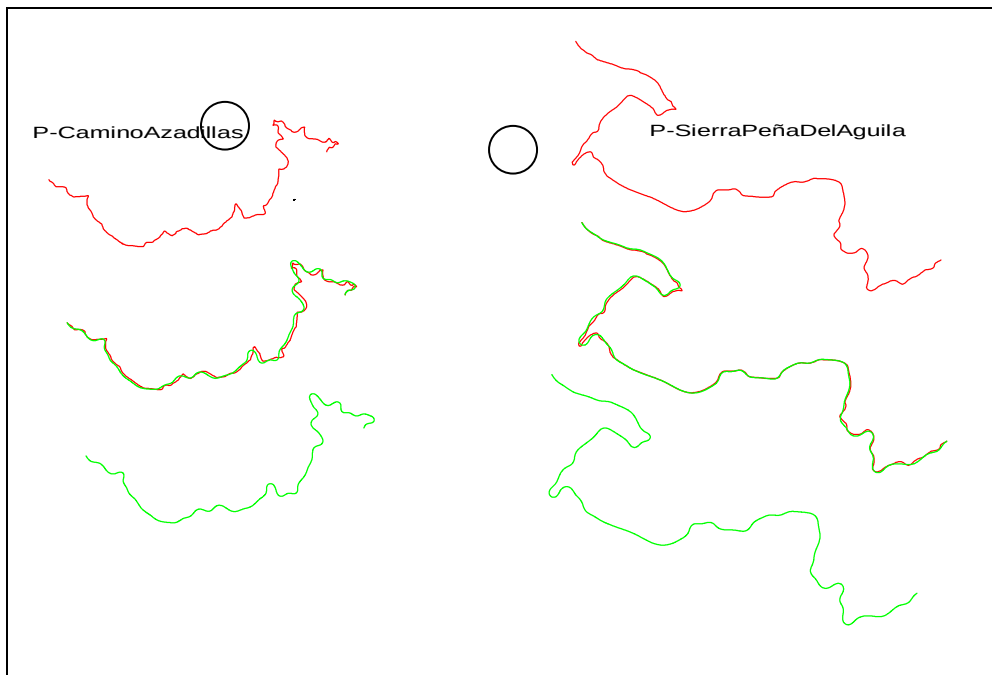


Figura IV. 10: Ejemplo de caricaturización. En rojo la línea original, en verde la generalizada. (No está a escala)

Desplazamiento: En la generalización que se está realizando, el desplazamiento de una línea con respecto a la posición que ocupaba originalmente es un efecto no deseable, aunque inevitable por la propia definición de generalización cartográfica. No obstante, se ha observado con cierta frecuencia que dicho desplazamiento era excesivo para los fines generalizadores buscados, como se puede observar en la figura IV.11. Una posible solución a este efecto negativo podría ser realizar una transformación afín mediante mínimos cuadrados, en lugar de la transformación de semejanza, en la fase final de la devolución al espacio. Pues como se observa en ambas líneas un escalado diferente en abscisas y ordenadas acercaría la línea generalizada a la original.

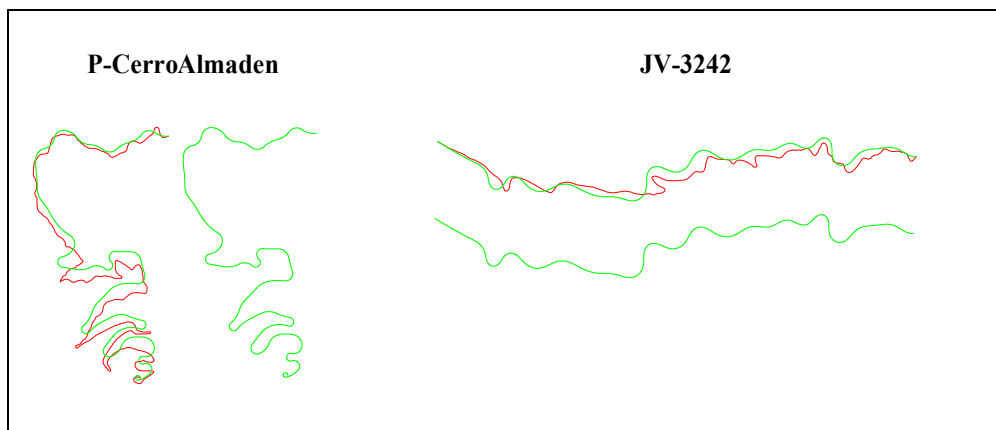


Figura IV. 11: Ejemplo de desplazamiento. En rojo la línea original, en verde la generalizada. (No está a escala)

Los cuatro aspectos que se acaban de analizar son fundamentales en generalización cartográfica y se ha observado que en tres de ellos (suavizado, caricaturización y temblores), tras un primer análisis visual, las wavelets operan efectos beneficiosos. En contraposición el precio pagado en ocasiones es un desplazamiento excesivo. Por todo ello se creyó oportuno someter tales aspectos a la evaluación de un grupo de expertos extendido cuyo análisis se realiza en el apartado IV.3.2.

IV.3 EVALUACIÓN DE LA GENERALIZACIÓN

Se recuerda que para la evaluación de la generalización por parte de expertos se recurrió a dos fases:

- La primera (apartado III.5.1) requería de la selección de las medidas evaluadoras que posteriormente alimentarían la red neuronal artificial junto con las valoraciones del grupo de expertos reducido. El resultado de la misma sería la obtención de una herramienta de valoración automática de la generalización en su forma global.
- La segunda (apartado III.5.2) consistiría en una valoración detallada de la generalización por un grupo extendido de expertos, a los que se presentaría un conjunto de líneas generalizadas menor que las

evaluadas en la fase 1. La elección de tales líneas se facilitaba simulando la red neuronal obtenida en la fase anterior.

IV.3.1 Fase1: Valoración global. Creación red neuronal

IV.3.1.1 Selección de las medidas evaluadoras (ACP).

A cada una de las generalizaciones de cada línea obtenida por cada wavelet y por cada nivel de descomposición se le calcularán una serie de medidas evaluadoras que permitirán compararla con la original y evaluar el cambio producido.

En la teoría de *Redes Neuronales* se aconseja (Isasi 2004) que la capa de entrada tenga el menor número de neuronas (medidas evaluadoras) posible, con el fin de evitar una estructura sobrecargada de Red. Para lograr este objetivo se puede recurrir a un Análisis de Componentes Principales (ACP). Las medidas usadas en este ACP se indicaron en el apartado III.5.1.2.

El software empleado para calcular los factores del ACP, así como la rotación *varimax* correspondientes a las medidas evaluadoras ha sido Matlab®.

La importancia de cada uno de las componentes resultantes del ACP queda representada por los autovalores que expresan la cantidad de varianza de los datos explicada por dicha componente. En la tabla IV.15 se muestran ordenadas las componentes por orden de importancia.

Tabla IV. 15: Varianza explicada por cada una de las componentes resultantes del ACP

	Autovalores	% Varianza	%Acumulado
Componente 1	6,208	38,802	38,802
Componente 2	2,138	13,367	52,169
Componente 3	1,692	10,58	62,749
Componente 4	1,530	9,567	72,317
Componente 5	1,170	7,316	79,633
Componente 6	0,943	5,896	85,53
Componente 7	0,647	4,049	89,58
Componente 8	0,594	3,716	93,296
Componente 9	0,309	1,932	95,229
Componente 10	0,273	1,708	96,937
Componente 11	0,194	1,217	98,154
Componente 12	0,123	0,770	98,924
Componente 13	0,078	0,488	99,413
Componente 14	0,040	0,251	99,665
Componente 15	0,036	0,230	99,895
Componente 16	0,016	0,1049	100

En este tipo de análisis es usual quedarse con un número de componentes tal que en conjunto expliquen un valor en torno al 90-95% de la varianza de los datos (Batista 1989). En este caso se eligen las 8 primeras componentes que explican el 93% de la misma que se encuentra entre dichos valores.

Para decidir si una variable es redundante o innecesaria se procede localizando aquellas que estén saturadas en alguna de las componentes y posteriormente se observa si además están correladas con algunas otras variables lo que implicaría de la importancia de la saturada y la posibilidad de prescindir de aquella con la que guarda relación. De esta forma la matriz de saturaciones rotada según el método ya mencionado de *varimax*, se presenta en la tabla IV.16.

Tabla IV. 16: Matriz de saturaciones de las 8 primeras componentes que explican el 93% de la varianza

	Comp. 1	Comp. 2	Comp. 3	Comp. 4	Comp. 5	Comp. 6	Comp. 7	Comp. 8
$Desp_m$	0,907	-0,195	-0,239	0,016	-0,214	-0,037	0,058	0,057
$Desp_{cv}$	0,916	-0,115	-0,243	-0,057	-0,231	-0,011	0,069	0,078
$Desp_{mx}$	0,912	-0,171	-0,232	-0,027	-0,241	-0,026	0,093	0,029
Dep_{it}	0,110	0,173	0,050	-0,079	-0,011	0,073	-0,023	0,968
$N_{PD_{gen}} / N_{PD_{ori}}$	-0,236	0,084	0,25	0,061	0,888	0,058	-0,046	0,028
$N_{piD_{gen}} / N_{piD_{ori}}$	-0,337	0,080	0,568	-0,026	0,634	0,221	-0,085	0,098
Buf_{gen} / Buf_{ori}	0,185	-0,905	-0,025	0,061	0,157	-0,072	-0,0873	-0,150
LB_{gen} / LB_{ori}	-0,181	0,899	0,134	-0,051	0,187	-0,097	-0,089	0,055
lm_{gen} / lm_{ori}	0,268	0,021	-0,377	0,504	-0,602	-0,074	0,009	0,037
$b_{cv_{gen}} / b_{cv_{ori}}$	-0,134	0,002	0,217	0,123	0,174	-0,066	-0,933	0,028
$lb_{m_{gen}} / lb_{m_{ori}}$	-0,094	-0,103	0,087	0,929	0,108	-0,115	-0,124	-0,092
$l_{bcv_{gen}} / l_{bcv_{ori}}$	0,070	0,023	0,093	0,121	0,003	-0,966	-0,058	-0,071
$s_{bcv_{gen}} / s_{bcv_{ori}}$	-0,210	0,014	0,845	-0,007	0,043	-0,354	-0,057	0,019
am_{gen} / am_{ori}	-0,285	-0,103	-0,107	0,182	0,766	-0,269	-0,269	-0,105
acv_{gen} / acv_{ori}	-0,238	0,037	0,90	-0,003	0,202	0,097	-0,090	0,013
ccv_{gen} / ccv_{ori}	-0,176	0,138	0,889	0,053	0,112	-0,013	-0,129	0,024

Se resaltan aquellos valores de la matriz de saturaciones donde el valor absoluto del mismo es mayor de 0,8, lo que indicaría una saturación elevada de la variable correspondiente en la componente indicada. El análisis por componentes es el siguiente:

- **Componente 1:** En la primera componente que explica el 38% de la varianza se localizan tres medidas ($Desp_m$, $Desp_{cv}$, $Desp_{mx}$) candidatas a ser mantenidas, o eliminadas en caso de estar correladas. Dichas medidas son las relacionadas con el desplazamiento sufrido la línea tras la generalización. Por tanto esta primera componente se podría etiquetar como componente de desplazamiento.
- **Componente 2:** Esta componente que explica el 13% de la varianza, presenta dos medidas saturadas (LB_{gen} / LB_{ori} , Buf_{gen} / Buf_{ori}). La primera es el cociente del ratio de longitud de la línea base y la longitud de la línea que da idea de lo rectilínea que es la carretera en cuestión. Por tanto la medida indicará la cantidad de deformación que ha sufrido la línea en su transformación hacia la línea recta. La segunda medida es la variación de la medida buffer (ver apartado III.5.1.2) sufrido por la línea

generalizada con respecto a la original. Tendría un significado similar a la medida anterior pero por intervenir en la misma la superficie del buffer, creemos que puede tener una connotación sobre la variación en la forma de la línea que no capta la primera (LB_{gen}/LB_{ori}). Esta componente se podría denominar forma de la línea.

- **Componente 3:** Explica el 10% de la varianza y en ella están saturadas las medidas $sbcv_{gen}/sbcv_{ori}$, acv_{gen}/acv_{ori} y ccv_{gen}/ccv_{ori} todas ellas cocientes formados por medidas de dispersión concretamente de ratio área de la curva y cuadrado de la línea base para la primera, y coeficiente de variación de angularidad y curvatura para segunda y tercera respectivamente. Todas ellas corresponden a medidas de homogeneidad de la línea, por lo que esta componente se podría denominar, componente de homogeneidad de la forma de la línea.
- **Componente 4:** Explica el 9% de la varianza y la medida saturada es lbm_{gen}/lbm_{ori} , que aporta información sobre la sinuosidad de la línea. La etiqueta de esta componente será la sinuosidad.
- **Componente 5:** Explica el 7% de la varianza. En este caso la medida saturada es $N_{PD_{gen}}/N_{PD_{ori}}$ que se esperaba pudiese medir el grado de suavizado producido tras la generalización. Esta componente se puede calificar como suavizado.
- **Componentes 6 y 7:** Se presentan juntas ambas componentes porque las medidas saturadas en ellas son $lbcv_{gen}/lbcv_{ori}$ y bcv_{gen}/bcv_{ori} respectivamente, ambas medidas de dispersión y relacionadas con la homogeneidad. Entre estas dos componentes explican casi un 10% de la varianza lo que da idea de su importancia y la necesidad de ser mantenidas como componentes en el análisis. Se le podría denominar a este grupo de componentes como homogeneidad de la forma BIS, lo que indicaría que puede discriminar cierto grado de complejidad al igual que la componente 3, pero que al mismo tiempo se diferencia de ella en el tipo de características capturadas.

- **Componente 8:** Explica el 3% de la varianza con una única medida saturada, el desplazamiento lateral. Por lo que se puede etiquetar esta componente como componente de cabeceo de la línea.

IV.3.1.1.1 Estudio de correlación. Selección final de medidas

Queda, por tanto, analizar las posibles correlaciones entre medidas, para proceder, en su caso, a la eliminación de aquellas que estén correladas con medidas altamente saturadas en alguna de las 8 componentes que se acaban de estudiar. La tabla IV.17 presenta las correlaciones entre las medidas evaluadoras.

Tabla IV. 17: Matriz de correlaciones de las medidas evaluadoras

	$Desp_m$	$Desp_{cv}$	$Desp_{mx}$	Dep_{lt}	$\frac{N_{pd_{gen}}}{N_{pd_{ori}}}$	$\frac{N_{pd_{gen}}}{N_{pd_{ori}}}$	$\frac{Buf_{gen}}{Buf_{ori}}$	$\frac{LB_{gen}}{LB_{ori}}$	$\frac{lm_{gen}}{lm_{ori}}$	$\frac{bcv_{gen}}{bcv_{ori}}$	$\frac{lbm_{gen}}{lbm_{ori}}$	$\frac{lbcv_{gen}}{lbcv_{ori}}$	$\frac{sbcv_{gen}}{sbcv_{ori}}$	$\frac{am_{gen}}{am_{ori}}$	$\frac{acv_{gen}}{acv_{ori}}$	$\frac{ccv_{gen}}{ccv_{ori}}$
$Desp_m$	1	0,956	0,966	0,108	-0,487	-0,606	0,308	-0,406	0,462	-0,260	-0,095	0,062	-0,385	-0,388	-0,496	-0,435
$Desp_{cv}$	0,956	1	0,978	0,149	-0,505	-0,599	0,218	-0,347	0,454	-0,287	-0,189	0,030	-0,402	-0,429	-0,491	-0,434
$Desp_{mx}$	0,966	0,978	1	0,090	-0,514	-0,62	0,269	-0,406	0,459	-0,304	-0,149	0,051	-0,397	-0,421	-0,493	-0,428
Dep_{lt}	0,108	0,149	0,090	1	0,007	0,097	-0,288	0,200	-0,002	0,024	-0,186	-0,136	0,009	-0,186	0,048	0,078
$\frac{N_{pd_{gen}}}{N_{pd_{ori}}}$	-0,487	-0,505	-0,514	0,007	1	0,827	0,002	0,290	-0,640	0,313	0,174	-0,014	0,294	0,647	0,453	0,367
$\frac{N_{pd_{gen}}}{N_{pd_{ori}}}$	-0,606	-0,599	-0,62	0,097	0,827	1	-0,069	0,317	-0,633	0,351	0,052	-0,168	0,524	0,442	0,755	0,613
$\frac{Buf_{gen}}{Buf_{ori}}$	0,308	0,218	0,269	-0,288	0,002	-0,069	1	-0,740	0,002	0,073	0,171	0,073	-0,036	0,225	-0,061	-0,163
$\frac{LB_{gen}}{LB_{ori}}$	-0,406	-0,347	-0,406	0,200	0,290	0,317	-0,740	1	-0,206	0,161	-0,070	0,089	0,232	0,121	0,244	0,285
$\frac{lm_{gen}}{lm_{ori}}$	0,462	0,454	0,459	-0,002	-0,640	-0,633	0,002	-0,206	1	-0,174	0,251	0,130	-0,396	-0,365	-0,499	-0,416
$\frac{bcv_{gen}}{bcv_{ori}}$	-0,260	-0,287	-0,304	0,024	0,313	0,351	0,073	0,161	-0,174	1	0,295	0,149	0,309	0,405	0,327	0,346
$\frac{lbm_{gen}}{lbm_{ori}}$	-0,0952	-0,189	-0,149	-0,186	0,174	0,052	0,171	-0,070	0,251	0,295	1	0,225	0,160	0,326	0,089	0,137
$\frac{lbcv_{gen}}{lbcv_{ori}}$	0,062	0,030	0,051	-0,136	-0,014	-0,168	0,073	0,089	0,130	0,171	0,22	1	0,37	0,25	-0,010	0,108
$\frac{sbcv_{gen}}{sbcv_{ori}}$	-0,385	-0,403	-0,397	0,009	0,294	0,524	-0,036	0,232	-0,396	0,309	0,160	0,371	1	0,080	0,747	0,726
$\frac{am_{gen}}{am_{ori}}$	-0,388	-0,424	-0,421	-0,185	0,647	0,442	0,225	0,121	-0,365	0,405	0,326	0,252	0,080	1	0,159	0,132
$\frac{acv_{gen}}{acv_{ori}}$	-0,496	-0,492	-0,493	0,048	0,453	0,755	-0,061	0,244	-0,499	0,327	0,089	-0,010	0,747	0,159	1	0,883
$\frac{ccv_{gen}}{ccv_{ori}}$	-0,435	-0,433	-0,4280	0,078	0,367	0,613	-0,163	0,285	-0,416	0,346	0,137	0,108	0,7260	0,132	0,883	1

En la misma se han resaltado aquellas en las que la correlación tiene un valor absoluto superior a 0.8. El estudio de correlaciones por componentes es el siguiente:

- **Componente 1:** Las medidas correladas que además están saturadas en la primera componente son las tres referentes al desplazamiento. Puesto que los valores de saturación son prácticamente idénticos, se decide eliminar la medida *coeficiente de variación* y se decide mantener las otras dos medidas por las siguientes razones: en primer lugar creemos que el *desplazamiento medio* aporta información primordial de carácter global de la línea; en cuanto a la variable *desplazamiento máximo* se mantiene puesto que se usará como discriminante de forma

tal que aquellas líneas que superen determinado umbral de separación máxima se considerarán intolerables como para formar parte de una generalización, ni si quiera para tenerlas en cuenta.

- **Componente 2:** Ninguna de las dos medidas saturadas en la segunda componente está correlada con otras medidas con valores iguales o superiores a 0.8. Por tanto ambas medidas se mantendrán.
- **Componente 3:** En esta componente hay tres medidas saturadas pero sólo dos correladas significativamente entre sí: coeficiente de variación de la angularidad y coeficiente de variación de la curvatura. Puesto que coeficiente de variación de la angularidad tiene un mayor peso en dicha componente se mantendrá, mientras que coeficiente de variación de la curvatura se eliminará.
- **Componente 4:** No existen medidas saturadas que a su vez estén correladas con otras medidas en un valor mayor o igual a 0.8.
- **Componente 5:** La medida saturada en esta componente es el número de puntos de inflexión que forman una línea tras el paso de un Douglas-Peucker a 5 m. A su vez esta medida está correlada, en valor 0.827, con la medida número de puntos de inflexión tras el paso de un Douglas-Peucker a 5 m. Por tanto esta última medida se eliminará de la selección definitiva.
- **Componente 6:** La medida saturada en esta componente es coeficiente de variación del ratio entre longitud y línea base de la curva, que se conserva al no estar correlada significativamente con otras medidas.
- **Componente 7:** La medida saturada es el coeficiente de variación de la línea base de la curva. Se mantiene por no estar correlada con otras medidas.
- **Componente 8:** La medida saturada es el desplazamiento lateral, al no estar correlada se mantiene.

Las medidas seleccionadas definitivamente para alimentar la red neuronal artificial, así como la interpretación de las mismas, se muestran en la tabla IV.18:

Tabla IV. 18: Medidas evaluadoras seleccionadas definitivamente por el ACP

Componente	Interpretación	Medida
1	Desplazamiento sufrido tras la generalización	$Desp_{m_i}, Desp_{m_{xy}}$
2	Modificación sufrida por la forma de la línea	$\frac{Buf_{gen}}{Buf_{ort}}, \frac{LB_{gen}}{LB_{ort}}$
3	Modificación en la homogeneidad de la forma de la línea	$\frac{sbcv_{gen}}{sbcv_{ort}}, \frac{acv_{gen}}{acv_{ort}}$
4	Variación de sinuosidad experimentada por la línea tras la generalización	$\frac{lbm_{gen}}{lbm_{ort}}, \frac{lm_{gen}}{lm_{ort}}$
5	Grado de suavizado practicado por la generalización	$\frac{N_{PD_{gen}}}{N_{PD_{ort}}}, \frac{am_{gen}}{am_{ort}}$
6	Similar a la componente 3	$\frac{lbcv_{gen}}{lbcv_{ort}}$
7	Similar a la componente 3 y 6	$\frac{bcv_{gen}}{bcv_{ort}}$
8	Desplazamiento lateral sufrido por la línea consecuencia de la transformación bidimensional	Dep_h

IV.3.1.2 Red neuronal para valoración global de la generalización

Tras la reducción de medidas debido al ACP el número de medidas evaluadoras son 13, de las cuales 10 son cocientes de medidas caracterizadoras. Como se comentó en el apartado III.5.1.4 creemos que puede ser conveniente suministrar las medidas evaluadoras descompuestas en caracterizadoras por si acaso existiese alguna relación no lineal entre ellas y por tanto no detectada por el ACP. Por esta razón el número de neuronas de entrada referentes a medidas caracterizadoras será de 23. También se ha creído conveniente tener en cuenta la categoría a la que pertenece la carretera, que como se indicó en el apartado III.2.2 era de 5. Para ello se añade una neurona de entrada más por categoría cuyos valores serán 1 ó 0 según pertenezca, o no, a dicha categoría. Por tanto el número de neuronas de entrada para todas las redes entrenadas será de 28.

IV.3.1.2.1 PATRONES DE ENTRENAMIENTO, VALIDACIÓN Y CHEQUEO

El número de casos que componen la muestra reducida que se presentará a valoración del grupo de expertos reducido es de 469 líneas. Esta cantidad

surge tras descartar aquellas líneas cuyo desplazamiento medio era menor de 15 m o mayor de 400 m. Se eligieron tales valores por considerar que en el primer caso prácticamente no habría existido generalización para las escalas de representación a estudiar (E100k y E200k), mientras en el segundo caso el error posicional es inadmisibile.

El patrón de entrenamiento contiene 250 casos, el de validación 110 y el de chequeo 109, manteniendo las proporciones justificadas en el apartado III.5.1.4.5.

En la asignación de casos a cada uno de los conjuntos patrón se ha pretendido que todas las clases de complejidad estén representadas en proporciones similares, de igual manera que las clases de wavelet. Para ello, por cada línea generalizada por una determinada wavelet de cuya combinación (línea y wavelet) pueden existir varios elementos (niveles de descomposición), estos (línea, wavelet, nivel X) se asignan en igual número, siempre que haya elementos suficientes, a los tres patrones (entrenamiento, validación y chequeo). Esta rutina se repite para todas las combinaciones posibles (línea y clase de wavelet) de forma que se logra, de manera aproximada, que todos los patrones tengan igual número de líneas que pertenecen a la misma clase de complejidad; y que todos los patrones tengan igual número de líneas generalizadas con la misma clase de wavelet. La asignación de casos sobre los tres patrones, se realiza tanto para la E100k como E200k. Las tablas IV.19 y IV.20 muestran los resultados de la asignación de casos a los distintos patrones según complejidad y wavelet.

Tabla IV. 19: Distribución por clases de complejidad y patrones de la muestra reducida

COMPLEJIDAD	E100k			E200k		
	Entrenamiento	Validación	Chequeo	Entrenamiento	Validación	Chequeo
1	23	9	10	21	10	9
2	24	12	11	24	13	10
3	115	46	47	107	52	52
4	36	19	16	37	16	18
5	52	24	25	51	24	25

Tabla IV. 20: Distribución por clases de wavelet y patrones de la muestra reducida

WAVELET	E100k			E200k		
	Entrenamiento	Validación	Chequeo	Entrenamiento	Validación	Chequeo
bior2.2	51	22	18	58	22	11
coif3	35	14	11	33	14	13
db1	44	24	25	44	22	27
db6	38	17	16	30	22	19
dmey	7	3	2	7	1	4
rbio3.9	27	10	21	30	12	16
sym5	48	20	16	38	22	24

IV.3.1.2.2 ESTRUCTURA Y APRENDIZAJE

La red empleada en el aprendizaje, como se indicó en el apartado III.5.1.4.3 es la *BackPropagation*. En esta fase de la experimentación se pretende determinar las características de la red⁸ con la que se realice una valoración automatizada de la generalización. Para ello habrá que elegir el número de neuronas que conformen la capa oculta porque como se justificó en el apartado III.5.1.4.3 se ha optado por una sola capa oculta. También se conoce el número de neuronas de la capa de entrada (28 después de añadir 5 por categoría de la carretera a las 23 procedentes del ACP), y de la capa de salida (una que dará el valor como un número real). La función de transferencia empleada en las capas de la red se ha usado la *logsigmoidal* implementada en Matlab[®] mientras que la función de salida ha sido la función identidad.

La función de aprendizaje de la red es la regla delta generalizada. Cabe la posibilidad de usar momento para buscar una rápida convergencia en el ajuste; sin embargo en pruebas previas ello ha producido una convergencia excesivamente rápida dando lugar a un porcentaje de errores muy grande en la valoración de los casos. Por esta razón se ha decidido no usar el parámetro momento. Existen otros parámetros que permite ajustar Matlab[®] para los cuales, tras varios ensayos, hemos conseguido una calibración tal que, en todos los entrenamientos se produzcan gráficas de error que

⁸ Recuérdese que habrá que seleccionar una red para cada escala objeto de estudio, es decir, una para la E100k y otra para la E200k.

descienden suavemente sin llegar a producirse una *parada temprana* en los comienzos del aprendizaje (aunque sí pueda hacerlo más adelante). Esto garantizaba porcentajes de acuerdo altos minimizando los riesgos de la memorización. Para no limitar la precisión que se pudiese alcanzar más que por el número de *épocas* ejecutadas se definirá como cero el valor del parámetro *error buscado*. Los parámetros referidos se muestran en la tabla IV.21. Cabe recordar que Matlab® posee un algoritmo de parada temprana basado en los errores del patrón de validación que evita que se produzca sobreentrenamiento.

Tabla IV. 21: Valor de los parámetros seleccionados para el ajuste del entrenamiento de las redes neuronales

Parámetro	Valor
Momento	No usado
Nº de épocas	50000
Error buscado (<i>goal</i>)	0
Tasa de aprendizaje	0.005
Mínimo Valor del Gradiente	$1 \cdot 10^{-10}$
Tiempo Máximo de Ejecución	Infinito

Puesto que el entrenamiento se hará en función de las puntuaciones que un grupo de expertos reducido (5 personas) ha hecho sobre la muestra reducida de 469 líneas para la E100k y la E200k, cabe preguntarse qué medida de tendencia central usar como referencia, ya que todos los expertos han puntuado todas las líneas. Por ello, parece que lo acertado es no prejuzgar ninguna de estas medidas como la mejor, realizar 3 entrenamientos diferentes (según media, mediana y moda) y en función de los resultados elegir la red más adecuada.

Habrà que decidir el número de neuronas ocultas a ensayar. De experiencias previas (García 2006) se observa que una sola neurona, da resultados no adecuados, por tanto, decidimos comenzar las pruebas a partir de dos neuronas. En principio, se ensayará hasta 4 neuronas ocultas, posteriormente se analizarán y si se cree necesario a la vista de tales análisis se ampliaría el número de neuronas ocultas.

IV.3.1.2.3 EVOLUCIÓN DEL APRENDIZAJE MEDIANTE EL ERROR

Durante la fase de entrenamiento el conocimiento sobre la convergencia de la red hacia el ajuste adecuado se obtiene de la observación de la evolución de la gráfica de error. Este error suele definirse como el error medio cuadrático que en cada época (ciclo o iteración de entrenamiento) presentan los patrones entre las valoraciones ajustadas y las que dieron el grupo de expertos reducido. En este experimento, puesto que se tienen datos suficientes se observarán los errores de los tres patrones: entrenamiento, validación y chequeo.

En la figura IV.12 se muestran los gráficos de error de los entrenamientos de 2 á 4 neuronas para las variantes basadas en la media, mediana y moda para la E200k. En dichos gráficos se observan varias cuestiones interesantes:

- Los errores de los tres patrones discurren en la mayoría de los casos paralelos. Y concretamente en la variante construida sobre la media los de validación y chequeo son muy próximos entre sí. Este paralelismo entre validación y chequeo es importante por cuanto da idea de la capacidad de generalización de la red. Si el patrón de chequeo no disminuyese continuamente, como lo hace, arrojaría sospechas sobre la capacidad de generalización de la red.
- Los valores de error más pequeños se encuentran en la red que empleó la media de las valoraciones del grupo de expertos reducido como valores objetivo a alcanzar por la red neuronal. La variante de la mediana es la segunda en conseguir menores errores y finalmente la variante sobre la moda.
- Los valores proporcionados a los parámetros, tales como tasa de aprendizaje y la no inclusión de *momento* han sido adecuados por cuanto han permitido un aprendizaje lento pero convergente, al mismo tiempo que cuando se ha detectado un incremento del error en el patrón de validación, se ha ejecutado la parada temprana (caso

de las 3 arquitecturas sobre mediana y la arquitectura de 4 neuronas sobre moda).

- La elección de la estructura de 2 neuronas como el mínimo de neuronas para el primer ensayo se muestra adecuado puesto que en ningún caso obtiene el mejor valor de error (el más pequeño).
- En ninguna de las estructuras el número de conexiones neuronales supera al número de individuos del patrón de entrenamiento (250 generalizaciones) por lo que se reduce grandemente el riesgo de sobreentrenamiento. El número de conexiones neuronales es de 57 para la red de 2 neuronas ocultas, de 85 para la de 3 ocultas y de 113 para la de 4 ocultas.

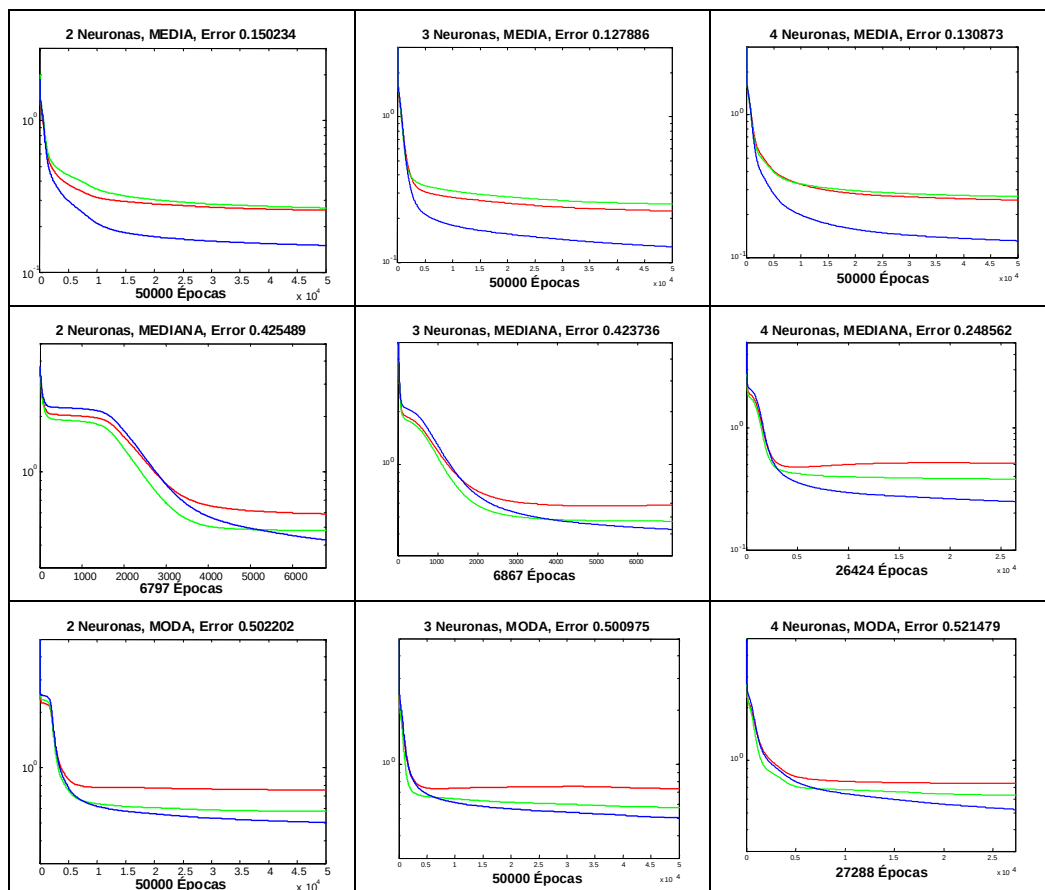
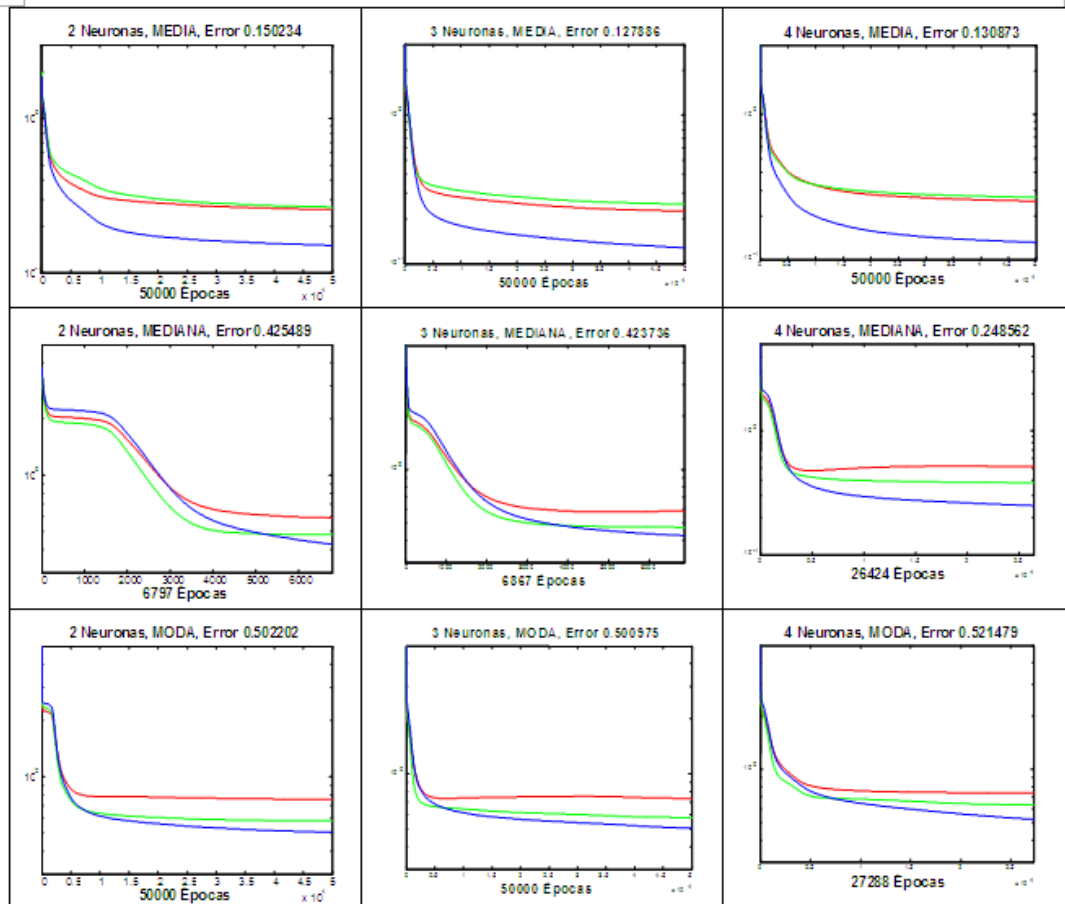


Figura IV. 12: Escala 100k. Evolución del error de los patrones de entrenamiento, validación y chequeo en las variantes de media, mediana y moda. Eje de abscisas (nº de ciclos o épocas), eje de ordenadas (valores del error). Patrón de entrenamiento (azul), validación (verde), chequeo (rojo)



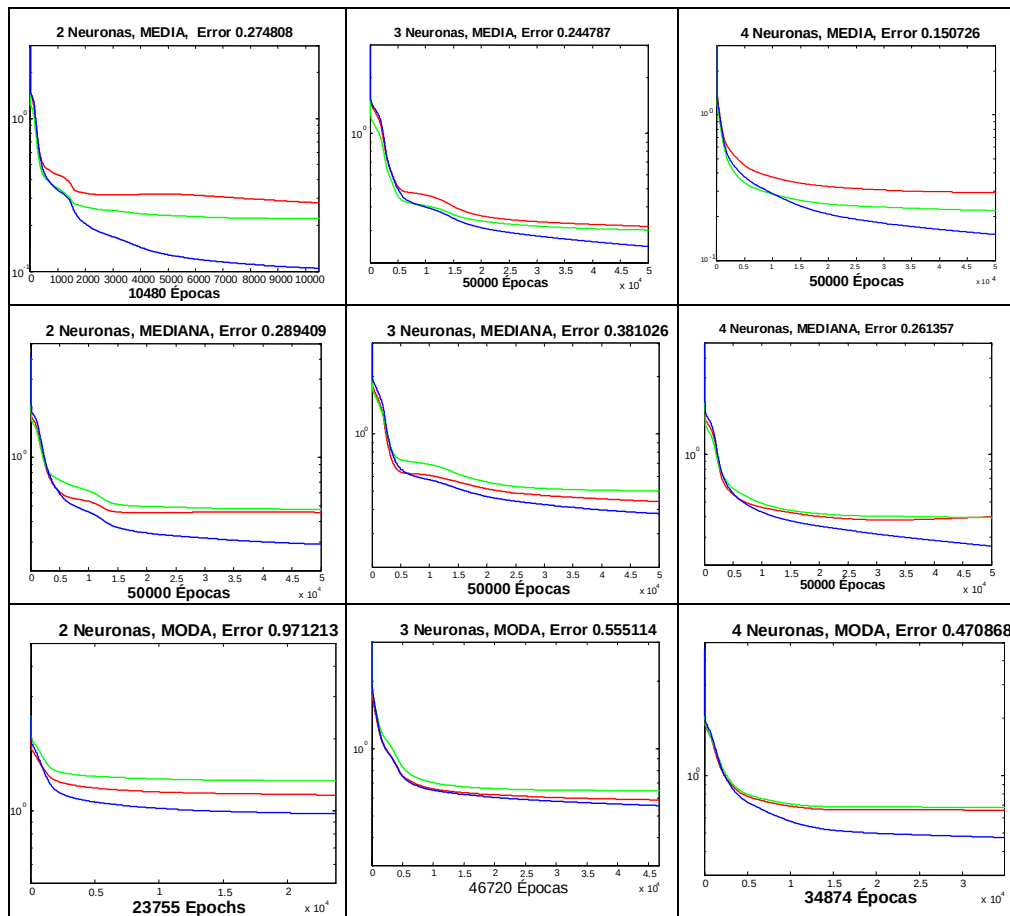


Figura IV. 13: Escala 200k. Evolución del error de los patrones de entrenamiento, validación y chequeo en las variantes de media, mediana y moda. Eje de abcisas (nº de ciclos o épocas), eje de ordenadas (valores del error). Patrón de entrenamiento (azul), validación (verde), chequeo (rojo)

IV.3.1.2.4 ELECCIÓN DE LA RED SEGÚN RESULTADOS DEL APRENDIZAJE

Aunque el error cometido en el ajuste de las distintas redes es importante, sería conveniente disponer de más información para decidir qué estructura de red es la más adecuada para realizar la valoración automática de las generalizaciones. Creemos que se necesita conocer, de alguna manera, el número de aciertos y fallos cometidos por la red en términos de valores enteros o en forma de porcentajes. Para ello proponemos lo siguiente:

- Por cada caso se calcula la diferencia entre el valor asignado por los expertos y el asignado por la red entrenada. Esta diferencia que será un número real, se redondea al entero más próximo y se toma su valor absoluto. Los valores que se pueden obtener tras estas operaciones son 0, 1, 2, 3 y 4.
- Los cinco valores anteriores podrían ponerse en correspondencia con cinco clases.
- La interpretación sería la siguiente: si la diferencia es 0 quiere decir que la red ha puntuado igual que los expertos. Si la diferencia es 1, la red ha asignado esa generalización a una clase contigua (se ha producido un salto de una clase) a la que lo hicieron los expertos. Recordando del apartado III.5.2.3.2 los calificativos de mala, regular, aceptable, buena y muy buena, la diferencia 1 indicaría p. e. que si los expertos calificaron la generalización como buena, la red la ha calificado como una de las opciones adyacentes: aceptable o muy buena.
- Se construye una tabla donde se indique el número de casos y porcentaje para cada uno de los *saltos de clase* definido en el punto anterior; y en base a ella se selecciona la mejor estructura.

La primera elección es sobre la variante media, mediana o moda, para ello se construyen las tablas IV.22 y IV.23 que compara las tres variantes en las estructuras con 2, 3 y 4 neuronas ocultas. Las clases saltadas, o saltos de clase, se contabilizan sobre el patrón de validación, pues no intervino en la modificación de los pesos, solamente sirvió para la detención temprana en caso de que fuese necesaria. Las elecciones se indican a continuación:

- La E100k se muestra en la tabla IV.22 en la que se puede observar que para las 3 arquitecturas referentes a las neuronas ocultas la estructura basada en la media obtiene los porcentajes más altos de acierto⁹ (p.e. para 3 neuronas ocultas 77.27 % frente al 57.27% de la mediana y el 49.09% de la moda) y los más bajos de fallos (p.e. para

⁹ El acierto implica que el valor del salto de clase es cero.

3 neuronas ocultas 21.82% frente al 37.27% de la mediana y 47.27% de la moda). Además, la media supera entre un 15% y un 20% a la siguiente mejor variante (la mediana). Por todo ello en la E100k se elige la estructura basada en la media para de ella seleccionar el número de neuronas ocultas que tenga la red.

- La E200k se refleja en la tabla IV.23. Las mejores proporciones se vuelven a encontrar en la variante referente a la media. No obstante para las arquitecturas de 2 y 3 neuronas se han reducido las diferencias de porcentaje (p.e. la diferencia para 2 neuronas entre media y mediana es de 8 puntos porcentuales), mientras que para la arquitectura de 4 neuronas las diferencias de proporciones se han incrementado a favor de la media (diferencia con la mediana de 26 puntos porcentuales). Por esta razón también la media será la variante elegida para de ella seleccionar el número de neuronas de la capa oculta.

Tabla IV. 22: Saltos de clase (0 acierta, >0 falla) obtenidas mediante la valoración de las distintas estructuras neuronales basadas en media, mediana y moda para la E100k

	Saltos de clase	2Neuronas					3Neuronas					4Neuronas				
		0	1	2	3	4	0	1	2	3	4	0	1	2	3	4
Media	Casos	80	28	2	0	0	85	24	1	0	0	88	21	1	0	0
	%	72.73	25.45	1.82	0	0	77.27	21.82	0.91	0	0	80	19.09	0.91	0	0
Mediana	Casos	63	42	5	0	0	63	41	6	0	0	70	37	3	0	0
	%	57.27	38.18	4.55	0	0	57.27	37.27	5.45	0	0	63.64	33.64	2.73	0	0
Moda	Casos	51	51	8	0	0	54	52	4	0	0	52	54	4	0	0
	%	46.36	46.36	7.27	0	0	49.09	47.27	3.64	0	0	47.27	49.09	1.82	0	0

Tabla IV. 23: Clases acertadas y saltadas por las distintas estructuras neuronales basadas en media, mediana y moda para la E200k

	Saltos de clase	2Neuronas					3Neuronas					4Neuronas				
		0	1	2	3	4	0	1	2	3	4	0	1	2	3	4
Media	Casos	70	37	3	0	0	79	35	1	0	0	93	21	1	0	0
	%	63.64	33.64	2.727	0	0	68.7	30.43	0.87	0	0	80.87	18.26	0.87	0	0
Mediana	Casos	64	47	4	0	0	61	50	4	0	0	63	49	3	0	0
	%	55.65	40.87	3.478	0	0	53.04	43.48	3.478	0	0	54.78	42.61	2.609	0	0
Moda	Casos	52	41	16	0	0	53	51	11	0	0	64	42	8	0	0
	%	47.71	37.61	14.68	0	0	46.09	44.35	9.565	0	0	56.14	36.84	7.018	0	0

Una vez elegida la media como la variante de la que se extraerán las arquitecturas función del número de neuronas de la capa oculta, creemos puede ser enriquecedor aumentar el conocimiento sobre la media presentando el mismo esquema de clases saltadas de las tablas IV.22 y IV.23 (sólo para la media) pero incluyendo el patrón de chequeo. Y en base a ambos (validación y chequeo realizar la selección definitiva). La selección del número de neuronas ocultas por escalas merece las siguientes consideraciones en vista de las tablas IV.24 y IV.25 :

- E100k: se elegirá una red que al menos consiga un porcentaje de aciertos del 70%, y que los casos erróneos (asignados a las clases saltadas superiores a 0) sean menores. La primera condición se cumple para las 3 arquitecturas tanto en el patrón de validación como en el de chequeo. Sin embargo de la comparación de la arquitectura de 2 neuronas con la de 3, sale mejor valorada la de 3 neuronas, pues aventaja a la de 2 en 5 y 4 puntos porcentuales en los patrones de validación y chequeo respectivamente. En la comparación entre 3 y 4 neuronas la de 3 aventaja a la de 4 en 3 puntos en chequeo y la de 4 aventaja a la de 3 en 3 puntos en validación, con lo que existiría un empate. Ante esta situación se elegiría la de 3 neuronas por implicar un menor número de conexiones neuronales, hecho que se recomienda en Isasi (2004). Por tanto, la arquitectura seleccionada para valorar automáticamente la generalización de líneas es aquella basada en la media y con 3 neuronas en la capa oculta.
- E200k: se mantiene la exigencia de que la red supere el 70% de aciertos. En el caso de la red de 2 neuronas esa condición no se cumple ni para el patrón de validación ni para el de chequeo, por tanto, se rechaza tal arquitectura. En la arquitectura de 3 neuronas se cumple de manera justa por el patrón de chequeo pero no así por el de validación por lo que también se rechaza tal estructura. Finalmente la red de 4 neuronas cumple con el requisito. Por ello, la red elegida para valorar las generalizaciones hechas a la E200k será la basada en la media con 4 neuronas en la capa oculta.

Tabla IV. 24: Saltos de clase (0 acierta, >0 falla) obtenidas mediante la valoración de las distintas estructuras neuronales basadas en media, mediana y moda para la E100k

		2Neuronas					3Neuronas					4Neuronas				
	Salto de clase	0	1	2	3	4	0	1	2	3	4	0	1	2	3	4
Patrón Validación	Casos	80	28	2	0	0	85	24	1	0	0	88	21	1	0	0
	%	72.73	25.45	1.82	0	0	77.27	21.82	0.91	0	0	80	19.09	0.91	0	0
Patrón Chequeo	Casos	80	28	1	0	0	84	23	2	0	0	81	27	1	0	0
	%	73.39	25.69	0.92	0	0	77.06	21.1	1.83	0	0	74.31	24.77	0.92	0	0

Tabla IV. 25: Clases acertadas y saltadas según la estructura basada en la media para la E200k

		2Neuronas					3Neuronas					4Neuronas				
	Salto de clase	0	1	2	3	4	0	1	2	3	4	0	1	2	3	4
Patrón Validación	Casos	70	37	3	0	0	79	35	1	0	0	93	21	1	0	0
	%	63.64	33.64	2.727	0	0	68.7	30.43	0.87	0	0	80.87	18.26	0.87	0	0
Patrón Chequeo	Casos	72	31	6	0	0	80	32	2	0	0	89	23	2	0	0
	%	66.06	28.44	5.505	0	0	70.18	28.07	1.754	0	0	78.07	20.18	1.754	0	0

Con la elección de la red neuronal más adecuada para la valoración automática de la generalización se logra uno de los resultados más importantes de esta tesis. Ya que en este momento se dispone de una herramienta que contiene conocimiento experto y que es capaz de utilizarlo para realizar una valoración automática de cualquier tipo de generalización. Con lo que su aplicabilidad adquiere un carácter generalista.

Finalmente los umbrales y pesos de las estructuras seleccionadas se presentan a continuación:

Tabla IV. 26: Umbrales de las neuronas de la red de la E100k

Capa oculta		Capa de salida	
neurona	umbral	neurona	umbral
29	3.2913	32	1.2886
30	0.77108		
31	-3.6585		

Tabla IV. 27: Pesos de las conexiones entre la capa de entrada y la capa oculta de la E100k

Neurona de la capa de entrada	Pesos		
	neurona 29	neurona 30	neurona 31
1 ($Desp_m$)	-0.242	-0.18392	0.58942
2 ($Desp_{mx}$)	-0.31356	-1.1321	0.60448
3 ($Bu_{f_{ori}}$)	-0.33067	-0.21139	0.82683
4 ($Bu_{f_{ori}}$)	-0.035488	-0.18647	0.80378
5 (LB_{ori})	0.59064	0.60488	0.14889
6 (LB_{gen})	0.48727	0.78119	0.15
7 ($sbcv_{ori}$)	0.63578	-0.38079	0.20147
8 ($sbcv_{gen}$)	-0.56042	1.9388	-3.2067
9 (acv_{ori})	0.63213	2.4393	-0.70553
10 (acv_{gen})	0.74831	0.43732	-0.059579
11 (lbm_{ori})	-0.67471	0.39613	-0.11593
12 (lbm_{gen})	0.9603	0.059584	0.90981
13 (lm_{ori})	0.60261	-0.84273	0.13439
14 (lm_{gen})	0.93294	-0.2894	0.3539
15 ($N_{PD_{ori}}$)	0.80501	0.44459	0.016603
16 ($N_{PD_{gen}}$)	-0.11456	0.30496	0.47701
17 (am_{ori})	0.24372	0.15966	-0.37714
18 (am_{gen})	-0.84407	-0.50098	0.32823
19 ($lbcv_{ori}$)	-0.6038	0.34171	0.44605
20 ($lbcv_{gen}$)	-1.056	-0.46637	0.078484
21 ($bcbv_{ori}$)	0.3107	-1.3853	-0.85258
22 ($bcbv_{gen}$)	-0.53784	0.34846	-1.2964
23 (Dep_H)	-0.13064	0.21923	0.32334
24 (C1)	0.47924	-0.96853	-0.1036
25 (C2)	-0.015356	-0.2397	-0.3294
26 (C3)	0.25862	0.84934	-0.01323
27 (C4)	0.42944	-0.20238	0.19458
28 (C5)	-0.25244	0.58146	0.3691

Tabla IV. 28: Pesos de las conexiones entre la oculta y la capa de salida de la E100k

Neurona de la capa oculta	Pesos a la neurona 32 de salida
29	1.2689
30	-2.209
31	3.5734

La figura IV.14 muestra un esquema de la estructura de la red seleccionada para la E100k.

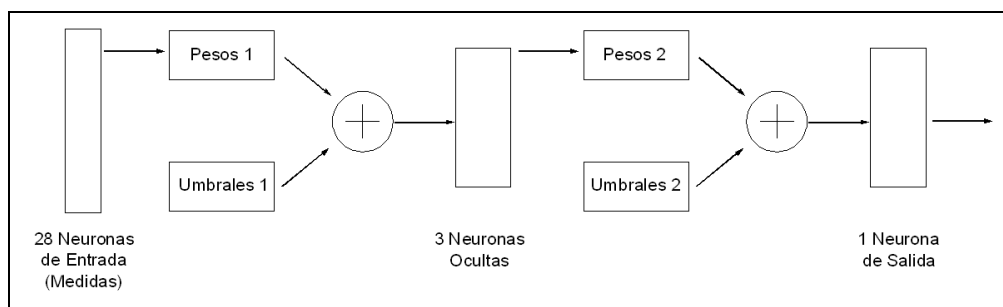


Figura IV. 14: Estructura de la red neuronal seleccionada para la E100k.

Tabla IV. 29: Umbrales de las neuronas de la red de la E200k

Capa oculta		Capa de salida	
neurona	umbral	neurona	umbral
29	3.6018	33	1.08
30	1.1633		
31	0.46953		
32	2.7098		

Tabla IV. 30: Pesos de las conexiones entre la capa de entrada y la capa oculta de la E200k

Neurona de la capa de entrada	Pesos			
	neurona 29	neurona 30	neurona 31	neurona 32
1 ($Desp_m$)	-1.0945	-0.22576	1.1078	0.14127
2 ($Desp_{mx}$)	-0.59625	0.8164	0.24567	1.2469
3 ($Bufo_{ori}$)	0.27133	-0.82222	0.84432	0.75156
4 ($Bufo_{ori}$)	-0.28443	-0.77186	0.17745	0.47992
5 (LB_{ori})	0.13286	-0.38104	0.22335	0.3192
6 (LB_{gen})	1.0201	0.3351	-0.95098	1.253
7 ($sbcv_{ori}$)	1.1019	-0.99678	-0.94249	2.3814
8 ($sbcv_{gen}$)	1.0667	0.062166	0.70421	-2.7473
9 (acv_{ori})	1.0385	-0.6311	-0.46873	-1.9371
10 (acv_{gen})	0.32779	0.1374	0.33274	-0.23519
11 (lbm_{ori})	-0.24194	-0.18477	-0.0048043	-0.93328
12 (lbm_{gen})	-0.92634	-0.80675	1.1267	0.12169
13 (lm_{ori})	0.53986	0.46601	0.5403	0.55958
14 (lm_{gen})	-0.054234	0.72801	-0.62239	0.63041
15 (N_{PDori})	-0.11303	0.21501	0.036839	0.57916
16 (N_{PDgen})	0.27036	0.35117	-0.36036	0.32247
17 (am_{ori})	-0.81118	0.0027928	-0.17662	0.38067
18 (am_{gen})	-0.52974	0.44312	-0.58024	-0.34349
19 ($lbcv_{ori}$)	-0.50773	-0.23133	0.46913	-0.40598
20 ($lbcv_{gen}$)	-0.2876	0.84176	0.29115	0.46835
21 (bcv_{ori})	0.3452	0.25499	-0.73598	0.26914
22 (bbc_{gen})	0.062115	-0.0729	-0.38427	-1.4292
23 (Dep_{li})	0.41523	-0.3016	-0.80626	0.81222
24 (C1)	-0.13053	-0.49081	0.18521	0.015088
25 (C2)	0.42868	0.52235	0.35196	-0.89181
26 (C3)	-0.90002	0.7091	-0.47243	0.40754
27 (C4)	-0.82454	-0.26558	-0.63449	0.56712
28 (C5)	0.27632	0.71831	-0.76032	1.2003

Tabla IV. 31: Pesos de las conexiones entre la oculta y la capa de salida de la E200k

Neurona de la capa oculta	Pesos a la neurona 33 de salida
29	-2.6489
30	-0.2197
31	1.7652
32	3.0111

La figura IV.15 muestra un esquema de la estructura de la red seleccionada para la E200k.

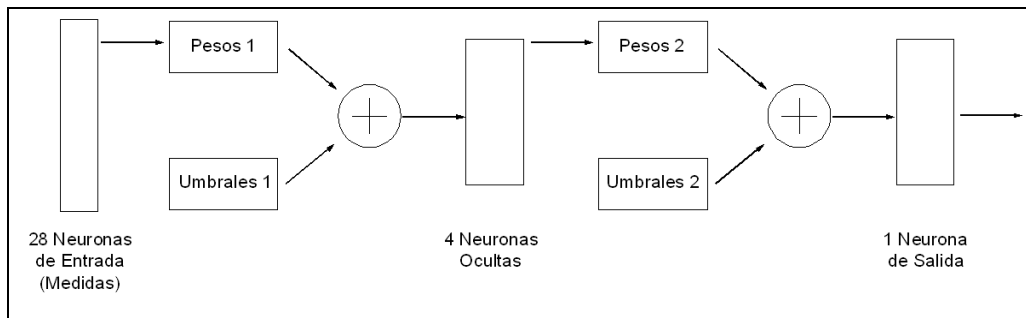


Figura IV. 15: Estructura de la red neuronal seleccionada para la E200k.

IV.3.2 Fase 2: Valoración detallada de la generalización. Grupo de expertos extendido

La finalidad de la evaluación detallada de la generalización es doble, por un lado conocer cómo influyen aspectos concretos de la generalización (desplazamiento, suavizado, caricaturización y temblores) en la valoración global de los expertos, y por otro lado comprobar la calidad de la red neuronal, que ya se había calibrado, como herramienta de valoración automática de la generalización.

Para que se puedan cumplir esos objetivos será clave la selección de la muestra de líneas que se envía al grupo de expertos extendido. Y por tanto el criterio seguido para su elección.

IV.3.2.1 Selección de líneas enviadas a expertos y respuestas recibidas

La selección de líneas enviadas a expertos se realizó sobre las 26 líneas ya conocidas a las que se les practicó una descomposición wavelet por cada una de las 27 clases de wavelets, como se indicó en el apartado III.4.3. El total de casos elegibles para su inclusión en la encuesta tras la aplicación de la generalización fue de 1607. En este apartado se explicará cómo se seleccionaron las líneas así como nº de evaluadores por línea, nº de

evaluaciones por línea, nº de evaluadores y evaluaciones por complejidad, y nº de evaluaciones por clase de wavelet y por familia, todo ello con el fin de observar si la distribución de casos según esos criterios ha sido homogénea. El proceso de selección fue de la siguiente forma:

- De cada línea se eligieron 5 generalizaciones, ó 4 en caso de que no se aprecie diferencia entre las candidatas a ser seleccionadas.
- Dada una línea, se ordenan de mayor a menor, todas sus generalizaciones según la puntuación dada por la red neuronal. Visualmente se establece un límite por debajo del cual no se seleccionará ninguna línea. El límite visual se elige de forma que las líneas candidatas a ser seleccionadas perteneciesen en el peor de los casos a las categorías de regular o aceptable. Los límites inferiores oscilan entre el 2.5 y el 3.5¹⁰, según las líneas.
- Se seleccionan las líneas procurando que 3 de ellas pertenezcan a la zona alta de la clasificación y 2 a la zona baja, siempre dentro del límite marcado previamente.
- Se procuró que cada línea seleccionada se hubiese generalizado con una clase de wavelet diferente a las precedentes. Para que en el análisis de resultados posterior se encontrasen representadas todas las wavelets.
- El proceso se repitió para las E100k y E200k. En ambas escalas el número de casos (línea generalizada por una wavelet a un determinado nivel de descomposición) fue de 129 aunque la combinación de las variables (wavelet-nivel de descomposición) fue diferente.

Con esta selección se pretendía que todas las líneas fuesen evaluadas por un número mínimo de 2 personas diferentes. No obstante éramos conscientes que no obtendríamos respuesta de todas las encuestas enviadas. De hecho, de los 38 evaluadores a los que se envió encuesta,

¹⁰ Son puntuaciones proporcionadas por la red neuronal. Recuérdese que los valores de puntuación oscilaban entre 1 y 5.

respondieron 26, de los cuales se eliminó a uno por no poder interpretar sus puntuaciones; como consecuencia una línea (JV-2223 en la E100k) fue valorada por un único evaluador (ver tabla IV.32). En dicha tabla también aparece el número de veces que se ha evaluado una línea en cualquiera de las combinaciones posibles (wavelet-nivel de descomposición). Como se puede observar cada línea ha sido evaluada por una media de 3.8 evaluadores en ambas escalas, y una media de 17.1 y 19.2 veces para la E100k y la E200k respectivamente. Valores ambos que creemos suficientes para los fines de distribución homogénea de las líneas por evaluadores y por evaluaciones.

Tabla IV. 32: Número de evaluadores y de evaluaciones efectuados sobre cada línea en las E100k y E200k

Nombre Línea	Complejidad	E100k		E200k	
		Nº Evaluadores	Nº Evaluaciones	Nº Evaluadores	Nº Evaluaciones
A-1102	3	6	24	7	35
A-311	2	2	10	3	15
A-316	3	6	30	3	15
A-316A	1	3	15	2	10
A-320	3	5	25	4	20
A-324	3	3	15	4	20
A-44	1	4	20	2	10
JP-2332	2	5	20	2	10
JV-2222	4	4	16	5	25
JV-2223	2	1	5	4	20
JV-2224	3	3	15	3	15
JV-2225	3	5	25	4	20
JV-2226	3	2	10	3	15
JV-3012	3	2	10	5	25
JV-3241	4	3	15	4	20
JV-3242	3	5	20	4	20
N-323	1	2	8	3	15
P-CaminoAncho	2	5	20	3	15
P-CaminoAzadillas	5	6	20	5	25
P-CerroAlmaden	5	5	20	6	30
P-CerroSanCristobal	5	4	20	7	35
P-CerroSanCristobal-b	3	3	12	3	15
P-CerroSantin	4	5	20	3	15
P-Jimena-Torres	3	3	15	4	20
P-Pegalajar-Central	3	3	12	3	15
PSierraPeñaDelAguila	5	5	25	4	20
Medias		3.8	17.1	3.8	19.2

Por otra parte, la complejidad será una característica que influirá grandemente en los resultados sobre valoración de la generalización, por

ello es conveniente que todas las clases estén suficientemente representadas. La bibliografía estadística considera que el tamaño muestral comienza a ser suficiente para el establecimiento de conclusiones cuando el número de casos es igual o superior a 30 (Porras 2001). De la tabla IV.33 se extrae que dicho número es igualado o superado en todas las clases en cuanto al número de evaluaciones recibido por cada clase. Por tanto las conclusiones sobre complejidad que se puedan extraer de las encuestas serán sólidas.

Se debe hacer una observación en cuanto a la discrepancia en el número de evaluaciones realizadas sobre la clase menos numerosa (la 1) y la más numerosa (la 3): la diferencia es de 170 casos (excesiva a priori), sin embargo, esto se debe a que el número de líneas que pertenecen a la clase 3 es mucho mayor que las de la clase 1; y como se ha exigido que aproximadamente todas las líneas tengan la misma representación en las evaluaciones, eso da lugar a un mayor número de evaluaciones de las clases más numerosas.

Tabla IV. 33: Número de evaluadores y evaluaciones que han actuado sobre cada clase de complejidad de línea

Complejidad	E100k		E200k	
	Nº Evaluadores	Nº Evaluaciones	Nº Evaluadores	Nº Evaluaciones
1	9	43	7	35
2	13	55	12	60
3	25	213	25	235
4	12	55	10	60
5	17	85	20	110

Se podría construir un gráfico de caja y bigotes para detectar alguna clase anómala en el sentido de que haya sido evaluada por muchos o pocos evaluadores o que haya recibido muchas o pocas evaluaciones. Este gráfico se presenta en la figura IV.16 donde las dos primeras cajas representan a los evaluadores y evaluaciones respectivamente de la E100k; las dos últimas cajas tienen el mismo significado pero para la E200k. A la vista de la figura IV.16 no se observa ninguna clase anómala, ni en el número de evaluadores ni de evaluaciones. Por tanto se puede considerar cumplido el

objetivo de distribución no descompensada (en el sentido del gráfico de caja y bigotes) de las líneas por complejidad.

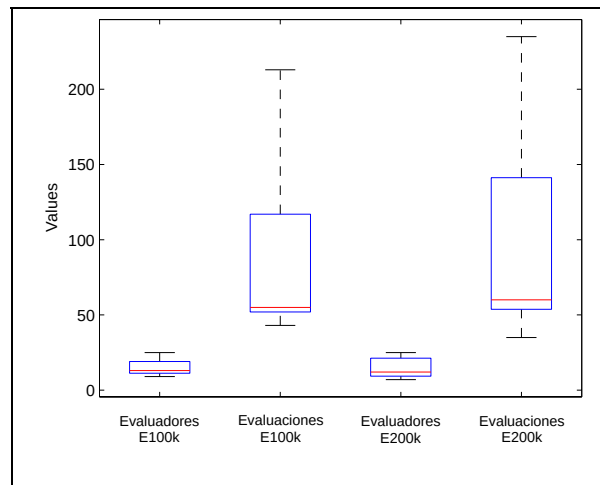


Figura IV. 16: Gráfico de caja y bigotes en las variables número de evaluadores y evaluaciones

La tabla IV.34 muestra el número de veces que una wavelet ha generalizado alguna de las líneas evaluada por los expertos, por ello se etiqueta como *nº de evaluaciones*. Se presenta tal valor, tanto para la E100k como para E200k.

Será necesario tomar con precaución las conclusiones establecidas sobre las wavelet *db1*, *db36* en la E100k por cuanto el número de evaluaciones es menor a 5. Lo mismo se puede decir para la *db36*, *sym27*, *sym 34* y *rbio1.3*, en la E200k.

Sin embargo si cada subclase se agrupa por familias se observa que todas tienen un número de casos superior a 66, suficiente para el establecimiento de conclusiones. Excepción hecha de la familia *dmey*, la razón de la ausencia de representantes de esta familia en el envío de muestras a los expertos se debe a que tal familia se generaliza en muy pocos niveles de descomposición. La consecuencia de tener muy pocos niveles de descomposición es que la mayoría de sus generalizaciones se descartan por no superar una separación media mayor de 15 m. Recuérdese (apartado

III.5.1.1), que se eligen sólo aquellas líneas cuyo desplazamiento medio es superior a 15 m.

Tabla IV. 34: Número de evaluaciones realizadas por clase de wavelet

Familia	Clase	Nº de Evaluaciones E100k	Nº de Evaluaciones E200k
bior	bior1.3	46	48
	bior2.2	11	14
	bior2.8	12	21
	bior3.1	0	6
	bior3.7	21	25
	bior5.5	27	17
coif	coif1	37	37
	coif3	26	33
	coif5	15	25
db	db1	1	12
	db12	28	14
	db25	11	17
	db36	3	0
	db6	45	38
rbio	rbio1.3	13	2
	rbio2.8	12	6
	rbio3.1	0	8
	rbio3.7	23	26
	rbio3.9	34	35
	rbio5.5	18	18
sym	sym18	7	11
	sym2	28	24
	sym27	5	0
	sym34	5	0
	sym5	29	63
dmey	dmey	0	0

IV.3.2.2 Aspectos evaluados en la generalización

En la encuesta enviada a los expertos se les pidió que valorasen la influencia de los aspectos desplazamiento, suavizado, caricaturización y temblores en una generalización ideal del elemento. Se pretendía con ello detectar algún patrón del pensamiento en la valoración global de la generalización a partir de lo que hemos llamado *aspectos* y que no son más que partes, que evaluadas por separado contribuyen a la valoración completa del elemento.

En la tabla IV.35 se muestran los promedios de los aspectos de la generalización para la E100k. Se observa que de forma general (media) los aspectos mejor valorados son el suavizado (3.35) y los temblores (3.32)

seguido de cerca por el desplazamiento y la peor valorada la caricaturización. Por aspectos se tiene que:

- Desplazamiento: la clase de complejidad mejor valorada es la 1 más cerca de un calificativo de bueno que de aceptable. La complejidad peor valorada es la 4 aunque cercana a la 5, lo que indica que a mayor complejidad el desplazamiento influye más negativamente.
- Suavizado: sigue siendo la clase 1 la que recibe las mejores puntuaciones disminuyendo con el aumento de la complejidad excepto en la clase 4. No obstante las diferencias no son excesivas, no llega al medio punto entre la mejor y la peor.
- Caricatura: sigue puntuando mejor la complejidad 1 aunque muy cerca de la clase 4 y la 3. Aunque sus valores son bajos y obviando la clase 1 parece que hay una mayor importancia en las clases más complejas, como era de esperar, ya que en ellas se presentarán más posibilidades de caricaturización.
- Temblores: destaca la clase 1 con una alta puntuación (3.70). El resto presenta valores semejantes descendiendo con el aumento de la complejidad excepto en 4.
- Valor global: siguiendo la tendencia de sus aspectos componentes, la clase 1 es la de mejor valorada. Parece que en la E100k se ha premiado la poca generalización ya que la clase 1 que prácticamente no sufre generalización es la que mejor puntuación ha obtenido. El resto de clases están prácticamente en los mismos valores (sobre el 3.2) excepto la clase 4 que ha venido arrastrando discrepancias con el resto de clases en la mayoría de los aspectos.

Tabla IV. 35: Promedios valoraciones expertos E100k

Complejidad	Desplazamiento	Suavizado	Caricatura	Temblores	ValorGlobal
1	3,51	3,63	3,07	3,70	3,67
2	3,30	3,48	2,22	3,22	3,20
3	3,41	3,21	2,67	3,21	3,18
4	2,96	3,27	3,00	3,38	3,00
5	3,09	3,19	2,93	3,09	3,19
Media	3,26	3,35	2,78	3,32	3,25

En la tabla IV.36 se presentan los promedios de la E200k la valoración global media (3.3) es muy similar a la de la E100k (3.25) aunque sensiblemente superior. Los aspectos mejor valorados son el desplazamiento y el suavizado (igual que en la E100k). Nuevamente la caricaturización es el aspecto peor valorado. Por aspectos se tiene que:

- Desplazamiento: destaca la puntuación más alta (3.8) alcanzada por la clase 2, a partir de la cual desciende con el aumento de la complejidad.
- Suavizado: nuevamente la clase 2 alcanza la mayor puntuación seguida de la 4 sin observarse ninguna tendencia.
- Caricaturización: en este caso las mejores puntuaciones se logran en complejidades superiores (en las 3, 4 y 5) y las peores en la 1 y la 2. Se confirma que a mayor complejidad más necesidad de caricaturización.
- Temblores: vuelve la clase 2 a puntuar mejor que el resto produciéndose un descenso de valor con el aumento de la complejidad excepto la clase 4.
- Valor global: como ha sido la tónica de los aspectos, la clase 2 es la mejor valorada, mientras que la clase 5 es la peor calificada de manera significativa con el resto. Las otras tres clases presentan valores similares.

Tabla IV. 36: Promedios valoraciones expertos E200k

Complejidad	Desplazamiento	Suavizado	Caricatura	Temblores	ValorGlobal
1	3,47	3,37	2,43	3,17	3,23
2	3,80	3,73	2,43	3,87	3,73
3	3,63	3,33	2,89	3,28	3,30
4	3,25	3,45	2,70	3,55	3,32
5	3,25	3,25	2,85	2,92	2,92
Media	3,48	3,43	2,66	3,36	3,30

Se concluye del análisis de las puntuaciones promedio que la clase de complejidad mejor valorada globalmente es la 1 en la E100k y la 2 en la E200k. De las puntuaciones medias totales del aspecto se ve que todos ellos tienen una importancia considerable porque en ambas escalas están por encima del 3.25 excepto la caricaturización que es de 2.78 y 2.66 en las E100k y E200k respectivamente. Se observa que el suavizado es el aspecto mejor valorado en la E100k y el segundo en la E200k en favor del desplazamiento, aunque si se considera la media de ambas escalas el desplazamiento sería el aspecto mejor valorado. Finalmente de los valores

de caricaturización se ve que ésta adquiere mayor importancia conforme aumenta la complejidad, a partir de la clase 4 en la E100k y a partir de la clase 3 en la E200k.

A continuación se presenta un estudio de correlaciones de los aspectos entre sí y en relación con el valor global.

La tabla IV.37 presenta la correlación global para la E100k. Lo primero que llama la atención es la baja correlación que existe entre los aspectos, solamente caricatura y suavizado tienen alguna relación con temblores, con valores de 0.55 y 0.439 que tampoco es un valor excesivo. Esto puede estar indicando que el evaluador es capaz de distinguir cada uno de los aspectos en el momento de puntuar una línea generalizada. Por otra parte la correlación con el valor global es muy similar en todos los aspectos, donde en términos generales el suavizado es el más correlado. De aquí parece adecuado analizar estas correlaciones desagregadas por clases de complejidad.

Tabla IV. 37: Correlaciones globales puntuaciones expertos E100k

	Desplazamiento	Suavizado	Caricatura	Temblores	ValorGlobal
Desplazamiento	1,000				
Suavizado	0,151	1,000			
Caricatura	0,267	0,334	1,000		
Temblores	0,044	0,550	0,439	1,000	
ValorGlobal	0,492	0,554	0,468	0,459	1,000

La separación por clases de complejidad en la E100k se encuentra en la tabla IV.38. Se puede leer en la misma lo siguiente:

- Complejidad 1: se observa que el desplazamiento influye bastante en la valoración global (0.821) mientras el resto tienen poca influencia, excepto quizás el suavizado.
- Complejidad 2: la mayor influencia sobre valoración global es el suavizado (0.751), perdiendo importancia el desplazamiento hasta asemejarse a los temblores con influencia relativa (en torno a 0.6)

sobre valor global. Correlación media en el triángulo suavizado-temblores-caricatura.

- Complejidad 3: todos los aspectos tienen una influencia similar aunque el suavizado es el que destaca ligeramente. Se mantiene el triángulo de correlaciones medias suavizado-temblores-caricatura.
- Complejidad 4: la mayor correlación con valor global sigue siendo el suavizado, y destaca la pérdida de importancia del desplazamiento. La correlación entre suavizado y temblores se fortalece (0.652).
- Complejidad 5: desplazamiento, suavizado y temblores tienen una correlación media con valor global, mientras caricaturización pierde influencia en la puntuación global. Se mantiene la correlación entre suavizado y temblores (0.637).
- Se puede concluir con que el suavizado es el aspecto más influyente en la generalización de una línea en la E100k especialmente en la clase 2. Aunque en la clase 1 el aspecto más importante es el desplazamiento. Se ha detectado un triángulo de correlaciones entre aspectos (suavizado-temblores-caricatura) de valor medio en las clases 2 y 3. Exceptuando la clase 1, se ha observado un valor de correlación media entre los aspectos suavizado y temblores en el resto de clases de complejidad.

Tabla IV. 38: Correlaciones desagregadas por complejidad puntuaciones expertos E100k

Complejidad 1					
	Desplazamiento	Suavizado	Caricatura	Temblores	ValorGlobal
Desplazamiento	1,000				
Suavizado	0,294	1,000			
Caricatura	0,341	0,288	1,000		
Temblores	0,125	0,291	0,538	1,000	
ValorGlobal	0,821	0,408	0,389	0,307	1,000
Complejidad 2					
	Desplazamiento	Suavizado	Caricatura	Temblores	ValorGlobal
Desplazamiento	1,000				
Suavizado	0,291	1,000			
Caricatura	0,345	0,587	1,000		
Temblores	0,277	0,596	0,571	1,000	
ValorGlobal	0,602	0,751	0,580	0,631	1,000
Complejidad 3					
	Desplazamiento	Suavizado	Caricatura	Temblores	ValorGlobal
Desplazamiento	1,000				
Suavizado	0,167	1,000			
Caricatura	0,288	0,431	1,000		
Temblores	-0,019	0,558	0,483	1,000	
ValorGlobal	0,452	0,589	0,515	0,426	1,000
Complejidad 4					
	Desplazamiento	Suavizado	Caricatura	Temblores	ValorGlobal
Desplazamiento	1,000				
Suavizado	-0,008	1,000			
Caricatura	0,348	0,287	1,000		
Temblores	-0,049	0,652	0,227	1,000	
ValorGlobal	0,318	0,581	0,496	0,484	1,000
Complejidad 5					
	Desplazamiento	Suavizado	Caricatura	Temblores	ValorGlobal
Desplazamiento	1,000				
Suavizado	0,061	1,000			
Caricatura	0,191	0,069	1,000		
Temblores	0,040	0,637	0,301	1,000	
ValorGlobal	0,494	0,462	0,380	0,512	1,000

La tabla IV.39 presenta la correlación global para la E200k. Sigue siendo cierta la baja correlación entre aspectos que se daba en la E200k, y se acentúa la correlación existente entre temblores y suavizado. Por tanto, al igual que en la E100k puede estar indicando que el evaluador es capaz de distinguir cada uno de los aspectos en el momento de puntuar una línea generalizada. En esta escala la valoración global está influida fundamentalmente por suavizado y temblores con unos valores medio-altos, el desplazamiento tiene una influencia medio-baja.

Tabla IV. 39: Correlaciones puntuaciones globales expertos E200k

	Desplazamiento	Suavizado	Caricatura	Temblores	ValorGlobal
Desplazamiento	1,000				
Suavizado	0,188	1,000			
Caricatura	0,082	0,281	1,000		
Temblores	0,123	0,628	0,283	1,000	
ValorGlobal	0,431	0,650	0,393	0,614	1,000

Las correlaciones por clase de complejidad se muestran en la tabla IV.40. El análisis por complejidad es como sigue:

- Complejidad 1: influencia sobre el valor global distribuida entre los aspectos desplazamiento, suavizado y temblores. La caricaturización apenas influye en la valoración global.
- Complejidad 2: patrón similar al de la clase 1 con la diferencia del crecimiento experimentado por suavizado (0.686) y temblores. Vuelve a aparecer la relación entre suavizado y temblores (0.684).
- Complejidad 3: puntuaciones similares a la clase 2, con la diferencia del aumento de la importancia de la caricatura (con correlación media) y la sensible disminución del desplazamiento. Vuelve a aparecer el triángulo de correlaciones medias entre los aspectos suavizado-temblores-caricatura que se vio en las clases 2 y 3 de la E100k.
- Complejidad 4: similar valor de correlación (en torno al 0.5) con valor global de los aspectos desplazamiento, suavizado y temblores. La caricatura vuelve a perder importancia. Sigue la relación suavizado-temblores.
- Complejidad 5: suavizado y temblores mantienen una influencia media sobre el valor global, siendo en cualquier caso los aspectos más importantes en tal valoración. Desplazamiento pierde influencia y caricatura mejora levemente sin ser relevante su influencia.
- Se concluye con que suavizado y temblores son los aspectos más influyentes en el momento de valorar la generalización de una línea a escala E200k, especialmente en las clases 2 y 3 donde se obtienen correlaciones que oscilan entre el 0.692 y 0.6. Además estos dos aspectos están correlados medianamente (hecho que parece lógico a

tenor de la definición que de la misma hemos dado en el anejo II donde decimos que se diferencian sólo en la amplitud de las curvas componentes del fenómeno). El desplazamiento conserva una importancia media a lo largo de todas las clases excepto la 5, en la que pierde influencia. La caricaturización no es importante en la valoración de la generalización excepto en la clase 3 que tiene una importancia media.

Tabla IV. 40: Correlaciones desagregadas por complejidad puntuaciones expertos E200k

Complejidad 1					
	Desplazamiento	Suavizado	Caricatura	Temblores	ValorGlobal
Desplazamiento	1,000				
Suavizado	-0,010	1,000			
Caricatura	-0,166	0,054	1,000		
Temblores	-0,059	0,404	0,200	1,000	
ValorGlobal	0,502	0,507	0,222	0,531	1,000
Complejidad 2					
	Desplazamiento	Suavizado	Caricatura	Temblores	ValorGlobal
Desplazamiento	1,000				
Suavizado	0,303	1,000			
Caricatura	0,098	0,106	1,000		
Temblores	0,167	0,684	0,029	1,000	
ValorGlobal	0,529	0,686	0,286	0,614	1,000
Complejidad 3					
	Desplazamiento	Suavizado	Caricatura	Temblores	ValorGlobal
Desplazamiento	1,000				
Suavizado	0,264	1,000			
Caricatura	0,240	0,467	1,000		
Temblores	0,178	0,672	0,459	1,000	
ValorGlobal	0,419	0,692	0,545	0,600	1,000
Complejidad 4					
	Desplazamiento	Suavizado	Caricatura	Temblores	ValorGlobal
Desplazamiento	1,000				
Suavizado	-0,010	1,000			
Caricatura	-0,166	0,054	1,000		
Temblores	-0,059	0,404	0,200	1,000	
ValorGlobal	0,502	0,507	0,222	0,531	1,000
Complejidad 5					
	Desplazamiento	Suavizado	Caricatura	Temblores	ValorGlobal
Desplazamiento	1,000				
Suavizado	0,034	1,000			
Caricatura	-0,059	0,193	1,000		
Temblores	-0,017	0,585	0,187	1,000	
ValorGlobal	0,325	0,557	0,364	0,575	1,000

IV.3.2.3 Validación de la red neuronal por el grupo de expertos extendido

La red neuronal fue creada a partir de las valoraciones de un grupo de expertos reducido de 5 personas. Sería conveniente que aquella se validase a partir de la comparación con las valoraciones del grupo de expertos extendido. En este apartado se hará tal comparación y se observará que coinciden sensiblemente. La validación de la red por el grupo de expertos extendido tiene una ventaja adicional: poder analizar las valoraciones producidas por la red de la población total de líneas generalizadas y de allí extraer las oportunas conclusiones. Dichas conclusiones estarán apoyadas en un número mayor de casos y por tanto serán más sólidas.

En la tabla IV.41 dentro de cada escala (E100k y E200k), la primera columna muestra el valor promedio que la red simulada otorga al mismo conjunto de líneas que se mandaron al grupo de expertos extendido agrupados dichos datos según líneas; la segunda columna muestra esa misma puntuación pero proporcionadas por el grupo de expertos extendido; y la siguiente columna calcula la diferencia (o error si una de las dos formas de valoración se considerase la correcta) entre la puntuación de la red y la de los expertos extendido. Nótese que esta diferencia o error es el mismo que se obtendría si a cada caso puntuado de los 129 que se mandaron para cada escala se le restase su homólogo de la red neuronal y finalmente se hiciese la media de los 129 errores. Quiere esto decir que los errores tendrán un nivel de significación importante. Y se podrán sacar conclusiones de su observación.

Al final de la tabla IV.41 se presenta el error medio y varianza del error para cada escala. Se observa que en general existe acuerdo entre las salidas de la red simulada y lo que opina el grupo de expertos extendido dado que el error medio es de 0.36 y la varianza del error 0.21 en la E100k, mientras que para la E200k el error medio es de 0.22 y la varianza del error

también de 0.22. Esto sería suficiente para admitir que la red neuronal es una herramienta efectiva en la valoración de líneas generalizadas.

Tabla IV. 41: Diferencia de puntuaciones entre red neuronal y grupo de expertos extendido

Línea	E100k			E200k		
	Promedio Red Neuronal	Promedio Expertos Extendido	Diferencias (Errores)	Promedio Red Neuronal	Promedio Expertos Extendido	Diferencias (Errores)
A-1102	3,79	3,04	0,75	3,39	2,91	0,47
A-311	3,71	2,67	1,05	3,36	3,93	-0,58
A-316	3,97	3,40	0,57	3,70	3,53	0,17
A-316A	3,35	4,07	-0,72	3,92	3,20	0,72
A-320	3,70	3,04	0,66	3,51	3,10	0,41
A-324	3,37	3,40	-0,03	3,40	3,00	0,40
A-44	3,71	3,55	0,16	4,25	2,50	1,75
JP-2332	4,02	3,25	0,77	3,74	3,50	0,24
JV-2222	3,33	2,90	0,43	3,45	3,56	-0,11
JV-2223	3,64	4,40	-0,76	3,57	3,35	0,22
JV-2224	3,56	3,33	0,22	3,36	3,80	-0,44
JV-2225	3,87	3,56	0,31	3,56	3,44	0,11
JV-2226	3,60	2,80	0,80	3,47	3,40	0,07
JV-3012	3,71	3,50	0,21	3,35	3,16	0,19
JV-3241	3,58	3,47	0,11	3,11	3,25	-0,14
JV-3242	3,37	2,80	0,57	2,80	3,10	-0,30
N-323	3,73	3,25	0,48	3,63	3,25	0,38
P-CaminoAncho	3,88	2,60	1,28	3,87	4,29	-0,42
P-CaminoAzadillas	3,48	2,87	0,61	3,59	3,08	0,51
P-CerroAlmaden	3,29	3,45	-0,16	2,75	2,63	0,12
P-CerroSanCristobal	3,56	3,40	0,16	3,48	2,94	0,54
P-CerroSanCristobal-b	3,36	3,08	0,27	3,71	3,67	0,04
P-CerroSantin	3,17	2,75	0,42	3,60	3,00	0,60
P-Jimena-Torres	3,46	2,93	0,53	3,58	3,68	-0,10
P-Pegalajar-Central	3,61	3,08	0,52	3,57	3,40	0,17
P-SierraPeñaDelAguila	3,44	3,20	0,24	3,72	3,10	0,62
Media	3,59	3,22	0,36	3,52	3,30	0,22
Varianza de errores			0,21			0,22

No obstante, se han resaltado en gris 3 casos (A-311 y P-CerroSantin en la E100k y A-44 en la E200k) que presentan valores excesivamente altos. Si se recurre a la tabla de puntuaciones del grupo de expertos extendido se tiene lo siguiente:

- La A-311 en la E100k sólo ha sido valorada por 2 expertos, si se elimina aquel que puntuó más bajo, la media queda en 3.69 y el error en 0.69
- En P-CaminoAncho en la E100k de 5 evaluadores, 1 presenta puntuaciones muy bajas y anómalas respecto al resto, de tal forma

que si se elimina, el valor medio de dicha línea termina siendo 2.85 y el error 1.03.

- La A-44 en la E200k fue evaluada por 2 personas, si se elimina el que proporciona los valores más bajos (que además es el mismo que se eliminó de P-CaminoAncho), la media queda en 3.4 y el error en 0.85.

Con tales correcciones los valores definitivos de media y varianza de error quedan como refleja la tabla IV.42:

Tabla IV. 42: Media y varianza de error corregida de puntuaciones extremas

	E100k			E200k		
	Promedio Red Neuronal	Promedio Expertos Extendido	Diferencias (Errores)	Promedio Red Neuronal	Promedio Expertos Extendido	Diferencias (Errores)
Media	3,27	0,31	0,31	3,34	0,16	0,18
Varianza de errores			0,17			0,13

De la tabla IV.42 se podría concluir que las puntuaciones del grupo de expertos extendido valida las valoraciones de la red neuronal ya que la media de los errores es muy pequeña tanto en la E100k como en la E200k y para todas las líneas, excepto P-CaminoAncho en la E100k, el error se encuentra siempre por debajo de 1. No obstante también sería conveniente analizar los errores agregados por familias de wavelets y por complejidad.

La tabla IV.43 muestra que tras la agrupación por familias las diferencias de puntuación entre la red neuronal y el grupo de expertos extendido son pequeñas y en un solo caso (*coif* en la E100k) supera 0.5 puntos. Al mismo tiempo se observa la homogeneidad de tales medias de error al ser las varianzas muy pequeñas (0.03 y 0.01 para E100k y E200k respectivamente). Especiales semejanzas en las valoraciones se observan en *db* para E100k y en *bio* y *rbio* para E200k.

Tabla IV. 43: Diferencias de puntuación entre la red y el grupo de expertos extendido para familias de wavelets

Familia	E100k			E200k		
	Promedio Red Neuronal	Promedio Expertos Extendido	Diferencias (Errores)	Promedio Red Neuronal	Promedio Expertos Extendido	Diferencias (Errores)
bio	3,47	3,11	0,36	3,34	3,24	0,10
coif	3,61	3,09	0,52	3,44	3,08	0,36
db	3,68	3,31	0,37	3,52	3,27	0,24
rbio	3,57	3,15	0,42	3,50	3,38	0,12
sym	3,71	3,32	0,39	3,56	3,29	0,28
Media	3,61	3,20	0,41	3,47	3,25	0,22
Varianza del Error			0,003			0,01

La tabla IV.44 agrupa las diferencias entre red neuronal y grupo de expertos extendido según complejidad de las líneas. La media de los errores es aproximadamente igual que en el caso de la agrupación por familias; aunque la dispersión es algo mayor, sigue indicando bastante homogeneidad en las diferencias de puntuaciones para ambas escalas. Son especialmente similares las puntuaciones en las complejidades 1 y 5 para la E100k y, las complejidades 2 y 4 para la escala 200k.

Tabla IV. 44: Diferencias de puntuación entre la red y el grupo de expertos extendido para complejidades

Complejidad	E100k			E200k		
	Promedio Red Neuronal	Promedio Expertos Extendido	Diferencias (Errores)	Promedio Red Neuronal	Promedio Expertos Extendido	Diferencias (Errores)
1	3,59	3,67	-0,09	3,92	3,00	0,92
2	3,88	3,02	0,86	3,62	3,75	-0,13
3	3,66	3,18	0,47	3,43	3,30	0,13
4	3,34	3,00	0,34	3,38	3,32	0,06
5	3,45	3,19	0,26	3,35	2,92	0,43
Media	3,58	3,21	0,37	3,54	3,26	0,28
Varianza del Error			0,10			0,13

Con el fin de disponer de un criterio estadístico (García y Lara 1998)) que permita discernir sobre la igualdad de puntuaciones realizada por la red y el grupo de expertos extendidos se ha recurrido al test de hipótesis de Welsh en el que la hipótesis nula es que la diferencia de puntuaciones medias entre el grupo de expertos y las proporcionadas por la red neuronal es la que surge de restar la puntuación de los expertos a la puntuación de la red, es decir, la celdilla en que se cruzan la columna *Diferencias(Errores)* con la fila *Media* de las tablas IV.41, IV.43 y IV.44. Es lógico considerar la

hipótesis nula que se acaba de exponer y no aquella en la que se considere la diferencia de medias igual a cero por la siguiente razón: tanto si se considera independientemente al grupo de expertos reducido como al extendido, la valoración de una misma línea generalizada con una misma wavelet y a un mismo nivel de resolución presenta discrepancias considerables; así si se calcula la media de las desviaciones típicas en la puntuación de una misma línea por los grupos de expertos, se obtienen valores en torno a 0.8 (ver tabla IV.45a) que equivaldría a prácticamente un salto de clase, por lo que no tendría mucho sentido pretender que la diferencia de medias entre red neuronal y grupo de expertos extendido fuese cero. El origen de estas discrepancias se encuentra en la subjetividad asociada al proceso de evaluación, en el que influye grandemente la percepción del evaluador y la cultura cartográfica del mismo.

Tabla IV. 45a: Media de la desviación típica de la valoración de una línea (generalizada por una determinada wavelet y a un determinado nivel de resolución) por los expertos que conformaban los grupos reducido y extendido.

	E100k	E200k
Grupo de expertos reducido	0.87	0.89
Grupo de expertos extendido	0.91	0.84

Se ha practicado dicho test sobre tres aspectos diferentes: las líneas (tabla IV.41), las familias (tabla IV.43) y las complejidades (tabla IV.44). Los resultados se muestran en la tabla IV.45 donde se presenta para las E100k y E200k la diferencia media observada, el valor del estadístico, el P-valor y la aceptación o rechazo de la hipótesis nula.

Tabla IV. 45: Resumen de las pruebas de hipótesis sobre semejanza de medias entre puntuaciones de la red neuronal y el grupo de expertos extendido. Nivel de significación 0.05.

	E100k				E200k			
	Diferencia media	Valor del estadístico	P-valor	Acción sobre la hipótesis nula	Diferencia media	Valor del estadístico	P-valor	Acción sobre la hipótesis nula
Lineas	0.364231	0.0459005	0.481815	NO se rechaza	0.183462	0.0131306	0.494933	NO se rechaza
Familias	0.412	0.0306426	0.488161	NO se rechaza	0.22	$3.128 \cdot 10^{-15}$	0.5	NO se rechaza
Complejidad	0.372	0.0131306	0.494933	NO se rechaza	0.282	0.0110678	0.495733	NO se rechaza

Se puede observar que los tests de hipótesis practicados no permiten, en ningún caso, rechazar la hipótesis nula que dice que las medias difieren en las pequeñas cantidades indicadas en las columnas 2 y 6 de las E100k y E200k respectivamente. Como consecuencia de los análisis de las diferencias de puntuaciones agrupadas por líneas, familias y complejidad se puede concluir que la red neuronal puntúa de forma semejante a como lo hace el grupo de expertos extendido, por lo que queda validada la red neuronal en la forma en que se ajustó según el apartado IV.3.1.2.

IV.4 ANÁLISIS DE LA VALORACIÓN GLOBAL DE LA RED NEURONAL

Como se acaba de ver en el apartado IV.3.2.3, las puntuaciones producidas por la simulación de la red neuronal tanto para la E100k como para la E200k han sido avaladas por las valoraciones del grupo de expertos extendido. Puesto que al grupo de expertos extendido se le mandó sólo una muestra, parece lógico que las conclusiones se extraigan de toda la población simulada con las 27 clases de wavelets, en base a aquella validación. Las conclusiones serán más sólidas precisamente por el uso de la población disponible.

En este apartado se intentará recomendar la wavelet que mejor generaliza una determinada clase de complejidad de línea y para un determinado nivel de resolución espacial referido a Haar (en el sentido del apartado IV.2.1.1). En la búsqueda de la mejor wavelet puede ocurrir que la wavelet mejor valorada ocurra sólo en 2 líneas, y además puede que dicha wavelet sea la mejor en valores de resolución espacial diferentes, con lo que se puede llegar a la situación de tener que recomendar más de una combinación. No obstante, los resultados empezarían a tener más solidez si en lugar de considerar sólo la wavelet que mejor puntúa una línea se eligen las 3 primeras o aquellas que superan un determinado valor (p.e. 3.75 que agruparía todas las líneas que son mejores que las aceptables y que se acercan a las buenas).

A continuación se hace una aproximación al comportamiento de las familias de manera global en la generalización; y posteriormente se ven las recomendaciones sobre wavelets y análisis de las valoraciones según uno de los criterios mencionados: las tres mejores o mejor que 3.75.

IV.4.1 Aproximación al comportamiento de las familias wavelets

Con este análisis sólo se pretende una aproximación al conocimiento de la bondad de las familias de wavelets en la generalización de las líneas. Se indicará qué familia es la que mejor generaliza si se elige de manera aleatoria cualquiera de sus wavelets componentes y para un nivel de resolución también aleatorio.

La tabla IV.46 muestra el comportamiento de las familias de wavelets. Con el fin de disminuir el efecto de aquellas líneas con puntuaciones bajas asignadas por la simulación de la red, se ha recurrido a la selección de los casos en que las puntuaciones son mayores o iguales a 3.5 y 3.75. En la columna *Nº de Casos Totales* se contabilizan todas las líneas generalizadas por la familia correspondiente (incluidas aquellas que tienen puntuaciones

menores que 3.5 ó 3.75 respectivamente); en la columna *Nº Casos* ≥ 3.5 ó 3.75 se contabilizan sólo las que superan dicha puntuación; y en la columna % se obtiene cociente de las columnas anteriores en %. Esto dará una visión más aproximada del comportamiento de la familia que si se hace la media del total de casos por familia, ya que existirán familias más numerosas, entre otras cosas, porque el número de clases wavelets que las componen es mayor en unas que en otras. Se eligen los valores por encima de 3.5 pues tiene una traducción ya indicada en la guía de evaluación, y que era: entre aceptable y bueno. De esta forma sólo se tienen en cuenta puntuaciones mejores que aceptables.

Tabla IV. 46: Probabilidad expresada en % de generalización mejor que aceptable para las familias en la E100k

	Puntuaciones producidas por Simulación de la Red para valores ≥ 3.5 y 3.75				
	Nº Casos Totales	Nº Casos de puntuación ≥ 3.5	%	Nº Casos de puntuación ≥ 3.75	%
db	281	77	27.4	37	13.2
bio	426	111	26	59	13.8
rbio	416	124	29.8	69	16.6
sym	270	88	32.6	45	16.7
coif	202	58	28.7	30	14.8
dmey	12	6	50	4	33.3

Se observa que para valores mayores de 3.5 la familia *dmey* ofrece el mejor comportamiento global con el 50% de casos con puntuaciones mejores que 3.5. Las otras 2 familias que le siguen, aunque de lejos, son *sym* y *rbio*. La razón de examinar también las probabilidades en valores a partir de 3.75 es ver si se mantiene la tendencia o se intercambia el orden de las familias en cuanto a mejor valoración. Se ve que el orden es el mismo (se mantiene la tendencia), *dmey* destacada con el 33% seguida de *sym* y *rbio* prácticamente con los mismos valores.

En la tabla IV.47 se presenta el mismo esquema que el de la tabla IV.46 pero calculado para la escala E200k.

Destaca el hecho de que en la E200k la familia *dmey* no posea ni un solo caso bien puntuado cuando para la E100k fue la que mejor porcentaje alcanzaba. Esto se debe a que sufría muy poco desplazamiento que para la

E200k se traduce en una generalización casi insignificante, hecho que se penaliza.

En general los porcentajes disminuyen con respecto a la E100k. No obstante la familia *rbio* sigue teniendo buenos porcentajes, siendo junto con *bio* las dos mejores cuando se consideran los casos ≥ 3.5 . Al considerar los casos ≥ 3.75 *rbio* mantiene su posición mientras *bio* la pierde a favor de *coif*.

Tabla IV. 47: Probabilidad expresada en % de generalización mejor que aceptable para las familias en la E200k

	Puntuaciones producidas por Simulación de la Red para valores ≥ 3.5 y 3.75				
	Nº Casos Totales	Nº Casos de puntuación ≥ 3.5	%	Nº Casos de puntuación ≥ 3.75	%
db	281	48	17.1	18	6.5
bio	426	105	24.7	37	8.7
rbio	416	101	24.3	42	10.1
sym	270	53	19.6	16	5.9
coif	202	47	23.3	21	10.4
dmey	12	0	0	0	0

IV.4.2 Análisis de perfil ≥ 3.75

Se le ha denominado a este análisis de perfil ≥ 3.75 porque se quiere que ninguna de las wavelets que se puedan recomendar para generalizar haya recibido una puntuación inferior a 3.75. Para ello sólo formarán parte del análisis aquellas líneas que hayan tenido una puntuación mayor o igual que 3.75 por parte de la red neuronal. De forma que se supone que todas las generalizaciones, realizadas con las recomendaciones de este perfil, serán mejores que aceptables y que cercanas a buenas (según los calificativos con los que se equipararon las puntuaciones en el apartado III.5.1.3.1). Es decir, podrían ser utilizadas para la elaboración de una cartografía confeccionada mediante generalización.

El proceso hasta obtener la recomendación wavelet será el siguiente:

- Mediante la tabla IV.48, o similar para la E200k, se elige un grupo de wavelets por cada una de las clases de complejidad de línea; cada

- grupo será el de las wavelets que mejor generalizan (las que obtienen mayores de probabilidad en % de elegir una línea con puntuación ≥ 3.75).
- Para cada clase de complejidad se construye una tabla como la IV.48 que descompone el grupo según nivel de resolución.
 - Finalmente la wavelet recomendada será la que obtenga mayor probabilidad en %.

En la tabla IV.48 se presenta en la primera columna las 27 wavelet con las que se ha creado la población generalizada, en la segunda columna el nº de casos de la población a la que da lugar cada wavelet, en la tercera columna el nº de casos con valoración mejor o igual que 3.75, la cuarta columna presenta la probabilidad en % de que una línea generalizada con la correspondiente wavelet tenga puntuación mejor o igual que 3.75. Las columnas agrupadas bajo el título de *Niveles de resolución espacial referida a Haar* muestran la probabilidad de que la generalización de los casos ≥ 3.75 se haya realizado según el nivel de resolución referida a Haar que aparece etiquetado desde 5 hasta 640 (se calculó la resolución espacial hasta 5120 pero en tal resolución no hay líneas que superen el criterio del ≥ 3.75). Las columnas agrupadas bajo el título de *Clases de complejidad* presentan la probabilidad de que los casos puntuados ≥ 3.75 y que han sido generalizados por la wavelet correspondiente pertenezcan a una de las 5 clases de complejidad. En la última fila se muestran las correspondientes medias

Las pretensiones de esta tabla son las siguientes¹¹:

- Detectar la wavelet que “mejor” generaliza (de forma global, sin desagregación) según el criterio de un perfil conservador.

¹¹ Estas mismas pretensiones son aplicables a la tabla IV.55 de la E200k; así como a las tablas IV.63 (E100k) y IV.70 (E200k) elaboradas con el criterio de las tres mejores expuesto en el apartado IV.4.2.

- Descubrir el mejor nivel de resolución espacial en el que se generaliza la E100k.
- Determinar qué clase de complejidad es la que alcanza las mejores generalizaciones.

Los datos de la tabla IV.48 se han extraído de la tabla A.V.1 del anejo V. En la tabla IV.48 se han sombreado aquellas wavelet que superan el valor del 20% como probabilidad total (cuarta columna); con ello sólo se pretende tener una visión global de las mejores wavelets aunque la recomendación final tendrá que hacerse teniendo en cuenta complejidad y resolución espacial. En esta primera aproximación a la selección de la mejor wavelet por complejidad, la resolución espacial sólo se utilizará para dar idea del mejor valor medio de la misma, consultando para ello la última fila de la tabla. De la misma se pueden extraer las siguientes conclusiones:

- Se ve que la wavelet *dmey* destaca, no obstante si se observa la complejidad se ve que sólo lo hace en la clase 4 y si se investiga en qué líneas y resoluciones espaciales se observa que tres de los casos es la misma línea dos de ellos en la resolución espacial 40 m (ver Anejo V), por todo ello será necesario tenerlo en cuenta a la hora de realizar recomendaciones; además no se usará para las medias generales. Esto confirma que los análisis se deben realizar considerando complejidad y resolución espacial.
- La resolución espacial donde se producen las mejores generalizaciones en la E100k es entre los 80 m (5.11) y los 160 m (5.35), como se observa en la última fila que indica las probabilidades medias.
- Las clases de complejidad que mejor se generalizan como media son la clase 3 (7.15) y la clase 4 (4.16). Y la que peores resultados muestra es la clase 1 (1.51).

Tabla IV. 48: Probabilidad (%) de que una línea sea generalizada con puntuación mejor o igual que 3.75 en la E100k según wavelet, resolución espacial y complejidad

Wavelet	N°Casos Totales	N° Casos ≥3.75	Probabilidad global (%)	Niveles resolución espacial (m) referida a Haar						Clases de complejidad					Prob.(%) por Clase
				20	40	80	160	320	640	C1	C2	C3	C4	C5	
bior1.3	104	15	14,42			4,00	6,00	4,00	1,00	2,00	2,00	10,00	1,00	0,00	15,00
bior2.2	91	8	8,79			3,23	4,30	1,08		0,00	3,23	3,23	0,00	2,15	8,60
bior2.8	59	9	15,25		3,39	5,08	5,08	1,69		0,00	1,69	8,47	1,69	3,39	15,25
bior3.1	39	4	10,26		2,56	7,69				0,00	2,56	5,13	0,00	2,56	10,26
bior3.7	61	13	21,31		1,64	4,92	9,84	3,28	1,64	3,28	4,92	6,56	3,28	3,28	21,31
bior5.5	72	10	13,89		2,78	2,78	5,56	1,39	1,39	1,39	1,39	5,56	2,78	2,78	13,89
coif1	103	12	11,65			4,85	3,88	1,94	0,97	0,97	1,94	5,83	0,97	1,94	11,65
coif3	60	8	13,33		1,59	3,17	6,35	3,17		1,59	1,59	7,94	0,00	3,17	14,29
coif5	39	9	23,08		5,13	10,26	7,69			2,56	0,00	10,26	7,69	2,56	23,08
db1	93	2	2,15				2,08			0,00	2,08	0,00	0,00	0,00	2,08
db12	45	7	15,56			4,44	8,89	2,22		2,22	0,00	8,89	4,44	0,00	15,56
db25	26	7	26,92	3,85	3,85	11,54	7,69			3,85	0,00	11,54	11,54	0,00	26,92
db36	18	5	27,78	5,56	11,11	11,11				0,00	0,00	11,11	16,67	0,00	27,78
db45	28	2	7,14	7,14						0,00	7,14	0,00	0,00	0,00	7,14
db6	71	13	18,31			2,70	12,16	2,70	1,35	1,35	4,05	9,46	2,70	1,35	18,92
dmey	12	4	33,33	8,33	25,00					0,00	0,00	0,00	33,33	0,00	33,33
rbio1.3	90	8	8,89			3,33	5,56			1,11	2,22	4,44	0,00	1,11	8,89
rbio2.8	60	10	16,67		3,33	5,00	5,00	3,33		1,67	1,67	8,33	1,67	3,33	16,67
rbio3.1	79	14	17,72			5,06	3,80	7,59	1,27	2,53	3,80	8,86	2,53	0,00	17,72
rbio3.7	60	15	25,00		1,67	5,00	13,33	3,33	1,67	3,33	5,00	11,67	3,33	1,67	25,00
rbio3.9	58	12	20,69		1,64	3,28	11,48		4,92	3,28	1,64	11,48	1,64	3,28	21,31
rbio5.5	69	8	11,59		1,45	2,90	5,80	1,45		0,00	1,45	5,80	2,90	1,45	11,59
sym18	33	7	21,21		3,03	9,09	9,09			3,03	0,00	9,09	9,09	0,00	21,21
sym2	109	13	11,93			2,75	2,75	5,50	0,92	0,92	3,67	6,42	0,92	0,00	11,93
sym27	23	6	26,09	4,35	8,70	8,70	4,35			4,35	0,00	4,35	17,39	0,00	26,09
sym34	21	6	28,57	4,76	9,52	14,29				0,00	0,00	9,52	19,05	0,00	28,57
sym5	84	12	14,29			2,27	7,95	3,41	1,14	1,14	2,27	9,09	1,14	1,14	14,77
Medias			17,25	1,26	3,20	5,09	5,50	1,71	0,60	1,50	2,01	7,15	4,16	1,3	

Las tablas IV.49 a IV.53 desagregan los porcentajes para la clase de complejidad según la resolución espacial en forma de probabilidad, para ello en la columna líneas y entre paréntesis se encuentra el número de casos totales de la clase wavelet correspondiente dentro de toda la población. En el resto de casillas sólo el número de casos por resolución espacial y su equivalencia en probabilidad, que será la medida de bondad para la elección de la mejor wavelet por resolución espacial. Esta forma de desglose de datos se usará en todas las clases de complejidad.

- **Complejidad 1:** la wavelet que presenta mejores resultados según la tabla IV.47 para esta complejidad es la *sym27* (4.35), seguida de *db25* (3.85) y la *rbio3.9* (3.45). Según la tabla IV.49 y con el criterio de elegir la mejor wavelet según el mejor valor de probabilidad la recomendación es la *rbio3.9* en el nivel de resolución 160 m.

Tabla IV. 49: N° de casos con puntuación ≥ 3.75 y probabilidad (%) en cada resolución espacial. Clase de complejidad 1. E100k

Lineas	Resolución espacial				
	20	40	80	160	320
rbio3.9 (58 casos)		1→1.72	2→3.45	7→12.07	3→5.17
sym27 (23 casos)	1→4.35	2→7.41	2→7.41	1→4.35	
db25 (26 casos)	1→3.85	1→3.85	3→11.53	2→7.69	

- **Complejidad 2:** *db45* (7.14) es la que mejor probabilidad obtiene, no obstante, en ninguna de las otras clases obtiene representación, sobre esta clase se recomienda prudencia ya que a lo largo de todos los ensayos ha dado muestras de inestabilidad en la devolución al espacio. La siguiente es *rbio3.7* (5) seguida de *bior3.7* (4,92) de donde se observa que las biortogonales (*bior* y *rbio*) están correladas, al menos en esta escala y en líneas suaves como son las complejidades 1 y 2. La precaución sobre la posible recomendación de *db45* se deben aumentar porque los dos casos que presenta lo hace sobre una misma línea (A-311) mientras que *rbio3.7* como *bior3.7* lo hacen sobre las líneas JP-2332, JV-2223 y P-CaminoAncho, lo que implica mayor variabilidad y garantías. Por ello se recomienda *rbio3.7* en la resolución 160 m con una puntuación media de 3.98.

Tabla IV. 50: N° de casos puntuación ≥ 3.75 y probabilidad (%) en cada resolución espacial. Clase de complejidad 2. E100k

Lineas	Resolución espacial				
	20	40	80	160	320
db45 (28 casos)	2→7.14				
bior3.7 (61 casos)				3→4.92	
rbio3.7 (60 casos)				3→5	

- **Complejidad 3:** son varias las wavelets con buenas generalizaciones, destaca *rbio3.9* (12.07), *db25* (11.54), *db36*

(11.11) y nuevamente *rbio3.7* (11.67). Parece que la toma de la decisión definitiva pueda presentar varias alternativas. Se decidirá según la probabilidad de la tabla IV.51, según la cual la mejor wavelet es la *db36* para la resolución espacial 80 m con una puntuación media de 3.93. No obstante también se ha señalado la *rbio3.7* debido a que los 5 casos en la resolución 160 m pertenecen a líneas diferentes lo que da solidez a la recomendación. No se recomienda la *rbio3.9* antes que la *rbio3.7* a pesar de tener mejor probabilidad (la diferencia es de 0.29 puntos) porque una de las líneas está repetida (la A-320), cosa que no ocurre en *rbio3.7*.

Tabla IV. 51: N° de casos puntuación ≥ 3.75 y probabilidad en cada resolución espacial. Clase de complejidad 3. E100k

Líneas	Resolución espacial				
	20	40	80	160	320
bior1.3 (104)			3→2.89	6→5.77	1→0.96
coif5 (39)			2→5.13	2→5.13	
db25 (26)			2→7.69	1→3.85	
db36 (18)			2→11.11		
db6 (71)				5→7.04	2→2.82
rbio3.7 (60)			1→1.67	5→8.33	1→1.67
rbio3.9 (58)			1→1.72	5→8.62	1→1.72
sym18 (33)		1→3.03	2→6.06		
sym5 (84)			1→1.2	5→5.95	2→2.38

- **Complejidad 4:** las dos mejores wavelets son *dmey* (33.33), *sym34* (19.35) y *sym27* (17.39) las siguientes son *db25* y *db36*, como se ve todas ellas wavelets de órdenes altos. En cuanto a *dmey* hay que recordar que poseía 3 casos en la misma línea y 2 de ellos en la misma resolución, no obstante si se decidiese por esos motivos conservar sólo dos casos válidos para el conteo, seguiría teniendo la puntuación más alta. Por tal motivo la recomendación sería *dmey* en la resolución 40 m. También se observa que esta clase de complejidad en esta escala se generaliza bien con este tipo de wavelets de órdenes altos. También se ha destacado *db36* por ser la segunda mejor wavelet igual que ocurrió en la complejidad 3.

Tabla IV. 52: N° de casos puntuación ≥ 3.75 y probabilidad (%) en cada resolución espacial. Clase de complejidad 4. E100k

Líneas	Resolución espacial				
	20	40	80	160	320
coif5 (39)		1→2.56	2→5.13		
db25 (26)	1→3.85	1→3.85	1→3.85		
db36 (18)	1	2→11.11			
dmey (12)	1	3→25			
sym18 (33)		1→3.03	2→6.07		
sym27 (23)	1→4.35	2→8.7	1→4.35		
sym34 (21)	1→4.76	2→9.52	1→4.76		

- **Complejidad 5:** De la tabla IV.53 se observa que los mejores valores los obtienen las wavelet biortogonales, la directa (*bior2.8*) y la inversa (*rbio2.8*), cosa que ya ocurrió en la clase de complejidad 2 con las *bior3.7* y *rbio3.7* lo que lleva a pensar que da igual generalizar con una determinada wavelet biortogonal como con su correspondiente inversa. La recomendación será el uso de *bior2.8* ó *rbio2.8* en el nivel de resolución 40 m cuyas puntuaciones medias son 4 y 3.98 respectivamente.

Tabla IV. 53: N° de casos puntuación ≥ 3.75 y probabilidad (%) en cada resolución espacial. Clase de complejidad 5. E100k

Líneas	Resolución espacial				
	20	40	80	160	320
bior2.8 (59)		2→3.39			
bior3.7 (61)		1→1.64	1→1.64		
coif3 (60)		1→1.67		1→1.67	
rbio3.9 (58)		1→1.72		1→1.72	
rbio2.8 (60)		2→3.33			

En la tabla IV.53 se presenta la resolución espacial en dos formas diferentes, la primera corresponde al número de casos ≥ 3.75 de manera absoluta y la segunda se ha transformado en probabilidad dividiendo por el número de casos totales.

La tabla IV.54 junto con la figura IV.17 muestran que comenzando por la clase de complejidad 1 la resolución espacial óptima se encuentra entre los 320 m y los 640 m, pero que cuando aumenta la complejidad, se produce un corrimiento hacia resoluciones espaciales de valores más bajos, hasta situarse en los 40 m para la clase de complejidad 5. En las restantes clases: para la complejidad 2 la resolución espacial en la que mejor se generaliza es

la de 160m, en la clase 3 eso ocurre también en 160m aunque gana peso la resolución de 80 m y en la clase 4 ya es claramente mejor la resolución de 80 m.

Tabla IV. 54: Evolución de la resolución espacial según la complejidad para líneas con puntuaciones ≥ 3.75 para la E100k

Complejidad	Clase Comp.	Nº Casos Totales	Nº de Casos por Resolución espacial (m)							Probabilidad (%) por resolución espacial (m)						
			20	40	80	160	320	640	1280	20	40	80	160	320	640	1280
	1	23				5	9	9		0	0	0	21,7	39,1	39,1	0
	2	38	2		1	25	10			5,26	0	2,63	65,8	26,3	0	0
	3	114			34	60	20			0	0	29,8	52,6	17,5	0	0
	4	45	5	12	27	1				11,11	26,7	60	2,22	0	0	0
	5	19		13	6					0	68,4	31,6	0	0	0	0

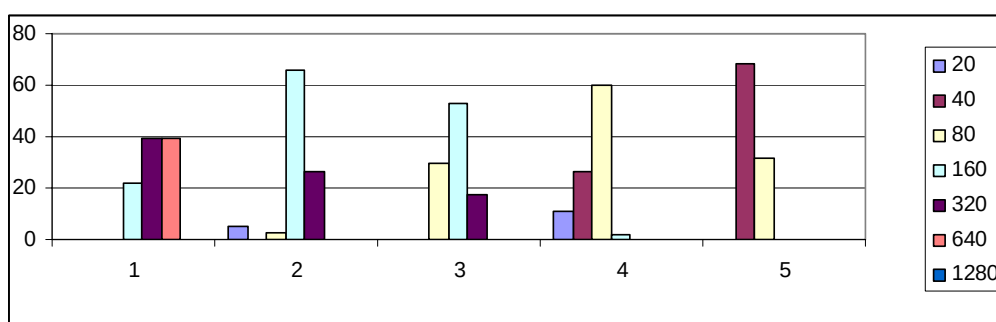


Figura IV. 17: Probabilidad (%) (eje de ordenadas) de que la mejor generalización de cada clase de complejidad (eje de abscisas) se localice en un valor de resolución espacial (leyenda) referida a Haar para la E100k

La tabla IV.55 se ha construido a partir de la tabla A.V.2 del anejo V y tiene el mismo significado que la IV.48 pero referida a la E200k por ello sirven las mismas consideraciones sobre su construcción. Igual que allí, aquí se destacan en primer lugar aquellas de mejor probabilidad global y después se descompone según la complejidad de la línea:

- Se han sombreado (sobre la primera columna) las wavelets que obtienen las mejores puntuaciones probabilísticas globales. El criterio que se ha seguido para su selección es que exista una diferencia significativa con respecto al resto de valores. Y estas han sido por orden de importancia: *coif3* (19.23), *rbio3.7* (17.86), *db6* (14.29), *bior3.7* (14.04). Como se observa tanto *rbio3.7* como *bior3.7* repiten respecto a la E100k. Es especialmente interesante el caso de la

bior3.7 que posee líneas generalizadas mejores o iguales a 3.75 en todas las clases de complejidad siendo sus puntuaciones las más homogéneas. Pues aunque *db6* también ocupa todas las complejidades, en la clase 3 tiene una puntuación baja con respecto a *bior3.7*.

- En cuanto a la resolución espacial se observa que aquella que presenta la mejor probabilidad media (última fila) es la de 160 m con un valor doble respecto de la segunda que se encuentra en los 320 m. En este caso es más clara la elección de la mejor resolución espacial que en el caso de la E100k.
- La clase que como media mejor se generaliza es la de complejidad 1. Seguida de la 3. Y la que más resistencia ofrece es la 5.

Tabla IV. 55: Probabilidad (%) de que una línea sea generalizada con puntuación mejor o igual que 3.75 en la E200k según wavelet, resolución espacial y complejidad

Wavelet	Nº Casos Totales	Nº Casos ≥ 3.75	Probabilidad global (%)	Niveles resolución espacial (m) referida a Haar							Clases de complejidad					Prob.(%) por Clase
				40	80	160	320	640	1280		C1	C2	C3	C4	C5	
bior1.3	100,00	9,00	9,00	0,00	0,00	2,00	6,00	1,00	0,00		2,00	3,00	3,00		1,00	9,00
bior2.2	90,00	4,00	4,44	0,00	0,00	0,00	2,22	2,22	0,00		3,41	1,14				4,55
bior2.8	54,00	7,00	12,96	0,00	1,85	9,26	1,85	0,00	0,00		3,70	3,70	3,70	1,85		12,96
bior3.1	37,00	2,00	5,41	0,00	2,70	2,70	0,00	0,00	0,00		5,41					5,41
bior3.7	57,00	8,00	14,04	0,00	0,00	8,77	3,51	1,75	0,00		3,51	3,51	3,51	1,75	1,75	14,04
bior5.5	67,00	7,00	10,45	0,00	0,00	5,97	2,99	1,49	0,00		5,97	2,99	1,49			10,45
coif1	98,00	9,00	9,18	0,00	0,00	2,04	5,10	2,04	0,00		4,08	3,06	2,04			9,18
coif3	55,00	10,00	18,18	0,00	1,82	14,55	1,82	0,00	0,00		3,85	5,77	7,69	1,92		19,23
coif5	33,00	2,00	6,06	0,00	3,03	3,03	0,00	0,00	0,00		3,03		3,03			6,06
db1	91,00	4,00	4,40	0,00	0,00	2,20	2,20	0,00	0,00		3,41	1,14				4,55
db12	39,00	2,00	5,13	0,00	2,56	0,00	2,56	0,00	0,00		2,56		2,56			5,13
db25	20,00	1,00	5,00	0,00	0,00	5,00	0,00	0,00	0,00		5,00					5,00
db36	12,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00							0,00
db45	28,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00							0,00
db6	66,00	11,00	16,67	0,00	0,00	7,58	7,58	0,00	0,00		3,17	4,76	1,59	1,59	1,59	12,70
dmey	7,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00							0,00
rbio1.3	86,00	6,00	6,98	0,00	0,00	3,49	3,49	0,00	0,00		5,81	1,16				6,98
rbio2.8	55,00	7,00	12,73	0,00	1,82	7,27	3,64	0,00	0,00		5,45	3,64	3,64			12,73
rbio3.1	79,00	3,00	3,80	0,00	0,00	0,00	0,00	2,53	1,27		3,80					3,80
rbio3.7	56,00	10,00	17,86	0,00	0,00	12,50	1,79	3,57	0,00		5,36	5,36	5,36	1,79		17,86
rbio3.9	54,00	7,00	12,96	0,00	1,85	5,56	3,70	1,85	0,00		5,88	1,96	3,92			11,76
rbio5.5	50,00	6,00	12,00	0,00	0,00	8,00	4,00	0,00	0,00		4,00	2,00	4,00	2,00		12,00
sym18	27,00	2,00	7,41	0,00	3,70	3,70	0,00	0,00	0,00		3,70		3,70			7,41
sym2	104,00	5,00	4,81	0,00	0,00	0,00	2,88	1,92	0,00		2,88	1,92				4,81
sym27	17,00	1,00	5,88	0,00	0,00	5,88	0,00	0,00	0,00		5,88					5,88
sym34	15,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00							0,00
sym5	79,00	8,00	10,13	0,00	0,00	1,27	7,59	1,27	0,00		4,00	4,00	1,33	1,33		10,67
Medias			7,92	0,00	0,72	4,10	2,33	0,73	0,05		3,55	1,82	1,87	0,45	0,16	7,86

- **Complejidad 1:** la wavelet con mejor probabilidad en esta clase es *bior5.5* (5.97) aunque existen varias con puntuaciones por encima del 5 como son *sym27*, *rbio3.9*, *rbio1.3*, *rbio2.8*, *bior3.1* y *db25*, no obstante para hacer la recomendación sobre mejor wavelet habrá que desagregar tales puntuaciones según nivel de resolución espacial como en la tabla IV.57. Se ve cómo se mantienen wavelets de órdenes altos al igual que ocurría en la E100k, aunque este hecho no se reproduce en el resto de clases a partir de esta clase de

complejidad 1. De la tabla IV.57 la wavelet con mejor probabilidad es la *sym27* para el nivel de resolución 160 m con una puntuación de 3.8. Tabla IV. 56:

Tabla IV. 57: N° de casos y probabilidad (%) en cada resolución espacial. Clase de complejidad 1. E200k

Líneas	Resolución espacial				
	40	80	160	320	640
bior3.1 (100 casos)		1→1	1→1		
bior5.5 (67 casos)			1→1.49	2→2.98	1→1.49
db25 (20 casos)			1→5		
rbio1.3 (86 casos)			2→2.32	3→3.49	
rbio2.8 (55 casos)			1→1.82	2→3.64	
rbio3.7 (56 casos)			1→1.79	1→1.79	2→3.58
rbio3.9 (54 casos)				2→3.7	1→1.85
sym27 (17 casos)			1→5.89		

- **Complejidad 2:** con una probabilidad superior a 5 en esta clase de complejidad (ver tabla IV.55) sólo se encuentran *coif3* y nuevamente *rbio3.7*. Por encima de 4 cabe destacar a *db6* y *sym5*. Se comienzan a ver que muchas wavelet no consiguen representantes para esta complejidad y de aquí en adelante en ninguna de las restantes. La mejor wavelet como se observa en la tabla IV.58 es la *coif3* en la resolución espacial de 160 m con una puntuación media de 3.81.

Tabla IV. 58: N° de casos y probabilidad (%) en cada resolución espacial. Clase de complejidad 2. E200k

Líneas	Resolución espacial				
	40	80	160	320	640
coif3 (55 casos)			3→5.45		
db6 (66 casos)			2→3.03	1→1.52	
rbio3.7 (56 casos)			3→5.36		

- **Complejidad 3:** según la tabla IV.59 repite *coif3* en la resolución espacial 160 m como la mejor wavelet con una probabilidad media de 3.82, al igual que en la clase 2 le sigue muy de cerca la *rbio3.7* con lo que se podría recomendar también su uso.

Tabla IV. 59: N° de casos y probabilidad (%) en cada resolución espacial. Clase de complejidad 3. E200k

Líneas	Resolución espacial				
	40	80	160	320	640
coif3 (55 casos)		1→1.82	3→5.45		
rbio3.7 (56 casos)			3→5.36		
rbio5.5 (50 casos)			1→2	1→2	

- **Complejidad 4:** llama la atención el escaso número de wavelet que tienen representantes en esta categoría concretamente 7 de ellas. Siendo la mejor valorada probabilísticamente la *rbio5.5* (ver tabla IV.55), wavelet que ya ha aparecido destacada por ejemplo en la complejidad 3. La *coif3* sigue apareciendo con lo que se consolida como muy buena para el criterio de ≥ 3.75 en el perfil conservador. Según la tabla IV.60 la mejor en términos probabilísticas es la *rbio5.5* aunque la diferencia tanto de probabilidades (2.5 décimas) como de puntuación según la red neuronal (menos de una centésima) entre el mejor y el último clasificado podría recomendar cualquiera de ellas. No obstante se propone la primera según las probabilidades la *rbio5.5* con una puntuación de 3.79 y la *coif3* con una puntuación de 3.78 que ya viene repitiendo en la clase 3 y 4. Ambas se localizan en la resolución espacial de 160 m.

Tabla IV. 60: N° de casos y probabilidad (%) en cada resolución espacial. Clase de complejidad 4. E200k

Líneas	Resolución espacial				
	40	80	160	320	640
bior2.8 (54 casos)			1→1.85		
bior3.7 (57 casos)			1→1.75		
coif3 (55 casos)			1→1.81		
rbio3.7 (56 casos)			1→1.79		
rbio5.5 (50 casos)			1→2		

- **Complejidad 5:** hay 4 wavelets que superan la puntuación de la red neuronal 3.75, aunque con probabilidades muy bajas, la que tiene mejor probabilidad (tabla IV.61) es la *db6* con dos casos en líneas diferentes (ver tabla A.V.2 del anejo V) CaminoAzadillas y PSierraPeñaDelAguila. Por tanto la mejor wavelet es *db6* en la resolución espacial 160 m y con una puntuación media de 3.79.

Tabla IV. 61: N° de casos y probabilidad (%) en cada resolución espacial. Clase de complejidad 5. E200k

Líneas	Resolución espacial				
	40	80	160	320	640
bior1.3 (100 casos)			1→1		
bior3.7 (57casos)			1→1.75		
db6 (66 casos)			2→3.03	1→1.52	
rbio3.9 (54 casos)			1→1.85		

La tabla IV.62 y la figura IV.18 son las homólogas de la tabla IV.54 y la figura IV.17. En la clase de complejidad 1 la resolución espacial donde se producen las mejores generalizaciones es en la de 320 m, y se diferencia de la E100k en que la E200k tiene altas probabilidades a ambos lados (160 m y 640 m) mientras que la E100k sólo tenía altas probabilidades del lado de los 160 m. En la clase de complejidad 2 la mejor generalización pasa a los 160 m con altas probabilidades todavía en los 320 m. En la clase 3 sigue la resolución espacial de 160 m como la mejor pero con simetría de altas probabilidades a ambos lados (80 m y 320 m). Finalmente en las clases 4 y 5 sólo se alcanzan buenas generalizaciones en la resolución espacial de los 160 m. Por todo ello se puede decir que para la E200k la resolución espacial donde se produce su generalización óptima es en los 160 m, exceptuando la clase 1 que lo hace en los 320 m.

Tabla IV. 62: Evolución de la resolución espacial según la complejidad para líneas con puntuaciones ≥ 3.75 para la E200k

Complejidad	Clase Comp.	N° Casos Totales	N° de Casos por Resolución espacial (m)						Probabilidad (%) por resolución espacial (m)					
			40	80	160	320	640	1280	40	80	160	320	640	1280
	1	57		1	13	26	16	1	0	1,75	22,8	45,61	28,07	1,75
	2	33			21	12			0	0	63,6	36,36	0	0
	3	28		7	14	7			0	25	50	25	0	0
	4	7			7				0	0	100	0	0	0
	5	3			3				0	0	100	0	0	0

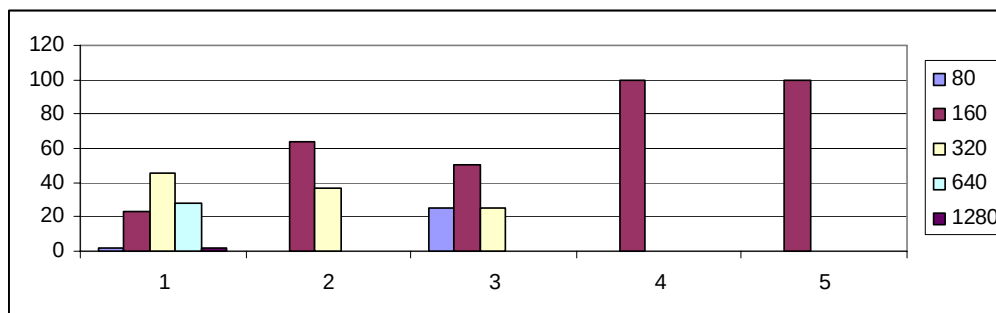


Figura IV. 18: Probabilidad (%) (eje de ordenadas) de que la mejor generalización de cada clase de complejidad (eje de abscisas) se localice en un valor de resolución espacial (leyenda) referida a Haar para la E200k

IV.4.3 Análisis de perfil de las tres mejores

En este apartado se pretende estudiar la wavelet que mejor generaliza una determinada clase de complejidad de línea y a un determinado nivel de resolución espacial. Los datos sobre los que se realiza el análisis son distintos de los del apartado anterior, en este caso se seleccionan sólo las tres mejores generalizaciones de cada línea, es decir si hay 26 líneas el número de casos disponibles tanto para la E100k como para la E200k son $26 \times 3 = 78$, menor que el usado en el caso de análisis de perfil ≥ 3.75 . La colección de líneas seleccionadas tanto para la E100k como para la E200k se pueden observar en las tablas A.VI.1 y A.VI.2 del anejo VI. La elección de la mejor wavelet se realiza de manera similar al apartado IV.4.3 basándose en las (tablas IV.63 y IV.70), de las que se extraen las wavelets candidatas a ser seleccionadas y, posteriormente, tras la desagregación de la complejidad por niveles de resolución espacial como por ejemplo en la tabla IV.64 se realiza la selección definitiva.

La tabla IV.63 muestra el número de casos por clase de complejidad pertenecientes a una clase wavelet que forman parte de las tres mejores puntuaciones de cada línea para la E100k. Sobre ella se han sombreado en primer lugar las casillas con mayor valor en cada una de las clases de complejidad. Asimismo se han sombreado las wavelets que o bien tienen un gran número de casos o que sin poseer un número alto de casos, si son de

las más numerosas en algunas de las clases de complejidad (p.e. la *bior2.2* sólo tiene 3 casos por lo que en principio no se sombrearía pero puesto que en la clase de complejidad 2 es de las más numerosas con 2 casos, también se ha seleccionado en la columna wavelet).

Tabla IV. 63: Número de casos por clase de complejidad pertenecientes a una clase wavelet que forman parte de las tres mejores puntuaciones de cada línea en la E100k

Wavelet	Nº de Casos	Resolución espacial (m) referida a Haar					Clase de complejidad				
		40	80	160	320	640	C1	C2	C3	C4	C5
bior1.3	7	1	2	4					6	1	
bior2.2	3		1	2				2	1		
bior2.8	5	1	3	1			1		3		1
bior3.1	1		1				1				
bior3.7	3		1	2				1	1	1	
bior5.5	2	1				1	1				1
coif1	2		2						1		1
coif3	4	1	2	2					3		2
coif5	2	1	1						1		1
db1	1			1				1			
db12	3	1		1	1		1		1		1
db25	0										
db36	2	1	1						1	1	
db45	0										
db6	5		1	5				2	2		2
dmey	1	1								1	
rbio1.3	5	1	1	3			1	1	2	1	
rbio2.8	3	1			1	1	1		1		1
rbio3.1	9		3	2	3	1	2	1	6		
rbio3.7	3		2	1				1	1	1	
rbio3.9	2			2					2		
rbio5.5	1			1			1				
sym18	1		1							1	
sym2	3	1		1	1			2		1	
sym27	1		1						1		
sym34	3	2	1						1	1	1
sym5	3			3	1			1	2		1
Medias		13	24	31	7	3	9	12	36	9	12

Para hacer la selección definitiva de la mejor wavelet con el criterio de las tres mejores habrá que mostrar todas las candidatas y ver cuál es la que posee mayor número de casos en una resolución espacial, ya que una wavelet puede tener 5 casos en una complejidad pero cada uno de ellos en

una resolución espacial diferente mientras que otra wavelet con sólo 2 casos en la misma clase de complejidad pero que correspondan dichos dos casos a una misma resolución espacial, con lo que la elección para esa clase de complejidad sería la correspondiente a la wavelet de sólo 2 casos. La elección se hará, por tanto atendiendo a la clase de complejidad.

- **Complejidad 1:** en este caso (tabla IV.64) cada uno de los 2 casos de la *rbio3.1* pertenece a resoluciones espaciales diferentes, 320 y 640 m, ante esto se muestran el resto de casos para hacer la elección sobre la mejor puntuación. La mejor puntuación recae sobre dichas wavelet, por tanto, la recomendación es la wavelet *rbio3.1* en cualquiera de las resoluciones espaciales 320 ó 640 m cuya puntuación media es 4.4.

Tabla IV. 64: Wavelet candidatas a ser elegidas como la mejor para la clase de complejidad 1

Wavelet	Línea	Puntuación	Resolución espacial (m)
<i>rbio3.1</i>	A-44	4,4	640
<i>rbio3.1</i>	N-323	4,4	320
<i>rbio1.3</i>	N-323	4,3	160
<i>rbio2.8</i>	A-44	4,2	320
<i>bior5.5</i>	A-44	4,2	640
<i>rbio5.5</i>	A-316A	3,7	160
<i>bior3.1</i>	A-316A	3,7	80
<i>bior2.8</i>	A-316A	3,7	160
<i>db12</i>	N-323	4,1	320

- **Complejidad 2:** existen 3 candidatas, *bior2.2*, *db6* y *sym2*. Tanto *bior2.2* como *db6* tienen las mejores generalizaciones en la misma resolución espacial, no así *sym2* (que se descarta). Puesto que *bior2.2* tiene mejor puntuación media que *db6* se elige como mejor *bior2.2* y su puntuación media es de 4.15. Aunque las diferencias con *db6* se pueden considerar despreciables (0.1 puntos).

Tabla IV. 65: Wavelet candidatas a ser elegidas como la mejor para la clase de complejidad 2

Wavelet	Línea	Puntuación	Resolución espacial (m)
sym2	A-311	4	320
sym2	JP-2332	4,3	160
bior2.2	JP-2332	4,2	160
bior2.2	JV-2223	4,1	160
db6	JV-2223	4	160
db6	P-CaminoAncho	4,1	160

- **Complejidad 3:** de todas las candidatas la única que tiene 4 casos en la misma resolución espacial es la *bior1.3*, por lo que es la wavelet elegida y su puntuación media es de 4.03.

Tabla IV. 66: Wavelet candidatas a ser elegidas como la mejor para la clase de complejidad 3

Wavelet	Línea	Puntuación	Resolución espacial (m)
bior1.3	A-316	4,6	160
bior1.3	JV-2224	3,8	80
bior1.3	JV-2226	3,8	160
bior1.3	JV-3242	3,9	80
bior1.3	P-Jimena-Torres	3,9	160
bior1.3	P-Pegalajar-Central	3,8	160
bior2.8	JV-3012	3,9	80
bior2.8	P-CerroSanCristobal-b	3,7	80
bior2.8	P-Pegalajar-Central	3,8	80
coif3	A-1102	4,1	160
coif3	JV-3012	3,9	80
coif3	P-Pegalajar-Central	3,8	80
rbio3.1	A-1102	4,1	160
rbio3.1	A-316	4,6	320
rbio3.1	JV-2224	3,8	80
rbio3.1	JV-3012	4	80
rbio3.1	P-CerroSanCristobal-b	3,7	80
rbio3.1	P-Jimena-Torres	3,9	160

- **Complejidad 4:** todas las wavelets son diferentes, se ve que la resolución espacial más numerosa es la de 40 m, aunque a pesar de ello no parece fácil encontrar un argumento que permita decidir en función de una u otra. Llegados a este punto parece lógico acudir a la tabla IV.48 basada en el criterio del perfil ≥ 3.75 para tomar la decisión en caso de que existan wavelet candidatas comunes para la clase de complejidad 4. Y efectivamente las mejores probabilidades en aquella tabla suceden en *sym34* (19.05) y *db36* (16.67). Por tanto

la wavelet recomendada en esta clase de complejidad es la *sym34* en la resolución espacial de 40 m y de valoración 3.8.

Tabla IV. 67: Wavelet candidatas a ser elegidas como la mejor para la clase de complejidad 4

Wavelet	Línea	Puntuación	Resolución espacial (m)
dmey	JV-2222	3,8	40
sym34	JV-2222	3,8	40
db36	JV-2222	3,8	40
bior3.7	JV-3241	3,9	80
sym18	JV-3241	3,9	80
rbio3.7	JV-3241	3,9	80
rbio1.3	P-CerroSantin	3,7	40
bior1.3	P-CerroSantin	3,7	40
sym2	P-CerroSantin	3,7	40

- **Complejidad 5:** Las más numerosas con 2 clases fueron *coif3* y *db6* la separación entre resolución espacial en *coif3* parece grande (40 y 160 m). La decisión debería valorar entre elegir la mejor puntuación con una sola línea (*bior2.8* y *bior5.5* con valoración 4.1) o *db6* que tiene en cuenta dos líneas diferentes (P-CerroAlmaden y P-SierraPeñaDelAguila). Puesto que la descripción del perfil es no conservador, se eligen las dos opciones mejor puntuadas, es decir, *bior2.8* y *bior5.5* con valoración 4.1 en la resolución espacial de 40 m. Dicha resolución espacial es además la más numerosa (7 casos frente a los 3 de 160 m y los 2 de 80 m).

Tabla IV. 68: Wavelet candidatas a ser elegidas como la mejor para la clase de complejidad 5

Wavelet	Línea	Puntuación	Resolución espacial (m)
bior2.8	P-CerroSanCristobal	4,1	40
bior5.5	P-CerroSanCristobal	4,1	40
coif1	P-CaminoAzadillas	4	80
coif3	P-CaminoAzadillas	4	40
coif3	P-SierraPeñaDelAguila	3,8	160
coif5	P-CaminoAzadillas	4	40
db12	P-CerroAlmaden	3,6	40
db6	P-CerroAlmaden	3,6	80
db6	P-SierraPeñaDelAguila	3,9	160
rbio2.8	P-CerroSanCristobal	4,1	40
sym34	P-CerroAlmaden	3,6	40
sym5	P-SierraPeñaDelAguila	3,8	160

La tabla IV.69 muestra el número de casos por cada complejidad distribuido por resolución espacial. También se presenta en términos de porcentajes o probabilidad sobre la clase de complejidad con el fin de que sean comparables, dichas clases de complejidad, en un diagrama de barras como el de la figura IV.19.

De ambas, la tabla IV.69 y la figura IV.19 se observa cierto equilibrio para la clase de complejidad 1 (cierta simetría en torno a una resolución espacial de 240 m). En la clase 2 la resolución espacial dominante es la 160 m. En la clase 3 las mejores generalizaciones se localizan preferentemente en la clase 80 muy igualada con la 160m. En la clase 4 se centra la mayoría de buenas generalizaciones en los 40 m con un porcentaje significativo en los 80 m. En la clase 5 tanto los 40 como los 80 m pierden influencia a favor de los 160 m.

En resumen se puede decir que, para la E100k, las buenas generalizaciones se van localizando en resoluciones espaciales de valores más pequeños conforme aumenta la complejidad de la línea.

Tabla IV. 69 Evolución de la resolución espacial según la complejidad para la E100k según criterio de las 3 mejores líneas

Complejidad	Nº casos totales	Nº casos por resolución espacial					Probabilidad por resolución espacial (m)				
		40	80	160	320	640	40	80	160	320	640
1	9	9		1	3	3	0	11,1	33,3	33,3	22,22
2	12	12			9	3	0	0	75	25	0
3	36	36		18	17	1	0	50	47,2	2,78	0
4	9	9	6	3			66,7	33,3	0	0	0
5	9	12	7	2	3		58,3	16,7	25	0	0

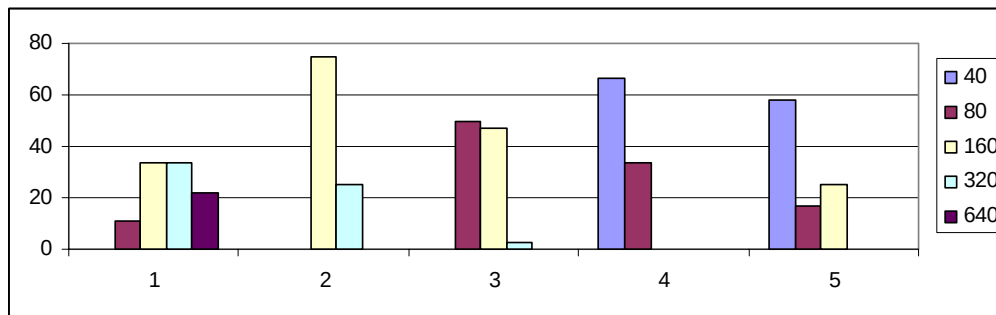


Figura IV. 19: Probabilidad (eje de ordenadas) de que la mejor generalización de cada clase de complejidad (eje de abcisas) se localice en un valor de resolución espacial (leyenda) referida a Haar para la E100k. Criterio de las tres mejores líneas

La tabla IV.70, que está referida a la E200k, tiene un significado igual a la IV.63 y los criterios de selección para su sombreado han sido los mismos que allí se tomaron. La selección de mejor wavelet se hará por clase de complejidad y por resolución espacial según la combinación más numerosa de tales variables. Igual que se hizo para la E100k.

Tabla IV. 70: Número de casos por clase de complejidad pertenecientes a una clase wavelet que forman parte de las tres mejores puntuaciones de cada línea en la E200k

Wavelet	Nº de Casos	Resolución espacial (m) referida a Haar				Clase de complejidad				
		80	160	320	640	C1	C2	C3	C4	C5
bior1.3	9		2	7		1	1	6		1
bior2.2	3		2	1		1	1	1		
bior2.8	3		3			1		1	1	
bior3.1	0									
bior3.7	8		6	2			1	5		2
bior5.5	1			1					1	
coif1	5		2	3			2	3		
coif3	3		3					2	1	
coif5	0									
db1	1		1				1			
db12	0									
db25	2	1	1			1		1		
db36	1	1						1		
db45	0									
db6	11		7	3	1	1	2	3	2	3
dmey	0									
rbio1.3	1		1			1				
rbio2.8	3		2	1		1		1	1	
rbio3.1	0									
rbio3.7	5		5					3		2
rbio3.9	6		6				1	2		3
rbio5.5	5		4	1		1		2	2	
sym18	0									
sym2	5		2	3			2	2		1
sym27	0									
sym34	0									
sym5	6		1	4	1	1	1	3	1	

- **Complejidad 1:** Existen 9 wavelet candidatas con una frecuencia de un caso en cada una de ellas como se muestra en la tabla IV.71. La de mayor puntuación es la A-44, no obstante su resolución espacial (640 m) sólo se presenta en dicha línea que es la más suave, por tanto se elegirá la *rbio2.8* con resolución espacial de 320 m y puntuación de 4.6 (es la segunda en puntuación), y además su correspondiente biortogonal (*bior2.8*) también generaliza bien a la línea A-316A.

Tabla IV. 71: Wavelet candidatas a ser elegidas como la mejor para la clase de complejidad 1. E200k

Wavelet	Línea	Puntuación	Resolución espacial (m)
db6	A-44	4,7	640
rbio2.8	A-44	4,6	320
sym5	A-44	4,6	320
bior2.2	A-316A	4,4	320
rbio5.5	A-316A	4,4	160
bior2.8	A-316A	4,3	160
bior1.3	N-323	3,9	320
db25	N-323	3,9	160
rbio1.3	N-323	4	160

- **Complejidad 2:** las tres candidatas presentan los dos casos en la misma resolución espacial tabla IV.72, por tanto se elegirá aquella con mejor puntuación media que es *db6* (4.0) y en la resolución 160 m.

Tabla IV. 72: Wavelet candidatas a ser elegidas como la mejor para la clase de complejidad 2. E200k

Wavelet	Línea	Puntuación	Resolución espacial (m)
coif1	A-311	3,8	320
coif1	JP-2332	3,8	320
db6	JV-2223	3,9	160
db6	P-CaminoAncho	4,1	160
sym2	A-311	3,6	320
sym2	P-CaminoAncho	4,1	320

- **Complejidad 3:** en este caso sólo es necesario comparar la *bior1.3* y la *bior3.7* ya que la *bior1.3* tiene 5 casos en la resolución espacial 320 m y la única a la que le puede ocurrir tal cosa es a la *bior3.7*, aunque en vista de la tabla IV.73 tal cosa no ocurre. Así que la wavelet seleccionada es la *bior3.1* con puntuación media de 3.58 en la resolución espacial de 320 m.

Tabla IV. 73: Wavelet candidatas a ser elegidas como la mejor para la clase de complejidad 3. E200k

Wavelet	Línea	Puntuación	Resolución espacial (m)
bior1.3	A-324	3,6	160
bior1.3	JV-2225	3,6	320
bior1.3	JV-2226	3,6	320
bior1.3	JV-3242	3	320
bior1.3	P-CerroSanCristobal-b	3,9	320
bior1.3	P-Jimena-Torres	3,8	320
bior3.7	A-1102	3,7	320
bior3.7	A-316	3,8	320
bior3.7	A-320	3,7	160
bior3.7	JV-2224	3,7	160
bior3.7	JV-3012	3,5	160

- Complejidad 4: en la tabla IV.74 se observa que la wavelet *rbio5.5* presenta los dos caso en la resolución espacial de 160 m, por tanto, será la recomendad con una puntuación media de 3.7.

Tabla IV. 74: Wavelet candidatas a ser elegidas como la mejor para la clase de complejidad 4. E200k

Wavelet	Línea	Puntuación	Resolución espacial (m)
db6	JV-2222	3,6	320
db6	P-CerroSantin	3,8	160
rbio5.5	JV-2222	3,6	160
rbio5.5	P-CerroSantin	3,8	160

- Complejidad 5: en la tabla IV.75 se observa que de las candidatas presentadas, la mejor es la *rbio3.9* con 3 casos en los 160 m y con una puntación media de 3.5.

Tabla IV. 75: Wavelet candidatas a ser elegidas como la mejor para la clase de complejidad 5. E200k

Wavelet	Línea	Puntuación	Resolución espacial (m)
bior3.7	P-CaminoAzadillas	3,8	160
bior3.7	P-CerroAlmaden	2,9	160
db6	P-CaminoAzadillas	3,8	160
db6	P-SierraPeñaDelAguila	3,8	160
db6	P-SierraPeñaDelAguila	3,8	320
rbio3.7	P-CerroAlmaden	2,9	160
rbio3.7	P-CerroSanCristobal	3,6	160
rbio3.9	P-CerroAlmaden	3	160
rbio3.9	P-CerroSanCristobal	3,6	160
rbio3.9	P-SierraPeñaDelAguila	3,9	160

La tabla IV.76 es la homóloga de IV.69 y presenta la distribución de casos de las clases de complejidad a lo largo de la resolución espacial. Como norma general (o conclusión fundamental) se observa que la mejor generalización se encuentra para todas las clases de complejidad en la resolución espacial de 160 m. Aunque en la clase 1 tiene una cola hacia resoluciones de mayor valor (320 y 640 m), en la clase 2 la resolución 320 m comparte importancia con la 160 m, en el resto de clases la cola hacia resoluciones de valores mayores pierde importancia. La figura IV.18 presenta un gráfico de columnas que aclara lo que se acaba de explicar.

Tabla IV. 76: Evolución de la resolución espacial según la complejidad para la E200k según criterio de las 3 mejores líneas

Complejidad	Nº casos totales	Nº casos por resolución espacial (m)				Probabilidad por resolución espacial (m)			
		80	160	320	640	80	160	320	640
1	9		4	3	2	0	44,44	33,33	22,22
2	12		6	6		0	50	50	0
3	36	2	20	14		5,55	55,55	38,89	0
4	9		7	2		0	77,77	22,22	0
5	12		11	1		0	91,667	8,333	0

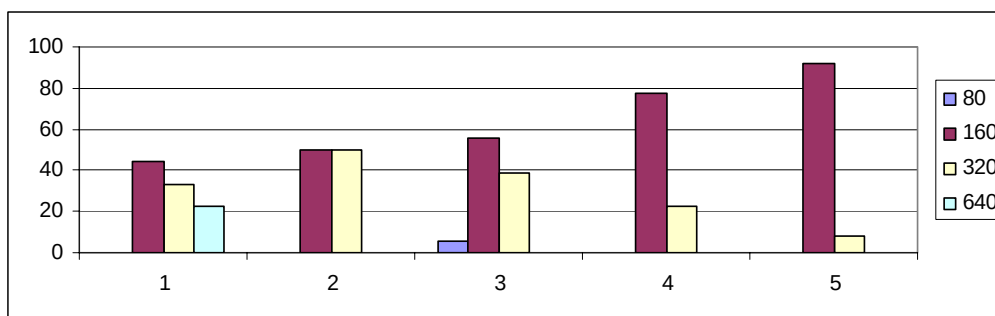


Figura IV. 18: Probabilidad (eje de ordenadas) de que la mejor generalización de cada clase de complejidad (eje de abscisas) se localice en un valor de resolución espacial (leyenda) referida a Haar para la E200k. Criterio tres mejores líneas

IV.4.4 Resumen de recomendaciones wavelets

Para poder hacer una interpretación más completa de las wavelets finalmente recomendadas por cada uno de los perfiles, creemos necesario explicitar la longitud del filtro de paso bajo de las mismas. Este filtro es con

el que convoluciona la línea y da lugar a la generalización. Con ello se pretende encontrar alguna relación entre longitud del filtro y mejores generalizaciones. La tabla IV.77 muestra la longitud del filtro para el total de las wavelets recomendadas.

Tabla IV. 77: Longitud del filtro de las wavelets recomendadas

Wavelet	Longitud Filtro	Wavelet	Longitud Filtro
rbio3.1	4	bior2.8	18
bior1.3	6	rbio2.8	18
bior2.2	6	coif3	18
rbio5.5	12	rbio3.9	20
db6	12	sym27	54
rbio3.7	16	db36	72

Con el fin de simplificar aún más la interpretación se ha realizado un cluster sobre los valores de la longitud del filtro que como se observa se encuentra en el intervalo [4, 72]. El algoritmo para la elaboración del cluster ha sido el de las k-medias con tres conglomerados. Los tres conglomerados con sus valores correspondientes se presentan en la tabla IV.78 que se ha sombreado para facilitar su visualización en las posteriores tablas IV.79 y IV.80.

Tabla IV. 78: Longitudes de filtro de wavelets agrupadas en tres conglomerados

Longitudes de filtro conglomerado 1	Longitudes de filtro conglomerado 2	Longitudes de filtro conglomerado 3
4, 6	12, 16, 18, 20	54, 68, 72

A continuación se presentan las tablas que resumen las recomendaciones de los dos apartados anteriores IV.4.2 y IV.4.3, referentes a los perfiles >3.75 y de las tres mejores.

Tabla IV. 79: Comparación recomendaciones entre perfil ≥ 3.75 y de las tres mejores. E100k

	Recomendaciones Perfil > 3.75			Recomendaciones Perfil de las tres mejores				
Resolución espacial (m)	40	80	160	40	80	160	320	640
Complejidad 1			rbio3.9 (3.95)				rbio3.1 (4.4)	rbio3.1 (4.4)
Complejidad 2			rbio3.7 (3.98)			bior2.2 (4.15)		
Complejidad 3		db36 (3.93)	rbio3.7 (3.82)			bior1.3 (4.03)		
Complejidad 4	db36 (3.87)			sym34 (3.8)				
Complejidad 5	bior2.8 (4); rbio2.8 (3.98)				db6 (3.6)	db6 (3.9)		

Perfil ≥ 3.75 E100k:

- Se observa que la familia biortogonal inversa es recomendada en todas las clases de complejidad excepto en la clase 4. Lo que permite afirmar que para dicho perfil esta es la mejor familia.
- Con respecto al mejor nivel de resolución espacial sobre el que se aplican las wavelets, se ve que en las complejidades 1, 2 y 3 se encuentra en los 160 m, mientras que en las complejidades 4 y 5 se produce un desplazamiento hacia la resolución espacial de 40 m.
- La longitud del filtro se encuentra mayoritariamente en el intervalo [12, 20] (color verde), que equivale al cluster intermedio.
- De todo ello se deduce que las mejores generalizaciones se obtienen en resoluciones espaciales que disminuyen con el aumento de la complejidad. Por otra parte, si se considera la longitud del filtro, y exceptuando la clase 5, a mayor complejidad se necesita una mayor longitud de filtro para lograr una mejor generalización.

Perfil de las tres mejores E100k:

- En este perfil no es tan clara la influencia de una familia; lo más destacado es la recomendación para las tres primeras clases de

complejidad de la biortogonales, bien en su vertiente directa o inversa (*rbio*).

- En este perfil el nivel de resolución espacial no sigue la regla de disminuir con la complejidad como ocurría en el perfil >3.75.
- Se observa diferencia en la longitud del filtro de las wavelets recomendadas, con respecto al perfil >3.75; esta diferencia ocurre en las tres primeras clases de complejidad y el rango de variación de su intervalo es el [4, 6], menor que el del perfil >3.75.
- Se puede dar una interpretación similar en cuanto a la disminución de la resolución espacial con el aumento de la complejidad, exceptuando en este caso la clase 5. El aumento de la longitud del filtro con la complejidad no es tan claro como en el caso del perfil >3.75 pero continúa existiendo la misma tendencia, exceptuando nuevamente la clase 5.

Tabla IV. 80: E200k Comparación de recomendaciones entre perfil >3.75 y de las tres mejores. E200k

	Recomendaciones Perfil > 3.75			Recomendaciones Perfil de las tres mejores		
Resolución espacial (m)	40	80	160	80	160	320
Complejidad 1			sym27 (3.8)			rbio2.8 (4.6)
Complejidad 2			coif3 (3.81)		db6 (4)	
Complejidad 3			coif3 (3.82)			bior3.1 (3.58)
Complejidad 4			rbio5.5 (3.79); coif3 (3.78)		rbio5.5 (3.7)	
Complejidad 5			db6 (3.79)		rbio3.9 (3.5)	

Perfil > 3.75 E200k:

- Se observa que la wavelet *coif3* es recomendada en 3 de las 5 clases de complejidad. Lo que la califica como la mejor wavelet para generalizar según este perfil.

- Todas las recomendaciones se realizan dentro del nivel de resolución espacial 160 m, con lo que se consolida como el nivel de resolución ideal sobre el que realizar una generalización para la E200K.
- Exceptuando la clase de complejidad 1, el resto de recomendaciones tienen una longitud de filtro dentro del rango [12, 20], lo que sitúa a este intervalo como el más apropiado para la generalización.

Perfil de las tres mejores E200k:

- De manera similar a lo que ocurría en el perfil >3.75 de la E100K, las familias dominantes son las biortogonales en versión inversa (*rbio*) fundamentalmente y complementada con la directa (*bor3.1*) en la complejidad 3.
- El nivel de resolución espacial más adecuado es el de 160 m, aunque al igual que ocurría en la E100K hay clases en las que se recomienda un nivel de resolución espacial superior, en este caso el nivel de 320 m.
- Nuevamente la longitud del filtro, de forma mayoritaria, corresponde al intervalo [12, 20], exceptuando la clase de complejidad 3.
- Hay dos clases de complejidad (1 y 2) que no se encuentran en la resolución espacial de 160 m como la mayoría, si no que se encuentran en 320 m. Esto indica la tendencia del método de las tres mejores a situar las mejores generalizaciones en valores de resolución espacial superiores, pues ya ocurrió lo mismo en la E100k.

De todo ello lo más destacado se puede resumir de la siguiente forma:

- Para la E100K las mejores familias son las biortogonales. Y la longitud del filtro con mayor presencia es el intervalo [12, 20], aunque en el perfil de las tres mejores es el intervalo [4, 6].
- Para la E200K la mejor wavelet en el perfil >3.75 es la *coif3* y el mejor intervalo de longitud de filtro en ambos perfiles es el [12, 20]. La mejor resolución espacial para aplicar las wavelets es la de 160m.

- En la E100k la resolución espacial disminuye cuando la complejidad aumenta, y la longitud del filtro aumenta con la complejidad. Esto es más acusado en el método del perfil >3.75 que en el perfil de las tres mejores.
- El método del perfil de las tres mejores tiende a situar las mejores generalizaciones en valores de resolución espacial más altos que el perfil >3.75 .

Conclusiones

CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos a lo largo de esta tesis permiten, llegados a este punto, mantener el contenido de las hipótesis enunciadas al comienzo de la misma. Estas hipótesis se aceptan, y por tanto mantienen sus juicios.

Se exponen a continuación las aportaciones más importantes conseguidas por esta investigación, así como el grado de consecución de los objetivos iniciales que motivaron el comienzo del trabajo, que se han dividido en generales y específicos. Finalmente se enumeran las líneas de trabajo de futuro que pueden dar continuidad a esta tesis.

V.1 LAS APORTACIONES MÁS IMPORTANTES

Las tres aportaciones más importantes de esta tesis han sido las siguientes:

- Adquisición del conocimiento sobre el comportamiento de 6 familias de wavelets aplicadas a la tarea de generalización de vías de comunicación. Apoyados en este conocimiento se han podido recomendar las wavelets que mejor generalizan a las E100k y E200k, así como la resolución espacial en la que se produce tal hecho.
- Obtención de una herramienta de valoración automática de la calidad de la generalización. Tal herramienta es una red neuronal y de forma implícita considera aspectos tales que desplazamiento, suavizado, caricaturización y temblores.
- Devolver una curva al espacio a partir del conocimiento de su curvatura discreta. Se explica en el apartado de objetivos intermedios (V.5)

El grado de cumplimiento de los objetivos ha sido alto, de tal forma que a continuación se abordan según la clasificación que se hizo en el capítulo I de Introducción (generales y específicos).

V.2 OBJETIVOS GENERALES

- La generalización se ha realizado de tal manera que se ha conservado la forma subyacente de la línea, mediante la eliminación progresiva de detalles que no tenían significado en la disminución de escala. Las funciones wavelets se han encargado de esta tarea. Una vez lograda la generalización se ha podido recomendar la wavelet que mejor generalizaba según las distintas clases de complejidad y nivel de resolución espacial.

Del resumen de recomendaciones wavelets se obtiene que en la E100k las familias que tienen un mejor comportamiento son las biortogonales concretamente las *rbio* siendo la más recomendable la *rbio3.7*. En la E200k, la más abundante es la *coif3* y por tanto la más representativa de buena generalización, aunque las biortogonales continúan teniendo una presencia muy destacada.

- Se ha conseguido una herramienta de valoración automática, la cual se ha obtenido a partir de las valoraciones de un grupo de expertos reducido (6 personas). La forma que ha tomado dicha herramienta es la de una red neuronal (se ha necesitado una red para cada escala, la E100k y la E200k), cuyo diseño ha alcanzado unas cotas de validación muy altas. Así en la E100k el grado de acuerdo ha sido del 77% y en la E200k del 78%.
- Además de la validación propia del entrenamiento de la red cuyos grados de acuerdo se acaban de mencionar, los diseños de la red neuronal fueron validadas por las encuestas que se le pasaron al grupo de expertos extendido (26 personas).

V.3 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Se ha conseguido una representación de la poligonal mediante una aproximación B-spline, más rica que la propia poligonal, ya que de ella se puede extraer la curvatura en todos sus puntos. Además se le ha exigido que la curvatura sea continua para que no existan grandes saltos a la hora de aplicar las wavelets sobre la misma. Con el fin de que el spline aproxime con calidad se han ensayado varios métodos eligiendo definitivamente el de nodos equidistantes; y se han afinado los parámetros que regulaban su definición: longitud media del trozo de spline y valor del parámetro de suavizado.
- Uno de los objetivos más importantes era la devolución al espacio de una línea expresada en la forma longitud de arco-curvatura (forma discreta). Aunque el problema de la devolución cuando la curvatura es continua está perfectamente resuelto por el teorema fundamental de curvas y superficies, su implementación no es trivial. Hemos conseguido tal cosa interpolando un spline de tercer orden sobre la curvatura discreta y resolviendo el sistema de ecuaciones diferenciales.
- De las 16 medidas evaluadoras que a priori se tenían, se terminaron seleccionando 13 mediante el ACP. Esto se consiguió reduciendo el número de medidas originales a 8 componentes que explicaban el 93% de la varianza y posteriormente analizando las saturaciones y correlaciones. El conjunto de medidas evaluadoras que finalmente se han seleccionado explican aspectos bien diferenciados de las líneas sobre las que se aplican. En términos del ACP cubren un gran número de dimensiones latentes en la forma y geometría de las carreteras.
- Se ha conseguido referir cada generalización wavelet a una resolución espacial de referencia. Dicha resolución espacial ha sido la que hemos denominado de Haar suponiendo que el paso base para el muestreo de la curvatura de la línea es de 5 m de longitud de arco.
- Un grupo de expertos extendido de 26 personas, que es un número elevado y poco habitual en trabajos de esta naturaleza, ha evaluado las líneas de forma detallada y global. El número de wavelets

diferentes empleadas ha sido de 27, también un número alto de clases a analizar. De aquí se han validado por segunda vez las redes neuronales seleccionadas en primera evaluación y se han estudiado las relaciones de distintos aspectos de la generalización con la valoración global de la generalización de una línea. Como conclusiones de tal análisis se observa que:

-

- En la E100k: el suavizado es el aspecto más influyente en la generalización de una línea, especialmente en la clase 2. Aunque en la clase 1 el aspecto más importante es el desplazamiento.
- En la E200k: el suavizado y los temblores son los aspectos más influyentes en el momento de valorar la generalización de una línea, especialmente en las clases 2 y 3. Además estos dos aspectos están correlados medianamente. El desplazamiento conserva una importancia media a lo largo de todas las clases excepto la 5, en la que pierde influencia. La caricaturización no es importante en la valoración de la generalización excepto en la clase 3 que tiene una importancia media.

V.4 INVESTIGACIONES FUTURAS

Creemos que entre los trabajos que continúen la línea de investigación de esta tesis se pueden encontrar los siguientes:

- Diseñar una prueba específica sobre el efecto de la generalización wavelet en el aspecto caricaturización; sobre todo en líneas de alta complejidad ya que, aunque en nuestro estudio ha mostrado ser el aspecto que menos influye en la puntuación de los expertos, creemos que las wavelets tienen grandes virtudes en el ensanchamiento de líneas con riesgo de coalescencia, y por tanto en la caricaturización de la línea.

- Comparar la generalización realizada mediante la técnica wavelet aquí descrita con otras generalizaciones realizadas por otras vías.
- Estudio sobre la forma de optimización de los algoritmos de la devolución al espacio ya que los tiempos de cálculo pueden ser muy elevados dependiendo de la complejidad de la línea.
- Integración de todo el proceso en un software que permita realizar la generalización óptima en un único paso. Dicho software también debería permitir la intervención del operador para modificación de determinados parámetros de forma interactiva, lo que facilitaría mejoras según se avance en investigaciones futuras.

REFERENCIAS

- Affholder, J. G. (1993). Road modelling for generalization. NCGIA Initiative 8 Specialist Meeting on Formalizing Cartographic Knowledge Buffalo. 23-36.
- Allouche, M. K.; Moulin, B. (2002). Une approche à base de cartes de Kohonen pour la généralisation cartographique de zones de points de forte densité. En: Ruas, A. (dir.). Généralisation et représentation multiple. Lavoisier, Paris 337-352.
- Allouche, M. K.; Moulin, B. (2005). Amalgamation in cartographic generalization using Kohonen's feature nets. International Journal of Geographical Information Science. 19(8-9): 957-973.
- AGENT (1999). Report D C1. Selection of Basic Measures. Project AGENT (ESPIRIT/LTR/24 939).
- Anderberg, M.R. (1973). Cluster analysis for applications. New York: Academic Press.
- Ariza, F. J.; García, J. L.; Reinoso, J. F. (2005). Segmentation of lines by means of Douglas-Peucker applied to effective areas of the Visvalingam and Whyatt algorithm. Proceedings 22th International Cartographic Conference. La Coruña. Spain.
- Attneave, F. (1954). Some informational aspect of visual perception. Psychological Review. 61(3): 83-93.
- Au, K. M; Law, N. F.; Siu, W. C. (2007). Unified analysis in JPEG and JPEG2000 compressed domains. Pattern Recognition, 40: 2049-2062.

- Australian Survey (1992). TOPO-250k Data User Guide. Belconnen: Australian Surveying and Land Information Group.
- Barber, C; Cromley, R; Andrieu, R. (1995). Evaluating alternative line simplification strategies for multiple representations. Cartography and Geographic Information Systems, 22(4):276-290.
- Batista, J. M.; Martínez, M. R. (1989). Análisis Multivariante. Análisis en Componentes Principales. Barcelona: Editorial Hispano Europea S.A.
- Beard, K.(1991). Constraints on rule formation. Map Generalization, Ed. Buttenfield, B; McMaster, R. Longman. Harlow (England). 121-135.
- Bernhardt, M. C. (1992). Quantitative Characterization of Cartographic Lines for Generalization. Report nº 425. Columbus, OH: Department of Geodetic Science and Surveying. Ohio State University.
- Bertin, J. (1967). Sémiologie Graphique. Paris: Gauthier-Villars.
- Bishop, Ch. M. (1995). Neural Networks for Pattern Recognition. Clarendon Press. Oxford.
- Boutora, C. (1989). A Line generalization using spectral techniques. Cartographica. 26(3-4): 33-48.
- Brassel, K.; Weibel, R. (1988). A review and framework of automated map generalization. International Journal of Geographical Information Systems. 2(3): 229-244.
- Brent, R. (2002) Algorithms for minimization without derivatives. Dover Publications, New York.

- Buttenfield, B.P.; McMaster, R. B. (1991). Map Generalization: Making rules for Knowledge representation. Longman. Harlow (England). 150-171.
- Chui, C. K. (1992). An Introduction to Wavelets. London: Academic Press, Inc.
- Clarke, K.C.; Cippollett, R.; Olsen, G. (1993). Empirical comparison of two line enhancement methods. AutoCarto 11 Proceedings. Mineapois: ACSM-ASPRS, 1: 73-81.
- Clark, D. (2002). Introducción a la programación orientada a objetos con Visual Basic .NET. Madrid: Ediciones Anaya Multimedia.
- Coifman, R. R.; Donoho, D. L. (1995). Translation invariant denoising in wavelets and statistics. Springer Lectures Notes in statistics, Springer Verlag. New York. 103: 125-150.
- Corchado, J. M.; Díaz, F. et al. (2000). Redes Neuronales Artificiales: un enfoque práctico. Vigo: Universidad de Vigo.
- Cordero, J. M.; Cortés, J. (2002). Curvas y Superficies para Modelado Geométrico. Paracuellos de Jarama, Madrid: RA-MA.
- Cordero, L. A., Fernández, M.; Gray, A. (1995). Geometría diferencial de curvas y superficies con Mathematica.. Wilmington, Delaware, E.U.A.: ADDISON-WESLEY IBEROAMERICANA.
- Craven, P.; Wahba, G. (1979). Smoothing noisy data with spline functions: estimating the correct degree of smoothing by the method of generalizad cross-validation. Numerischr Mathematiks 31: 377-403.
- Cuenin, R. (1972). Cartographie Générale. Paris: Eyrolles.

- Chui, C. K. (1988). Multivariate Splines. Philadelphia: SIAM Publications.
- Daubechies, L. (1992). Ten lectures on wavelets. SIAM. Philadelphia.
- Devogele, T. (2000). Measure d'exactitude et processus de fusion á l'aide de la distance de Fréchet discrète. Géomatiqueó Aménagement du territoire, 10: 359-381.
- de Boor, C. (1978). A Practical Guide to Splines. New York: Springer-Verlag.
- Devijver, P. A.; Dekesel M. (1982). Insert and delete algorithms for maintaining dynamic Delaunay triangulations.. Pattern Recognition Letters, 82: 73-77.
- do Carmo, M. P. (1995). Geometría diferencial de curvas y superficies. Madrid: Alianza Editorial.
- Domínguez, F. (1953). Topografía General y Agrícola. Barcelona: Salvat Editores, S.A.
- Donoho, D. (1992). Interpolating Wavelet Transforms. Technical Report 408, Department of Statistics, Stanford University.
- Douglas, D.H.; Peucker, T.K. (1973). Algorithms for the reduction of the number of points required to represent a digitized line or its character. The American Cartographer, 10(2): 112
- Duchêne, C.; Regnauld, N. (2002). Le modèle AGENT. Généralisation et représentation multiple Ed. Hermes Science Publications. 369-385.
- Dyn, N. (2002). Interpolatory Subdivision Schemes, Tutorials on Multiresolution in Geometric Modelling. A. Iske, E. Quak, M.S. (Eds). Springer-Verlag. Berling Heidelber. 25-45

ESRI (2007). ArcGIS 9 Manual. ESRI, Inc.

Freeman, J.A.; Skapura, D.M. (1993): Redes Neuronales. Algoritmos, aplicaciones y técnicas de programación. Addison-Wesley.

Fritsch, E. (1997). Représentations de la géométrie et des contraintes cartographiques pour la généralisation du linéaire routier. Paris: Marne-la-Vallée.

Fukushima, K. (1987). A neural network for selective attention in visual pattern recognition and associative recall. Applied of Optics, 26: 4985-4992.

García, J. L.; Ariza, F. J. (2000a). Arcos Cúbicos en la Generalización de Elementos Lineales mediante Wavelet. Mapping, 55: 40-49.

García, J. L.; Ariza, F. J. (2000b). Frequency Filtering of Linear Features by Means of Wavelets. A method and an Example. The Cartographic Journal, 37(1): 39-49.

García, J. L. (2006). Automatización de los procesos de segmentación y clasificación de vías de comunicación en generalización cartográfica. Tesis Doctoral. Director: Francisco Javier Ariza. Departamento de Ingeniería Cartográfica, Geodésica y Fotogrametría. Universidad de Jaén.

García, J. L.; Ariza, F. J. (2007). Generalization-oriented Road Line Classification by Means of an Artificial Neural Network. Geoinformatica. Springer Netherlands. On line.

García, J; Lara, A. M. (1998). Diseño estadístico de experimentos, Análisis de la Varianza.. Granada: Grupo Editorial Universitario.

- Goswami, J. C.; Chan, A. K. (1999). Fundamentals of wavelets. Theory, algorithms and applications. New York: John Wiley & Sons, Inc.
- Guilbert, E. (2006). B-Spline curve smoothing under position constraints for line generalisation. GIS'06 Proceedings of the 14th annual ACM international symposium on advances in geographic information systems. Arlinton, Virginia.
- Hämerling, G.; Hoffmann, K. H. (1991). Numerical Analysis.: Springer-Verlag.
- Hangouët, J. F. (1998). Approches et méthodes pour l'automatisation de la généralisation cartographique; application en bord de ville. Ph. D. Thesis. Director: Jean Claude Müller. France: Université de Marne la Vallée.
- Hilera, J. R.; Martínez, V. J. (1995). Redes Neuronales Artificiales. Fundamentos, modelos y aplicaciones. RA-MA. Madrid.
- Holmes, J. (2001). Speech Synthesis and Recognition. London: CRC Press.
- Hopfield, J. (1982). Neural networks and phisycal systems with emergent collective computational abilities . In Proceedings of the National Academy of Science, 81: 3088-3092.
- Hoschek, J. (1988). Intrinsic parameterization for approximation. Computer Aided Geometric Design, 5: 27-31.
- Instituto Geográfico Nacional. (1996a). Hoja 947-II. Mancha Real. Mapa Topográfico Nacional de España 1:25.000. Instituto Geográfico Nacional. Ministerio de Fomento. Madrid.

Instituto Geográfico Nacional. (1996b). Hoja 947-III. Los Villares. Mapa Topográfico Nacional de España 1:25.000. Instituto Geográfico Nacional. Ministerio de Fomento. Madrid.

Instituto Geográfico Nacional. (1996c). Hoja 947-IV. Cambil. Mapa Topográfico Nacional de España 1:25.000. Instituto Geográfico Nacional. Ministerio de Fomento. Madrid.

Instituto Geográfico Nacional. (1997). Hoja 947-I. Jaén. Mapa Topográfico Nacional de España 1:25.000. Instituto Geográfico Nacional. Ministerio de Fomento. Madrid.

Instituto Geográfico Nacional. (1999). Hoja 947. Jaén. Mapa Topográfico Nacional de España 1:50.000. Instituto Geográfico Nacional. Ministerio de Fomento. Madrid.

Instituto Geográfico Nacional. (2006). Hoja 1011. Guadix. Mapa Topográfico Nacional de España 1:50.000. Instituto Geográfico Nacional. Ministerio de Fomento. Madrid.

Instituto Geográfico Nacional. (2000). Hoja 1011-I. Guadix. Mapa Topográfico Nacional de España 1:25.000. Instituto Geográfico Nacional. Ministerio de Fomento. Madrid.

Iribas, J. (1997). Obtención del MTN50 por generalización del MTN25 Digital.. Mapping, 38: 22-28.

Iribas, J. (1999). Diseño y elaboración de un procedimiento interactivo de obtención del mapa topográfico nacional a escala 1:50.000 por generalización cartográfica del MTN25. Tesis Doctoral. Director: Ferrer, R. Departamento de Ingeniería Geográfica y Técnicas de Expresión Gráfica. Universidad de Cantabria..

- Isasi, P; Galván, I. M. (2004). Redes de Neuronas Artificiales. Un enfoque Práctico. Madrid: PEARSON. Prentice Hall.
- ISO 20462-1:2005. (2005). Photography-Psychophysical experimental methods for estimating image quality-Part 1: Overview of psychophysical elements.
- ISO 20462-2:2005. (2005). Photography-Psychophysical experimental methods for estimating image quality-Part 2: Triplet comparison method.
- ISO 20462-3:2005. (2005). Photography-Psychophysical experimental methods for estimating image quality-Part 3: Quality ruler method.
- Jaakkola, O. (1998). Multi-scale Categorical Data Bases with Automatic Generalization Transformation Based on Map Algebra.. Cartography and Geographic Information Systems, 24(4): 195-207.
- Jasinski, M. J.. (1990). The comparison of complexity measures for cartographic lines. Technical Repor 90-1. Buffalo, New York: National Center for Geographic Information and Analysis.
- Jenks, G. F. (1981). Lines, computers and human frailties. Annals of the Association of American Geographers, 71(1): 1-10.
- Joao, R. (1998). Causes and Consequences of Map Generalisation. London: Taylor & Francis.
- Kaufman, L.; Rousseuw, P. (1990). Finding Groups in Data: An Introduction to Cluster Analysis.. New York: John Wiley & Sons, Inc..
- Khan, A. (2005). Digital Signal Processing Fundamentals. Hingham, Massachusetts: Da Vinci Engineering Press.

- Kouibia, A; Pasadas, M. (2000a). Approximation by discrete variational splines. Journal of Computational and Applied Mathematics, 116(1): 145-156.
- Kouibia, A; Pasadas, M. (2002). Approximation of curves by fairness splines with tangent conditions. Applied Mathematics Letters, 115(1-2): 71-74.
- Kouibia, A; Pasadas, M. (2000a). Approximation of curves by fairness cubic splines. Applied Mathematics Science, 1(5-8): 227-240.
- Lang, T. (1969). A Rules for the robot draughtsmen. The Geographica Magazine, 42(1): 50-51.
- Lara Porras, A.M. (2001). Diseño estadístico de experimentos, Análisis de la Varianza y Temas Relacionados.Tratamiento Informático mediante SPSS. Granada: Proyecto Sur de Ediciones, S.L..
- Lavery, J. E. (2002). Shape-preserving, multiscale interpolation by univariate curvature-based cubic L1 splines in cartesian and polar coordinates. Computer aided geometric design, 19(6): 257-273.
- Lecordix, F., Plazanet, C., Lagrange, J.P. (1997). A Platform for Research in Generalization: Application to Caricature. GeoInformatica, 1(2): 161-182.
- Lehto, L.; Sarjakoski, L. T. (2005). Real-time generalization of XML-encoded spatial data for the Web and mobile devices.. International Journal of Geographical Information Science. 19(8-9): 957-973.

- Li, Z.; Sui, H. (2000). An integrated technique for automated generalization of contour maps. The Cartographic Journal, 37(1): 29-37.
- Longley, P.; Batty, M. (1989). Fractal measurement and line generalization . Computer & Geosciences, 15(2): 167-183.
- MackEachren, A.M.; Taylor, F. (1994). Visualization in modern cartography. New York: Elsevier Science Inc.
- Mackaness, W. (1995). Analysis of urban networks to support cartographic generalization. Cartography and Geographic Information Systems 22.4: 306-316.
- Mao, J.; Jain A. (1995). Artificial neural networks for feature extraction and multivariate data projection. IEEE Transactions on Neural Networks, 6(2): 296-317.
- McMaster, R. B. (1986). A statistical analysis of mathematical measures for linear simplification. The American Cartographer, 13(2): 103-117.
- McMaster, R. B.; Shea, K. S. (1992). Generalization in Digital Cartography. Washington D.C.: Association of American Geographers.
- Mallat, S. (1989). Multiresolution approximations and wavelet orthonormal bases of $L_2(\mathbb{R})$. Trans. Amer. Math. Soc. 315.
- Mallat, S.; Hwang, W. L. (1992). Singularity detection and processing with wavelets, IEEE Trans. Infor. Theory. 38.
- Mallat, S. (1999). A wavelet tour of signal processing. San Diego: Academic Press.

- Meek, D. S.; Walton, D. J. (2004a). A note on finding clothoids. Journal of computational and applied mathematics, 170: 433-453.
- Meek, D. S.; Walton, D. J. (2004b). An arc spline approximation to a clothoid. Journal of computational and applied mathematics, 170: 59-77.
- Meyer, Y. (1992). Ondelettes sur l'intervalle. Revista Matemática Iberoamericana, 7: 155-133.
- Misiti, M.; Misiti, Y.; Oppenheim, G.; Poggi, J.M. (1996). Matlab® Software. The Mathworks Inc.
- Moncayo, M.; López, J. A. (2006). Ondas y Ondículas. Análisis gradual y comparativo Cartagena: Universidad Politécnica de Cartagena.
- Morrison, J. (1974). A theoretical framework for cartographic generalization with emphasis on the process of symbolization. International Year Book of Cartography, 14: 115-127.
- Müller, J. C. (1991). Generalization of spatial data bases.. London: Longmand, Ltd.
- Muller, J.C., Lagrange, J. P., Weibel, R. (1995). GIS and Generalization. London: Taylor & Francis.
- Mustière, S. (1995). Mesures de la qualité de la généralisation du linéaire. Rapport de stage, DESSde Cartographie. Université Paris I- Sorbonne.
- Mustière, S. (1998). An algorithm for legibility evaluation of symbolised lines. Proceeding of 4th InterCarto Conference. Barnault, Russie. 43-47.

- Mustière, S. (1998) GALBE: Adaptative Generalisation. The need for an Adaptative Process for Automated Generalisation, an Example on Roads. Proceeding of 1st GIS'PlaNet Conference. Lisbonne, Portugal, CDROM, 6p.
- Mustière, S. (2001). Apprentissage Supervisé pour la Généralisation Cartographique. Tesis Doctoral. Director: Ganascia, J. G. Université Pierre et Marie Curie (Paris VI).
- Mustière, S. (2005). Cartographic generalization of roads in a local and adaptative approach: A knowledge adquisition problem. International Journal of Geographical Information Science 19: 937-955.
- Nievergelt, Yves (1999). Wavelets Made Easy. Boston: Birkhäuser.
- Pinilla, C. (1997). Transformaciones de Fourier en Teledetección Jaén: Universidad de Jaén.
- One Spatial. (2007). Radius Clarity Manual. OneSpatial Inc.
- Opheim, H. (1982). Fast reduction of a digitized curve. GeoProcessing, 2: 33-40.
- Plazanet, C. (1995). Measurements, characterisation and classification for automated linear features generalisation. Proceedings AutoCarto 12 Charlotte, NC (USA). 59-68.
- Plazanet, C. (1996). Enrichissement des bases de données géographiques: analyse de la géométrie des objets linéaires pour la généralisation cartographique (application aux routes). Ph. D. Dissertation. Director: Jacques Désarménie. France: Universté de Marne la Vallée.

- Plazanet, C., Martini, N., Ruas, A. (1998). Experiments with Learning Techniques for Spatial Model Enrichment and Line Generalization. GeoInformatica, 1(2): 315-333.
- Poggio, T; Girosi, F. (1990). Networks for approximation and learning. Proceedings IEEE, 78(9): 1481-1497.
- Prenter, P. M. (1989). Splines and Variational Methods. New York: Wiley-Interscience.
- Ratajski, L (1967). Phenomenes des points de generalization. International Yearbook of Cartography, 7: 143-151.
- Rao, C. R., (1965). The use and interpretation of principal components analysis in applied research. Sankhya (A) 26: 329-358.
- Reinoso, J. F. (1998). Proceso de Generalización de las Vías de Comunicación de la BCN25 para la Derivación Automatizada de la BCN50. Proyecto Fin de Carrera, Director: Ariza, F. J. Departamento de Ingeniería Cartográfica, Geodésica y Fotogrametría. Universidad de Jaén.
- Reinoso, J. F.; García, J.L.; Ureña, M. A.; Ariza, F. J. (1999). Suavizado de líneas, operación necesaria para la obtención de cartografía derivada. Actas del XI Congreso Internacional de Ingeniería Gráfica, Logroño-Pamplona: Universidad Pública de Navarra/ Universidad de la Rioja, 741-749.
- Reinoso, J. F.; Ureña, M. A.; García, J.L.; Ariza, F. J. (2001). Comportamiento de algoritmos de Visvalingam en niveles altos de generalización. Actas del XIII Congreso Internacional de Ingeniería Gráfica, Badajoz. Universidad de Extremadura.

- Reumann, K.; Witkam A. P. (1974). Optimizing curve segmentation in computer graphics. International Computing Symposium. Amsterdam: North-Holland Publishing Company, 467-472.
- Robinson, A. H.; Sale, R. D. (1969). Elements of Cartography. New York: John Wiley & Sons, Inc..
- Rodríguez, A. F. et al. (1997). La base Cartográfica Numérica 1:25.000 (BCN25). Mapping, 10: 76-82.
- Ruas, A. (1998). A method for building displacement in automated map generalisation. International Journal Geographical Information Science, 12(8): 789-803.
- Ruas, A. (1999). Modèle de généralisation de données géographiques à base de contraintes et d'autonomie. Paris: Marne-la-Vallée.
- Ruas, A. (2001). Automatic generalisation project: Learning process from interactive generalisation.: OEEPE.
- Ruas, A., Mustière, S. (2002). Généralisation et représentation multiple. Paris: Hermès Science Publications.
- Rumelhart, D.; Hinton, G.; Williams, R. (1986). Learning representations by back-propagating errors. Nature 323: 533-536.
- Salomon, D. (1999). Computer Graphics and Geometric modeling. New York: Springer-Verlag.
- Sarle, W. S. (1995). Stopped Training and Other remedies for Overfitting. Proceedings of the 27th Symposium on the Interface of Computing Science and Statistics, 352-360.

- Sauvage, B. (2005). Déformation de courbes et surfaces multirésolution sous contraintes. Grenoble: Institut National Polytechnique de Grenoble.
- Saux, E.; Daniel, M. (1999). Data reduction of polygonal curves using B-splines.. Computer Aided Design, 31(8): 507-515.
- Saux, E. (2003). B-spline Functions and Wavelets for Cartographic Line Generalization. Cartography and Geographic Information Science, 30(I): 33-50.
- Schoenberg, I. J. (1973). Cardinal Spline Interpolation. New York: SIAM Publications.
- Schumaker, L. L. (1981). Spline Functions: Basic Theory. New York: Wiley-Interscience.
- Sester, M. (2005). Data Compression in Digitized Lines. Photogrammetric Engineering and Remote Sensing, 56(4): 517-518.
- Skopeliti, A.; Tsoulos, L. (1999). On the parametric description of the shape of the cartographic line. Cartographica, 36(3): 53-65.
- Thapa, T. (1990). Optimization approaches for generalization and data abstraction. International Journal of Geographical Information Science, 19(8-9): 871-897.
- Tobler, W. R. (1964). An experiment in the computer generalization of maps. Technical Report Nº 1, Office of Naval Research Task Nº 389-137, Contrac Nº 1224(48), Office of Naval Research, Geography Branch.

- Töpfer, F.; Pillewizer, W. (1966). The Principles of Selection, A Means of Cartographic Generalisation. The Cartographic Journal, 3(1): 10-16.
- Ureña, M. A. (2004). Generalización de Cascos Urbanos en Modelo Raster. Tesis Doctoral. Director: Francisco Javier Ariza. Departamento de Ingeniería Cartográfica, Geodésica y Fotogrametría Jaén.
- Van Der Poorten, P.M., Jones, C. B. (2002). Characterisation and generalisation of cartographic lines using Delaunay triangulation. Int. J. Geographical Information Science, 16(8): 773-794.
- Visvalingam, M; Williamson, P. J. (1995). Simplification and generalization of large scale data for roads: A comparison of two filtering algorithms. Cartography and Geographic Information Systems, 22(4): 264-275.
- Visvalingam, M.; Herbert, S. (1999). A Computer Science Perspective on the Bendsimplification Algorithm. Cartography and Geographic Information Science, 26(4): 253-270.
- Wahba, G. (1990). Spline modelos for observational data. Society for industrial and Applied Mathematics 59, University of Columbus, Philadelphia, Pennsylvania.
- Weibel, R.(1991). Amplified intelligence and rule-based systems. Map generalization: Making rules for knowledge representation Ed. Longman Scientific & Technical. Harlow (England). 172-186.
- Weibel, R.; Dutton, G. (1998). Constraint-based automated map generalization. Spatial Data Handling. 214-224.
- Werschlein, T.; Weibel, T. (1994). Use of neural networks in line generalization, in Proceedings EGIS'94, Paris. 76-85.

- Zaldívar, J.; Gutiérrez, E.; Galván, I.; Strozzi, F.; Tomasen, A. (2000). Forecasting high waters at Venice lagoon using chaotic time series analysis and nonlinear neural networks. Journal of Hydroinformatics, 1.
- Zhan, F. B; Buttenfield, B. P. (1996). Multi-scale representation of a digital line. Cartography and Geographic Information Systems, 23(4):206-228.

Anejos

I GRÁFICAS DE LAS FUNCIONES DE ESCALA Y WAVELETS USADAS EN LA GENERALIZACIÓN DE LAS LÍNEAS

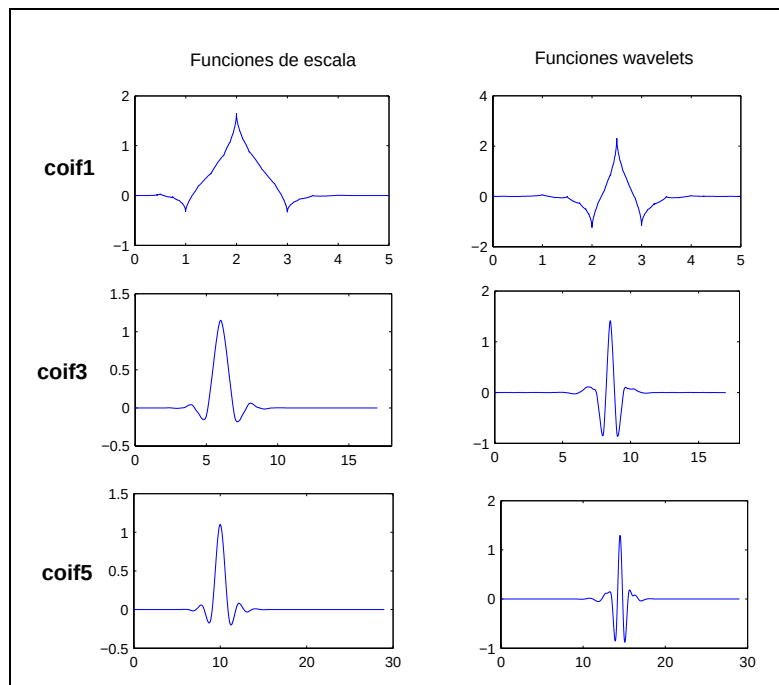


Figura A.I. 1: Gráficas de funciones de escala y wavelets de la familia Daubechies

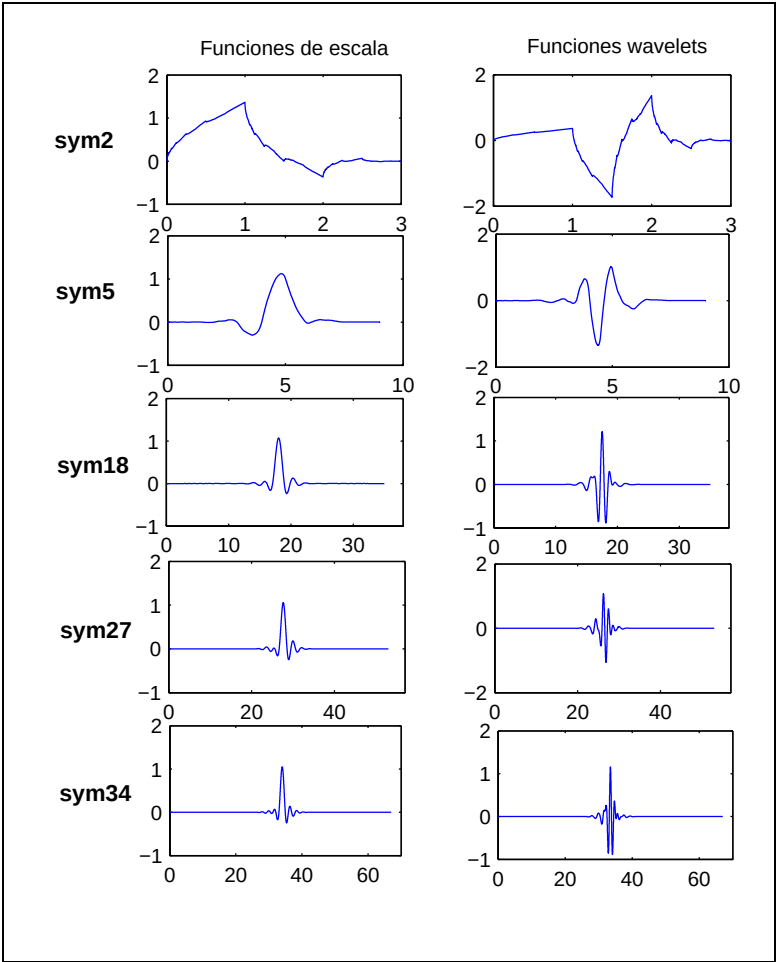


Figura A.I. 2: Gráficas funciones de escala y wavelets de la familia Symlets

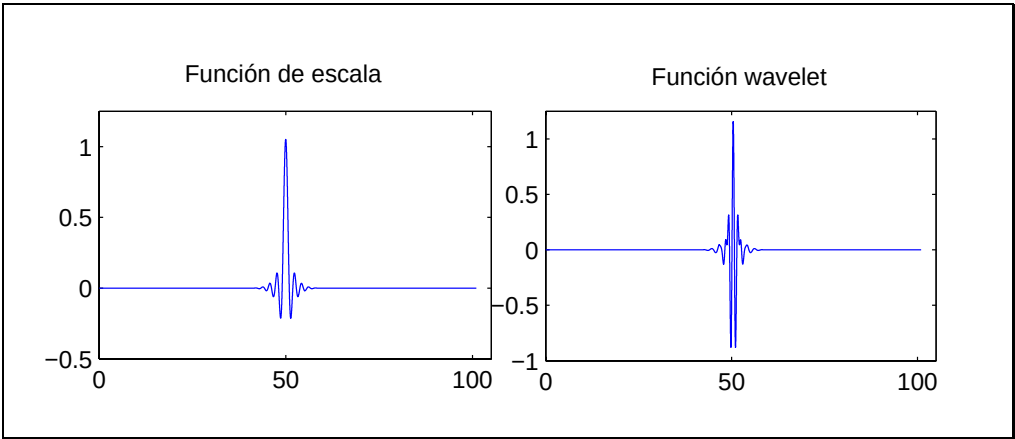


Figura A.I. 3: Gráficas función de escala y wavelet de la familia Meyer

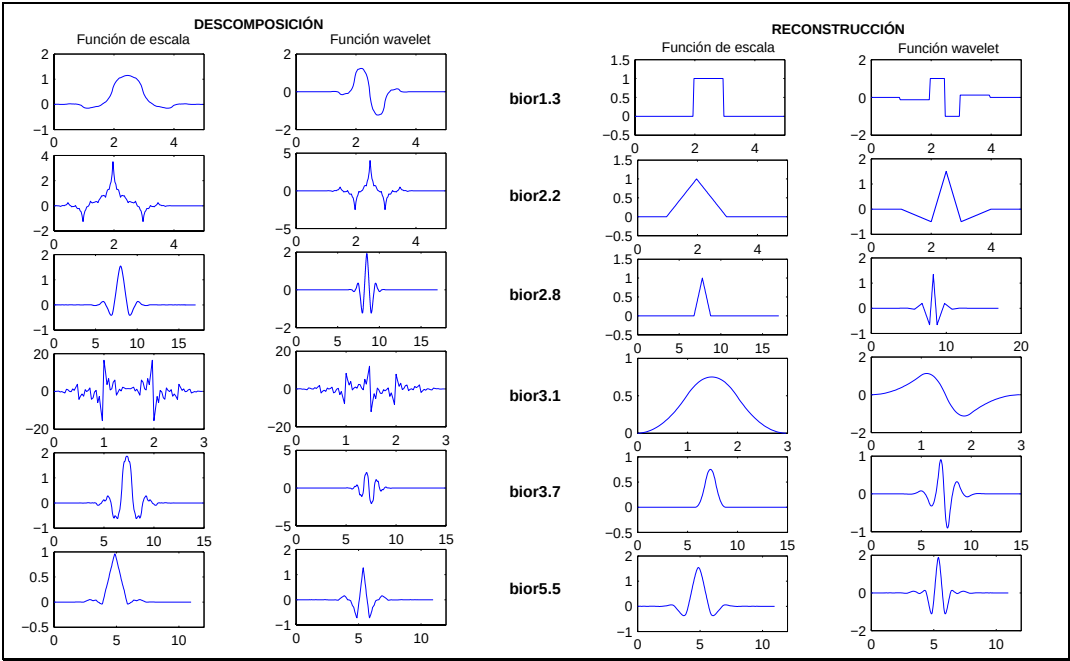


Figura A.I. 4: Gráficas función de escala y wavelet de la familia Biortogonal

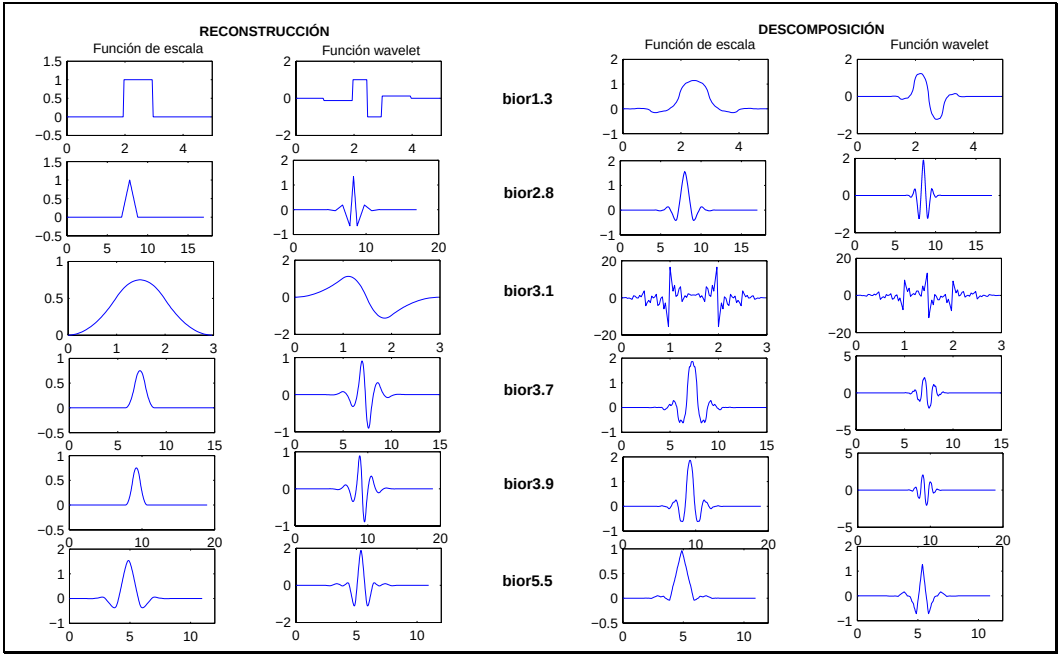


Figura A.I. 5: Gráficas función de escala y wavelet de la familia ReverseBiortogonal

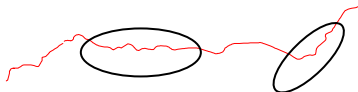
II DEFINICIONES SOBRE GENERALIZACIÓN DE LÍNEAS

1.- Sinuosidad: cambio de dirección por unidad de longitud que sufre la línea a lo largo de su recorrido (nuestras líneas han sido filtradas de modo que no haya puntos redundantes e innecesarios en la definición de la forma). La dirección podría medirse como el ángulo en valor absoluto formado entre dos segmentos consecutivos de la poligonal.

2.- Direccionalidad: resumen de la traza seguida por una poligonal o un trozo de la misma. Así como una nube de puntos puede ser resumida por su recta de regresión, la direccionalidad de una poligonal puede ser resumida por otra "poligonal de tendencia" con un número de tramos mínimo y tales que para cada tramo ningún punto de la poligonal original se encuentre más alejada de una distancia umbral previamente establecida. El siguiente ejemplo podría tener una direccionalidad recta (y por tanto constante o sin variabilidad) si todos sus puntos se encontrasen a una distancia, de la recta que une sus extremos, menor al umbral predefinido.



3.- Microcurvas: Conjunto de curvas y contracurvas enlazadas y que siguen una traza con tendencia a la línea recta.



4.- Complejidad. Medida de la variabilidad en la poligonal que representa a cualquier línea.

La línea menos compleja será la línea recta, y la más compleja aquella que esté formada por microcurvas a lo largo de todo su recorrido y,

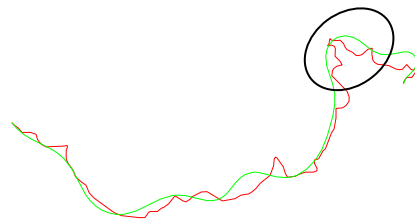
además, posea cambios de dirección fuertes entre los tramos contiguos componentes de la "poligonal de tendencia" que representa la direccionalidad de la línea original. A continuación una línea con una alta complejidad.



5.- Desplazamiento: Mínima distancia que separa un punto, perteneciente a la línea generalizada, de la línea original. El desplazamiento se observará en conjunto, es decir teniendo en cuenta el desplazamiento sufrido por toda la línea generalizada. Todo lo que no sea superposición de la línea generalizada sobre la original implicará desplazamiento.

6.- Suavizado. Operador de generalización que sustituye las microcurvas por curvas más amplias y por tanto de menor curvatura. Como consecuencia varias microcurvas de alta curvatura quedan resumidas por una sola curva de baja curvatura. El aspecto resultante se considera más agradable a la vista del usuario por haber desaparecido los cambios bruscos de dirección.

7.- Caricaturización. A semejanza de los comics potenciación de rasgos individuales diferenciadores con respecto a otros de su especie. Se suele traducir en exageración de detalles que, en el caso de las carreteras, consistirá en el agrandamiento de curvas cerradas, evitando así la coalescencia y resaltando la importancia de la misma según el objetivo del mapa. A continuación ejemplo de caricaturización.



8.- Temblores. Se podría decir que son las microcurvas pero pasadas a una escala mayor. La diferencia, por tanto estará en las dimensiones de la línea base y altura de cada curva. A la derecha figura aclaratoria.



III Errores de desplazamiento en el ajuste spline función de épsilon recomendado y longitud de arco predefinido

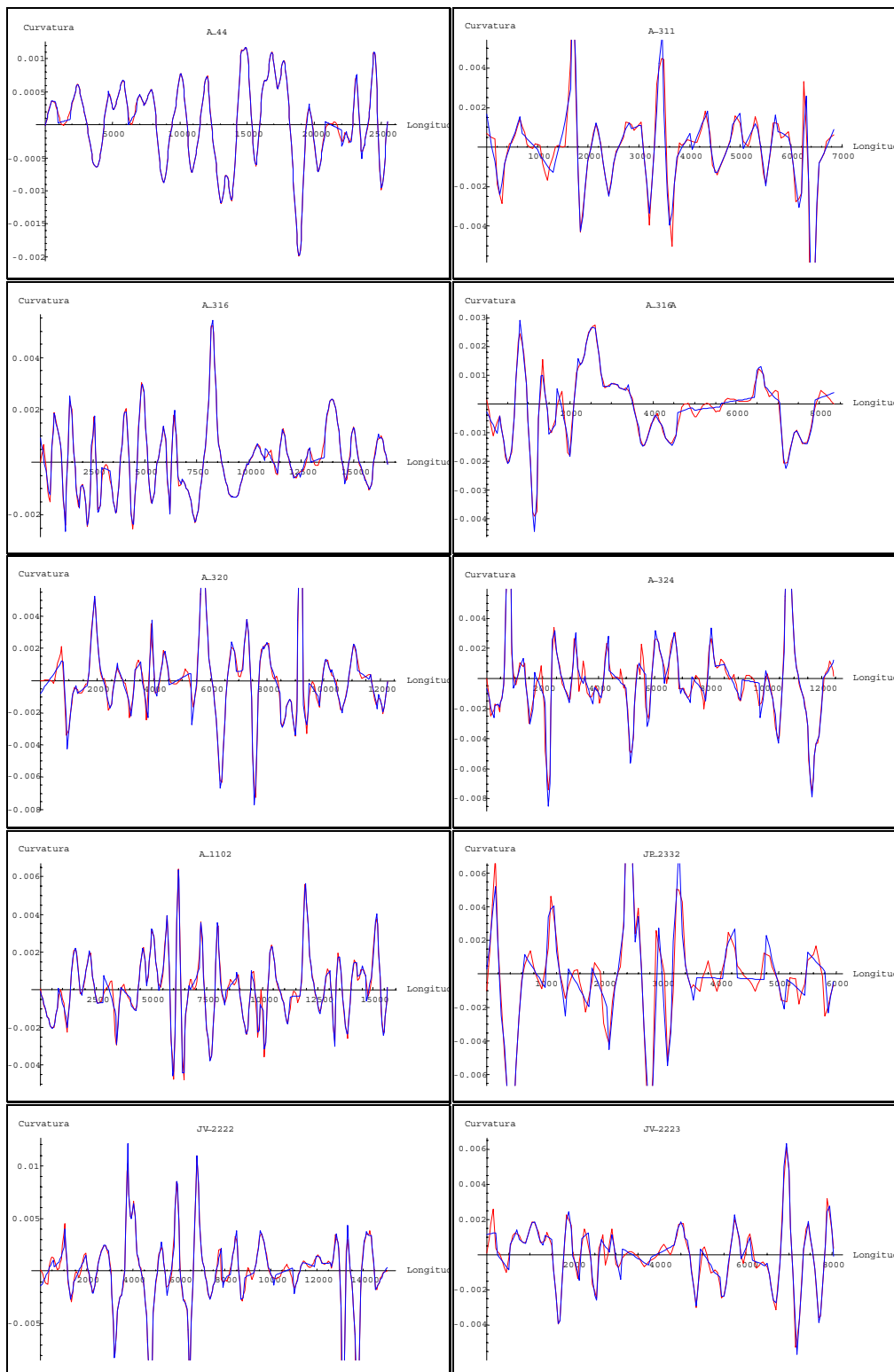
Tabla A.III. 1: Errores de desplazamiento según épsilon recomendado y longitud media del tramo de 250 m

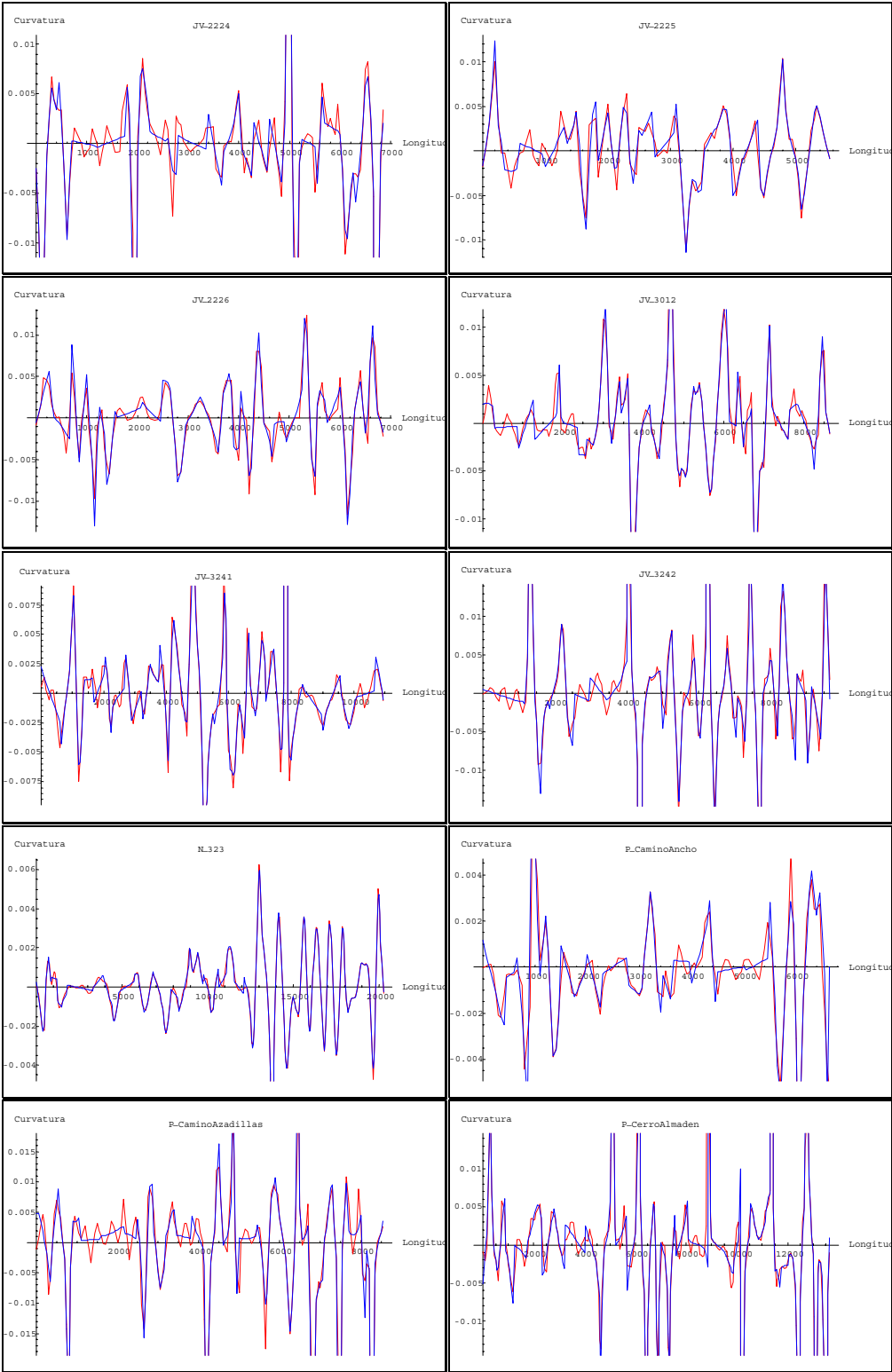
LÍNEA	Épsilon	Media	Desv. Típica	Máximo
A-44	$1,81147 \cdot 10^{-12}$	2,216	2,281	15,606
A-316	$2,58084 \cdot 10^{-12}$	3,045	3,301	20,100
N-323	$1,30522 \cdot 10^{-12}$	2,125	2,152	14,933
P-CerroJabalczuz	$7,83357 \cdot 10^{-14}$	4,211	3,736	21,062
P-CerroAlmaden	$4,70443 \cdot 10^{-14}$	3,271	2,662	18,960
P-SierraPen~aDelAguila	$1 \cdot 10^{-14}$	1,516	1,574	16,840
A-311	$1,7275 \cdot 10^{-12}$	1,706	1,488	8,185
A-316A	$5,8561 \cdot 10^{-13}$	0,778	0,698	3,621
A-320	$9,99613 \cdot 10^{-12}$	2,608	3,383	25,020
A-324	$7,09902 \cdot 10^{-13}$	3,205	3,205	18,801
A-1102	$7,98518 \cdot 10^{-12}$	8,366	7,408	48,630
JP-2332	$6,66267 \cdot 10^{-12}$	2,659	2,680	12,751
JV-2222	$8,99372 \cdot 10^{-12}$	10,365	8,893	40,745
JV-2223	$5,66551 \cdot 10^{-13}$	2,181	2,216	9,929
JV-2224	$7,99743 \cdot 10^{-12}$	6,115	4,659	23,069
JV-2225	$8,52286 \cdot 10^{-12}$	4,546	3,582	18,289
JV-2226	$2,84358 \cdot 10^{-12}$	5,244	4,154	18,860
JV-3012	$1,97402 \cdot 10^{-12}$	5,029	4,390	22,021
JV-3241	$3,61042 \cdot 10^{-14}$	2,488	2,477	12,691
JV-3242	$5,37274 \cdot 10^{-13}$	3,032	2,843	17,030
P-CaminoAncho	$5,61910 \cdot 10^{-13}$	1,201	1,608	10,498
P-CaminoAzadillas	$2,95924 \cdot 10^{-14}$	3,749	3,486	22,789
P-CerroSanCristobal	$2,16042 \cdot 10^{-14}$	6,417	5,344	26,412
P-CerroSanCristobal-b	$3,82545 \cdot 10^{-12}$	6,057	4,779	25,195
P-CerroSantin	$3,64419 \cdot 10^{-12}$	7,343	6,393	28,775
P-Jimena-Torres	$1,41537 \cdot 10^{-12}$	2,233	2,148	18,605
P-Pegalajar-Central	$6,22076 \cdot 10^{-12}$	3,908	3,105	17,473

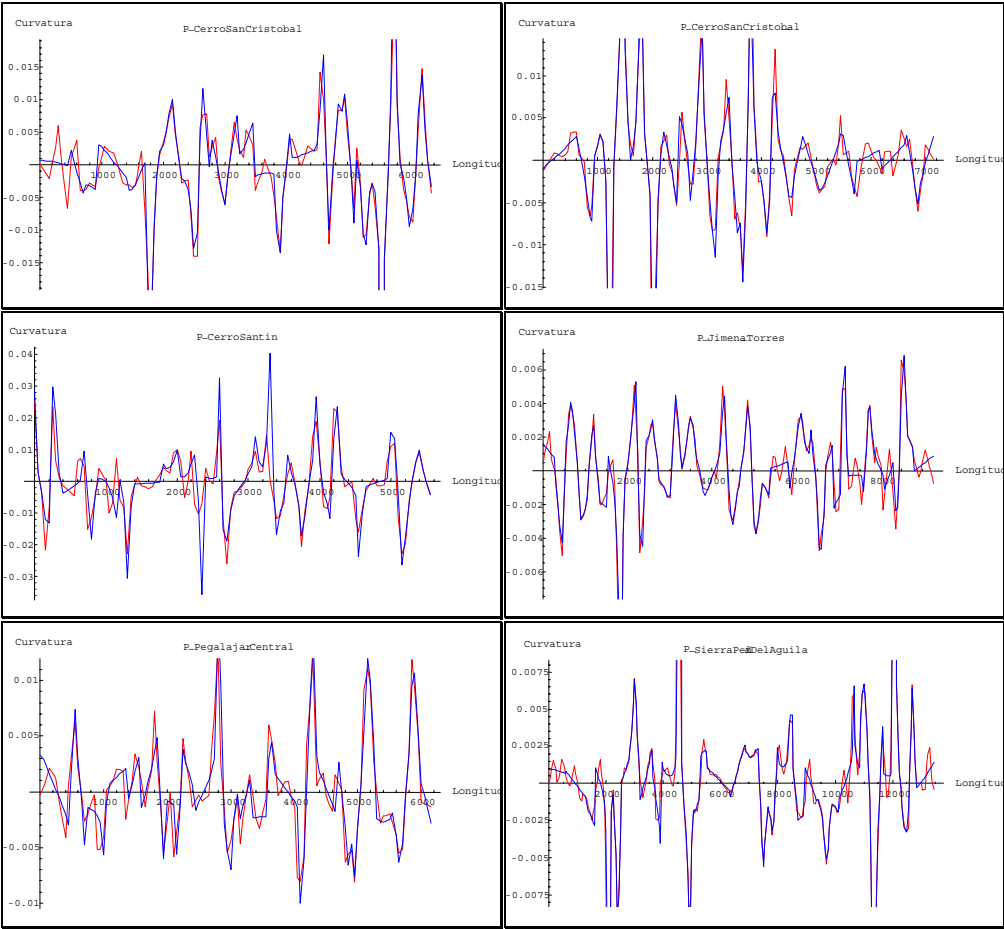
Tabla A.III. 2: Errores de desplazamiento según épsilon recomendado y longitud media del tramo de 500 m

LINEA	Epsilon	Media	Desv. Tipica	Máximo
A-44	$1,10693 \cdot 10^{-14}$	0,992	0,908	5,393
A-316	$1,47064 \cdot 10^{-13}$	4,733	3,835	19,163
N-323	$3,27068 \cdot 10^{-12}$	5,316	4,903	33,408
P-CerroJabalczuz	$9,43001 \cdot 10^{-12}$	15,548	13,210	72,008
P-CerroAlmaden	$3,82545 \cdot 10^{-12}$	15,432	11,947	60,796
P-SierraPen~aDelAguila	$6,81528 \cdot 10^{-13}$	8,358	7,433	43,875
A-311	$3,48123 \cdot 10^{-12}$	7,001	6,090	26,734
A-316A	$3,82545 \cdot 10^{-12}$	3,973	4,405	23,139
A-320	$2,7253 \cdot 10^{-13}$	5,500	6,327	54,467
A-324	$2,39951 \cdot 10^{-14}$	7,601	6,308	37,186
A-1102	$3,03709 \cdot 10^{-12}$	9,624	7,839	49,304
JP-2332	$2,01955 \cdot 10^{-12}$	8,228	6,776	33,115
JV-2222	$1,25371 \cdot 10^{-12}$	12,342	9,235	41,239
JV-2223	$9,12610 \cdot 10^{-14}$	5,718	3,890	15,719
JV-2224	$1,46734 \cdot 10^{-12}$	13,294	10,186	43,959
JV-2225	$3,13753 \cdot 10^{-12}$	9,319	6,929	28,105
JV-2226	$2,23681 \cdot 10^{-12}$	12,198	8,732	43,144
JV-3012	$3,41905 \cdot 10^{-13}$	10,772	8,985	40,581
JV-3241	$3,82545 \cdot 10^{-12}$	10,153	9,586	71,194
JV-3242	$2,58807 \cdot 10^{-12}$	13,467	11,522	56,707
P-CaminoAncho	$4,80739 \cdot 10^{-12}$	5,563	6,578	31,972
P-CaminoAzadillas	$3,82545 \cdot 10^{-12}$	16,061	10,822	53,237
P-CerroSanCristobal	$6,18388 \cdot 10^{-12}$	15,604	14,335	73,469
P-CerroSanCristobal-b	$3,96068 \cdot 10^{-12}$	17,704	14,446	71,921
P-CerroSantin	$7,07718 \cdot 10^{-12}$	15,735	11,174	48,208
P-Jimena-Torres	$8,90250 \cdot 10^{-12}$	7,580	6,480	42,728
P-Pegalajar-Central	$4,72343 \cdot 10^{-12}$	10,621	7,800	37,687

IV CURVATURAS SUPERPUESTAS NODOS EQUIDISTANTES Y NO EQUIDISTANTES







V LÍNEAS SELECCIONADAS SEGÚN CRITERIO DEL ≥ 3.75 **Tabla A.V. 1: Valoración red neuronal de líneas seleccionadas según criterio ≥ 3.75 . E100k**

Línea	Complejidad	Wavelet	Nivel Máximo	Nivel Actual	Valoración Red Neuronal	Resolución espacial referida a Haar
A-44	1	bior1.3	9	7	4,001	640
A-44	1	bior3.7	8	7	4,026	640
A-44	1	bior5.5	8	7	4,192	640
A-44	1	coif1	9	7	3,964	640
A-44	1	db6	8	7	4,177	640
A-44	1	rbio2.8	8	7	4,203	320
A-44	1	rbio3.1	10	7	4,413	640
A-44	1	rbio3.7	8	7	3,964	640
A-44	1	rbio3.9	8	7	3,982	320
A-44	1	sym2	10	7	3,922	640
A-44	1	sym5	9	7	4,134	640
N-323	1	bior1.3	9	6	3,755	320
N-323	1	bior3.7	8	6	3,831	320
N-323	1	coif3	7	6	3,759	320
N-323	1	coif5	7	6	4,035	160
N-323	1	db12	7	6	4,142	320
N-323	1	db25	6	6	3,864	160
N-323	1	rbio1.3	9	5	4,306	160
N-323	1	rbio3.1	10	6	4,436	320
N-323	1	rbio3.7	8	6	3,976	320
N-323	1	rbio3.9	7	6	3,926	320
N-323	1	sym18	6	6	4,115	160
N-323	1	sym27	6	6	3,854	160
A-311	2	bior2.2	8	5	3,797	160
A-311	2	coif1	8	6	3,838	320
A-311	2	db1	10	5	3,891	160
A-311	2	db45	3	2	3,810	20
A-311	2	db45	3	3	3,852	20
A-311	2	rbio1.3	8	5	3,917	160
A-311	2	sym2	8	6	4,026	320
JP-2332	2	bior1.3	7	6	4,014	320
JP-2332	2	bior2.2	7	5	4,237	160
JP-2332	2	bior2.8	6	6	3,928	160
JP-2332	2	bior3.7	6	6	4,002	160
JP-2332	2	bior5.5	6	6	3,858	160
JP-2332	2	coif3	6	6	3,957	160
JP-2332	2	db1	10	5	4,046	160
JP-2332	2	db6	6	6	3,820	160
JP-2332	2	rbio1.3	7	5	3,958	160

Línea	Complejidad	Wavelet	Nivel Máximo	Nivel Actual	Valoración Red Neuronal	Resolución espacial referida a Haar
JP-2332	2	rbio2.8	6	6	3,939	160
JP-2332	2	rbio3.1	8	6	4,341	320
JP-2332	2	rbio3.7	6	6	4,055	160
JP-2332	2	sym2	8	5	4,260	160
JP-2332	2	sym5	7	6	3,773	160
JV-2223	2	bior2.2	8	5	4,124	160
JV-2223	2	bior3.7	6	6	3,796	160
JV-2223	2	db6	7	6	3,961	160
JV-2223	2	rbio3.1	9	6	3,842	320
JV-2223	2	rbio3.7	6	6	3,795	160
JV-2223	2	rbio3.9	6	6	3,827	160
JV-2223	2	sym2	9	6	3,868	320
JV-2223	2	sym5	7	6	3,962	320
P-CaminoAncho	2	bior1.3	8	6	4,050	320
P-CaminoAncho	2	bior3.1	8	4	3,823	80
P-CaminoAncho	2	bior3.7	6	6	4,120	160
P-CaminoAncho	2	coif1	8	5	4,085	160
P-CaminoAncho	2	db6	6	6	4,130	160
P-CaminoAncho	2	rbio3.1	8	6	3,850	320
P-CaminoAncho	2	rbio3.7	6	6	4,089	160
P-CaminoAncho	2	rbio5.5	6	6	3,766	160
P-CaminoAncho	2	sym2	8	6	4,006	320
A-316	3	bior1.3	9	5	4,551	160
A-316	3	bior1.3	9	6	4,081	320
A-316	3	bior2.2	9	6	4,123	320
A-316	3	bior2.8	7	6	4,116	320
A-316	3	bior3.7	7	6	4,221	320
A-316	3	bior5.5	8	6	4,136	320
A-316	3	coif1	9	6	4,160	320
A-316	3	coif3	7	6	4,118	320
A-316	3	coif5	6	6	4,179	160
A-316	3	db6	8	6	4,154	320
A-316	3	db12	7	6	4,248	160
A-316	3	db25	6	6	4,099	160
A-316	3	rbio1.3	9	5	4,374	160
A-316	3	rbio2.8	7	6	4,120	320
A-316	3	rbio3.1	10	6	4,610	320
A-316	3	rbio3.7	7	6	4,145	320
A-316	3	rbio3.9	7	6	4,105	320
A-316	3	rbio5.5	8	6	4,151	320
A-316	3	sym2	10	6	4,235	320
A-316	3	sym5	8	6	4,175	320
A-316	3	sym18	6	6	4,203	160
A-320	3	bior2.2	8	5	3,838	160

Línea	Complejidad	Wavelet	Nivel Máximo	Nivel Actual	Valoración Red Neuronal	Resolución espacial referida a Haar
A-320	3	bior3.1	9	4	4,122	80
A-320	3	bior3.7	7	6	3,899	160
A-320	3	bior5.5	7	5	4,104	160
A-320	3	coif1	8	5	3,953	160
A-320	3	db6	7	5	4,104	160
A-320	3	db6	7	6	3,926	320
A-320	3	db12	6	6	3,781	160
A-320	3	rbio1.3	8	5	4,150	160
A-320	3	rbio3.1	9	6	3,987	320
A-320	3	rbio3.7	7	6	3,842	160
A-320	3	rbio3.9	7	5	4,262	160
A-320	3	rbio3.9	7	6	3,864	160
A-320	3	rbio5.5	7	5	4,165	160
A-320	3	sym2	9	5	4,127	160
A-320	3	sym2	9	6	3,986	320
A-320	3	sym5	8	5	4,222	160
A-320	3	sym5	8	6	4,053	320
A-320	3	sym34	5	5	4,295	80
A-324	3	coif5	6	5	3,798	80
A-324	3	db6	7	5	3,784	160
A-324	3	db12	6	5	3,868	160
A-324	3	db25	5	5	3,772	80
A-324	3	db36	5	5	3,866	80
A-324	3	rbio3.7	7	5	3,776	160
A-324	3	rbio3.9	7	5	3,862	160
A-324	3	sym5	8	5	3,857	160
A-324	3	sym18	6	5	3,819	80
A-1102	3	bior1.3	9	5	3,892	160
A-1102	3	bior2.8	7	5	4,013	160
A-1102	3	bior5.5	8	5	3,866	160
A-1102	3	coif3	7	5	4,055	160
A-1102	3	coif5	6	5	3,939	160
A-1102	3	db6	8	5	3,977	160
A-1102	3	db12	7	5	3,876	160
A-1102	3	db25	5	5	3,977	80
A-1102	3	db36	5	5	4,004	80
A-1102	3	rbio2.8	7	5	3,932	160
A-1102	3	rbio3.1	10	5	4,109	160
A-1102	3	rbio3.7	7	5	3,840	160
A-1102	3	rbio3.9	7	5	3,884	160
A-1102	3	rbio5.5	8	5	3,968	160
A-1102	3	sym2	10	5	3,784	160
A-1102	3	sym5	8	5	3,878	160
A-1102	3	sym18	6	5	3,992	160

Línea	Complejidad	Wavelet	Nivel Máximo	Nivel Actual	Valoración Red Neuronal	Resolución espacial referida a Haar
A-1102	3	sym27	5	5	4,049	80
A-1102	3	sym34	5	5	3,995	80
JV-2224	3	bior1.3	8	4	3,793	80
JV-2224	3	coif5	5	4	3,788	80
JV-2224	3	rbio3.1	8	4	3,814	80
JV-2224	3	rbio3.7	6	5	3,769	160
JV-2225	3	bior1.3	12	10	3,836	160
JV-2225	3	bior2.2	12	9	4,098	80
JV-2225	3	bior2.8	10	10	3,998	160
JV-2225	3	bior3.1	12	8	3,803	80
JV-2225	3	bior5.5	10	10	3,974	160
JV-2225	3	coif1	12	10	3,828	160
JV-2225	3	coif3	10	10	3,992	160
JV-2225	3	db6	10	10	4,057	160
JV-2225	3	rbio2.8	10	10	4,044	160
JV-2225	3	rbio3.7	10	10	3,873	160
JV-2225	3	rbio3.9	10	10	3,881	160
JV-2225	3	rbio5.5	10	10	3,999	160
JV-2225	3	sym2	12	10	3,987	320
JV-2225	3	sym5	11	10	4,020	160
JV-2226	3	bior1.3	8	5	3,766	160
JV-2226	3	bior3.7	6	5	3,811	160
JV-2226	3	coif1	8	4	3,758	80
JV-2226	3	db6	6	5	3,872	160
JV-3012	3	bior1.3	8	4	3,901	80
JV-3012	3	bior2.8	6	4	3,946	80
JV-3012	3	coif3	6	4	3,939	80
JV-3012	3	rbio1.3	8	4	3,926	80
JV-3012	3	rbio2.8	6	4	3,910	80
JV-3012	3	rbio3.1	9	4	4,047	80
JV-3012	3	rbio3.1	9	5	3,836	160
JV-3012	3	sym2	9	4	3,919	80
JV-3242	3	bior1.3	8	4	3,946	80
JV-3242	3	bior3.7	7	4	3,838	80
JV-3242	3	coif1	8	4	3,947	80
JV-3242	3	rbio1.3	8	4	3,773	80
JV-3242	3	rbio3.7	7	4	3,919	80
JV-3242	3	rbio3.9	6	4	3,900	80
JV-3242	3	sym2	9	4	3,754	80
JV-3242	3	sym5	7	4	3,881	80
P-Jimena-Torres	3	bior1.3	8	5	3,851	160
P-Jimena-Torres	3	rbio3.1	9	5	3,874	160
P-Jimena-Torres	3	sym5	7	5	3,753	160
P-Pegalajar-Central	3	bior1.3	7	5	3,832	160

Línea	Complejidad	Wavelet	Nivel Máximo	Nivel Actual	Valoración Red Neuronal	Resolución espacial referida a Haar
P-Pegalajar-Central	3	bior2.8	6	5	3,828	80
P-Pegalajar-Central	3	coif1	7	5	3,770	160
P-Pegalajar-Central	3	coif3	6	5	3,836	80
P-Pegalajar-Central	3	rbio2.8	6	5	3,816	80
JV-2222	4	bior5.5	8	4	3,774	80
JV-2222	4	coif5	6	3	3,825	40
JV-2222	4	coif5	6	4	3,786	80
JV-2222	4	db6	8	4	3,780	80
JV-2222	4	db12	7	4	3,752	80
JV-2222	4	db25	5	2	3,797	20
JV-2222	4	db25	5	3	3,821	40
JV-2222	4	db25	5	4	3,765	80
JV-2222	4	db36	5	2	3,793	20
JV-2222	4	db36	5	3	3,825	40
JV-2222	4	dmey	4	2	3,792	20
JV-2222	4	dmey	4	3	3,828	40
JV-2222	4	dmey	4	4	3,781	40
JV-2222	4	rbio3.1	9	4	3,802	80
JV-2222	4	rbio3.7	7	4	3,764	80
JV-2222	4	rbio5.5	8	4	3,750	80
JV-2222	4	sym18	6	3	3,822	40
JV-2222	4	sym18	6	4	3,800	80
JV-2222	4	sym27	5	2	3,797	20
JV-2222	4	sym27	5	3	3,811	40
JV-2222	4	sym27	5	4	3,766	80
JV-2222	4	sym34	5	2	3,797	20
JV-2222	4	sym34	5	3	3,826	40
JV-2222	4	sym34	5	4	3,789	80
JV-3241	4	bior1.3	8	4	3,868	80
JV-3241	4	bior2.8	7	4	3,881	80
JV-3241	4	bior3.7	7	4	3,945	80
JV-3241	4	bior3.7	7	5	3,807	160
JV-3241	4	bior5.5	7	4	3,863	80
JV-3241	4	coif1	8	4	3,794	80
JV-3241	4	coif5	6	4	3,868	80
JV-3241	4	db6	7	4	3,896	80
JV-3241	4	db12	6	4	3,895	80
JV-3241	4	db36	4	4	3,919	40
JV-3241	4	dmey	4	4	3,937	40
JV-3241	4	rbio2.8	7	4	3,917	80
JV-3241	4	rbio3.1	9	4	3,897	80
JV-3241	4	rbio3.7	7	4	3,942	80
JV-3241	4	rbio3.9	6	4	3,909	80
JV-3241	4	rbio5.5	7	4	3,847	80

Línea	Complejidad	Wavelet	Nivel Máximo	Nivel Actual	Valoración Red Neuronal	Resolución espacial referida a Haar
JV-3241	4	sym2	9	4	3,814	80
JV-3241	4	sym5	7	4	3,941	80
JV-3241	4	sym18	5	4	3,942	80
JV-3241	4	sym27	5	4	3,895	40
JV-3241	4	sym34	5	4	3,932	40
P-CaminoAzadillas	5	bior2.2	12	8	3,775	80
P-CaminoAzadillas	5	bior2.8	10	8	3,903	40
P-CaminoAzadillas	5	bior3.7	11	8	3,776	40
P-CaminoAzadillas	5	bior3.7	11	9	3,785	80
P-CaminoAzadillas	5	bior5.5	11	8	3,949	40
P-CaminoAzadillas	5	coif1	12	8	3,967	80
P-CaminoAzadillas	5	coif3	10	8	3,967	40
P-CaminoAzadillas	5	coif5	10	8	3,994	40
P-CaminoAzadillas	5	rbio2.8	10	8	3,905	40
P-CaminoAzadillas	5	rbio3.7	11	8	3,811	40
P-CaminoAzadillas	5	rbio3.9	10	8	3,852	40
P-CaminoAzadillas	5	rbio5.5	11	8	3,929	40
P-CerroSanCristobal	5	bior2.2	12	8	3,776	80
P-CerroSanCristobal	5	bior2.8	10	8	4,097	40
P-CerroSanCristobal	5	bior3.1	13	7	4,049	40
P-CerroSanCristobal	5	bior5.5	11	8	4,063	40
P-CerroSanCristobal	5	coif1	12	8	3,925	80
P-CerroSanCristobal	5	rbio1.3	12	8	3,812	80
P-CerroSanCristobal	5	rbio2.8	10	8	4,059	40
P-SierraPeñaDelAguila	5	db6	7	5	3,858	160
P-SierraPeñaDelAguila	5	sym5	8	5	3,825	160
P-SierraPeñaDelAguila	5	coif3	7	5	3,770	160
P-SierraPeñaDelAguila	5	rbio3.9	7	5	3,753	160

Tabla A.V. 2: Valoración red neuronal de líneas seleccionadas según criterio ≥ 3.75 . E200k

Línea	Complejidad	Wavelet	Nivel Máximo	Nivel Actual	Valoración Red Neuronal	Resolución Espacial Referida a Haar
A-44	1	bior1.3	9	7	4,523	640
A-44		bior2.2	9	7	4,284	640
A-44		bior3.1	10	5	4,274	160
A-44		bior3.7	8	7	4,562	640
A-44		bior5.5	8	7	4,625	640
A-44		coif1	9	7	4,495	640
A-44		db1	12	6	4,022	320
A-44		db6	8	7	4,656	640
A-44		rbio1.3	9	6	4,006	320
A-44						

Línea	Complejidad	Wavelet	Nivel Maximo	Nivel Actual	Valoración Red Neuronal	Resolucion Espacial Referida a Haar
A-44		rbio2.8	8	7	4,650	320
A-44		rbio3.1	10	7	4,455	640
A-44		rbio3.1	10	8	4,054	1280
A-44		rbio3.7	8	7	4,440	640
A-44		rbio3.7	8	8	3,885	640
A-44		rbio3.9	8	7	4,486	320
A-44		rbio3.9	8	8	3,942	640
A-44		sym2	10	7	4,530	640
A-44		sym5	9	7	4,628	640
A-316A		bior2.2	8	6	4,419	320
A-316A		bior2.2	8	7	4,318	640
A-316A		bior2.8	6	6	4,338	160
A-316A		bior3.1	9	4	4,222	80
A-316A		bior5.5	7	6	4,064	160
A-316A		bior5.5	7	7	4,230	320
A-316A		coif1	8	6	3,900	320
A-316A		coif1	8	7	4,196	640
A-316A		coif3	6	6	4,300	160
A-316A		db1	10	5	4,119	160
A-316A		db1	10	6	3,928	320
A-316A		db6	7	7	4,338	320
A-316A		rbio1.3	8	5	4,157	160
A-316A		rbio1.3	8	6	3,993	320
A-316A		rbio2.8	6	6	4,324	160
A-316A		rbio3.1	9	7	4,175	640
A-316A		rbio5.5	7	6	4,393	160
A-316A		sym2	9	7	3,874	640
A-316A		sym5	7	7	4,167	320
N-323		bior1.3	9	6	3,922	320
N-323		bior2.8	7	6	3,889	320
N-323		bior3.7	8	6	3,874	320
N-323		bior5.5	8	6	3,882	320
N-323		coif1	9	6	3,795	320
N-323		coif3	7	6	3,845	320
N-323		coif5	7	6	3,872	160
N-323		db6	8	6	3,863	320
N-323		db12	7	6	3,830	320
N-323		db25	6	6	3,917	160
N-323		rbio1.3	9	5	3,966	160
N-323		rbio1.3	9	6	3,797	320
N-323		rbio2.8	7	6	3,823	320
N-323		rbio3.7	8	6	3,914	320
N-323		rbio3.9	7	6	3,913	320
N-323		rbio5.5	8	6	3,796	320

Línea	Complejidad	Wavelet	Nivel Maximo	Nivel Actual	Valoración Red Neuronal	Resolucion Espacial Referida a Haar
N-323		sym2	10	6	3,777	320
N-323		sym5	8	6	3,878	320
N-323		sym18	6	6	3,807	160
N-323		sym27	6	6	3,804	160
A-311	2	coif1	8	6	3,751	320
JP-2332		bior1.3	7	6	3,814	320
JP-2332		bior2.8	6	6	3,750	160
JP-2332		bior3.7	6	6	3,761	160
JP-2332		bior5.5	6	6	3,778	160
JP-2332		coif1	7	6	3,791	320
JP-2332		coif3	6	6	3,771	160
JP-2332		db1	10	5	3,834	160
JP-2332		rbio2.8	6	6	3,780	160
JP-2332		rbio3.7	6	6	3,790	160
JV-2223		bior1.3	8	6	3,763	320
JV-2223		bior2.2	8	6	3,772	320
JV-2223		coif3	6	6	3,754	160
JV-2223		db6	7	6	3,930	160
JV-2223		db6	7	7	3,760	320
JV-2223		rbio3.7	6	6	3,823	160
JV-2223		rbio3.9	6	6	3,865	160
JV-2223		sym2	9	6	3,753	320
JV-2223		sym5	7	6	3,941	320
JV-2223		sym5	7	7	3,757	320
P-CaminoAncho		bior1.3	8	6	4,045	320
P-CaminoAncho		bior2.8	6	6	3,878	160
P-CaminoAncho		bior3.7	6	6	4,176	160
P-CaminoAncho		bior5.5	6	6	3,868	160
P-CaminoAncho		coif1	8	5	3,793	160
P-CaminoAncho		coif3	6	6	3,914	160
P-CaminoAncho		db6	6	6	4,127	160
P-CaminoAncho		rbio1.3	8	5	3,779	160
P-CaminoAncho		rbio2.8	6	6	3,860	160
P-CaminoAncho		rbio3.7	6	6	4,104	160
P-CaminoAncho		rbio5.5	6	6	3,922	160
P-CaminoAncho		sym2	8	6	4,144	320
P-CaminoAncho		sym5	7	7	3,936	320
A-316	3	bior3.7	7	6	3,759	320
A-316		coif1	9	6	3,766	320
A-316		rbio5.5	8	7	3,756	320
P-CerroSanCristobal-b		bior1.3	8	5	3,775	160
P-CerroSanCristobal-b		bior1.3	8	6	3,933	320
P-CerroSanCristobal-b		bior2.8	6	5	3,912	160
P-CerroSanCristobal-b		bior3.7	6	5	3,752	160

Línea	Complejidad	Wavelet	Nivel Maximo	Nivel Actual	Valoración Red Neuronal	Resolucion Espacial Referida a Haar
P-CerroSanCristobal-b		bior5.5	7	5	3,825	160
P-CerroSanCristobal-b		coif3	6	5	3,890	160
P-CerroSanCristobal-b		coif5	5	5	3,829	80
P-CerroSanCristobal-b		db12	5	5	3,803	80
P-CerroSanCristobal-b		rbio2.8	6	5	3,873	160
P-CerroSanCristobal-b		rbio3.7	6	5	3,815	160
P-CerroSanCristobal-b		rbio3.9	6	5	3,815	80
P-CerroSanCristobal-b		sym18	5	5	3,787	80
P-Jimena-Torres		bior1.3	8	6	3,792	320
P-Jimena-Torres		coif3	6	6	3,760	160
P-Jimena-Torres		db6	7	6	3,806	320
P-Jimena-Torres		rbio3.7	6	6	3,755	160
P-Jimena-Torres		rbio5.5	7	6	3,782	160
P-Jimena-Torres		sym5	7	6	3,779	320
P-Pegalajar-Central		bior2.8	6	5	3,753	80
P-Pegalajar-Central		coif1	7	5	3,873	160
P-Pegalajar-Central		coif3	6	5	3,761	80
P-Pegalajar-Central		coif3	6	6	3,795	160
P-Pegalajar-Central		rbio2.8	6	5	3,757	80
P-Pegalajar-Central		rbio3.7	6	6	3,836	160
P-Pegalajar-Central		rbio3.9	6	6	3,779	160
P-CerroSantin	4	db6	10	10	3,826	160
P-CerroSantin		rbio5.5	10	10	3,790	160
P-CerroSantin		sym5	11	10	3,790	160
P-CerroSantin		bior3.7	10	10	3,787	160
P-CerroSantin		coif3	10	10	3,784	160
P-CerroSantin		bior2.8	10	10	3,782	160
P-CerroSantin		rbio3.7	10	10	3,755	160
P-CaminoAzadillas	5	bior1.3	12	10	3,801	160
P-CaminoAzadillas		bior3.7	11	10	3,804	160
P-CaminoAzadillas		db6	11	10	3,802	160
P-SierraPeñaDelAguila		rbio3.9	7	6	3,880	160
P-SierraPeñaDelAguila		db6	7	5	3,768	160
P-SierraPeñaDelAguila		db6	7	6	3,767	320

VI LÍNEAS SELECCIONADAS SEGÚN CRITERIO DE LAS TRES MEJORES

Tabla A.VI. 1: Valoración red neuronal de líneas seleccionadas según criterio de las tres mejores. E100k

Línea	Complejidad	Wavelet	Nivel Máximo	Nivel Actual	Valoración Red Neuronal	Resolución Espacial Referida a Haar
A-316A	1	rbio5.5	7	6	3,7	160
A-316A		bior3.1	9	4	3,7	80
A-316A		bior2.8	6	6	3,7	160
A-44		rbio3.1	10	7	4,4	640
A-44		rbio2.8	8	7	4,2	320
A-44		bior5.5	8	7	4,2	640
N-323		rbio3.1	10	6	4,4	320
N-323		rbio1.3	9	5	4,3	160
N-323		db12	7	6	4,1	320
A-311	2	sym2	8	6	4	320
A-311		rbio1.3	8	5	3,9	160
A-311		db1	10	5	3,9	160
JP-2332		rbio3.1	8	6	4,3	320
JP-2332		sym2	8	5	4,3	160
JP-2332		bior2.2	7	5	4,2	160
JV-2223		bior2.2	8	5	4,1	160
JV-2223		sym5	7	6	4	320
JV-2223		db6	7	6	4	160
P-CaminoAncho		db6	6	6	4,1	160
P-CaminoAncho		bior3.7	6	6	4,1	160
P-CaminoAncho		rbio3.7	6	6	4,1	160
A-1102	3	rbio3.1	10	5	4,1	160
A-1102		coif3	7	5	4,1	160
A-1102		sym27	5	5	4	80
A-316		rbio3.1	10	6	4,6	320
A-316		bior1.3	9	5	4,6	160
A-316		rbio1.3	9	5	4,4	160
A-320		sym34	5	5	4,3	80
A-320		rbio3.9	7	5	4,3	160
A-320		sym5	8	5	4,2	160
A-324		db12	6	5	3,9	160
A-324		db36	5	5	3,9	80
A-324		rbio3.9	7	5	3,9	160
JV-2224		rbio3.1	8	4	3,8	80
JV-2224		bior1.3	8	4	3,8	80
JV-2224		coif5	5	4	3,8	80

Linea	Complejidad	Wavelet	NivelMaximo	NivelActual	Valoración Red Neuronal	Resolucion Espacial Referida a Haar
JV-2225		bior2.2	12	9	4,1	80
JV-2225		db6	10	10	4,1	160
JV-2225		rbio2.8	10	10	4	160
JV-2226		db6	6	5	3,9	160
JV-2226		bior3.7	6	5	3,8	160
JV-2226		bior1.3	8	5	3,8	160
JV-3012		rbio3.1	9	4	4	80
JV-3012		bior2.8	6	4	3,9	80
JV-3012		coif3	6	4	3,9	80
JV-3242		coif1	8	4	3,9	80
JV-3242		bior1.3	8	4	3,9	80
JV-3242		rbio3.7	7	4	3,9	80
P-CerroSanCristobal-b		rbio1.3	8	4	3,7	80
P-CerroSanCristobal-b		rbio3.1	8	4	3,7	80
P-CerroSanCristobal-b		bior2.8	6	4	3,7	80
P-Jimena-Torres		rbio3.1	9	5	3,9	160
P-Jimena-Torres		bior1.3	8	5	3,9	160
P-Jimena-Torres		sym5	7	5	3,8	160
P-Pegalajar-Central		coif3	6	5	3,8	80
P-Pegalajar-Central		bior1.3	7	5	3,8	160
P-Pegalajar-Central		bior2.8	6	5	3,8	80
JV-2222	4	dmey	4	3	3,8	40
JV-2222		sym34	5	3	3,8	40
JV-2222		db36	5	3	3,8	40
JV-3241		bior3.7	7	4	3,9	80
JV-3241		sym18	5	4	3,9	80
JV-3241		rbio3.7	7	4	3,9	80
P-CerroSantin		rbio1.3	12	7	3,7	40
P-CerroSantin		bior1.3	12	7	3,7	40
P-CerroSantin		sym2	12	7	3,7	40
P-CaminoAzadillas	5	coif5	10	8	4	40
P-CaminoAzadillas		coif3	10	8	4	40
P-CaminoAzadillas		coif1	12	8	4	80
P-CerroAlmaden		sym34	9	8	3,6	40
P-CerroAlmaden		db6	12	8	3,6	80
P-CerroAlmaden		db12	11	8	3,6	40
P-CerroSanCristobal		bior2.8	10	8	4,1	40
P-CerroSanCristobal		bior5.5	11	8	4,1	40
P-CerroSanCristobal		rbio2.8	10	8	4,1	40
P-SierraPeñaDelAguila		db6	7	5	3,9	160
P-SierraPeñaDelAguila		sym5	8	5	3,8	160
P-SierraPeñaDelAguila		coif3	7	5	3,8	160

Tabla A.VI. 2: Valoración red neuronal de líneas seleccionadas según criterio de las tres mejores. E200k

Linea	Complejidad	Wavelet	NivelMaximo	NivelActual	Valoración Red Neuronal	Resolucion Espacial Referida a Haar
A-316A	1	bior2.2	8	6	4,4	320
A-316A		rbio5.5	7	6	4,4	160
A-316A		bior2.8	6	6	4,3	160
A-44		db6	8	7	4,7	640
A-44		rbio2.8	8	7	4,6	320
A-44		sym5	9	7	4,6	640
N-323		rbio1.3	9	5	4	160
N-323		bior1.3	9	6	3,9	320
N-323		db25	6	6	3,9	160
A-311	2	coif1	8	6	3,8	320
A-311		bior2.2	8	5	3,7	160
A-311		sym2	8	6	3,6	320
JP-2332		db1	10	5	3,8	160
JP-2332		bior1.3	7	6	3,8	320
JP-2332		coif1	7	6	3,8	320
JV-2223		sym5	7	6	3,9	320
JV-2223		db6	7	6	3,9	160
JV-2223		rbio3.9	6	6	3,9	160
P-CaminoAncho		bior3.7	6	6	4,2	160
P-CaminoAncho		sym2	8	6	4,1	320
P-CaminoAncho		db6	6	6	4,1	160
A-1102	3	bior3.7	7	6	3,7	320
A-1102		rbio3.9	7	6	3,6	160
A-1102		sym5	8	6	3,6	320
A-316		coif1	9	6	3,8	320
A-316		bior3.7	7	6	3,8	320
A-316		rbio5.5	8	7	3,8	320
A-320		sym5	8	6	3,7	320
A-320		bior3.7	7	6	3,7	160
A-320		sym2	9	6	3,7	320
A-324		db25	5	5	3,6	80
A-324		bior1.3	8	5	3,6	160
A-324		db36	5	5	3,6	80
JV-2224		bior3.7	6	6	3,7	160
JV-2224		rbio3.7	6	6	3,6	160
JV-2224		rbio3.9	6	6	3,6	160
JV-2225		coif1	12	10	3,7	160
JV-2225		bior1.3	12	11	3,6	320
JV-2225		rbio2.8	10	10	3,6	160

Línea	Complejidad	Wavelet	Nivel Máximo	Nivel Actual	Valoración Red Neuronal	Resolución Espacial Referida a Haar
JV-2226		db6	6	6	3,6	160
JV-2226		bior1.3	8	6	3,6	320
JV-2226		rbio3.7	6	6	3,5	160
JV-3012		sym5	7	6	3,6	320
JV-3012		db6	7	6	3,6	160
JV-3012		bior3.7	6	6	3,5	160
JV-3242		bior2.2	8	5	3	160
JV-3242		bior1.3	8	6	3	320
JV-3242		sym2	9	5	2,9	160
P-CerroSanCristobal-b		bior1.3	8	6	3,9	320
P-CerroSanCristobal-b		bior2.8	6	5	3,9	160
P-CerroSanCristobal-b		coif3	6	5	3,9	160
P-Jimena-Torres		db6	7	6	3,8	320
P-Jimena-Torres		bior1.3	8	6	3,8	320
P-Jimena-Torres		rbio5.5	7	6	3,8	160
P-Pegalajar-Central		coif1	7	5	3,9	160
P-Pegalajar-Central		rbio3.7	6	6	3,8	160
P-Pegalajar-Central		coif3	6	6	3,8	160
JV-2222	4	bior5.5	8	6	3,6	320
JV-2222		db6	8	6	3,6	320
JV-2222		rbio5.5	8	6	3,6	160
JV-3241		bior2.8	7	6	3,4	160
JV-3241		rbio2.8	7	6	3,4	160
JV-3241		coif3	7	6	3,4	160
P-CerroSantin		db6	10	10	3,8	160
P-CerroSantin		rbio5.5	10	10	3,8	160
P-CerroSantin		sym5	11	10	3,8	160
P-CaminoAzadillas	5	bior3.7	11	10	3,8	160
P-CaminoAzadillas		db6	11	10	3,8	160
P-CaminoAzadillas		bior1.3	12	10	3,8	160
P-CerroAlmaden		rbio3.9	11	10	3	160
P-CerroAlmaden		rbio3.7	11	10	2,9	160

Anejo Digital

ANEJO DIGITAL I

En esta tabla se presentan las 26 líneas junto a las 27 wavelets que las han generalizado. La columna Nivel Máximo indica cual ha sido el nivel de descomposición más bajo al que ha llegado dicha wavelet sobre dicha línea. La columna Nivel Actual indica el nivel al que se refiere la resolución espacial. La columna Resolución espacial indica los metros que se espera puedan ser apreciados a ese nivel de descomposición de acuerdo con el criterio tomado en el apartado IV.2.1. Finalmente la columna Equivalencias Haar indica a qué resolución espacial sobre los niveles de Haar se puede referencial la columna anterior de Resolución Espacial. Ver apartado IV.2.1.1 para comprender tal equivalencia.

Línea	Wavelet	Nivel Máximo	Nivel Actual	Resolución Espacial	Equivalencias Haar
A-44	bior1.3	9	1	9,994	10
A-44	bior1.3	9	2	19,957	20
A-44	bior1.3	9	3	39,820	40
A-44	bior1.3	9	4	79,268	80
A-44	bior1.3	9	5	157,068	160
A-44	bior1.3	9	6	306,566	320
A-44	bior1.3	9	7	591,744	640
A-44	bior1.3	9	8	1106,304	1280
A-44	bior1.3	9	9	1957,308	2560
A-44	bior2.2	9	1	9,994	10
A-44	bior2.2	9	2	19,957	20
A-44	bior2.2	9	3	39,820	40
A-44	bior2.2	9	4	79,268	80
A-44	bior2.2	9	5	157,068	160
A-44	bior2.2	9	6	306,566	320
A-44	bior2.2	9	7	591,744	640
A-44	bior2.2	9	8	1106,304	1280
A-44	bior2.2	9	9	1957,308	2560
A-44	bior2.8	8	1	9,971	10
A-44	bior2.8	8	2	19,817	20
A-44	bior2.8	8	3	39,146	40
A-44	bior2.8	8	4	76,411	80
A-44	bior2.8	8	5	146,236	160
A-44	bior2.8	8	6	267,842	320
A-44	bior2.8	8	7	462,636	320
A-44	bior2.8	8	8	727,000	640
A-44	bior3.1	10	1	9,998	10
A-44	bior3.1	10	2	19,988	20

A-44	bior3.1	10	3	39,945	40
A-44	bior3.1	10	4	79,765	80
A-44	bior3.1	10	5	159,031	160
A-44	bior3.1	10	6	314,136	320
A-44	bior3.1	10	7	620,610	640
A-44	bior3.1	10	8	1211,667	1280
A-44	bior3.1	10	9	2313,182	2560
A-44	bior3.1	10	10	4240,833	5120
A-44	bior3.7	8	1	9,975	10
A-44	bior3.7	8	2	19,848	20
A-44	bior3.7	8	3	39,267	40
A-44	bior3.7	8	4	76,873	80
A-44	bior3.7	8	5	147,936	160
A-44	bior3.7	8	6	273,602	320
A-44	bior3.7	8	7	480,094	640
A-44	bior3.7	8	8	771,061	640
A-44	bior5.5	8	1	9,982	10
A-44	bior5.5	8	2	19,894	20
A-44	bior5.5	8	3	39,511	40
A-44	bior5.5	8	4	77,813	80
A-44	bior5.5	8	5	151,458	160
A-44	bior5.5	8	6	285,899	320
A-44	bior5.5	8	7	519,286	640
A-44	bior5.5	8	8	877,414	640
A-44	coif1	9	1	9,994	10
A-44	coif1	9	2	19,957	20
A-44	coif1	9	3	39,820	40
A-44	coif1	9	4	79,268	80
A-44	coif1	9	5	157,068	160
A-44	coif1	9	6	306,566	320
A-44	coif1	9	7	591,744	640
A-44	coif1	9	8	1106,304	1280
A-44	coif1	9	9	1957,308	2560
A-44	coif3	8	1	9,971	10
A-44	coif3	8	2	19,817	20
A-44	coif3	8	3	39,146	40
A-44	coif3	8	4	76,411	80
A-44	coif3	8	5	146,236	160
A-44	coif3	8	6	267,842	320
A-44	coif3	8	7	462,636	320
A-44	coif3	8	8	727,000	640
A-44	coif5	7	1	9,947	10
A-44	coif5	7	2	19,679	20
A-44	coif5	7	3	38,553	40
A-44	coif5	7	4	73,968	80
A-44	coif5	7	5	136,801	160
A-44	coif5	7	6	237,804	160

A-44	coif5	7	7	379,776	320
A-44	db1	12	1	10,002	10
A-44	db1	12	2	20,004	20
A-44	db1	12	3	40,008	40
A-44	db1	12	4	80,016	80
A-44	db1	12	5	160,031	160
A-44	db1	12	6	322,089	320
A-44	db1	12	7	652,436	640
A-44	db1	12	8	1339,211	1280
A-44	db1	12	9	2827,222	2560
A-44	db1	12	10	6361,250	5120
A-44	db1	12	11	12722,500	5120
A-44	db1	12	12	25445,000	5120
A-44	db6	8	1	9,982	10
A-44	db6	8	2	19,894	20
A-44	db6	8	3	39,511	40
A-44	db6	8	4	77,813	80
A-44	db6	8	5	151,458	160
A-44	db6	8	6	285,899	320
A-44	db6	8	7	519,286	640
A-44	db6	8	8	877,414	640
A-44	db12	7	1	9,959	10
A-44	db12	7	2	19,755	20
A-44	db12	7	3	38,847	40
A-44	db12	7	4	75,281	80
A-44	db12	7	5	141,361	160
A-44	db12	7	6	251,931	320
A-44	db12	7	7	417,131	320
A-44	db25	6	1	9,908	10
A-44	db25	6	2	19,453	20
A-44	db25	6	3	37,530	40
A-44	db25	6	4	70,096	80
A-44	db25	6	5	124,122	160
A-44	db25	6	6	201,944	160
A-44	db36	6	1	9,866	10
A-44	db36	6	2	19,218	20
A-44	db36	6	3	36,506	40
A-44	db36	6	4	66,436	80
A-44	db36	6	5	112,589	80
A-44	db36	6	6	171,926	160
A-44	db45	5	1	9,836	10
A-44	db45	5	2	19,046	20
A-44	db45	5	3	35,788	40
A-44	db45	5	4	63,932	80
A-44	db45	5	5	105,145	80
A-44	dmey	5	1	9,809	10
A-44	dmey	5	2	18,890	20

A-44	dmey	5	3	35,194	40
A-44	dmey	5	4	61,910	80
A-44	dmey	5	5	99,784	80
A-44	rbio1.3	9	1	9,994	10
A-44	rbio1.3	9	2	19,957	20
A-44	rbio1.3	9	3	39,820	40
A-44	rbio1.3	9	4	79,268	80
A-44	rbio1.3	9	5	157,068	160
A-44	rbio1.3	9	6	306,566	320
A-44	rbio1.3	9	7	591,744	640
A-44	rbio1.3	9	8	1106,304	1280
A-44	rbio1.3	9	9	1957,308	2560
A-44	rbio2.8	8	1	9,971	10
A-44	rbio2.8	8	2	19,817	20
A-44	rbio2.8	8	3	39,146	40
A-44	rbio2.8	8	4	76,411	80
A-44	rbio2.8	8	5	146,236	160
A-44	rbio2.8	8	6	267,842	320
A-44	rbio2.8	8	7	462,636	320
A-44	rbio2.8	8	8	727,000	640
A-44	rbio3.1	10	1	9,998	10
A-44	rbio3.1	10	2	19,988	20
A-44	rbio3.1	10	3	39,945	40
A-44	rbio3.1	10	4	79,765	80
A-44	rbio3.1	10	5	159,031	160
A-44	rbio3.1	10	6	314,136	320
A-44	rbio3.1	10	7	620,610	640
A-44	rbio3.1	10	8	1211,667	1280
A-44	rbio3.1	10	9	2313,182	2560
A-44	rbio3.1	10	10	4240,833	5120
A-44	rbio3.7	8	1	9,975	10
A-44	rbio3.7	8	2	19,848	20
A-44	rbio3.7	8	3	39,267	40
A-44	rbio3.7	8	4	76,873	80
A-44	rbio3.7	8	5	147,936	160
A-44	rbio3.7	8	6	273,602	320
A-44	rbio3.7	8	7	480,094	640
A-44	rbio3.7	8	8	771,061	640
A-44	rbio3.9	8	1	9,967	10
A-44	rbio3.9	8	2	19,802	20
A-44	rbio3.9	8	3	39,086	40
A-44	rbio3.9	8	4	76,183	80
A-44	rbio3.9	8	5	144,574	160
A-44	rbio3.9	8	6	262,320	320
A-44	rbio3.9	8	7	446,404	320
A-44	rbio3.9	8	8	687,703	640
A-44	rbio5.5	8	1	9,967	10

A-44	rbio5.5	8	2	19,802	20
A-44	rbio5.5	8	3	39,086	40
A-44	rbio5.5	8	4	76,183	80
A-44	rbio5.5	8	5	144,574	160
A-44	rbio5.5	8	6	262,320	320
A-44	rbio5.5	8	7	446,404	320
A-44	rbio5.5	8	8	687,703	640
A-44	sym2	10	1	9,998	10
A-44	sym2	10	2	19,988	20
A-44	sym2	10	3	39,945	40
A-44	sym2	10	4	79,765	80
A-44	sym2	10	5	159,031	160
A-44	sym2	10	6	314,136	320
A-44	sym2	10	7	620,610	640
A-44	sym2	10	8	1211,667	1280
A-44	sym2	10	9	2313,182	2560
A-44	sym2	10	10	4240,833	5120
A-44	sym5	9	1	9,986	10
A-44	sym5	9	2	19,910	20
A-44	sym5	9	3	39,572	40
A-44	sym5	9	4	78,292	80
A-44	sym5	9	5	153,283	160
A-44	sym5	9	6	292,471	320
A-44	sym5	9	7	541,383	640
A-44	sym5	9	8	942,407	640
A-44	sym5	9	9	1496,765	1280
A-44	sym18	7	1	9,936	10
A-44	sym18	7	2	19,618	20
A-44	sym18	7	3	38,263	40
A-44	sym18	7	4	72,908	80
A-44	sym18	7	5	133,220	160
A-44	sym18	7	6	227,188	160
A-44	sym18	7	7	348,562	320
A-44	sym27	6	1	9,901	10
A-44	sym27	6	2	19,409	20
A-44	sym27	6	3	37,364	40
A-44	sym27	6	4	69,522	80
A-44	sym27	6	5	121,746	160
A-44	sym27	6	6	195,731	160
A-44	sym34	6	1	9,874	10
A-44	sym34	6	2	19,262	20
A-44	sym34	6	3	36,717	40
A-44	sym34	6	4	67,137	80
A-44	sym34	6	5	114,617	80
A-44	sym34	6	6	176,701	160
A-311	bior1.3	8	1	9,978	10
A-311	bior1.3	8	2	19,841	20

A-311	bior1.3	8	3	39,229	40
A-311	bior1.3	8	4	77,135	80
A-311	bior1.3	8	5	149,239	160
A-311	bior1.3	8	6	274,600	320
A-311	bior1.3	8	7	490,357	640
A-311	bior1.3	8	8	762,778	640
A-311	bior2.2	8	1	9,978	10
A-311	bior2.2	8	2	19,841	20
A-311	bior2.2	8	3	39,229	40
A-311	bior2.2	8	4	77,135	80
A-311	bior2.2	8	5	149,239	160
A-311	bior2.2	8	6	274,600	320
A-311	bior2.2	8	7	490,357	640
A-311	bior2.2	8	8	762,778	640
A-311	bior2.8	6	1	9,892	10
A-311	bior2.8	6	2	19,338	20
A-311	bior2.8	6	3	37,108	40
A-311	bior2.8	6	4	68,650	80
A-311	bior2.8	6	5	118,362	80
A-311	bior2.8	6	6	185,541	160
A-311	bior3.1	8	1	9,993	10
A-311	bior3.1	8	2	19,956	20
A-311	bior3.1	8	3	39,682	40
A-311	bior3.1	8	4	78,908	80
A-311	bior3.1	8	5	156,023	160
A-311	bior3.1	8	6	298,478	320
A-311	bior3.1	8	7	572,083	640
A-311	bior3.1	8	8	980,714	1280
A-311	bior3.7	6	1	9,906	10
A-311	bior3.7	6	2	19,448	20
A-311	bior3.7	6	3	37,514	40
A-311	bior3.7	6	4	70,051	80
A-311	bior3.7	6	5	122,589	160
A-311	bior3.7	6	6	196,143	160
A-311	bior5.5	6	1	9,935	10
A-311	bior5.5	6	2	19,614	20
A-311	bior5.5	6	3	38,139	40
A-311	bior5.5	6	4	72,263	80
A-311	bior5.5	6	5	132,019	160
A-311	bior5.5	6	6	221,452	160
A-311	coif1	8	1	9,978	10
A-311	coif1	8	2	19,841	20
A-311	coif1	8	3	39,229	40
A-311	coif1	8	4	77,135	80
A-311	coif1	8	5	149,239	160
A-311	coif1	8	6	274,600	320
A-311	coif1	8	7	490,357	640

A-311	coif1	8	8	762,778	640
A-311	coif3	6	1	9,892	10
A-311	coif3	6	2	19,338	20
A-311	coif3	6	3	37,108	40
A-311	coif3	6	4	68,650	80
A-311	coif3	6	5	118,362	80
A-311	coif3	6	6	185,541	160
A-311	coif5	5	1	9,807	10
A-311	coif5	5	2	18,860	20
A-311	coif5	5	3	35,026	40
A-311	coif5	5	4	61,295	80
A-311	coif5	5	5	98,071	80
A-311	db1	10	1	10,007	10
A-311	db1	10	2	20,015	20
A-311	db1	10	3	40,146	40
A-311	db1	10	4	80,765	80
A-311	db1	10	5	163,452	160
A-311	db1	10	6	326,905	320
A-311	db1	10	7	686,500	640
A-311	db1	10	8	1373,000	1280
A-311	db1	10	9	3432,500	2560
A-311	db1	10	10	6865,000	5120
A-311	db6	6	1	9,935	10
A-311	db6	6	2	19,614	20
A-311	db6	6	3	38,139	40
A-311	db6	6	4	72,263	80
A-311	db6	6	5	132,019	160
A-311	db6	6	6	221,452	160
A-311	db12	5	1	9,849	10
A-311	db12	5	2	19,123	20
A-311	db12	5	3	36,132	40
A-311	db12	5	4	64,764	80
A-311	db12	5	5	107,266	80
A-311	db25	4	1	9,669	10
A-311	db25	4	2	18,113	20
A-311	db25	4	3	32,230	40
A-311	db25	4	4	52,808	40
A-311	db36	4	1	9,521	10
A-311	db36	4	2	17,380	20
A-311	db36	4	3	29,591	20
A-311	db36	4	4	45,464	40
A-311	db45	3	1	9,417	10
A-311	db45	3	2	16,867	20
A-311	db45	3	3	27,907	20
A-311	dmey	3	1	9,327	10
A-311	dmey	3	2	16,423	20
A-311	dmey	3	3	26,506	20

A-311	rbio1.3	8	1	9,978	10
A-311	rbio1.3	8	2	19,841	20
A-311	rbio1.3	8	3	39,229	40
A-311	rbio1.3	8	4	77,135	80
A-311	rbio1.3	8	5	149,239	160
A-311	rbio1.3	8	6	274,600	320
A-311	rbio1.3	8	7	490,357	640
A-311	rbio1.3	8	8	762,778	640
A-311	rbio2.8	6	1	9,892	10
A-311	rbio2.8	6	2	19,338	20
A-311	rbio2.8	6	3	37,108	40
A-311	rbio2.8	6	4	68,650	80
A-311	rbio2.8	6	5	118,362	80
A-311	rbio2.8	6	6	185,541	160
A-311	rbio3.1	8	1	9,993	10
A-311	rbio3.1	8	2	19,956	20
A-311	rbio3.1	8	3	39,682	40
A-311	rbio3.1	8	4	78,908	80
A-311	rbio3.1	8	5	156,023	160
A-311	rbio3.1	8	6	298,478	320
A-311	rbio3.1	8	7	572,083	640
A-311	rbio3.1	8	8	980,714	1280
A-311	rbio3.7	6	1	9,906	10
A-311	rbio3.7	6	2	19,448	20
A-311	rbio3.7	6	3	37,514	40
A-311	rbio3.7	6	4	70,051	80
A-311	rbio3.7	6	5	122,589	160
A-311	rbio3.7	6	6	196,143	160
A-311	rbio3.9	6	1	9,878	10
A-311	rbio3.9	6	2	19,284	20
A-311	rbio3.9	6	3	36,711	40
A-311	rbio3.9	6	4	67,304	80
A-311	rbio3.9	6	5	114,417	80
A-311	rbio3.9	6	6	176,026	160
A-311	rbio5.5	6	1	9,878	10
A-311	rbio5.5	6	2	19,284	20
A-311	rbio5.5	6	3	36,711	40
A-311	rbio5.5	6	4	67,304	80
A-311	rbio5.5	6	5	114,417	80
A-311	rbio5.5	6	6	176,026	160
A-311	sym2	8	1	9,993	10
A-311	sym2	8	2	19,956	20
A-311	sym2	8	3	39,682	40
A-311	sym2	8	4	78,908	80
A-311	sym2	8	5	156,023	160
A-311	sym2	8	6	298,478	320
A-311	sym2	8	7	572,083	640

A-311	sym2	8	8	980,714	1280
A-311	sym5	7	1	9,949	10
A-311	sym5	7	2	19,670	20
A-311	sym5	7	3	38,567	40
A-311	sym5	7	4	73,817	80
A-311	sym5	7	5	137,300	160
A-311	sym5	7	6	236,724	160
A-311	sym5	7	7	381,389	320
A-311	sym18	5	1	9,765	10
A-311	sym18	5	2	18,655	20
A-311	sym18	5	3	34,154	40
A-311	sym18	5	4	58,675	40
A-311	sym18	5	5	91,533	80
A-311	sym27	4	1	9,642	10
A-311	sym27	4	2	17,971	20
A-311	sym27	4	3	31,636	40
A-311	sym27	4	4	51,231	40
A-311	sym34	4	1	9,548	10
A-311	sym34	4	2	17,513	20
A-311	sym34	4	3	29,978	20
A-311	sym34	4	4	46,701	40
A-316	bior1.3	9	1	9,991	10
A-316	bior1.3	9	2	19,946	20
A-316	bior1.3	9	3	39,702	40
A-316	bior1.3	9	4	78,839	80
A-316	bior1.3	9	5	155,467	160
A-316	bior1.3	9	6	302,455	320
A-316	bior1.3	9	7	573,621	640
A-316	bior1.3	9	8	1039,688	1280
A-316	bior1.3	9	9	1663,500	1280
A-316	bior2.2	9	1	9,991	10
A-316	bior2.2	9	2	19,946	20
A-316	bior2.2	9	3	39,702	40
A-316	bior2.2	9	4	78,839	80
A-316	bior2.2	9	5	155,467	160
A-316	bior2.2	9	6	302,455	320
A-316	bior2.2	9	7	573,621	640
A-316	bior2.2	9	8	1039,688	1280
A-316	bior2.2	9	9	1663,500	1280
A-316	bior2.8	7	1	9,955	10
A-316	bior2.8	7	2	19,733	20
A-316	bior2.8	7	3	38,776	40
A-316	bior2.8	7	4	74,932	80
A-316	bior2.8	7	5	139,790	160
A-316	bior2.8	7	6	248,284	320
A-316	bior2.8	7	7	405,732	320
A-316	bior3.1	10	1	9,997	10

A-316	bior3.1	10	2	19,970	20
A-316	bior3.1	10	3	39,892	40
A-316	bior3.1	10	4	79,593	80
A-316	bior3.1	10	5	158,429	160
A-316	bior3.1	10	6	313,868	320
A-316	bior3.1	10	7	616,111	640
A-316	bior3.1	10	8	1188,214	1280
A-316	bior3.1	10	9	2079,375	2560
A-316	bior3.1	10	10	3327,000	2560
A-316	bior3.7	7	1	9,961	10
A-316	bior3.7	7	2	19,757	20
A-316	bior3.7	7	3	38,867	40
A-316	bior3.7	7	4	75,271	80
A-316	bior3.7	7	5	142,180	160
A-316	bior3.7	7	6	255,923	320
A-316	bior3.7	7	7	426,539	320
A-316	bior5.5	8	1	9,973	10
A-316	bior5.5	8	2	19,827	20
A-316	bior5.5	8	3	39,233	40
A-316	bior5.5	8	4	76,659	80
A-316	bior5.5	8	5	147,212	160
A-316	bior5.5	8	6	272,705	320
A-316	bior5.5	8	7	475,286	320
A-316	bior5.5	8	8	756,136	640
A-316	coif1	9	1	9,991	10
A-316	coif1	9	2	19,946	20
A-316	coif1	9	3	39,702	40
A-316	coif1	9	4	78,839	80
A-316	coif1	9	5	155,467	160
A-316	coif1	9	6	302,455	320
A-316	coif1	9	7	573,621	640
A-316	coif1	9	8	1039,688	1280
A-316	coif1	9	9	1663,500	1280
A-316	coif3	7	1	9,955	10
A-316	coif3	7	2	19,733	20
A-316	coif3	7	3	38,776	40
A-316	coif3	7	4	74,932	80
A-316	coif3	7	5	139,790	160
A-316	coif3	7	6	248,284	320
A-316	coif3	7	7	405,732	320
A-316	coif5	6	1	9,919	10
A-316	coif5	6	2	19,525	20
A-316	coif5	6	3	37,807	40
A-316	coif5	6	4	71,090	80
A-316	coif5	6	5	126,985	160
A-316	coif5	6	6	210,570	160
A-316	db1	11	1	10,003	10

A-316	db1	11	2	20,018	20
A-316	db1	11	3	40,084	40
A-316	db1	11	4	80,362	80
A-316	db1	11	5	161,505	160
A-316	db1	11	6	326,177	320
A-316	db1	11	7	665,400	640
A-316	db1	11	8	1386,250	1280
A-316	db1	11	9	2772,500	2560
A-316	db1	11	10	5545,000	5120
A-316	db1	11	11	16635,000	5120
A-316	db6	8	1	9,973	10
A-316	db6	8	2	19,827	20
A-316	db6	8	3	39,233	40
A-316	db6	8	4	76,659	80
A-316	db6	8	5	147,212	160
A-316	db6	8	6	272,705	320
A-316	db6	8	7	475,286	320
A-316	db6	8	8	756,136	640
A-316	db12	7	1	9,937	10
A-316	db12	7	2	19,617	20
A-316	db12	7	3	38,241	40
A-316	db12	7	4	72,961	80
A-316	db12	7	5	133,080	160
A-316	db12	7	6	227,877	160
A-316	db12	7	7	353,936	320
A-316	db25	6	1	9,861	10
A-316	db25	6	2	19,187	20
A-316	db25	6	3	36,400	40
A-316	db25	6	4	66,012	80
A-316	db25	6	5	110,900	80
A-316	db25	6	6	168,030	160
A-316	db36	5	1	9,797	10
A-316	db36	5	2	18,818	20
A-316	db36	5	3	34,874	40
A-316	db36	5	4	60,934	80
A-316	db36	5	5	97,281	80
A-316	db45	5	1	9,751	10
A-316	db45	5	2	18,566	20
A-316	db45	5	3	33,880	40
A-316	db45	5	4	57,760	40
A-316	db45	5	5	88,957	80
A-316	dmey	5	1	9,711	10
A-316	dmey	5	2	18,361	20
A-316	dmey	5	3	33,072	40
A-316	dmey	5	4	55,266	40
A-316	dmey	5	5	83,175	80
A-316	rbio1.3	9	1	9,991	10

A-316	rbio1.3	9	2	19,946	20
A-316	rbio1.3	9	3	39,702	40
A-316	rbio1.3	9	4	78,839	80
A-316	rbio1.3	9	5	155,467	160
A-316	rbio1.3	9	6	302,455	320
A-316	rbio1.3	9	7	573,621	640
A-316	rbio1.3	9	8	1039,688	1280
A-316	rbio1.3	9	9	1663,500	1280
A-316	rbio2.8	7	1	9,955	10
A-316	rbio2.8	7	2	19,733	20
A-316	rbio2.8	7	3	38,776	40
A-316	rbio2.8	7	4	74,932	80
A-316	rbio2.8	7	5	139,790	160
A-316	rbio2.8	7	6	248,284	320
A-316	rbio2.8	7	7	405,732	320
A-316	rbio3.1	10	1	9,997	10
A-316	rbio3.1	10	2	19,970	20
A-316	rbio3.1	10	3	39,892	40
A-316	rbio3.1	10	4	79,593	80
A-316	rbio3.1	10	5	158,429	160
A-316	rbio3.1	10	6	313,868	320
A-316	rbio3.1	10	7	616,111	640
A-316	rbio3.1	10	8	1188,214	1280
A-316	rbio3.1	10	9	2079,375	2560
A-316	rbio3.1	10	10	3327,000	2560
A-316	rbio3.7	7	1	9,961	10
A-316	rbio3.7	7	2	19,757	20
A-316	rbio3.7	7	3	38,867	40
A-316	rbio3.7	7	4	75,271	80
A-316	rbio3.7	7	5	142,180	160
A-316	rbio3.7	7	6	255,923	320
A-316	rbio3.7	7	7	426,539	320
A-316	rbio3.9	7	1	9,949	10
A-316	rbio3.9	7	2	19,686	20
A-316	rbio3.9	7	3	38,596	40
A-316	rbio3.9	7	4	74,263	80
A-316	rbio3.9	7	5	137,479	160
A-316	rbio3.9	7	6	241,087	320
A-316	rbio3.9	7	7	386,861	320
A-316	rbio5.5	7	1	9,949	10
A-316	rbio5.5	7	2	19,686	20
A-316	rbio5.5	7	3	38,596	40
A-316	rbio5.5	7	4	74,263	80
A-316	rbio5.5	7	5	137,479	160
A-316	rbio5.5	7	6	241,087	320
A-316	rbio5.5	7	7	386,861	320
A-316	sym2	10	1	9,997	10

A-316	sym2	10	2	19,970	20
A-316	sym2	10	3	39,892	40
A-316	sym2	10	4	79,593	80
A-316	sym2	10	5	158,429	160
A-316	sym2	10	6	313,868	320
A-316	sym2	10	7	616,111	640
A-316	sym2	10	8	1188,214	1280
A-316	sym2	10	9	2079,375	2560
A-316	sym2	10	10	3327,000	2560
A-316	sym5	8	1	9,979	10
A-316	sym5	8	2	19,875	20
A-316	sym5	8	3	39,419	40
A-316	sym5	8	4	77,372	80
A-316	sym5	8	5	149,865	160
A-316	sym5	8	6	281,949	320
A-316	sym5	8	7	504,091	640
A-316	sym5	8	8	831,750	640
A-316	sym18	6	1	9,902	10
A-316	sym18	6	2	19,411	20
A-316	sym18	6	3	37,382	40
A-316	sym18	6	4	69,603	80
A-316	sym18	6	5	122,316	160
A-316	sym18	6	6	195,706	160
A-316	sym27	5	1	9,849	10
A-316	sym27	5	2	19,121	20
A-316	sym27	5	3	36,085	40
A-316	sym27	5	4	64,980	80
A-316	sym27	5	5	108,020	80
A-316	sym34	5	1	9,808	10
A-316	sym34	5	2	18,882	20
A-316	sym34	5	3	35,169	40
A-316	sym34	5	4	61,840	80
A-316	sym34	5	5	99,611	80
A-316A	bior1.3	8	1	9,982	10
A-316A	bior1.3	8	2	19,870	20
A-316A	bior1.3	8	3	39,366	40
A-316A	bior1.3	8	4	77,639	80
A-316A	bior1.3	8	5	149,732	160
A-316A	bior1.3	8	6	279,500	320
A-316A	bior1.3	8	7	493,235	640
A-316A	bior1.3	8	8	838,500	640
A-316A	bior2.2	8	1	9,982	10
A-316A	bior2.2	8	2	19,870	20
A-316A	bior2.2	8	3	39,366	40
A-316A	bior2.2	8	4	77,639	80
A-316A	bior2.2	8	5	149,732	160
A-316A	bior2.2	8	6	279,500	320

A-316A	bior2.2	8	7	493,235	640
A-316A	bior2.2	8	8	838,500	640
A-316A	bior2.8	6	1	9,911	10
A-316A	bior2.8	6	2	19,455	20
A-316A	bior2.8	6	3	37,601	40
A-316A	bior2.8	6	4	70,462	80
A-316A	bior2.8	6	5	125,149	160
A-316A	bior2.8	6	6	204,512	160
A-316A	bior3.1	9	1	9,994	10
A-316A	bior3.1	9	2	19,964	20
A-316A	bior3.1	9	3	39,739	40
A-316A	bior3.1	9	4	79,104	80
A-316A	bior3.1	9	5	155,278	160
A-316A	bior3.1	9	6	299,464	320
A-316A	bior3.1	9	7	559,000	640
A-316A	bior3.1	9	8	1048,125	1280
A-316A	bior3.1	9	9	1677,000	1280
A-316A	bior3.7	6	1	9,923	10
A-316A	bior3.7	6	2	19,545	20
A-316A	bior3.7	6	3	37,941	40
A-316A	bior3.7	6	4	71,667	80
A-316A	bior3.7	6	5	129,000	160
A-316A	bior3.7	6	6	215,000	160
A-316A	bior5.5	7	1	9,947	10
A-316A	bior5.5	7	2	19,683	20
A-316A	bior5.5	7	3	38,463	40
A-316A	bior5.5	7	4	73,553	80
A-316A	bior5.5	7	5	135,242	160
A-316A	bior5.5	7	6	232,917	160
A-316A	bior5.5	7	7	364,565	320
A-316A	coif1	8	1	9,982	10
A-316A	coif1	8	2	19,870	20
A-316A	coif1	8	3	39,366	40
A-316A	coif1	8	4	77,639	80
A-316A	coif1	8	5	149,732	160
A-316A	coif1	8	6	279,500	320
A-316A	coif1	8	7	493,235	640
A-316A	coif1	8	8	838,500	640
A-316A	coif3	6	1	9,911	10
A-316A	coif3	6	2	19,455	20
A-316A	coif3	6	3	37,601	40
A-316A	coif3	6	4	70,462	80
A-316A	coif3	6	5	125,149	160
A-316A	coif3	6	6	204,512	160
A-316A	coif5	5	1	9,842	10
A-316A	coif5	5	2	19,057	20
A-316A	coif5	5	3	35,833	40

A-316A	coif5	5	4	64,008	80
A-316A	coif5	5	5	106,139	80
A-316A	db1	10	1	10,006	10
A-316A	db1	10	2	20,012	20
A-316A	db1	10	3	40,120	40
A-316A	db1	10	4	80,625	80
A-316A	db1	10	5	161,250	160
A-316A	db1	10	6	322,500	320
A-316A	db1	10	7	645,000	640
A-316A	db1	10	8	1397,500	1280
A-316A	db1	10	9	2795,000	2560
A-316A	db1	10	10	8385,000	5120
A-316A	db6	7	1	9,947	10
A-316A	db6	7	2	19,683	20
A-316A	db6	7	3	38,463	40
A-316A	db6	7	4	73,553	80
A-316A	db6	7	5	135,242	160
A-316A	db6	7	6	232,917	160
A-316A	db6	7	7	364,565	320
A-316A	db12	6	1	9,876	10
A-316A	db12	6	2	19,276	20
A-316A	db12	6	3	36,776	40
A-316A	db12	6	4	67,080	80
A-316A	db12	6	5	114,863	80
A-316A	db12	6	6	178,404	160
A-316A	db25	5	1	9,727	10
A-316A	db25	5	2	18,429	20
A-316A	db25	5	3	33,406	40
A-316A	db25	5	4	56,275	40
A-316A	db25	5	5	85,561	80
A-316A	db36	4	1	9,605	10
A-316A	db36	4	2	17,803	20
A-316A	db36	4	3	31,056	40
A-316A	db36	4	4	49,324	40
A-316A	db45	4	1	9,518	10
A-316A	db45	4	2	17,360	20
A-316A	db45	4	3	29,525	20
A-316A	db45	4	4	45,324	40
A-316A	dmey	4	1	9,443	10
A-316A	dmey	4	2	16,974	20
A-316A	dmey	4	3	28,232	20
A-316A	dmey	4	4	42,348	40
A-316A	rbio1.3	8	1	9,982	10
A-316A	rbio1.3	8	2	19,870	20
A-316A	rbio1.3	8	3	39,366	40
A-316A	rbio1.3	8	4	77,639	80
A-316A	rbio1.3	8	5	149,732	160

A-316A	rbio1.3	8	6	279,500	320
A-316A	rbio1.3	8	7	493,235	640
A-316A	rbio1.3	8	8	838,500	640
A-316A	rbio2.8	6	1	9,911	10
A-316A	rbio2.8	6	2	19,455	20
A-316A	rbio2.8	6	3	37,601	40
A-316A	rbio2.8	6	4	70,462	80
A-316A	rbio2.8	6	5	125,149	160
A-316A	rbio2.8	6	6	204,512	160
A-316A	rbio3.1	9	1	9,994	10
A-316A	rbio3.1	9	2	19,964	20
A-316A	rbio3.1	9	3	39,739	40
A-316A	rbio3.1	9	4	79,104	80
A-316A	rbio3.1	9	5	155,278	160
A-316A	rbio3.1	9	6	299,464	320
A-316A	rbio3.1	9	7	559,000	640
A-316A	rbio3.1	9	8	1048,125	1280
A-316A	rbio3.1	9	9	1677,000	1280
A-316A	rbio3.7	6	1	9,923	10
A-316A	rbio3.7	6	2	19,545	20
A-316A	rbio3.7	6	3	37,941	40
A-316A	rbio3.7	6	4	71,667	80
A-316A	rbio3.7	6	5	129,000	160
A-316A	rbio3.7	6	6	215,000	160
A-316A	rbio3.9	6	1	9,900	10
A-316A	rbio3.9	6	2	19,410	20
A-316A	rbio3.9	6	3	37,267	40
A-316A	rbio3.9	6	4	69,298	80
A-316A	rbio3.9	6	5	121,522	160
A-316A	rbio3.9	6	6	195,000	160
A-316A	rbio5.5	6	1	9,900	10
A-316A	rbio5.5	6	2	19,410	20
A-316A	rbio5.5	6	3	37,267	40
A-316A	rbio5.5	6	4	69,298	80
A-316A	rbio5.5	6	5	121,522	160
A-316A	rbio5.5	6	6	195,000	160
A-316A	sym2	9	1	9,994	10
A-316A	sym2	9	2	19,964	20
A-316A	sym2	9	3	39,739	40
A-316A	sym2	9	4	79,104	80
A-316A	sym2	9	5	155,278	160
A-316A	sym2	9	6	299,464	320
A-316A	sym2	9	7	559,000	640
A-316A	sym2	9	8	1048,125	1280
A-316A	sym2	9	9	1677,000	1280
A-316A	sym5	7	1	9,958	10
A-316A	sym5	7	2	19,729	20

A-316A	sym5	7	3	38,819	40
A-316A	sym5	7	4	74,866	80
A-316A	sym5	7	5	139,750	160
A-316A	sym5	7	6	246,618	320
A-316A	sym5	7	7	399,286	320
A-316A	sym18	5	1	9,807	10
A-316A	sym18	5	2	18,885	20
A-316A	sym18	5	3	35,084	40
A-316A	sym18	5	4	61,654	80
A-316A	sym18	5	5	98,647	80
A-316A	sym27	4	1	9,705	10
A-316A	sym27	4	2	18,308	20
A-316A	sym27	4	3	32,882	40
A-316A	sym27	4	4	54,804	40
A-316A	sym34	4	1	9,627	10
A-316A	sym34	4	2	17,917	20
A-316A	sym34	4	3	31,404	40
A-316A	sym34	4	4	50,512	40
A-320	bior1.3	9	1	9,989	10
A-320	bior1.3	9	2	19,932	20
A-320	bior1.3	9	3	39,625	40
A-320	bior1.3	9	4	78,542	80
A-320	bior1.3	9	5	153,430	160
A-320	bior1.3	9	6	293,222	320
A-320	bior1.3	9	7	549,792	640
A-320	bior1.3	9	8	942,500	640
A-320	bior1.3	9	9	1466,111	1280
A-320	bior2.2	9	1	9,989	10
A-320	bior2.2	9	2	19,932	20
A-320	bior2.2	9	3	39,625	40
A-320	bior2.2	9	4	78,542	80
A-320	bior2.2	9	5	153,430	160
A-320	bior2.2	9	6	293,222	320
A-320	bior2.2	9	7	549,792	640
A-320	bior2.2	9	8	942,500	640
A-320	bior2.2	9	9	1466,111	1280
A-320	bior2.8	7	1	9,943	10
A-320	bior2.8	7	2	19,665	20
A-320	bior2.8	7	3	38,469	40
A-320	bior2.8	7	4	73,715	80
A-320	bior2.8	7	5	136,031	160
A-320	bior2.8	7	6	235,625	160
A-320	bior2.8	7	7	366,528	320
A-320	bior3.1	9	1	9,996	10
A-320	bior3.1	9	2	19,962	20
A-320	bior3.1	9	3	39,864	40
A-320	bior3.1	9	4	79,488	80

A-320	bior3.1	9	5	157,083	160
A-320	bior3.1	9	6	306,861	320
A-320	bior3.1	9	7	599,773	640
A-320	bior3.1	9	8	1099,583	1280
A-320	bior3.1	9	9	1885,000	1280
A-320	bior3.7	7	1	9,951	10
A-320	bior3.7	7	2	19,694	20
A-320	bior3.7	7	3	38,582	40
A-320	bior3.7	7	4	74,129	80
A-320	bior3.7	7	5	137,448	160
A-320	bior3.7	7	6	239,909	160
A-320	bior3.7	7	7	388,088	320
A-320	bior5.5	7	1	9,966	10
A-320	bior5.5	7	2	19,783	20
A-320	bior5.5	7	3	39,038	40
A-320	bior5.5	7	4	75,833	80
A-320	bior5.5	7	5	143,424	160
A-320	bior5.5	7	6	258,726	320
A-320	bior5.5	7	7	439,833	320
A-320	coif1	9	1	9,989	10
A-320	coif1	9	2	19,932	20
A-320	coif1	9	3	39,625	40
A-320	coif1	9	4	78,542	80
A-320	coif1	9	5	153,430	160
A-320	coif1	9	6	293,222	320
A-320	coif1	9	7	549,792	640
A-320	coif1	9	8	942,500	640
A-320	coif1	9	9	1466,111	1280
A-320	coif3	7	1	9,943	10
A-320	coif3	7	2	19,665	20
A-320	coif3	7	3	38,469	40
A-320	coif3	7	4	73,715	80
A-320	coif3	7	5	136,031	160
A-320	coif3	7	6	235,625	160
A-320	coif3	7	7	366,528	320
A-320	coif5	6	1	9,899	10
A-320	coif5	6	2	19,404	20
A-320	coif5	6	3	37,274	40
A-320	coif5	6	4	69,084	80
A-320	coif5	6	5	121,055	160
A-320	coif5	6	6	194,044	160
A-320	db1	11	1	10,004	10
A-320	db1	11	2	20,023	20
A-320	db1	11	3	40,106	40
A-320	db1	11	4	80,457	80
A-320	db1	11	5	160,915	160
A-320	db1	11	6	321,829	320

A-320	db1	11	7	659,750	640
A-320	db1	11	8	1319,500	1280
A-320	db1	11	9	2639,000	2560
A-320	db1	11	10	6597,500	5120
A-320	db1	11	11	13195,000	5120
A-320	db6	7	1	9,966	10
A-320	db6	7	2	19,783	20
A-320	db6	7	3	39,038	40
A-320	db6	7	4	75,833	80
A-320	db6	7	5	143,424	160
A-320	db6	7	6	258,726	320
A-320	db6	7	7	439,833	320
A-320	db12	6	1	9,921	10
A-320	db12	6	2	19,519	20
A-320	db12	6	3	37,808	40
A-320	db12	6	4	71,324	80
A-320	db12	6	5	128,107	160
A-320	db12	6	6	212,823	160
A-320	db25	5	1	9,825	10
A-320	db25	5	2	18,986	20
A-320	db25	5	3	35,566	40
A-320	db25	5	4	63,134	80
A-320	db25	5	5	103,086	80
A-320	db36	5	1	9,745	10
A-320	db36	5	2	18,532	20
A-320	db36	5	3	33,747	40
A-320	db36	5	4	57,370	40
A-320	db36	5	5	87,967	80
A-320	db45	4	1	9,688	10
A-320	db45	4	2	18,225	20
A-320	db45	4	3	32,580	40
A-320	db45	4	4	53,857	40
A-320	dmey	4	1	9,638	10
A-320	dmey	4	2	17,977	20
A-320	dmey	4	3	31,643	40
A-320	dmey	4	4	51,143	40
A-320	rbio1.3	9	1	9,989	10
A-320	rbio1.3	9	2	19,932	20
A-320	rbio1.3	9	3	39,625	40
A-320	rbio1.3	9	4	78,542	80
A-320	rbio1.3	9	5	153,430	160
A-320	rbio1.3	9	6	293,222	320
A-320	rbio1.3	9	7	549,792	640
A-320	rbio1.3	9	8	942,500	640
A-320	rbio1.3	9	9	1466,111	1280
A-320	rbio2.8	7	1	9,943	10
A-320	rbio2.8	7	2	19,665	20

A-320	rbio2.8	7	3	38,469	40
A-320	rbio2.8	7	4	73,715	80
A-320	rbio2.8	7	5	136,031	160
A-320	rbio2.8	7	6	235,625	160
A-320	rbio2.8	7	7	366,528	320
A-320	rbio3.1	9	1	9,996	10
A-320	rbio3.1	9	2	19,962	20
A-320	rbio3.1	9	3	39,864	40
A-320	rbio3.1	9	4	79,488	80
A-320	rbio3.1	9	5	157,083	160
A-320	rbio3.1	9	6	306,861	320
A-320	rbio3.1	9	7	599,773	640
A-320	rbio3.1	9	8	1099,583	1280
A-320	rbio3.1	9	9	1885,000	1280
A-320	rbio3.7	7	1	9,951	10
A-320	rbio3.7	7	2	19,694	20
A-320	rbio3.7	7	3	38,582	40
A-320	rbio3.7	7	4	74,129	80
A-320	rbio3.7	7	5	137,448	160
A-320	rbio3.7	7	6	239,909	160
A-320	rbio3.7	7	7	388,088	320
A-320	rbio3.9	7	1	9,936	10
A-320	rbio3.9	7	2	19,606	20
A-320	rbio3.9	7	3	38,246	40
A-320	rbio3.9	7	4	72,901	80
A-320	rbio3.9	7	5	133,283	160
A-320	rbio3.9	7	6	227,500	160
A-320	rbio3.9	7	7	347,237	320
A-320	rbio5.5	7	1	9,936	10
A-320	rbio5.5	7	2	19,606	20
A-320	rbio5.5	7	3	38,246	40
A-320	rbio5.5	7	4	72,901	80
A-320	rbio5.5	7	5	133,283	160
A-320	rbio5.5	7	6	227,500	160
A-320	rbio5.5	7	7	347,237	320
A-320	sym2	9	1	9,996	10
A-320	sym2	9	2	19,962	20
A-320	sym2	9	3	39,864	40
A-320	sym2	9	4	79,488	80
A-320	sym2	9	5	157,083	160
A-320	sym2	9	6	306,861	320
A-320	sym2	9	7	599,773	640
A-320	sym2	9	8	1099,583	1280
A-320	sym2	9	9	1885,000	1280
A-320	sym5	8	1	9,974	10
A-320	sym5	8	2	19,842	20
A-320	sym5	8	3	39,271	40

A-320	sym5	8	4	76,715	80
A-320	sym5	8	5	146,611	160
A-320	sym5	8	6	269,286	320
A-320	sym5	8	7	471,250	320
A-320	sym5	8	8	733,056	640
A-320	sym18	6	1	9,876	10
A-320	sym18	6	2	19,263	20
A-320	sym18	6	3	36,755	40
A-320	sym18	6	4	67,321	80
A-320	sym18	6	5	114,739	80
A-320	sym18	6	6	178,311	160
A-320	sym27	5	1	9,810	10
A-320	sym27	5	2	18,904	20
A-320	sym27	5	3	35,187	40
A-320	sym27	5	4	61,948	80
A-320	sym27	5	5	99,962	80
A-320	sym34	5	1	9,760	10
A-320	sym34	5	2	18,611	20
A-320	sym34	5	3	34,096	40
A-320	sym34	5	4	58,385	40
A-320	sym34	5	5	90,377	80
A-324	bior1.3	8	1	9,984	10
A-324	bior1.3	8	2	19,920	20
A-324	bior1.3	8	3	39,650	40
A-324	bior1.3	8	4	78,302	80
A-324	bior1.3	8	5	153,704	160
A-324	bior1.3	8	6	296,429	320
A-324	bior1.3	8	7	541,304	640
A-324	bior1.3	8	8	957,692	640
A-324	bior2.2	8	1	9,984	10
A-324	bior2.2	8	2	19,920	20
A-324	bior2.2	8	3	39,650	40
A-324	bior2.2	8	4	78,302	80
A-324	bior2.2	8	5	153,704	160
A-324	bior2.2	8	6	296,429	320
A-324	bior2.2	8	7	541,304	640
A-324	bior2.2	8	8	957,692	640
A-324	bior2.8	7	1	9,936	10
A-324	bior2.8	7	2	19,637	20
A-324	bior2.8	7	3	38,308	40
A-324	bior2.8	7	4	73,235	80
A-324	bior2.8	7	5	133,871	160
A-324	bior2.8	7	6	230,556	160
A-324	bior2.8	7	7	355,714	320
A-324	bior3.1	9	1	9,992	10
A-324	bior3.1	9	2	19,952	20
A-324	bior3.1	9	3	39,776	40

A-324	bior3.1	9	4	79,299	80
A-324	bior3.1	9	5	157,595	160
A-324	bior3.1	9	6	311,250	320
A-324	bior3.1	9	7	592,857	640
A-324	bior3.1	9	8	1131,818	1280
A-324	bior3.1	9	9	2075,000	2560
A-324	bior3.7	7	1	9,944	10
A-324	bior3.7	7	2	19,668	20
A-324	bior3.7	7	3	38,545	40
A-324	bior3.7	7	4	74,107	80
A-324	bior3.7	7	5	136,813	160
A-324	bior3.7	7	6	239,423	160
A-324	bior3.7	7	7	377,273	320
A-324	bior5.5	7	1	9,960	10
A-324	bior5.5	7	2	19,762	20
A-324	bior5.5	7	3	38,906	40
A-324	bior5.5	7	4	75,455	80
A-324	bior5.5	7	5	143,103	160
A-324	bior5.5	7	6	259,375	320
A-324	bior5.5	7	7	429,310	320
A-324	coif1	8	1	9,984	10
A-324	coif1	8	2	19,920	20
A-324	coif1	8	3	39,650	40
A-324	coif1	8	4	78,302	80
A-324	coif1	8	5	153,704	160
A-324	coif1	8	6	296,429	320
A-324	coif1	8	7	541,304	640
A-324	coif1	8	8	957,692	640
A-324	coif3	7	1	9,936	10
A-324	coif3	7	2	19,637	20
A-324	coif3	7	3	38,308	40
A-324	coif3	7	4	73,235	80
A-324	coif3	7	5	133,871	160
A-324	coif3	7	6	230,556	160
A-324	coif3	7	7	355,714	320
A-324	coif5	6	1	9,889	10
A-324	coif5	6	2	19,362	20
A-324	coif5	6	3	37,164	40
A-324	coif5	6	4	68,785	80
A-324	coif5	6	5	119,712	80
A-324	coif5	6	6	188,636	160
A-324	db1	11	1	10,000	10
A-324	db1	11	2	20,016	20
A-324	db1	11	3	40,032	40
A-324	db1	11	4	80,323	80
A-324	db1	11	5	161,688	160
A-324	db1	11	6	327,632	320

A-324	db1	11	7	655,263	640
A-324	db1	11	8	1383,333	1280
A-324	db1	11	9	3112,500	2560
A-324	db1	11	10	6225,000	5120
A-324	db1	11	11	12450,000	5120
A-324	db6	7	1	9,960	10
A-324	db6	7	2	19,762	20
A-324	db6	7	3	38,906	40
A-324	db6	7	4	75,455	80
A-324	db6	7	5	143,103	160
A-324	db6	7	6	259,375	320
A-324	db6	7	7	429,310	320
A-324	db12	6	1	9,912	10
A-324	db12	6	2	19,484	20
A-324	db12	6	3	37,727	40
A-324	db12	6	4	70,739	80
A-324	db12	6	5	125,758	160
A-324	db12	6	6	207,500	160
A-324	db25	5	1	9,811	10
A-324	db25	5	2	18,921	20
A-324	db25	5	3	35,269	40
A-324	db25	5	4	62,250	80
A-324	db25	5	5	100,403	80
A-324	db36	5	1	9,727	10
A-324	db36	5	2	18,444	20
A-324	db36	5	3	33,468	40
A-324	db36	5	4	56,335	40
A-324	db36	5	5	85,862	80
A-324	db45	4	1	9,666	10
A-324	db45	4	2	18,122	20
A-324	db45	4	3	32,254	40
A-324	db45	4	4	52,754	40
A-324	dmey	4	1	9,614	10
A-324	dmey	4	2	17,862	20
A-324	dmey	4	3	31,281	40
A-324	dmey	4	4	50,000	40
A-324	rbio1.3	8	1	9,984	10
A-324	rbio1.3	8	2	19,920	20
A-324	rbio1.3	8	3	39,650	40
A-324	rbio1.3	8	4	78,302	80
A-324	rbio1.3	8	5	153,704	160
A-324	rbio1.3	8	6	296,429	320
A-324	rbio1.3	8	7	541,304	640
A-324	rbio1.3	8	8	957,692	640
A-324	rbio2.8	7	1	9,936	10
A-324	rbio2.8	7	2	19,637	20
A-324	rbio2.8	7	3	38,308	40

A-324	rbio2.8	7	4	73,235	80
A-324	rbio2.8	7	5	133,871	160
A-324	rbio2.8	7	6	230,556	160
A-324	rbio2.8	7	7	355,714	320
A-324	rbio3.1	9	1	9,992	10
A-324	rbio3.1	9	2	19,952	20
A-324	rbio3.1	9	3	39,776	40
A-324	rbio3.1	9	4	79,299	80
A-324	rbio3.1	9	5	157,595	160
A-324	rbio3.1	9	6	311,250	320
A-324	rbio3.1	9	7	592,857	640
A-324	rbio3.1	9	8	1131,818	1280
A-324	rbio3.1	9	9	2075,000	2560
A-324	rbio3.7	7	1	9,944	10
A-324	rbio3.7	7	2	19,668	20
A-324	rbio3.7	7	3	38,545	40
A-324	rbio3.7	7	4	74,107	80
A-324	rbio3.7	7	5	136,813	160
A-324	rbio3.7	7	6	239,423	160
A-324	rbio3.7	7	7	377,273	320
A-324	rbio3.9	7	1	9,928	10
A-324	rbio3.9	7	2	19,575	20
A-324	rbio3.9	7	3	38,073	40
A-324	rbio3.9	7	4	72,384	80
A-324	rbio3.9	7	5	131,053	160
A-324	rbio3.9	7	6	222,321	160
A-324	rbio3.9	7	7	336,487	320
A-324	rbio5.5	7	1	9,928	10
A-324	rbio5.5	7	2	19,575	20
A-324	rbio5.5	7	3	38,073	40
A-324	rbio5.5	7	4	72,384	80
A-324	rbio5.5	7	5	131,053	160
A-324	rbio5.5	7	6	222,321	160
A-324	rbio5.5	7	7	336,487	320
A-324	sym2	9	1	9,992	10
A-324	sym2	9	2	19,952	20
A-324	sym2	9	3	39,776	40
A-324	sym2	9	4	79,299	80
A-324	sym2	9	5	157,595	160
A-324	sym2	9	6	311,250	320
A-324	sym2	9	7	592,857	640
A-324	sym2	9	8	1131,818	1280
A-324	sym2	9	9	2075,000	2560
A-324	sym5	8	1	9,968	10
A-324	sym5	8	2	19,825	20
A-324	sym5	8	3	39,151	40
A-324	sym5	8	4	76,380	80

A-324	sym5	8	5	146,471	160
A-324	sym5	8	6	270,652	320
A-324	sym5	8	7	461,111	320
A-324	sym5	8	8	732,353	640
A-324	sym18	6	1	9,865	10
A-324	sym18	6	2	19,213	20
A-324	sym18	6	3	36,510	40
A-324	sym18	6	4	66,578	80
A-324	sym18	6	5	113,182	80
A-324	sym18	6	6	172,917	160
A-324	sym27	5	1	9,795	10
A-324	sym27	5	2	18,835	20
A-324	sym27	5	3	34,972	40
A-324	sym27	5	4	61,029	80
A-324	sym27	5	5	97,266	80
A-324	sym34	5	1	9,742	10
A-324	sym34	5	2	18,527	20
A-324	sym34	5	3	33,740	40
A-324	sym34	5	4	57,373	40
A-324	sym34	5	5	88,298	80
A-1102	bior1.3	9	1	9,990	10
A-1102	bior1.3	9	2	19,943	20
A-1102	bior1.3	9	3	39,683	40
A-1102	bior1.3	9	4	78,568	80
A-1102	bior1.3	9	5	154,802	160
A-1102	bior1.3	9	6	300,673	320
A-1102	bior1.3	9	7	558,393	640
A-1102	bior1.3	9	8	977,188	1280
A-1102	bior1.3	9	9	1563,500	1280
A-1102	bior2.2	9	1	9,990	10
A-1102	bior2.2	9	2	19,943	20
A-1102	bior2.2	9	3	39,683	40
A-1102	bior2.2	9	4	78,568	80
A-1102	bior2.2	9	5	154,802	160
A-1102	bior2.2	9	6	300,673	320
A-1102	bior2.2	9	7	558,393	640
A-1102	bior2.2	9	8	977,188	1280
A-1102	bior2.2	9	9	1563,500	1280
A-1102	bior2.8	7	1	9,952	10
A-1102	bior2.8	7	2	19,716	20
A-1102	bior2.8	7	3	38,701	40
A-1102	bior2.8	7	4	74,452	80
A-1102	bior2.8	7	5	138,363	160
A-1102	bior2.8	7	6	244,297	320
A-1102	bior2.8	7	7	390,875	320
A-1102	bior3.1	10	1	9,997	10
A-1102	bior3.1	10	2	19,968	20

A-1102	bior3.1	10	3	39,885	40
A-1102	bior3.1	10	4	79,365	80
A-1102	bior3.1	10	5	157,929	160
A-1102	bior3.1	10	6	312,700	320
A-1102	bior3.1	10	7	601,346	640
A-1102	bior3.1	10	8	1116,786	1280
A-1102	bior3.1	10	9	1954,375	2560
A-1102	bior3.1	10	10	3127,000	2560
A-1102	bior3.7	7	1	9,959	10
A-1102	bior3.7	7	2	19,741	20
A-1102	bior3.7	7	3	38,797	40
A-1102	bior3.7	7	4	75,168	80
A-1102	bior3.7	7	5	140,856	160
A-1102	bior3.7	7	6	252,177	320
A-1102	bior3.7	7	7	411,447	320
A-1102	bior5.5	8	1	9,971	10
A-1102	bior5.5	8	2	19,816	20
A-1102	bior5.5	8	3	39,185	40
A-1102	bior5.5	8	4	76,642	80
A-1102	bior5.5	8	5	146,122	160
A-1102	bior5.5	8	6	269,569	320
A-1102	bior5.5	8	7	459,853	320
A-1102	bior5.5	8	8	710,682	640
A-1102	coif1	9	1	9,990	10
A-1102	coif1	9	2	19,943	20
A-1102	coif1	9	3	39,683	40
A-1102	coif1	9	4	78,568	80
A-1102	coif1	9	5	154,802	160
A-1102	coif1	9	6	300,673	320
A-1102	coif1	9	7	558,393	640
A-1102	coif1	9	8	977,188	1280
A-1102	coif1	9	9	1563,500	1280
A-1102	coif3	7	1	9,952	10
A-1102	coif3	7	2	19,716	20
A-1102	coif3	7	3	38,701	40
A-1102	coif3	7	4	74,452	80
A-1102	coif3	7	5	138,363	160
A-1102	coif3	7	6	244,297	320
A-1102	coif3	7	7	390,875	320
A-1102	coif5	6	1	9,914	10
A-1102	coif5	6	2	19,495	20
A-1102	coif5	6	3	37,675	40
A-1102	coif5	6	4	70,747	80
A-1102	coif5	6	5	126,089	160
A-1102	coif5	6	6	205,724	160
A-1102	db1	11	1	10,003	10
A-1102	db1	11	2	20,019	20

A-1102	db1	11	3	40,090	40
A-1102	db1	11	4	80,179	80
A-1102	db1	11	5	161,186	160
A-1102	db1	11	6	325,729	320
A-1102	db1	11	7	651,458	640
A-1102	db1	11	8	1302,917	1280
A-1102	db1	11	9	2605,833	2560
A-1102	db1	11	10	5211,667	5120
A-1102	db1	11	11	15635,000	5120
A-1102	db6	8	1	9,971	10
A-1102	db6	8	2	19,816	20
A-1102	db6	8	3	39,185	40
A-1102	db6	8	4	76,642	80
A-1102	db6	8	5	146,122	160
A-1102	db6	8	6	269,569	320
A-1102	db6	8	7	459,853	320
A-1102	db6	8	8	710,682	640
A-1102	db12	7	1	9,933	10
A-1102	db12	7	2	19,593	20
A-1102	db12	7	3	38,134	40
A-1102	db12	7	4	72,384	80
A-1102	db12	7	5	131,387	160
A-1102	db12	7	6	223,357	160
A-1102	db12	7	7	339,891	320
A-1102	db25	5	1	9,852	10
A-1102	db25	5	2	19,137	20
A-1102	db25	5	3	36,192	40
A-1102	db25	5	4	65,146	80
A-1102	db25	5	5	108,576	80
A-1102	db36	5	1	9,784	10
A-1102	db36	5	2	18,747	20
A-1102	db36	5	3	34,591	40
A-1102	db36	5	4	59,904	40
A-1102	db36	5	5	94,758	80
A-1102	db45	5	1	9,735	10
A-1102	db45	5	2	18,481	20
A-1102	db45	5	3	33,552	40
A-1102	db45	5	4	56,649	40
A-1102	db45	5	5	86,381	80
A-1102	dmey	4	1	9,693	10
A-1102	dmey	4	2	18,265	20
A-1102	dmey	4	3	32,709	40
A-1102	dmey	4	4	54,100	40
A-1102	rbio1.3	9	1	9,990	10
A-1102	rbio1.3	9	2	19,943	20
A-1102	rbio1.3	9	3	39,683	40
A-1102	rbio1.3	9	4	78,568	80

A-1102	rbio1.3	9	5	154,802	160
A-1102	rbio1.3	9	6	300,673	320
A-1102	rbio1.3	9	7	558,393	640
A-1102	rbio1.3	9	8	977,188	1280
A-1102	rbio1.3	9	9	1563,500	1280
A-1102	rbio2.8	7	1	9,952	10
A-1102	rbio2.8	7	2	19,716	20
A-1102	rbio2.8	7	3	38,701	40
A-1102	rbio2.8	7	4	74,452	80
A-1102	rbio2.8	7	5	138,363	160
A-1102	rbio2.8	7	6	244,297	320
A-1102	rbio2.8	7	7	390,875	320
A-1102	rbio3.1	10	1	9,997	10
A-1102	rbio3.1	10	2	19,968	20
A-1102	rbio3.1	10	3	39,885	40
A-1102	rbio3.1	10	4	79,365	80
A-1102	rbio3.1	10	5	157,929	160
A-1102	rbio3.1	10	6	312,700	320
A-1102	rbio3.1	10	7	601,346	640
A-1102	rbio3.1	10	8	1116,786	1280
A-1102	rbio3.1	10	9	1954,375	2560
A-1102	rbio3.1	10	10	3127,000	2560
A-1102	rbio3.7	7	1	9,959	10
A-1102	rbio3.7	7	2	19,741	20
A-1102	rbio3.7	7	3	38,797	40
A-1102	rbio3.7	7	4	75,168	80
A-1102	rbio3.7	7	5	140,856	160
A-1102	rbio3.7	7	6	252,177	320
A-1102	rbio3.7	7	7	411,447	320
A-1102	rbio3.9	7	1	9,946	10
A-1102	rbio3.9	7	2	19,667	20
A-1102	rbio3.9	7	3	38,510	40
A-1102	rbio3.9	7	4	73,750	80
A-1102	rbio3.9	7	5	135,957	160
A-1102	rbio3.9	7	6	236,894	160
A-1102	rbio3.9	7	7	372,262	320
A-1102	rbio5.5	7	1	9,946	10
A-1102	rbio5.5	7	2	19,667	20
A-1102	rbio5.5	7	3	38,510	40
A-1102	rbio5.5	7	4	73,750	80
A-1102	rbio5.5	7	5	135,957	160
A-1102	rbio5.5	7	6	236,894	160
A-1102	rbio5.5	7	7	372,262	320
A-1102	sym2	10	1	9,997	10
A-1102	sym2	10	2	19,968	20
A-1102	sym2	10	3	39,885	40
A-1102	sym2	10	4	79,365	80

A-1102	sym2	10	5	157,929	160
A-1102	sym2	10	6	312,700	320
A-1102	sym2	10	7	601,346	640
A-1102	sym2	10	8	1116,786	1280
A-1102	sym2	10	9	1954,375	2560
A-1102	sym2	10	10	3127,000	2560
A-1102	sym5	8	1	9,978	10
A-1102	sym5	8	2	19,867	20
A-1102	sym5	8	3	39,383	40
A-1102	sym5	8	4	77,401	80
A-1102	sym5	8	5	148,905	160
A-1102	sym5	8	6	279,196	320
A-1102	sym5	8	7	488,594	640
A-1102	sym5	8	8	781,750	640
A-1102	sym18	6	1	9,896	10
A-1102	sym18	6	2	19,374	20
A-1102	sym18	6	3	37,226	40
A-1102	sym18	6	4	68,877	80
A-1102	sym18	6	5	120,269	160
A-1102	sym18	6	6	190,671	160
A-1102	sym27	5	1	9,840	10
A-1102	sym27	5	2	19,067	20
A-1102	sym27	5	3	35,860	40
A-1102	sym27	5	4	64,078	80
A-1102	sym27	5	5	105,642	80
A-1102	sym34	5	1	9,796	10
A-1102	sym34	5	2	18,815	20
A-1102	sym34	5	3	34,900	40
A-1102	sym34	5	4	60,837	80
A-1102	sym34	5	5	97,112	80
JP-2332	bior1.3	7	1	9,975	10
JP-2332	bior1.3	7	2	19,817	20
JP-2332	bior1.3	7	3	39,112	40
JP-2332	bior1.3	7	4	76,218	80
JP-2332	bior1.3	7	5	145,000	160
JP-2332	bior1.3	7	6	270,227	320
JP-2332	bior1.3	7	7	457,308	320
JP-2332	bior2.2	7	1	9,975	10
JP-2332	bior2.2	7	2	19,817	20
JP-2332	bior2.2	7	3	39,112	40
JP-2332	bior2.2	7	4	76,218	80
JP-2332	bior2.2	7	5	145,000	160
JP-2332	bior2.2	7	6	270,227	320
JP-2332	bior2.2	7	7	457,308	320
JP-2332	bior2.8	6	1	9,875	10
JP-2332	bior2.8	6	2	19,239	20
JP-2332	bior2.8	6	3	36,698	40

JP-2332	bior2.8	6	4	66,798	80
JP-2332	bior2.8	6	5	114,327	80
JP-2332	bior2.8	6	6	174,853	160
JP-2332	bior3.1	8	1	9,992	10
JP-2332	bior3.1	8	2	19,950	20
JP-2332	bior3.1	8	3	39,633	40
JP-2332	bior3.1	8	4	78,224	80
JP-2332	bior3.1	8	5	152,436	160
JP-2332	bior3.1	8	6	297,250	320
JP-2332	bior3.1	8	7	540,455	640
JP-2332	bior3.1	8	8	990,833	1280
JP-2332	bior3.7	6	1	9,892	10
JP-2332	bior3.7	6	2	19,365	20
JP-2332	bior3.7	6	3	37,156	40
JP-2332	bior3.7	6	4	68,333	80
JP-2332	bior3.7	6	5	118,900	80
JP-2332	bior3.7	6	6	185,781	160
JP-2332	bior5.5	6	1	9,925	10
JP-2332	bior5.5	6	2	19,556	20
JP-2332	bior5.5	6	3	37,866	40
JP-2332	bior5.5	6	4	71,627	80
JP-2332	bior5.5	6	5	129,239	160
JP-2332	bior5.5	6	6	212,321	160
JP-2332	coif1	7	1	9,975	10
JP-2332	coif1	7	2	19,817	20
JP-2332	coif1	7	3	39,112	40
JP-2332	coif1	7	4	76,218	80
JP-2332	coif1	7	5	145,000	160
JP-2332	coif1	7	6	270,227	320
JP-2332	coif1	7	7	457,308	320
JP-2332	coif3	6	1	9,875	10
JP-2332	coif3	6	2	19,239	20
JP-2332	coif3	6	3	36,698	40
JP-2332	coif3	6	4	66,798	80
JP-2332	coif3	6	5	114,327	80
JP-2332	coif3	6	6	174,853	160
JP-2332	coif5	5	1	9,778	10
JP-2332	coif5	5	2	18,695	20
JP-2332	coif5	5	3	34,364	40
JP-2332	coif5	5	4	59,450	40
JP-2332	coif5	5	5	92,891	80
JP-2332	db1	10	1	10,008	10
JP-2332	db1	10	2	20,017	20
JP-2332	db1	10	3	40,169	40
JP-2332	db1	10	4	80,338	80
JP-2332	db1	10	5	160,676	160
JP-2332	db1	10	6	330,278	320

JP-2332	db1	10	7	660,556	640
JP-2332	db1	10	8	1486,250	1280
JP-2332	db1	10	9	2972,500	2560
JP-2332	db1	10	10	5945,000	5120
JP-2332	db6	6	1	9,925	10
JP-2332	db6	6	2	19,556	20
JP-2332	db6	6	3	37,866	40
JP-2332	db6	6	4	71,627	80
JP-2332	db6	6	5	129,239	160
JP-2332	db6	6	6	212,321	160
JP-2332	db12	5	1	9,826	10
JP-2332	db12	5	2	18,994	20
JP-2332	db12	5	3	35,599	40
JP-2332	db12	5	4	63,245	80
JP-2332	db12	5	5	102,500	80
JP-2332	db25	4	1	9,620	10
JP-2332	db25	4	2	17,853	20
JP-2332	db25	4	3	31,289	40
JP-2332	db25	4	4	49,958	40
JP-2332	db36	4	1	9,452	10
JP-2332	db36	4	2	17,034	20
JP-2332	db36	4	3	28,445	20
JP-2332	db36	4	4	42,770	40
JP-2332	db45	3	1	9,333	10
JP-2332	db45	3	2	16,468	20
JP-2332	db45	3	3	26,659	20
JP-2332	dmey	3	1	9,231	10
JP-2332	dmey	3	2	15,981	20
JP-2332	dmey	3	3	25,191	20
JP-2332	rbio1.3	7	1	9,975	10
JP-2332	rbio1.3	7	2	19,817	20
JP-2332	rbio1.3	7	3	39,112	40
JP-2332	rbio1.3	7	4	76,218	80
JP-2332	rbio1.3	7	5	145,000	160
JP-2332	rbio1.3	7	6	270,227	320
JP-2332	rbio1.3	7	7	457,308	320
JP-2332	rbio2.8	6	1	9,875	10
JP-2332	rbio2.8	6	2	19,239	20
JP-2332	rbio2.8	6	3	36,698	40
JP-2332	rbio2.8	6	4	66,798	80
JP-2332	rbio2.8	6	5	114,327	80
JP-2332	rbio2.8	6	6	174,853	160
JP-2332	rbio3.1	8	1	9,992	10
JP-2332	rbio3.1	8	2	19,950	20
JP-2332	rbio3.1	8	3	39,633	40
JP-2332	rbio3.1	8	4	78,224	80
JP-2332	rbio3.1	8	5	152,436	160

JP-2332	rbio3.1	8	6	297,250	320
JP-2332	rbio3.1	8	7	540,455	640
JP-2332	rbio3.1	8	8	990,833	1280
JP-2332	rbio3.7	6	1	9,892	10
JP-2332	rbio3.7	6	2	19,365	20
JP-2332	rbio3.7	6	3	37,156	40
JP-2332	rbio3.7	6	4	68,333	80
JP-2332	rbio3.7	6	5	118,900	80
JP-2332	rbio3.7	6	6	185,781	160
JP-2332	rbio3.9	5	1	9,859	10
JP-2332	rbio3.9	5	2	19,177	20
JP-2332	rbio3.9	5	3	36,250	40
JP-2332	rbio3.9	5	4	65,330	80
JP-2332	rbio3.9	5	5	110,093	80
JP-2332	rbio5.5	5	1	9,859	10
JP-2332	rbio5.5	5	2	19,177	20
JP-2332	rbio5.5	5	3	36,250	40
JP-2332	rbio5.5	5	4	65,330	80
JP-2332	rbio5.5	5	5	110,093	80
JP-2332	sym2	8	1	9,992	10
JP-2332	sym2	8	2	19,950	20
JP-2332	sym2	8	3	39,633	40
JP-2332	sym2	8	4	78,224	80
JP-2332	sym2	8	5	152,436	160
JP-2332	sym2	8	6	297,250	320
JP-2332	sym2	8	7	540,455	640
JP-2332	sym2	8	8	990,833	1280
JP-2332	sym5	7	1	9,941	10
JP-2332	sym5	7	2	19,620	20
JP-2332	sym5	7	3	38,355	40
JP-2332	sym5	7	4	73,395	80
JP-2332	sym5	7	5	135,114	160
JP-2332	sym5	7	6	228,654	160
JP-2332	sym5	7	7	349,706	320
JP-2332	sym18	5	1	9,730	10
JP-2332	sym18	5	2	18,463	20
JP-2332	sym18	5	3	33,399	40
JP-2332	sym18	5	4	56,085	40
JP-2332	sym18	5	5	84,929	80
JP-2332	sym27	4	1	9,589	10
JP-2332	sym27	4	2	17,693	20
JP-2332	sym27	4	3	30,644	40
JP-2332	sym27	4	4	48,333	40
JP-2332	sym34	4	1	9,482	10
JP-2332	sym34	4	2	17,182	20
JP-2332	sym34	4	3	28,859	20
JP-2332	sym34	4	4	43,713	40

JV-2222	bior1.3	9	1	9,987	10
JV-2222	bior1.3	9	2	19,920	20
JV-2222	bior1.3	9	3	39,630	40
JV-2222	bior1.3	9	4	78,429	80
JV-2222	bior1.3	9	5	154,433	160
JV-2222	bior1.3	9	6	299,600	320
JV-2222	bior1.3	9	7	554,815	640
JV-2222	bior1.3	9	8	998,667	1280
JV-2222	bior1.3	9	9	1664,444	1280
JV-2222	bior2.2	9	1	9,987	10
JV-2222	bior2.2	9	2	19,920	20
JV-2222	bior2.2	9	3	39,630	40
JV-2222	bior2.2	9	4	78,429	80
JV-2222	bior2.2	9	5	154,433	160
JV-2222	bior2.2	9	6	299,600	320
JV-2222	bior2.2	9	7	554,815	640
JV-2222	bior2.2	9	8	998,667	1280
JV-2222	bior2.2	9	9	1664,444	1280
JV-2222	bior2.8	7	1	9,947	10
JV-2222	bior2.8	7	2	19,685	20
JV-2222	bior2.8	7	3	38,608	40
JV-2222	bior2.8	7	4	74,158	80
JV-2222	bior2.8	7	5	137,431	160
JV-2222	bior2.8	7	6	241,613	320
JV-2222	bior2.8	7	7	384,103	320
JV-2222	bior3.1	9	1	9,993	10
JV-2222	bior3.1	9	2	19,973	20
JV-2222	bior3.1	9	3	39,840	40
JV-2222	bior3.1	9	4	79,259	80
JV-2222	bior3.1	9	5	157,684	160
JV-2222	bior3.1	9	6	312,083	320
JV-2222	bior3.1	9	7	599,200	640
JV-2222	bior3.1	9	8	1152,308	1280
JV-2222	bior3.1	9	9	2140,000	2560
JV-2222	bior3.7	7	1	9,953	10
JV-2222	bior3.7	7	2	19,737	20
JV-2222	bior3.7	7	3	38,808	40
JV-2222	bior3.7	7	4	74,900	80
JV-2222	bior3.7	7	5	140,000	160
JV-2222	bior3.7	7	6	249,667	320
JV-2222	bior3.7	7	7	404,865	320
JV-2222	bior5.5	8	1	9,967	10
JV-2222	bior5.5	8	2	19,815	20
JV-2222	bior5.5	8	3	39,112	40
JV-2222	bior5.5	8	4	76,429	80
JV-2222	bior5.5	8	5	145,437	160
JV-2222	bior5.5	8	6	267,500	320

JV-2222	bior5.5	8	7	453,939	320
JV-2222	bior5.5	8	8	713,333	640
JV-2222	coif1	9	1	9,987	10
JV-2222	coif1	9	2	19,920	20
JV-2222	coif1	9	3	39,630	40
JV-2222	coif1	9	4	78,429	80
JV-2222	coif1	9	5	154,433	160
JV-2222	coif1	9	6	299,600	320
JV-2222	coif1	9	7	554,815	640
JV-2222	coif1	9	8	998,667	1280
JV-2222	coif1	9	9	1664,444	1280
JV-2222	coif3	7	1	9,947	10
JV-2222	coif3	7	2	19,685	20
JV-2222	coif3	7	3	38,608	40
JV-2222	coif3	7	4	74,158	80
JV-2222	coif3	7	5	137,431	160
JV-2222	coif3	7	6	241,613	320
JV-2222	coif3	7	7	384,103	320
JV-2222	coif5	6	1	9,907	10
JV-2222	coif5	6	2	19,455	20
JV-2222	coif5	6	3	37,544	40
JV-2222	coif5	6	4	70,329	80
JV-2222	coif5	6	5	124,833	160
JV-2222	coif5	6	6	202,432	160
JV-2222	db1	11	1	10,000	10
JV-2222	db1	11	2	20,000	20
JV-2222	db1	11	3	40,053	40
JV-2222	db1	11	4	80,107	80
JV-2222	db1	11	5	161,075	160
JV-2222	db1	11	6	325,652	320
JV-2222	db1	11	7	651,304	640
JV-2222	db1	11	8	1361,818	1280
JV-2222	db1	11	9	2996,000	2560
JV-2222	db1	11	10	7490,000	5120
JV-2222	db1	11	11	14980,000	5120
JV-2222	db6	8	1	9,967	10
JV-2222	db6	8	2	19,815	20
JV-2222	db6	8	3	39,112	40
JV-2222	db6	8	4	76,429	80
JV-2222	db6	8	5	145,437	160
JV-2222	db6	8	6	267,500	320
JV-2222	db6	8	7	453,939	320
JV-2222	db6	8	8	713,333	640
JV-2222	db12	7	1	9,927	10
JV-2222	db12	7	2	19,582	20
JV-2222	db12	7	3	38,117	40
JV-2222	db12	7	4	72,367	80

JV-2222	db12	7	5	131,404	160
JV-2222	db12	7	6	220,294	160
JV-2222	db12	7	7	332,889	320
JV-2222	db25	5	1	9,842	10
JV-2222	db25	5	2	19,083	20
JV-2222	db25	5	3	36,010	40
JV-2222	db25	5	4	64,569	80
JV-2222	db25	5	5	107,000	80
JV-2222	db36	5	1	9,772	10
JV-2222	db36	5	2	18,702	20
JV-2222	db36	5	3	34,437	40
JV-2222	db36	5	4	59,444	40
JV-2222	db36	5	5	93,043	80
JV-2222	db45	5	1	9,721	10
JV-2222	db45	5	2	18,426	20
JV-2222	db45	5	3	33,363	40
JV-2222	db45	5	4	56,105	40
JV-2222	db45	5	5	85,114	80
JV-2222	dmey	4	1	9,677	10
JV-2222	dmey	4	2	18,180	20
JV-2222	dmey	4	3	32,424	40
JV-2222	dmey	4	4	53,310	40
JV-2222	rbio1.3	9	1	9,987	10
JV-2222	rbio1.3	9	2	19,920	20
JV-2222	rbio1.3	9	3	39,630	40
JV-2222	rbio1.3	9	4	78,429	80
JV-2222	rbio1.3	9	5	154,433	160
JV-2222	rbio1.3	9	6	299,600	320
JV-2222	rbio1.3	9	7	554,815	640
JV-2222	rbio1.3	9	8	998,667	1280
JV-2222	rbio1.3	9	9	1664,444	1280
JV-2222	rbio2.8	7	1	9,947	10
JV-2222	rbio2.8	7	2	19,685	20
JV-2222	rbio2.8	7	3	38,608	40
JV-2222	rbio2.8	7	4	74,158	80
JV-2222	rbio2.8	7	5	137,431	160
JV-2222	rbio2.8	7	6	241,613	320
JV-2222	rbio2.8	7	7	384,103	320
JV-2222	rbio3.1	9	1	9,993	10
JV-2222	rbio3.1	9	2	19,973	20
JV-2222	rbio3.1	9	3	39,840	40
JV-2222	rbio3.1	9	4	79,259	80
JV-2222	rbio3.1	9	5	157,684	160
JV-2222	rbio3.1	9	6	312,083	320
JV-2222	rbio3.1	9	7	599,200	640
JV-2222	rbio3.1	9	8	1152,308	1280
JV-2222	rbio3.1	9	9	2140,000	2560

JV-2222	rbio3.7	7	1	9,953	10
JV-2222	rbio3.7	7	2	19,737	20
JV-2222	rbio3.7	7	3	38,808	40
JV-2222	rbio3.7	7	4	74,900	80
JV-2222	rbio3.7	7	5	140,000	160
JV-2222	rbio3.7	7	6	249,667	320
JV-2222	rbio3.7	7	7	404,865	320
JV-2222	rbio3.9	7	1	9,940	10
JV-2222	rbio3.9	7	2	19,659	20
JV-2222	rbio3.9	7	3	38,410	40
JV-2222	rbio3.9	7	4	73,431	80
JV-2222	rbio3.9	7	5	134,955	160
JV-2222	rbio3.9	7	6	234,063	160
JV-2222	rbio3.9	7	7	365,366	320
JV-2222	rbio5.5	7	1	9,940	10
JV-2222	rbio5.5	7	2	19,659	20
JV-2222	rbio5.5	7	3	38,410	40
JV-2222	rbio5.5	7	4	73,431	80
JV-2222	rbio5.5	7	5	134,955	160
JV-2222	rbio5.5	7	6	234,063	160
JV-2222	rbio5.5	7	7	365,366	320
JV-2222	sym2	9	1	9,993	10
JV-2222	sym2	9	2	19,973	20
JV-2222	sym2	9	3	39,840	40
JV-2222	sym2	9	4	79,259	80
JV-2222	sym2	9	5	157,684	160
JV-2222	sym2	9	6	312,083	320
JV-2222	sym2	9	7	599,200	640
JV-2222	sym2	9	8	1152,308	1280
JV-2222	sym2	9	9	2140,000	2560
JV-2222	sym5	8	1	9,973	10
JV-2222	sym5	8	2	19,841	20
JV-2222	sym5	8	3	39,318	40
JV-2222	sym5	8	4	77,216	80
JV-2222	sym5	8	5	148,317	160
JV-2222	sym5	8	6	277,407	320
JV-2222	sym5	8	7	483,226	640
JV-2222	sym5	8	8	788,421	640
JV-2222	sym18	6	1	9,888	10
JV-2222	sym18	6	2	19,354	20
JV-2222	sym18	6	3	37,079	40
JV-2222	sym18	6	4	68,402	80
JV-2222	sym18	6	5	118,889	80
JV-2222	sym18	6	6	187,250	160
JV-2222	sym27	5	1	9,829	10
JV-2222	sym27	5	2	19,010	20
JV-2222	sym27	5	3	35,667	40

JV-2222	sym27	5	4	63,475	80
JV-2222	sym27	5	5	104,028	80
JV-2222	sym34	5	1	9,784	10
JV-2222	sym34	5	2	18,772	20
JV-2222	sym34	5	3	34,676	40
JV-2222	sym34	5	4	60,161	80
JV-2222	sym34	5	5	95,414	80
JV-2223	bior1.3	8	1	9,975	10
JV-2223	bior1.3	8	2	19,877	20
JV-2223	bior1.3	8	3	39,463	40
JV-2223	bior1.3	8	4	77,788	80
JV-2223	bior1.3	8	5	149,815	160
JV-2223	bior1.3	8	6	278,966	320
JV-2223	bior1.3	8	7	505,625	640
JV-2223	bior1.3	8	8	809,000	640
JV-2223	bior2.2	8	1	9,975	10
JV-2223	bior2.2	8	2	19,877	20
JV-2223	bior2.2	8	3	39,463	40
JV-2223	bior2.2	8	4	77,788	80
JV-2223	bior2.2	8	5	149,815	160
JV-2223	bior2.2	8	6	278,966	320
JV-2223	bior2.2	8	7	505,625	640
JV-2223	bior2.2	8	8	809,000	640
JV-2223	bior2.8	6	1	9,902	10
JV-2223	bior2.8	6	2	19,447	20
JV-2223	bior2.8	6	3	37,454	40
JV-2223	bior2.8	6	4	69,741	80
JV-2223	bior2.8	6	5	122,576	160
JV-2223	bior2.8	6	6	197,317	160
JV-2223	bior3.1	9	1	9,988	10
JV-2223	bior3.1	9	2	19,926	20
JV-2223	bior3.1	9	3	39,657	40
JV-2223	bior3.1	9	4	78,544	80
JV-2223	bior3.1	9	5	155,577	160
JV-2223	bior3.1	9	6	299,630	320
JV-2223	bior3.1	9	7	577,857	640
JV-2223	bior3.1	9	8	1011,250	1280
JV-2223	bior3.1	9	9	1618,000	1280
JV-2223	bior3.7	6	1	9,914	10
JV-2223	bior3.7	6	2	19,494	20
JV-2223	bior3.7	6	3	37,804	40
JV-2223	bior3.7	6	4	70,965	80
JV-2223	bior3.7	6	5	126,406	160
JV-2223	bior3.7	6	6	207,436	160
JV-2223	bior5.5	7	1	9,939	10
JV-2223	bior5.5	7	2	19,636	20
JV-2223	bior5.5	7	3	38,341	40

JV-2223	bior5.5	7	4	73,545	80
JV-2223	bior5.5	7	5	134,833	160
JV-2223	bior5.5	7	6	231,143	160
JV-2223	bior5.5	7	7	367,727	320
JV-2223	coif1	8	1	9,975	10
JV-2223	coif1	8	2	19,877	20
JV-2223	coif1	8	3	39,463	40
JV-2223	coif1	8	4	77,788	80
JV-2223	coif1	8	5	149,815	160
JV-2223	coif1	8	6	278,966	320
JV-2223	coif1	8	7	505,625	640
JV-2223	coif1	8	8	809,000	640
JV-2223	coif3	6	1	9,902	10
JV-2223	coif3	6	2	19,447	20
JV-2223	coif3	6	3	37,454	40
JV-2223	coif3	6	4	69,741	80
JV-2223	coif3	6	5	122,576	160
JV-2223	coif3	6	6	197,317	160
JV-2223	coif5	5	1	9,830	10
JV-2223	coif5	5	2	19,035	20
JV-2223	coif5	5	3	35,796	40
JV-2223	coif5	5	4	63,701	80
JV-2223	coif5	5	5	105,065	80
JV-2223	db1	10	1	10,000	10
JV-2223	db1	10	2	20,025	20
JV-2223	db1	10	3	40,050	40
JV-2223	db1	10	4	80,099	80
JV-2223	db1	10	5	161,800	160
JV-2223	db1	10	6	323,600	320
JV-2223	db1	10	7	674,167	640
JV-2223	db1	10	8	1348,333	1280
JV-2223	db1	10	9	2696,667	2560
JV-2223	db1	10	10	8090,000	5120
JV-2223	db6	7	1	9,939	10
JV-2223	db6	7	2	19,636	20
JV-2223	db6	7	3	38,341	40
JV-2223	db6	7	4	73,545	80
JV-2223	db6	7	5	134,833	160
JV-2223	db6	7	6	231,143	160
JV-2223	db6	7	7	367,727	320
JV-2223	db12	6	1	9,866	10
JV-2223	db12	6	2	19,216	20
JV-2223	db12	6	3	36,606	40
JV-2223	db12	6	4	66,860	80
JV-2223	db12	6	5	113,944	80
JV-2223	db12	6	6	175,870	160
JV-2223	db25	5	1	9,712	10

JV-2223	db25	5	2	18,386	20
JV-2223	db25	5	3	33,156	40
JV-2223	db25	5	4	55,411	40
JV-2223	db25	5	5	83,402	80
JV-2223	db36	4	1	9,585	10
JV-2223	db36	4	2	17,702	20
JV-2223	db36	4	3	30,760	40
JV-2223	db36	4	4	48,735	40
JV-2223	db45	4	1	9,495	10
JV-2223	db45	4	2	17,249	20
JV-2223	db45	4	3	29,206	20
JV-2223	db45	4	4	44,696	40
JV-2223	dmey	4	1	9,418	10
JV-2223	dmey	4	2	16,889	20
JV-2223	dmey	4	3	27,993	20
JV-2223	dmey	4	4	41,701	40
JV-2223	rbio1.3	8	1	9,975	10
JV-2223	rbio1.3	8	2	19,877	20
JV-2223	rbio1.3	8	3	39,463	40
JV-2223	rbio1.3	8	4	77,788	80
JV-2223	rbio1.3	8	5	149,815	160
JV-2223	rbio1.3	8	6	278,966	320
JV-2223	rbio1.3	8	7	505,625	640
JV-2223	rbio1.3	8	8	809,000	640
JV-2223	rbio2.8	6	1	9,902	10
JV-2223	rbio2.8	6	2	19,447	20
JV-2223	rbio2.8	6	3	37,454	40
JV-2223	rbio2.8	6	4	69,741	80
JV-2223	rbio2.8	6	5	122,576	160
JV-2223	rbio2.8	6	6	197,317	160
JV-2223	rbio3.1	9	1	9,988	10
JV-2223	rbio3.1	9	2	19,926	20
JV-2223	rbio3.1	9	3	39,657	40
JV-2223	rbio3.1	9	4	78,544	80
JV-2223	rbio3.1	9	5	155,577	160
JV-2223	rbio3.1	9	6	299,630	320
JV-2223	rbio3.1	9	7	577,857	640
JV-2223	rbio3.1	9	8	1011,250	1280
JV-2223	rbio3.1	9	9	1618,000	1280
JV-2223	rbio3.7	6	1	9,914	10
JV-2223	rbio3.7	6	2	19,494	20
JV-2223	rbio3.7	6	3	37,804	40
JV-2223	rbio3.7	6	4	70,965	80
JV-2223	rbio3.7	6	5	126,406	160
JV-2223	rbio3.7	6	6	207,436	160
JV-2223	rbio3.9	6	1	9,890	10
JV-2223	rbio3.9	6	2	19,354	20

JV-2223	rbio3.9	6	3	37,110	40
JV-2223	rbio3.9	6	4	68,559	80
JV-2223	rbio3.9	6	5	118,971	80
JV-2223	rbio3.9	6	6	188,140	160
JV-2223	rbio5.5	6	1	9,890	10
JV-2223	rbio5.5	6	2	19,354	20
JV-2223	rbio5.5	6	3	37,110	40
JV-2223	rbio5.5	6	4	68,559	80
JV-2223	rbio5.5	6	5	118,971	80
JV-2223	rbio5.5	6	6	188,140	160
JV-2223	sym2	9	1	9,988	10
JV-2223	sym2	9	2	19,926	20
JV-2223	sym2	9	3	39,657	40
JV-2223	sym2	9	4	78,544	80
JV-2223	sym2	9	5	155,577	160
JV-2223	sym2	9	6	299,630	320
JV-2223	sym2	9	7	577,857	640
JV-2223	sym2	9	8	1011,250	1280
JV-2223	sym2	9	9	1618,000	1280
JV-2223	sym5	7	1	9,951	10
JV-2223	sym5	7	2	19,732	20
JV-2223	sym5	7	3	38,708	40
JV-2223	sym5	7	4	74,907	80
JV-2223	sym5	7	5	139,483	160
JV-2223	sym5	7	6	245,152	320
JV-2223	sym5	7	7	404,500	320
JV-2223	sym18	5	1	9,794	10
JV-2223	sym18	5	2	18,814	20
JV-2223	sym18	5	3	34,871	40
JV-2223	sym18	5	4	60,827	80
JV-2223	sym18	5	5	97,470	80
JV-2223	sym27	4	1	9,689	10
JV-2223	sym27	4	2	18,262	20
JV-2223	sym27	4	3	32,753	40
JV-2223	sym27	4	4	54,295	40
JV-2223	sym34	4	1	9,608	10
JV-2223	sym34	4	2	17,819	20
JV-2223	sym34	4	3	31,115	40
JV-2223	sym34	4	4	49,632	40
JV-2224	bior1.3	8	1	9,971	10
JV-2224	bior1.3	8	2	19,826	20
JV-2224	bior1.3	8	3	39,195	40
JV-2224	bior1.3	8	4	76,629	80
JV-2224	bior1.3	8	5	148,261	160
JV-2224	bior1.3	8	6	272,800	320
JV-2224	bior1.3	8	7	487,143	640
JV-2224	bior1.3	8	8	757,778	640

JV-2224	bior2.2	8	1	9,971	10
JV-2224	bior2.2	8	2	19,826	20
JV-2224	bior2.2	8	3	39,195	40
JV-2224	bior2.2	8	4	76,629	80
JV-2224	bior2.2	8	5	148,261	160
JV-2224	bior2.2	8	6	272,800	320
JV-2224	bior2.2	8	7	487,143	640
JV-2224	bior2.2	8	8	757,778	640
JV-2224	bior2.8	6	1	9,884	10
JV-2224	bior2.8	6	2	19,320	20
JV-2224	bior2.8	6	3	37,065	40
JV-2224	bior2.8	6	4	68,200	80
JV-2224	bior2.8	6	5	117,586	80
JV-2224	bior2.8	6	6	184,324	160
JV-2224	bior3.1	8	1	9,985	10
JV-2224	bior3.1	8	2	19,942	20
JV-2224	bior3.1	8	3	39,651	40
JV-2224	bior3.1	8	4	78,391	80
JV-2224	bior3.1	8	5	155,000	160
JV-2224	bior3.1	8	6	296,522	320
JV-2224	bior3.1	8	7	568,333	640
JV-2224	bior3.1	8	8	974,286	1280
JV-2224	bior3.7	6	1	9,898	10
JV-2224	bior3.7	6	2	19,430	20
JV-2224	bior3.7	6	3	37,473	40
JV-2224	bior3.7	6	4	69,592	80
JV-2224	bior3.7	6	5	121,786	160
JV-2224	bior3.7	6	6	194,857	160
JV-2224	bior5.5	6	1	9,927	10
JV-2224	bior5.5	6	2	19,598	20
JV-2224	bior5.5	6	3	38,101	40
JV-2224	bior5.5	6	4	72,553	80
JV-2224	bior5.5	6	5	131,154	160
JV-2224	bior5.5	6	6	220,000	160
JV-2224	coif1	8	1	9,971	10
JV-2224	coif1	8	2	19,826	20
JV-2224	coif1	8	3	39,195	40
JV-2224	coif1	8	4	76,629	80
JV-2224	coif1	8	5	148,261	160
JV-2224	coif1	8	6	272,800	320
JV-2224	coif1	8	7	487,143	640
JV-2224	coif1	8	8	757,778	640
JV-2224	coif3	6	1	9,884	10
JV-2224	coif3	6	2	19,320	20
JV-2224	coif3	6	3	37,065	40
JV-2224	coif3	6	4	68,200	80
JV-2224	coif3	6	5	117,586	80

JV-2224	coif3	6	6	184,324	160
JV-2224	coif5	5	1	9,799	10
JV-2224	coif5	5	2	18,840	20
JV-2224	coif5	5	3	34,974	40
JV-2224	coif5	5	4	61,441	80
JV-2224	coif5	5	5	98,841	80
JV-2224	db1	10	1	10,000	10
JV-2224	db1	10	2	20,000	20
JV-2224	db1	10	3	40,118	40
JV-2224	db1	10	4	80,235	80
JV-2224	db1	10	5	162,381	160
JV-2224	db1	10	6	324,762	320
JV-2224	db1	10	7	682,000	640
JV-2224	db1	10	8	1364,000	1280
JV-2224	db1	10	9	3410,000	2560
JV-2224	db1	10	10	6820,000	5120
JV-2224	db6	6	1	9,927	10
JV-2224	db6	6	2	19,598	20
JV-2224	db6	6	3	38,101	40
JV-2224	db6	6	4	72,553	80
JV-2224	db6	6	5	131,154	160
JV-2224	db6	6	6	220,000	160
JV-2224	db12	5	1	9,841	10
JV-2224	db12	5	2	19,104	20
JV-2224	db12	5	3	36,085	40
JV-2224	db12	5	4	64,952	80
JV-2224	db12	5	5	108,254	80
JV-2224	db25	4	1	9,660	10
JV-2224	db25	4	2	18,090	20
JV-2224	db25	4	3	32,170	40
JV-2224	db25	4	4	52,462	40
JV-2224	db36	4	1	9,512	10
JV-2224	db36	4	2	17,354	20
JV-2224	db36	4	3	29,524	20
JV-2224	db36	4	4	45,467	40
JV-2224	db45	3	1	9,407	10
JV-2224	db45	3	2	16,840	20
JV-2224	db45	3	3	27,837	20
JV-2224	dmey	3	1	9,317	10
JV-2224	dmey	3	2	16,394	20
JV-2224	dmey	3	3	26,434	20
JV-2224	rbio1.3	8	1	9,971	10
JV-2224	rbio1.3	8	2	19,826	20
JV-2224	rbio1.3	8	3	39,195	40
JV-2224	rbio1.3	8	4	76,629	80
JV-2224	rbio1.3	8	5	148,261	160
JV-2224	rbio1.3	8	6	272,800	320

JV-2224	rbio1.3	8	7	487,143	640
JV-2224	rbio1.3	8	8	757,778	640
JV-2224	rbio2.8	6	1	9,884	10
JV-2224	rbio2.8	6	2	19,320	20
JV-2224	rbio2.8	6	3	37,065	40
JV-2224	rbio2.8	6	4	68,200	80
JV-2224	rbio2.8	6	5	117,586	80
JV-2224	rbio2.8	6	6	184,324	160
JV-2224	rbio3.1	8	1	9,985	10
JV-2224	rbio3.1	8	2	19,942	20
JV-2224	rbio3.1	8	3	39,651	40
JV-2224	rbio3.1	8	4	78,391	80
JV-2224	rbio3.1	8	5	155,000	160
JV-2224	rbio3.1	8	6	296,522	320
JV-2224	rbio3.1	8	7	568,333	640
JV-2224	rbio3.1	8	8	974,286	1280
JV-2224	rbio3.7	6	1	9,898	10
JV-2224	rbio3.7	6	2	19,430	20
JV-2224	rbio3.7	6	3	37,473	40
JV-2224	rbio3.7	6	4	69,592	80
JV-2224	rbio3.7	6	5	121,786	160
JV-2224	rbio3.7	6	6	194,857	160
JV-2224	rbio3.9	6	1	9,870	10
JV-2224	rbio3.9	6	2	19,266	20
JV-2224	rbio3.9	6	3	36,667	40
JV-2224	rbio3.9	6	4	66,863	80
JV-2224	rbio3.9	6	5	113,667	80
JV-2224	rbio3.9	6	6	174,872	160
JV-2224	rbio5.5	6	1	9,870	10
JV-2224	rbio5.5	6	2	19,266	20
JV-2224	rbio5.5	6	3	36,667	40
JV-2224	rbio5.5	6	4	66,863	80
JV-2224	rbio5.5	6	5	113,667	80
JV-2224	rbio5.5	6	6	174,872	160
JV-2224	sym2	8	1	9,985	10
JV-2224	sym2	8	2	19,942	20
JV-2224	sym2	8	3	39,651	40
JV-2224	sym2	8	4	78,391	80
JV-2224	sym2	8	5	155,000	160
JV-2224	sym2	8	6	296,522	320
JV-2224	sym2	8	7	568,333	640
JV-2224	sym2	8	8	974,286	1280
JV-2224	sym5	7	1	9,942	10
JV-2224	sym5	7	2	19,654	20
JV-2224	sym5	7	3	38,531	40
JV-2224	sym5	7	4	74,130	80
JV-2224	sym5	7	5	136,400	160

JV-2224	sym5	7	6	235,172	160
JV-2224	sym5	7	7	378,889	320
JV-2224	sym18	5	1	9,757	10
JV-2224	sym18	5	2	18,634	20
JV-2224	sym18	5	3	34,100	40
JV-2224	sym18	5	4	58,291	40
JV-2224	sym18	5	5	90,933	80
JV-2224	sym27	4	1	9,633	10
JV-2224	sym27	4	2	17,947	20
JV-2224	sym27	4	3	31,574	40
JV-2224	sym27	4	4	50,896	40
JV-2224	sym34	4	1	9,538	10
JV-2224	sym34	4	2	17,487	20
JV-2224	sym34	4	3	29,912	20
JV-2224	sym34	4	4	46,395	40
JV-2225	bior1.3	12	1	0,500	5
JV-2225	bior1.3	12	2	1,000	5
JV-2225	bior1.3	12	3	1,998	5
JV-2225	bior1.3	12	4	3,990	5
JV-2225	bior1.3	12	5	7,958	10
JV-2225	bior1.3	12	6	15,847	20
JV-2225	bior1.3	12	7	31,423	40
JV-2225	bior1.3	12	8	61,450	80
JV-2225	bior1.3	12	9	117,670	80
JV-2225	bior1.3	12	10	221,220	160
JV-2225	bior1.3	12	11	395,036	320
JV-2225	bior1.3	12	12	614,500	640
JV-2225	bior2.2	12	1	0,500	5
JV-2225	bior2.2	12	2	1,000	5
JV-2225	bior2.2	12	3	1,998	5
JV-2225	bior2.2	12	4	3,990	5
JV-2225	bior2.2	12	5	7,958	10
JV-2225	bior2.2	12	6	15,847	20
JV-2225	bior2.2	12	7	31,423	40
JV-2225	bior2.2	12	8	61,450	80
JV-2225	bior2.2	12	9	117,670	80
JV-2225	bior2.2	12	10	221,220	160
JV-2225	bior2.2	12	11	395,036	320
JV-2225	bior2.2	12	12	614,500	640
JV-2225	bior2.8	10	1	0,500	5
JV-2225	bior2.8	10	2	0,998	5
JV-2225	bior2.8	10	3	1,990	5
JV-2225	bior2.8	10	4	3,959	5
JV-2225	bior2.8	10	5	7,834	10
JV-2225	bior2.8	10	6	15,320	20
JV-2225	bior2.8	10	7	29,418	20
JV-2225	bior2.8	10	8	54,221	40

JV-2225	bior2.8	10	9	93,737	80
JV-2225	bior2.8	10	10	149,473	160
JV-2225	bior3.1	12	1	0,500	5
JV-2225	bior3.1	12	2	1,000	5
JV-2225	bior3.1	12	3	1,999	5
JV-2225	bior3.1	12	4	3,996	5
JV-2225	bior3.1	12	5	7,981	10
JV-2225	bior3.1	12	6	15,938	20
JV-2225	bior3.1	12	7	31,784	40
JV-2225	bior3.1	12	8	62,847	80
JV-2225	bior3.1	12	9	122,900	160
JV-2225	bior3.1	12	10	240,457	320
JV-2225	bior3.1	12	11	460,875	320
JV-2225	bior3.1	12	12	790,071	640
JV-2225	bior3.7	10	1	0,500	5
JV-2225	bior3.7	10	2	0,998	5
JV-2225	bior3.7	10	3	1,992	5
JV-2225	bior3.7	10	4	3,965	5
JV-2225	bior3.7	10	5	7,856	10
JV-2225	bior3.7	10	6	15,405	20
JV-2225	bior3.7	10	7	29,734	20
JV-2225	bior3.7	10	8	55,305	40
JV-2225	bior3.7	10	9	97,026	80
JV-2225	bior3.7	10	10	158,014	160
JV-2225	bior5.5	10	1	0,500	5
JV-2225	bior5.5	10	2	0,999	5
JV-2225	bior5.5	10	3	1,994	5
JV-2225	bior5.5	10	4	3,973	5
JV-2225	bior5.5	10	5	7,889	10
JV-2225	bior5.5	10	6	15,579	20
JV-2225	bior5.5	10	7	30,387	40
JV-2225	bior5.5	10	8	57,609	40
JV-2225	bior5.5	10	9	104,349	80
JV-2225	bior5.5	10	10	178,403	160
JV-2225	coif1	12	1	0,500	5
JV-2225	coif1	12	2	1,000	5
JV-2225	coif1	12	3	1,998	5
JV-2225	coif1	12	4	3,990	5
JV-2225	coif1	12	5	7,958	10
JV-2225	coif1	12	6	15,847	20
JV-2225	coif1	12	7	31,423	40
JV-2225	coif1	12	8	61,450	80
JV-2225	coif1	12	9	117,670	80
JV-2225	coif1	12	10	221,220	160
JV-2225	coif1	12	11	395,036	320
JV-2225	coif1	12	12	614,500	640
JV-2225	coif3	10	1	0,500	5

JV-2225	coif3	10	2	0,998	5
JV-2225	coif3	10	3	1,990	5
JV-2225	coif3	10	4	3,959	5
JV-2225	coif3	10	5	7,834	10
JV-2225	coif3	10	6	15,320	20
JV-2225	coif3	10	7	29,418	20
JV-2225	coif3	10	8	54,221	40
JV-2225	coif3	10	9	93,737	80
JV-2225	coif3	10	10	149,473	160
JV-2225	coif5	9	1	0,499	5
JV-2225	coif5	9	2	0,996	5
JV-2225	coif5	9	3	1,983	5
JV-2225	coif5	9	4	3,928	5
JV-2225	coif5	9	5	7,703	10
JV-2225	coif5	9	6	14,827	10
JV-2225	coif5	9	7	27,653	20
JV-2225	coif5	9	8	48,513	40
JV-2225	coif5	9	9	77,894	80
JV-2225	db1	14	1	0,500	5
JV-2225	db1	14	2	1,000	5
JV-2225	db1	14	3	2,000	5
JV-2225	db1	14	4	4,002	5
JV-2225	db1	14	5	8,004	10
JV-2225	db1	14	6	16,030	20
JV-2225	db1	14	7	32,154	40
JV-2225	db1	14	8	64,308	80
JV-2225	db1	14	9	128,616	160
JV-2225	db1	14	10	263,357	320
JV-2225	db1	14	11	553,050	640
JV-2225	db1	14	12	1106,100	1280
JV-2225	db1	14	13	2765,250	2560
JV-2225	db1	14	14	5530,500	5120
JV-2225	db6	10	1	0,500	5
JV-2225	db6	10	2	0,999	5
JV-2225	db6	10	3	1,994	5
JV-2225	db6	10	4	3,973	5
JV-2225	db6	10	5	7,889	10
JV-2225	db6	10	6	15,579	20
JV-2225	db6	10	7	30,387	40
JV-2225	db6	10	8	57,609	40
JV-2225	db6	10	9	104,349	80
JV-2225	db6	10	10	178,403	160
JV-2225	db12	9	1	0,500	5
JV-2225	db12	9	2	0,997	5
JV-2225	db12	9	3	1,987	5
JV-2225	db12	9	4	3,942	5
JV-2225	db12	9	5	7,768	10

JV-2225	db12	9	6	15,069	20
JV-2225	db12	9	7	28,508	20
JV-2225	db12	9	8	51,208	40
JV-2225	db12	9	9	85,085	80
JV-2225	db25	8	1	0,499	5
JV-2225	db25	8	2	0,994	5
JV-2225	db25	8	3	1,970	5
JV-2225	db25	8	4	3,876	5
JV-2225	db25	8	5	7,504	10
JV-2225	db25	8	6	14,108	10
JV-2225	db25	8	7	25,139	20
JV-2225	db25	8	8	41,272	40
JV-2225	db36	8	1	0,498	5
JV-2225	db36	8	2	0,991	5
JV-2225	db36	8	3	1,957	5
JV-2225	db36	8	4	3,819	5
JV-2225	db36	8	5	7,287	5
JV-2225	db36	8	6	13,359	10
JV-2225	db36	8	7	22,853	20
JV-2225	db36	8	8	35,452	40
JV-2225	db45	7	1	0,498	5
JV-2225	db45	7	2	0,988	5
JV-2225	db45	7	3	1,947	5
JV-2225	db45	7	4	3,780	5
JV-2225	db45	7	5	7,145	5
JV-2225	db45	7	6	12,862	10
JV-2225	db45	7	7	21,436	20
JV-2225	dmey	7	1	0,498	5
JV-2225	dmey	7	2	0,987	5
JV-2225	dmey	7	3	1,939	5
JV-2225	dmey	7	4	3,747	5
JV-2225	dmey	7	5	7,018	5
JV-2225	dmey	7	6	12,456	10
JV-2225	dmey	7	7	20,333	20
JV-2225	rbio1.3	12	1	0,500	5
JV-2225	rbio1.3	12	2	1,000	5
JV-2225	rbio1.3	12	3	1,998	5
JV-2225	rbio1.3	12	4	3,990	5
JV-2225	rbio1.3	12	5	7,958	10
JV-2225	rbio1.3	12	6	15,847	20
JV-2225	rbio1.3	12	7	31,423	40
JV-2225	rbio1.3	12	8	61,450	80
JV-2225	rbio1.3	12	9	117,670	80
JV-2225	rbio1.3	12	10	221,220	160
JV-2225	rbio1.3	12	11	395,036	320
JV-2225	rbio1.3	12	12	614,500	640
JV-2225	rbio2.8	10	1	0,500	5

JV-2225	rbio2.8	10	2	0,998	5
JV-2225	rbio2.8	10	3	1,990	5
JV-2225	rbio2.8	10	4	3,959	5
JV-2225	rbio2.8	10	5	7,834	10
JV-2225	rbio2.8	10	6	15,320	20
JV-2225	rbio2.8	10	7	29,418	20
JV-2225	rbio2.8	10	8	54,221	40
JV-2225	rbio2.8	10	9	93,737	80
JV-2225	rbio2.8	10	10	149,473	160
JV-2225	rbio3.1	12	1	0,500	5
JV-2225	rbio3.1	12	2	1,000	5
JV-2225	rbio3.1	12	3	1,999	5
JV-2225	rbio3.1	12	4	3,996	5
JV-2225	rbio3.1	12	5	7,981	10
JV-2225	rbio3.1	12	6	15,938	20
JV-2225	rbio3.1	12	7	31,784	40
JV-2225	rbio3.1	12	8	62,847	80
JV-2225	rbio3.1	12	9	122,900	160
JV-2225	rbio3.1	12	10	240,457	320
JV-2225	rbio3.1	12	11	460,875	320
JV-2225	rbio3.1	12	12	790,071	640
JV-2225	rbio3.7	10	1	0,500	5
JV-2225	rbio3.7	10	2	0,998	5
JV-2225	rbio3.7	10	3	1,992	5
JV-2225	rbio3.7	10	4	3,965	5
JV-2225	rbio3.7	10	5	7,856	10
JV-2225	rbio3.7	10	6	15,405	20
JV-2225	rbio3.7	10	7	29,734	20
JV-2225	rbio3.7	10	8	55,305	40
JV-2225	rbio3.7	10	9	97,026	80
JV-2225	rbio3.7	10	10	158,014	160
JV-2225	rbio3.9	10	1	0,500	5
JV-2225	rbio3.9	10	2	0,998	5
JV-2225	rbio3.9	10	3	1,989	5
JV-2225	rbio3.9	10	4	3,953	5
JV-2225	rbio3.9	10	5	7,811	10
JV-2225	rbio3.9	10	6	15,236	20
JV-2225	rbio3.9	10	7	29,108	20
JV-2225	rbio3.9	10	8	53,178	40
JV-2225	rbio3.9	10	9	90,664	80
JV-2225	rbio3.9	10	10	141,808	160
JV-2225	rbio5.5	10	1	0,500	5
JV-2225	rbio5.5	10	2	0,998	5
JV-2225	rbio5.5	10	3	1,989	5
JV-2225	rbio5.5	10	4	3,953	5
JV-2225	rbio5.5	10	5	7,811	10
JV-2225	rbio5.5	10	6	15,236	20

JV-2225	rbio5.5	10	7	29,108	20
JV-2225	rbio5.5	10	8	53,178	40
JV-2225	rbio5.5	10	9	90,664	80
JV-2225	rbio5.5	10	10	141,808	160
JV-2225	sym2	12	1	0,500	5
JV-2225	sym2	12	2	1,000	5
JV-2225	sym2	12	3	1,999	5
JV-2225	sym2	12	4	3,996	5
JV-2225	sym2	12	5	7,981	10
JV-2225	sym2	12	6	15,938	20
JV-2225	sym2	12	7	31,784	40
JV-2225	sym2	12	8	62,847	80
JV-2225	sym2	12	9	122,900	160
JV-2225	sym2	12	10	240,457	320
JV-2225	sym2	12	11	460,875	320
JV-2225	sym2	12	12	790,071	640
JV-2225	sym5	11	1	0,500	5
JV-2225	sym5	11	2	0,999	5
JV-2225	sym5	11	3	1,995	5
JV-2225	sym5	11	4	3,979	5
JV-2225	sym5	11	5	7,912	10
JV-2225	sym5	11	6	15,667	20
JV-2225	sym5	11	7	30,725	40
JV-2225	sym5	11	8	58,835	40
JV-2225	sym5	11	9	108,441	80
JV-2225	sym5	11	10	190,707	160
JV-2225	sym5	11	11	307,250	320
JV-2225	sym18	9	1	0,499	5
JV-2225	sym18	9	2	0,995	5
JV-2225	sym18	9	3	1,979	5
JV-2225	sym18	9	4	3,911	5
JV-2225	sym18	9	5	7,639	10
JV-2225	sym18	9	6	14,592	10
JV-2225	sym18	9	7	26,847	20
JV-2225	sym18	9	8	46,088	40
JV-2225	sym18	9	9	71,825	80
JV-2225	sym27	8	1	0,499	5
JV-2225	sym27	8	2	0,993	5
JV-2225	sym27	8	3	1,968	5
JV-2225	sym27	8	4	3,865	5
JV-2225	sym27	8	5	7,464	5
JV-2225	sym27	8	6	13,966	10
JV-2225	sym27	8	7	24,690	20
JV-2225	sym27	8	8	40,076	40
JV-2225	sym34	8	1	0,499	5
JV-2225	sym34	8	2	0,991	5
JV-2225	sym34	8	3	1,959	5

JV-2225	sym34	8	4	3,830	5
JV-2225	sym34	8	5	7,325	5
JV-2225	sym34	8	6	13,489	10
JV-2225	sym34	8	7	23,237	20
JV-2225	sym34	8	8	36,385	40
JV-2226	bior1.3	8	1	9,978	10
JV-2226	bior1.3	8	2	19,842	20
JV-2226	bior1.3	8	3	39,233	40
JV-2226	bior1.3	8	4	76,722	80
JV-2226	bior1.3	8	5	146,915	160
JV-2226	bior1.3	8	6	276,200	320
JV-2226	bior1.3	8	7	493,214	640
JV-2226	bior1.3	8	8	767,222	640
JV-2226	bior2.2	8	1	9,978	10
JV-2226	bior2.2	8	2	19,842	20
JV-2226	bior2.2	8	3	39,233	40
JV-2226	bior2.2	8	4	76,722	80
JV-2226	bior2.2	8	5	146,915	160
JV-2226	bior2.2	8	6	276,200	320
JV-2226	bior2.2	8	7	493,214	640
JV-2226	bior2.2	8	8	767,222	640
JV-2226	bior2.8	6	1	9,893	10
JV-2226	bior2.8	6	2	19,342	20
JV-2226	bior2.8	6	3	37,124	40
JV-2226	bior2.8	6	4	68,366	80
JV-2226	bior2.8	6	5	119,052	80
JV-2226	bior2.8	6	6	186,622	160
JV-2226	bior3.1	8	1	9,993	10
JV-2226	bior3.1	8	2	19,957	20
JV-2226	bior3.1	8	3	39,684	40
JV-2226	bior3.1	8	4	78,466	80
JV-2226	bior3.1	8	5	153,444	160
JV-2226	bior3.1	8	6	300,217	320
JV-2226	bior3.1	8	7	575,417	640
JV-2226	bior3.1	8	8	986,429	1280
JV-2226	bior3.7	6	1	9,907	10
JV-2226	bior3.7	6	2	19,451	20
JV-2226	bior3.7	6	3	37,527	40
JV-2226	bior3.7	6	4	69,747	80
JV-2226	bior3.7	6	5	123,304	160
JV-2226	bior3.7	6	6	197,286	160
JV-2226	bior5.5	6	1	9,935	10
JV-2226	bior5.5	6	2	19,616	20
JV-2226	bior5.5	6	3	38,149	40
JV-2226	bior5.5	6	4	72,684	80
JV-2226	bior5.5	6	5	132,789	160
JV-2226	bior5.5	6	6	222,742	160

JV-2226	coif1	8	1	9,978	10
JV-2226	coif1	8	2	19,842	20
JV-2226	coif1	8	3	39,233	40
JV-2226	coif1	8	4	76,722	80
JV-2226	coif1	8	5	146,915	160
JV-2226	coif1	8	6	276,200	320
JV-2226	coif1	8	7	493,214	640
JV-2226	coif1	8	8	767,222	640
JV-2226	coif3	6	1	9,893	10
JV-2226	coif3	6	2	19,342	20
JV-2226	coif3	6	3	37,124	40
JV-2226	coif3	6	4	68,366	80
JV-2226	coif3	6	5	119,052	80
JV-2226	coif3	6	6	186,622	160
JV-2226	coif5	5	1	9,808	10
JV-2226	coif5	5	2	18,866	20
JV-2226	coif5	5	3	35,051	40
JV-2226	coif5	5	4	61,652	80
JV-2226	coif5	5	5	98,643	80
JV-2226	db1	10	1	10,007	10
JV-2226	db1	10	2	20,014	20
JV-2226	db1	10	3	40,145	40
JV-2226	db1	10	4	80,291	80
JV-2226	db1	10	5	160,581	160
JV-2226	db1	10	6	328,810	320
JV-2226	db1	10	7	690,500	640
JV-2226	db1	10	8	1381,000	1280
JV-2226	db1	10	9	3452,500	2560
JV-2226	db1	10	10	6905,000	5120
JV-2226	db6	6	1	9,935	10
JV-2226	db6	6	2	19,616	20
JV-2226	db6	6	3	38,149	40
JV-2226	db6	6	4	72,684	80
JV-2226	db6	6	5	132,789	160
JV-2226	db6	6	6	222,742	160
JV-2226	db12	5	1	9,850	10
JV-2226	db12	5	2	19,127	20
JV-2226	db12	5	3	36,152	40
JV-2226	db12	5	4	65,142	80
JV-2226	db12	5	5	107,891	80
JV-2226	db25	4	1	9,671	10
JV-2226	db25	4	2	18,123	20
JV-2226	db25	4	3	32,266	40
JV-2226	db25	4	4	52,710	40
JV-2226	db36	4	1	9,524	10
JV-2226	db36	4	2	17,393	20
JV-2226	db36	4	3	29,635	20

JV-2226	db36	4	4	45,728	40
JV-2226	db45	3	1	9,420	10
JV-2226	db45	3	2	16,883	20
JV-2226	db45	3	3	27,955	20
JV-2226	dmey	3	1	9,331	10
JV-2226	dmey	3	2	16,440	20
JV-2226	dmey	3	3	26,558	20
JV-2226	rbio1.3	8	1	9,978	10
JV-2226	rbio1.3	8	2	19,842	20
JV-2226	rbio1.3	8	3	39,233	40
JV-2226	rbio1.3	8	4	76,722	80
JV-2226	rbio1.3	8	5	146,915	160
JV-2226	rbio1.3	8	6	276,200	320
JV-2226	rbio1.3	8	7	493,214	640
JV-2226	rbio1.3	8	8	767,222	640
JV-2226	rbio2.8	6	1	9,893	10
JV-2226	rbio2.8	6	2	19,342	20
JV-2226	rbio2.8	6	3	37,124	40
JV-2226	rbio2.8	6	4	68,366	80
JV-2226	rbio2.8	6	5	119,052	80
JV-2226	rbio2.8	6	6	186,622	160
JV-2226	rbio3.1	8	1	9,993	10
JV-2226	rbio3.1	8	2	19,957	20
JV-2226	rbio3.1	8	3	39,684	40
JV-2226	rbio3.1	8	4	78,466	80
JV-2226	rbio3.1	8	5	153,444	160
JV-2226	rbio3.1	8	6	300,217	320
JV-2226	rbio3.1	8	7	575,417	640
JV-2226	rbio3.1	8	8	986,429	1280
JV-2226	rbio3.7	6	1	9,907	10
JV-2226	rbio3.7	6	2	19,451	20
JV-2226	rbio3.7	6	3	37,527	40
JV-2226	rbio3.7	6	4	69,747	80
JV-2226	rbio3.7	6	5	123,304	160
JV-2226	rbio3.7	6	6	197,286	160
JV-2226	rbio3.9	6	1	9,878	10
JV-2226	rbio3.9	6	2	19,288	20
JV-2226	rbio3.9	6	3	36,729	40
JV-2226	rbio3.9	6	4	67,039	80
JV-2226	rbio3.9	6	5	115,083	80
JV-2226	rbio3.9	6	6	177,051	160
JV-2226	rbio5.5	6	1	9,878	10
JV-2226	rbio5.5	6	2	19,288	20
JV-2226	rbio5.5	6	3	36,729	40
JV-2226	rbio5.5	6	4	67,039	80
JV-2226	rbio5.5	6	5	115,083	80
JV-2226	rbio5.5	6	6	177,051	160

JV-2226	sym2	8	1	9,993	10
JV-2226	sym2	8	2	19,957	20
JV-2226	sym2	8	3	39,684	40
JV-2226	sym2	8	4	78,466	80
JV-2226	sym2	8	5	153,444	160
JV-2226	sym2	8	6	300,217	320
JV-2226	sym2	8	7	575,417	640
JV-2226	sym2	8	8	986,429	1280
JV-2226	sym5	7	1	9,950	10
JV-2226	sym5	7	2	19,672	20
JV-2226	sym5	7	3	38,575	40
JV-2226	sym5	7	4	74,247	80
JV-2226	sym5	7	5	138,100	160
JV-2226	sym5	7	6	238,103	160
JV-2226	sym5	7	7	383,611	320
JV-2226	sym18	5	1	9,767	10
JV-2226	sym18	5	2	18,662	20
JV-2226	sym18	5	3	34,183	40
JV-2226	sym18	5	4	58,517	40
JV-2226	sym18	5	5	90,855	80
JV-2226	sym27	4	1	9,644	10
JV-2226	sym27	4	2	17,982	20
JV-2226	sym27	4	3	31,674	40
JV-2226	sym27	4	4	51,148	40
JV-2226	sym34	4	1	9,550	10
JV-2226	sym34	4	2	17,525	20
JV-2226	sym34	4	3	30,022	40
JV-2226	sym34	4	4	46,655	40
JV-3012	bior1.3	8	1	9,977	10
JV-3012	bior1.3	8	2	19,886	20
JV-3012	bior1.3	8	3	39,500	40
JV-3012	bior1.3	8	4	77,589	80
JV-3012	bior1.3	8	5	149,828	160
JV-3012	bior1.3	8	6	280,323	320
JV-3012	bior1.3	8	7	511,177	640
JV-3012	bior1.3	8	8	869,000	640
JV-3012	bior2.2	8	1	9,977	10
JV-3012	bior2.2	8	2	19,886	20
JV-3012	bior2.2	8	3	39,500	40
JV-3012	bior2.2	8	4	77,589	80
JV-3012	bior2.2	8	5	149,828	160
JV-3012	bior2.2	8	6	280,323	320
JV-3012	bior2.2	8	7	511,177	640
JV-3012	bior2.2	8	8	869,000	640
JV-3012	bior2.8	6	1	9,909	10
JV-3012	bior2.8	6	2	19,484	20
JV-3012	bior2.8	6	3	37,619	40

JV-3012	bior2.8	6	4	70,650	80
JV-3012	bior2.8	6	5	125,942	160
JV-3012	bior2.8	6	6	206,905	160
JV-3012	bior3.1	9	1	9,989	10
JV-3012	bior3.1	9	2	19,931	20
JV-3012	bior3.1	9	3	39,680	40
JV-3012	bior3.1	9	4	79,000	80
JV-3012	bior3.1	9	5	155,179	160
JV-3012	bior3.1	9	6	299,655	320
JV-3012	bior3.1	9	7	579,333	640
JV-3012	bior3.1	9	8	1086,250	1280
JV-3012	bior3.1	9	9	1738,000	1280
JV-3012	bior3.7	6	1	9,920	10
JV-3012	bior3.7	6	2	19,528	20
JV-3012	bior3.7	6	3	37,948	40
JV-3012	bior3.7	6	4	71,818	80
JV-3012	bior3.7	6	5	129,702	160
JV-3012	bior3.7	6	6	217,250	160
JV-3012	bior5.5	7	1	9,943	10
JV-3012	bior5.5	7	2	19,661	20
JV-3012	bior5.5	7	3	38,451	40
JV-3012	bior5.5	7	4	73,644	80
JV-3012	bior5.5	7	5	135,781	160
JV-3012	bior5.5	7	6	234,865	160
JV-3012	bior5.5	7	7	377,826	320
JV-3012	coif1	8	1	9,977	10
JV-3012	coif1	8	2	19,886	20
JV-3012	coif1	8	3	39,500	40
JV-3012	coif1	8	4	77,589	80
JV-3012	coif1	8	5	149,828	160
JV-3012	coif1	8	6	280,323	320
JV-3012	coif1	8	7	511,177	640
JV-3012	coif1	8	8	869,000	640
JV-3012	coif3	6	1	9,909	10
JV-3012	coif3	6	2	19,484	20
JV-3012	coif3	6	3	37,619	40
JV-3012	coif3	6	4	70,650	80
JV-3012	coif3	6	5	125,942	160
JV-3012	coif3	6	6	206,905	160
JV-3012	coif5	5	1	9,841	10
JV-3012	coif5	5	2	19,099	20
JV-3012	coif5	5	3	36,058	40
JV-3012	coif5	5	4	64,851	80
JV-3012	coif5	5	5	107,284	80
JV-3012	db1	10	1	10,000	10
JV-3012	db1	10	2	20,023	20
JV-3012	db1	10	3	40,046	40

JV-3012	db1	10	4	80,463	80
JV-3012	db1	10	5	160,926	160
JV-3012	db1	10	6	321,852	320
JV-3012	db1	10	7	668,462	640
JV-3012	db1	10	8	1448,333	1280
JV-3012	db1	10	9	2896,667	2560
JV-3012	db1	10	10	8690,000	5120
JV-3012	db6	7	1	9,943	10
JV-3012	db6	7	2	19,661	20
JV-3012	db6	7	3	38,451	40
JV-3012	db6	7	4	73,644	80
JV-3012	db6	7	5	135,781	160
JV-3012	db6	7	6	234,865	160
JV-3012	db6	7	7	377,826	320
JV-3012	db12	6	1	9,875	10
JV-3012	db12	6	2	19,268	20
JV-3012	db12	6	3	36,822	40
JV-3012	db12	6	4	67,364	80
JV-3012	db12	6	5	115,867	80
JV-3012	db12	6	6	181,042	160
JV-3012	db25	5	1	9,731	10
JV-3012	db25	5	2	18,489	20
JV-3012	db25	5	3	33,552	40
JV-3012	db25	5	4	56,797	40
JV-3012	db25	5	5	86,900	80
JV-3012	db36	4	1	9,613	10
JV-3012	db36	4	2	17,844	20
JV-3012	db36	4	3	31,259	40
JV-3012	db36	4	4	49,943	40
JV-3012	db45	4	1	9,529	10
JV-3012	db45	4	2	17,415	20
JV-3012	db45	4	3	29,760	20
JV-3012	db45	4	4	45,979	40
JV-3012	dmey	4	1	9,456	10
JV-3012	dmey	4	2	17,073	20
JV-3012	dmey	4	3	28,586	20
JV-3012	dmey	4	4	43,020	40
JV-3012	rbio1.3	8	1	9,977	10
JV-3012	rbio1.3	8	2	19,886	20
JV-3012	rbio1.3	8	3	39,500	40
JV-3012	rbio1.3	8	4	77,589	80
JV-3012	rbio1.3	8	5	149,828	160
JV-3012	rbio1.3	8	6	280,323	320
JV-3012	rbio1.3	8	7	511,177	640
JV-3012	rbio1.3	8	8	869,000	640
JV-3012	rbio2.8	6	1	9,909	10
JV-3012	rbio2.8	6	2	19,484	20

JV-3012	rbio2.8	6	3	37,619	40
JV-3012	rbio2.8	6	4	70,650	80
JV-3012	rbio2.8	6	5	125,942	160
JV-3012	rbio2.8	6	6	206,905	160
JV-3012	rbio3.1	9	1	9,989	10
JV-3012	rbio3.1	9	2	19,931	20
JV-3012	rbio3.1	9	3	39,680	40
JV-3012	rbio3.1	9	4	79,000	80
JV-3012	rbio3.1	9	5	155,179	160
JV-3012	rbio3.1	9	6	299,655	320
JV-3012	rbio3.1	9	7	579,333	640
JV-3012	rbio3.1	9	8	1086,250	1280
JV-3012	rbio3.1	9	9	1738,000	1280
JV-3012	rbio3.7	6	1	9,920	10
JV-3012	rbio3.7	6	2	19,528	20
JV-3012	rbio3.7	6	3	37,948	40
JV-3012	rbio3.7	6	4	71,818	80
JV-3012	rbio3.7	6	5	129,702	160
JV-3012	rbio3.7	6	6	217,250	160
JV-3012	rbio3.9	6	1	9,897	10
JV-3012	rbio3.9	6	2	19,397	20
JV-3012	rbio3.9	6	3	37,296	40
JV-3012	rbio3.9	6	4	69,520	80
JV-3012	rbio3.9	6	5	122,394	160
JV-3012	rbio3.9	6	6	197,500	160
JV-3012	rbio5.5	6	1	9,897	10
JV-3012	rbio5.5	6	2	19,397	20
JV-3012	rbio5.5	6	3	37,296	40
JV-3012	rbio5.5	6	4	69,520	80
JV-3012	rbio5.5	6	5	122,394	160
JV-3012	rbio5.5	6	6	197,500	160
JV-3012	sym2	9	1	9,989	10
JV-3012	sym2	9	2	19,931	20
JV-3012	sym2	9	3	39,680	40
JV-3012	sym2	9	4	79,000	80
JV-3012	sym2	9	5	155,179	160
JV-3012	sym2	9	6	299,655	320
JV-3012	sym2	9	7	579,333	640
JV-3012	sym2	9	8	1086,250	1280
JV-3012	sym2	9	9	1738,000	1280
JV-3012	sym5	7	1	9,954	10
JV-3012	sym5	7	2	19,750	20
JV-3012	sym5	7	3	38,795	40
JV-3012	sym5	7	4	74,914	80
JV-3012	sym5	7	5	140,161	160
JV-3012	sym5	7	6	248,286	320
JV-3012	sym5	7	7	413,810	320

JV-3012	sym18	5	1	9,808	10
JV-3012	sym18	5	2	18,891	20
JV-3012	sym18	5	3	35,182	40
JV-3012	sym18	5	4	62,071	80
JV-3012	sym18	5	5	99,885	80
JV-3012	sym27	5	1	9,709	10
JV-3012	sym27	5	2	18,372	20
JV-3012	sym27	5	3	33,168	40
JV-3012	sym27	5	4	55,350	40
JV-3012	sym27	5	5	83,558	80
JV-3012	sym34	4	1	9,634	10
JV-3012	sym34	4	2	17,955	20
JV-3012	sym34	4	3	31,600	40
JV-3012	sym34	4	4	51,118	40
JV-3241	bior1.3	8	1	9,982	10
JV-3241	bior1.3	8	2	19,891	20
JV-3241	bior1.3	8	3	39,565	40
JV-3241	bior1.3	8	4	78,000	80
JV-3241	bior1.3	8	5	151,667	160
JV-3241	bior1.3	8	6	287,368	320
JV-3241	bior1.3	8	7	520,000	640
JV-3241	bior1.3	8	8	910,000	640
JV-3241	bior2.2	8	1	9,982	10
JV-3241	bior2.2	8	2	19,891	20
JV-3241	bior2.2	8	3	39,565	40
JV-3241	bior2.2	8	4	78,000	80
JV-3241	bior2.2	8	5	151,667	160
JV-3241	bior2.2	8	6	287,368	320
JV-3241	bior2.2	8	7	520,000	640
JV-3241	bior2.2	8	8	910,000	640
JV-3241	bior2.8	7	1	9,927	10
JV-3241	bior2.8	7	2	19,570	20
JV-3241	bior2.8	7	3	38,049	40
JV-3241	bior2.8	7	4	72,318	80
JV-3241	bior2.8	7	5	131,566	160
JV-3241	bior2.8	7	6	222,857	160
JV-3241	bior2.8	7	7	341,250	320
JV-3241	bior3.1	9	1	9,991	10
JV-3241	bior3.1	9	2	19,963	20
JV-3241	bior3.1	9	3	39,854	40
JV-3241	bior3.1	9	4	79,130	80
JV-3241	bior3.1	9	5	156,000	160
JV-3241	bior3.1	9	6	303,333	320
JV-3241	bior3.1	9	7	574,737	640
JV-3241	bior3.1	9	8	1092,000	1280
JV-3241	bior3.1	9	9	1820,000	1280
JV-3241	bior3.7	7	1	9,936	10

JV-3241	bior3.7	7	2	19,640	20
JV-3241	bior3.7	7	3	38,316	40
JV-3241	bior3.7	7	4	73,289	80
JV-3241	bior3.7	7	5	134,815	160
JV-3241	bior3.7	7	6	232,340	160
JV-3241	bior3.7	7	7	364,000	320
JV-3241	bior5.5	7	1	9,954	10
JV-3241	bior5.5	7	2	19,747	20
JV-3241	bior5.5	7	3	38,861	40
JV-3241	bior5.5	7	4	75,310	80
JV-3241	bior5.5	7	5	141,818	160
JV-3241	bior5.5	7	6	253,954	320
JV-3241	bior5.5	7	7	420,000	320
JV-3241	coif1	8	1	9,982	10
JV-3241	coif1	8	2	19,891	20
JV-3241	coif1	8	3	39,565	40
JV-3241	coif1	8	4	78,000	80
JV-3241	coif1	8	5	151,667	160
JV-3241	coif1	8	6	287,368	320
JV-3241	coif1	8	7	520,000	640
JV-3241	coif1	8	8	910,000	640
JV-3241	coif3	7	1	9,927	10
JV-3241	coif3	7	2	19,570	20
JV-3241	coif3	7	3	38,049	40
JV-3241	coif3	7	4	72,318	80
JV-3241	coif3	7	5	131,566	160
JV-3241	coif3	7	6	222,857	160
JV-3241	coif3	7	7	341,250	320
JV-3241	coif5	6	1	9,873	10
JV-3241	coif5	6	2	19,259	20
JV-3241	coif5	6	3	36,768	40
JV-3241	coif5	6	4	67,407	80
JV-3241	coif5	6	5	114,947	80
JV-3241	coif5	6	6	179,016	160
JV-3241	db1	11	1	10,000	10
JV-3241	db1	11	2	20,000	20
JV-3241	db1	11	3	40,000	40
JV-3241	db1	11	4	80,294	80
JV-3241	db1	11	5	160,588	160
JV-3241	db1	11	6	321,177	320
JV-3241	db1	11	7	642,353	640
JV-3241	db1	11	8	1365,000	1280
JV-3241	db1	11	9	2730,000	2560
JV-3241	db1	11	10	5460,000	5120
JV-3241	db1	11	11	10920,000	5120
JV-3241	db6	7	1	9,954	10
JV-3241	db6	7	2	19,747	20

JV-3241	db6	7	3	38,861	40
JV-3241	db6	7	4	75,310	80
JV-3241	db6	7	5	141,818	160
JV-3241	db6	7	6	253,954	320
JV-3241	db6	7	7	420,000	320
JV-3241	db12	6	1	9,900	10
JV-3241	db12	6	2	19,431	20
JV-3241	db12	6	3	37,397	40
JV-3241	db12	6	4	69,554	80
JV-3241	db12	6	5	122,697	160
JV-3241	db12	6	6	198,546	160
JV-3241	db25	5	1	9,785	10
JV-3241	db25	5	2	18,763	20
JV-3241	db25	5	3	34,667	40
JV-3241	db25	5	4	60,331	80
JV-3241	db25	5	5	95,789	80
JV-3241	db36	4	1	9,689	10
JV-3241	db36	4	2	18,261	20
JV-3241	db36	4	3	32,695	40
JV-3241	db36	4	4	54,059	40
JV-3241	db45	4	1	9,621	10
JV-3241	db45	4	2	17,902	20
JV-3241	db45	4	3	31,379	40
JV-3241	db45	4	4	50,323	40
JV-3241	dmey	4	1	9,562	10
JV-3241	dmey	4	2	17,585	20
JV-3241	dmey	4	3	30,333	40
JV-3241	dmey	4	4	47,478	40
JV-3241	rbio1.3	8	1	9,982	10
JV-3241	rbio1.3	8	2	19,891	20
JV-3241	rbio1.3	8	3	39,565	40
JV-3241	rbio1.3	8	4	78,000	80
JV-3241	rbio1.3	8	5	151,667	160
JV-3241	rbio1.3	8	6	287,368	320
JV-3241	rbio1.3	8	7	520,000	640
JV-3241	rbio1.3	8	8	910,000	640
JV-3241	rbio2.8	7	1	9,927	10
JV-3241	rbio2.8	7	2	19,570	20
JV-3241	rbio2.8	7	3	38,049	40
JV-3241	rbio2.8	7	4	72,318	80
JV-3241	rbio2.8	7	5	131,566	160
JV-3241	rbio2.8	7	6	222,857	160
JV-3241	rbio2.8	7	7	341,250	320
JV-3241	rbio3.1	9	1	9,991	10
JV-3241	rbio3.1	9	2	19,963	20
JV-3241	rbio3.1	9	3	39,854	40
JV-3241	rbio3.1	9	4	79,130	80

JV-3241	rbio3.1	9	5	156,000	160
JV-3241	rbio3.1	9	6	303,333	320
JV-3241	rbio3.1	9	7	574,737	640
JV-3241	rbio3.1	9	8	1092,000	1280
JV-3241	rbio3.1	9	9	1820,000	1280
JV-3241	rbio3.7	7	1	9,936	10
JV-3241	rbio3.7	7	2	19,640	20
JV-3241	rbio3.7	7	3	38,316	40
JV-3241	rbio3.7	7	4	73,289	80
JV-3241	rbio3.7	7	5	134,815	160
JV-3241	rbio3.7	7	6	232,340	160
JV-3241	rbio3.7	7	7	364,000	320
JV-3241	rbio3.9	6	1	9,918	10
JV-3241	rbio3.9	6	2	19,535	20
JV-3241	rbio3.9	6	3	37,917	40
JV-3241	rbio3.9	6	4	71,373	80
JV-3241	rbio3.9	6	5	128,471	160
JV-3241	rbio3.9	6	6	214,118	160
JV-3241	rbio5.5	6	1	9,918	10
JV-3241	rbio5.5	6	2	19,535	20
JV-3241	rbio5.5	6	3	37,917	40
JV-3241	rbio5.5	6	4	71,373	80
JV-3241	rbio5.5	6	5	128,471	160
JV-3241	rbio5.5	6	6	214,118	160
JV-3241	sym2	9	1	9,991	10
JV-3241	sym2	9	2	19,963	20
JV-3241	sym2	9	3	39,854	40
JV-3241	sym2	9	4	79,130	80
JV-3241	sym2	9	5	156,000	160
JV-3241	sym2	9	6	303,333	320
JV-3241	sym2	9	7	574,737	640
JV-3241	sym2	9	8	1092,000	1280
JV-3241	sym2	9	9	1820,000	1280
JV-3241	sym5	7	1	9,964	10
JV-3241	sym5	7	2	19,783	20
JV-3241	sym5	7	3	39,000	40
JV-3241	sym5	7	4	75,833	80
JV-3241	sym5	7	5	143,684	160
JV-3241	sym5	7	6	260,000	320
JV-3241	sym5	7	7	436,800	320
JV-3241	sym18	5	1	9,847	10
JV-3241	sym18	5	2	19,124	20
JV-3241	sym18	5	3	36,159	40
JV-3241	sym18	5	4	65,000	80
JV-3241	sym18	5	5	108,119	80
JV-3241	sym27	5	1	9,767	10
JV-3241	sym27	5	2	18,667	20

JV-3241	sym27	5	3	34,340	40
JV-3241	sym27	5	4	59,027	40
JV-3241	sym27	5	5	92,542	80
JV-3241	sym34	5	1	9,707	10
JV-3241	sym34	5	2	18,353	20
JV-3241	sym34	5	3	33,091	40
JV-3241	sym34	5	4	55,152	40
JV-3241	sym34	5	5	82,727	80
JV-3242	bior1.3	8	1	9,984	10
JV-3242	bior1.3	8	2	19,907	20
JV-3242	bior1.3	8	3	39,570	40
JV-3242	bior1.3	8	4	77,863	80
JV-3242	bior1.3	8	5	150,859	160
JV-3242	bior1.3	8	6	283,971	320
JV-3242	bior1.3	8	7	508,158	640
JV-3242	bior1.3	8	8	877,727	640
JV-3242	bior2.2	8	1	9,984	10
JV-3242	bior2.2	8	2	19,907	20
JV-3242	bior2.2	8	3	39,570	40
JV-3242	bior2.2	8	4	77,863	80
JV-3242	bior2.2	8	5	150,859	160
JV-3242	bior2.2	8	6	283,971	320
JV-3242	bior2.2	8	7	508,158	640
JV-3242	bior2.2	8	8	877,727	640
JV-3242	bior2.8	6	1	9,923	10
JV-3242	bior2.8	6	2	19,545	20
JV-3242	bior2.8	6	3	37,863	40
JV-3242	bior2.8	6	4	71,519	80
JV-3242	bior2.8	6	5	128,733	160
JV-3242	bior2.8	6	6	214,556	160
JV-3242	bior3.1	9	1	9,995	10
JV-3242	bior3.1	9	2	19,948	20
JV-3242	bior3.1	9	3	39,733	40
JV-3242	bior3.1	9	4	79,139	80
JV-3242	bior3.1	9	5	155,726	160
JV-3242	bior3.1	9	6	301,719	320
JV-3242	bior3.1	9	7	567,941	640
JV-3242	bior3.1	9	8	1072,778	1280
JV-3242	bior3.1	9	9	1931,000	2560
JV-3242	bior3.7	7	1	9,933	10
JV-3242	bior3.7	7	2	19,584	20
JV-3242	bior3.7	7	3	38,162	40
JV-3242	bior3.7	7	4	72,594	80
JV-3242	bior3.7	7	5	132,260	160
JV-3242	bior3.7	7	6	224,535	160
JV-3242	bior3.7	7	7	344,821	320
JV-3242	bior5.5	7	1	9,954	10

JV-3242	bior5.5	7	2	19,704	20
JV-3242	bior5.5	7	3	38,620	40
JV-3242	bior5.5	7	4	74,269	80
JV-3242	bior5.5	7	5	137,929	160
JV-3242	bior5.5	7	6	241,375	320
JV-3242	bior5.5	7	7	386,200	320
JV-3242	coif1	8	1	9,984	10
JV-3242	coif1	8	2	19,907	20
JV-3242	coif1	8	3	39,570	40
JV-3242	coif1	8	4	77,863	80
JV-3242	coif1	8	5	150,859	160
JV-3242	coif1	8	6	283,971	320
JV-3242	coif1	8	7	508,158	640
JV-3242	coif1	8	8	877,727	640
JV-3242	coif3	6	1	9,923	10
JV-3242	coif3	6	2	19,545	20
JV-3242	coif3	6	3	37,863	40
JV-3242	coif3	6	4	71,519	80
JV-3242	coif3	6	5	128,733	160
JV-3242	coif3	6	6	214,556	160
JV-3242	coif5	6	1	9,862	10
JV-3242	coif5	6	2	19,195	20
JV-3242	coif5	6	3	36,434	40
JV-3242	coif5	6	4	66,130	80
JV-3242	coif5	6	5	110,977	80
JV-3242	coif5	6	6	169,386	160
JV-3242	db1	10	1	10,005	10
JV-3242	db1	10	2	20,031	20
JV-3242	db1	10	3	40,062	40
JV-3242	db1	10	4	80,458	80
JV-3242	db1	10	5	160,917	160
JV-3242	db1	10	6	321,833	320
JV-3242	db1	10	7	643,667	640
JV-3242	db1	10	8	1379,286	1280
JV-3242	db1	10	9	3218,333	2560
JV-3242	db1	10	10	9655,000	5120
JV-3242	db6	7	1	9,954	10
JV-3242	db6	7	2	19,704	20
JV-3242	db6	7	3	38,620	40
JV-3242	db6	7	4	74,269	80
JV-3242	db6	7	5	137,929	160
JV-3242	db6	7	6	241,375	320
JV-3242	db6	7	7	386,200	320
JV-3242	db12	6	1	9,892	10
JV-3242	db12	6	2	19,349	20
JV-3242	db12	6	3	37,135	40
JV-3242	db12	6	4	68,475	80

JV-3242	db12	6	5	119,198	80
JV-3242	db12	6	6	189,314	160
JV-3242	db25	5	1	9,762	10
JV-3242	db25	5	2	18,639	20
JV-3242	db25	5	3	34,117	40
JV-3242	db25	5	4	58,515	40
JV-3242	db25	5	5	91,085	80
JV-3242	db36	4	1	9,655	10
JV-3242	db36	4	2	18,047	20
JV-3242	db36	4	3	31,970	40
JV-3242	db36	4	4	51,909	40
JV-3242	db45	4	1	9,578	10
JV-3242	db45	4	2	17,651	20
JV-3242	db45	4	3	30,554	40
JV-3242	db45	4	4	48,035	40
JV-3242	dmey	4	1	9,512	10
JV-3242	dmey	4	2	17,334	20
JV-3242	dmey	4	3	29,436	20
JV-3242	dmey	4	4	45,117	40
JV-3242	rbio1.3	8	1	9,984	10
JV-3242	rbio1.3	8	2	19,907	20
JV-3242	rbio1.3	8	3	39,570	40
JV-3242	rbio1.3	8	4	77,863	80
JV-3242	rbio1.3	8	5	150,859	160
JV-3242	rbio1.3	8	6	283,971	320
JV-3242	rbio1.3	8	7	508,158	640
JV-3242	rbio1.3	8	8	877,727	640
JV-3242	rbio2.8	6	1	9,923	10
JV-3242	rbio2.8	6	2	19,545	20
JV-3242	rbio2.8	6	3	37,863	40
JV-3242	rbio2.8	6	4	71,519	80
JV-3242	rbio2.8	6	5	128,733	160
JV-3242	rbio2.8	6	6	214,556	160
JV-3242	rbio3.1	9	1	9,995	10
JV-3242	rbio3.1	9	2	19,948	20
JV-3242	rbio3.1	9	3	39,733	40
JV-3242	rbio3.1	9	4	79,139	80
JV-3242	rbio3.1	9	5	155,726	160
JV-3242	rbio3.1	9	6	301,719	320
JV-3242	rbio3.1	9	7	567,941	640
JV-3242	rbio3.1	9	8	1072,778	1280
JV-3242	rbio3.1	9	9	1931,000	2560
JV-3242	rbio3.7	7	1	9,933	10
JV-3242	rbio3.7	7	2	19,584	20
JV-3242	rbio3.7	7	3	38,162	40
JV-3242	rbio3.7	7	4	72,594	80
JV-3242	rbio3.7	7	5	132,260	160

JV-3242	rbio3.7	7	6	224,535	160
JV-3242	rbio3.7	7	7	344,821	320
JV-3242	rbio3.9	6	1	9,913	10
JV-3242	rbio3.9	6	2	19,466	20
JV-3242	rbio3.9	6	3	37,568	40
JV-3242	rbio3.9	6	4	70,474	80
JV-3242	rbio3.9	6	5	125,390	160
JV-3242	rbio3.9	6	6	205,426	160
JV-3242	rbio5.5	6	1	9,913	10
JV-3242	rbio5.5	6	2	19,466	20
JV-3242	rbio5.5	6	3	37,568	40
JV-3242	rbio5.5	6	4	70,474	80
JV-3242	rbio5.5	6	5	125,390	160
JV-3242	rbio5.5	6	6	205,426	160
JV-3242	sym2	9	1	9,995	10
JV-3242	sym2	9	2	19,948	20
JV-3242	sym2	9	3	39,733	40
JV-3242	sym2	9	4	79,139	80
JV-3242	sym2	9	5	155,726	160
JV-3242	sym2	9	6	301,719	320
JV-3242	sym2	9	7	567,941	640
JV-3242	sym2	9	8	1072,778	1280
JV-3242	sym2	9	9	1931,000	2560
JV-3242	sym5	7	1	9,964	10
JV-3242	sym5	7	2	19,785	20
JV-3242	sym5	7	3	38,931	40
JV-3242	sym5	7	4	75,430	80
JV-3242	sym5	7	5	141,985	160
JV-3242	sym5	7	6	254,079	320
JV-3242	sym5	7	7	419,783	320
JV-3242	sym18	5	1	9,832	10
JV-3242	sym18	5	2	19,006	20
JV-3242	sym18	5	3	35,627	40
JV-3242	sym18	5	4	63,520	80
JV-3242	sym18	5	5	103,817	80
JV-3242	sym27	5	1	9,743	10
JV-3242	sym27	5	2	18,532	20
JV-3242	sym27	5	3	33,759	40
JV-3242	sym27	5	4	57,130	40
JV-3242	sym27	5	5	87,773	80
JV-3242	sym34	4	1	9,674	10
JV-3242	sym34	4	2	18,149	20
JV-3242	sym34	4	3	32,291	40
JV-3242	sym34	4	4	53,049	40
N-323	bior1.3	9	1	9,990	10
N-323	bior1.3	9	2	19,951	20
N-323	bior1.3	9	3	39,745	40

N-323	bior1.3	9	4	79,023	80
N-323	bior1.3	9	5	155,615	160
N-323	bior1.3	9	6	301,940	320
N-323	bior1.3	9	7	578,000	640
N-323	bior1.3	9	8	1064,737	1280
N-323	bior1.3	9	9	1839,091	1280
N-323	bior2.2	9	1	9,990	10
N-323	bior2.2	9	2	19,951	20
N-323	bior2.2	9	3	39,745	40
N-323	bior2.2	9	4	79,023	80
N-323	bior2.2	9	5	155,615	160
N-323	bior2.2	9	6	301,940	320
N-323	bior2.2	9	7	578,000	640
N-323	bior2.2	9	8	1064,737	1280
N-323	bior2.2	9	9	1839,091	1280
N-323	bior2.8	7	1	9,961	10
N-323	bior2.8	7	2	19,775	20
N-323	bior2.8	7	3	38,979	40
N-323	bior2.8	7	4	75,768	80
N-323	bior2.8	7	5	143,475	160
N-323	bior2.8	7	6	259,359	320
N-323	bior2.8	7	7	430,426	320
N-323	bior3.1	10	1	9,995	10
N-323	bior3.1	10	2	19,970	20
N-323	bior3.1	10	3	39,901	40
N-323	bior3.1	10	4	79,646	80
N-323	bior3.1	10	5	158,047	160
N-323	bior3.1	10	6	311,231	320
N-323	bior3.1	10	7	613,030	640
N-323	bior3.1	10	8	1190,000	1280
N-323	bior3.1	10	9	2247,778	2560
N-323	bior3.1	10	10	4046,000	5120
N-323	bior3.7	8	1	9,966	10
N-323	bior3.7	8	2	19,795	20
N-323	bior3.7	8	3	39,054	40
N-323	bior3.7	8	4	76,053	80
N-323	bior3.7	8	5	144,500	160
N-323	bior3.7	8	6	262,727	320
N-323	bior3.7	8	7	449,556	320
N-323	bior3.7	8	8	697,586	640
N-323	bior5.5	8	1	9,975	10
N-323	bior5.5	8	2	19,853	20
N-323	bior5.5	8	3	39,358	40
N-323	bior5.5	8	4	77,214	80
N-323	bior5.5	8	5	148,750	160
N-323	bior5.5	8	6	277,123	320
N-323	bior5.5	8	7	493,415	640

N-323	bior5.5	8	8	809,200	640
N-323	coif1	9	1	9,990	10
N-323	coif1	9	2	19,951	20
N-323	coif1	9	3	39,745	40
N-323	coif1	9	4	79,023	80
N-323	coif1	9	5	155,615	160
N-323	coif1	9	6	301,940	320
N-323	coif1	9	7	578,000	640
N-323	coif1	9	8	1064,737	1280
N-323	coif1	9	9	1839,091	1280
N-323	coif3	7	1	9,961	10
N-323	coif3	7	2	19,775	20
N-323	coif3	7	3	38,979	40
N-323	coif3	7	4	75,768	80
N-323	coif3	7	5	143,475	160
N-323	coif3	7	6	259,359	320
N-323	coif3	7	7	430,426	320
N-323	coif5	7	1	9,931	10
N-323	coif5	7	2	19,603	20
N-323	coif5	7	3	38,170	40
N-323	coif5	7	4	72,509	80
N-323	coif5	7	5	132,222	160
N-323	coif5	7	6	224,778	160
N-323	coif5	7	7	342,881	320
N-323	db1	11	1	10,000	10
N-323	db1	11	2	20,010	20
N-323	db1	11	3	40,059	40
N-323	db1	11	4	80,278	80
N-323	db1	11	5	160,556	160
N-323	db1	11	6	321,111	320
N-323	db1	11	7	652,581	640
N-323	db1	11	8	1348,667	1280
N-323	db1	11	9	2890,000	2560
N-323	db1	11	10	6743,333	5120
N-323	db1	11	11	20230,000	5120
N-323	db6	8	1	9,975	10
N-323	db6	8	2	19,853	20
N-323	db6	8	3	39,358	40
N-323	db6	8	4	77,214	80
N-323	db6	8	5	148,750	160
N-323	db6	8	6	277,123	320
N-323	db6	8	7	493,415	640
N-323	db6	8	8	809,200	640
N-323	db12	7	1	9,946	10
N-323	db12	7	2	19,679	20
N-323	db12	7	3	38,533	40
N-323	db12	7	4	74,103	80

N-323	db12	7	5	137,619	160
N-323	db12	7	6	240,833	320
N-323	db12	7	7	381,698	320
N-323	db25	6	1	9,883	10
N-323	db25	6	2	19,322	20
N-323	db25	6	3	36,984	40
N-323	db25	6	4	68,114	80
N-323	db25	6	5	117,616	80
N-323	db25	6	6	183,909	160
N-323	db36	5	1	9,830	10
N-323	db36	5	2	19,013	20
N-323	db36	5	3	35,679	40
N-323	db36	5	4	63,616	80
N-323	db36	5	5	104,278	80
N-323	db45	5	1	9,792	10
N-323	db45	5	2	18,801	20
N-323	db45	5	3	34,819	40
N-323	db45	5	4	60,751	80
N-323	db45	5	5	96,794	80
N-323	dmey	5	1	9,759	10
N-323	dmey	5	2	18,628	20
N-323	dmey	5	3	34,115	40
N-323	dmey	5	4	58,468	40
N-323	dmey	5	5	90,717	80
N-323	rbio1.3	9	1	9,990	10
N-323	rbio1.3	9	2	19,951	20
N-323	rbio1.3	9	3	39,745	40
N-323	rbio1.3	9	4	79,023	80
N-323	rbio1.3	9	5	155,615	160
N-323	rbio1.3	9	6	301,940	320
N-323	rbio1.3	9	7	578,000	640
N-323	rbio1.3	9	8	1064,737	1280
N-323	rbio1.3	9	9	1839,091	1280
N-323	rbio2.8	7	1	9,961	10
N-323	rbio2.8	7	2	19,775	20
N-323	rbio2.8	7	3	38,979	40
N-323	rbio2.8	7	4	75,768	80
N-323	rbio2.8	7	5	143,475	160
N-323	rbio2.8	7	6	259,359	320
N-323	rbio2.8	7	7	430,426	320
N-323	rbio3.1	10	1	9,995	10
N-323	rbio3.1	10	2	19,970	20
N-323	rbio3.1	10	3	39,901	40
N-323	rbio3.1	10	4	79,646	80
N-323	rbio3.1	10	5	158,047	160
N-323	rbio3.1	10	6	311,231	320
N-323	rbio3.1	10	7	613,030	640

N-323	rbio3.1	10	8	1190,000	1280
N-323	rbio3.1	10	9	2247,778	2560
N-323	rbio3.1	10	10	4046,000	5120
N-323	rbio3.7	8	1	9,966	10
N-323	rbio3.7	8	2	19,795	20
N-323	rbio3.7	8	3	39,054	40
N-323	rbio3.7	8	4	76,053	80
N-323	rbio3.7	8	5	144,500	160
N-323	rbio3.7	8	6	262,727	320
N-323	rbio3.7	8	7	449,556	320
N-323	rbio3.7	8	8	697,586	640
N-323	rbio3.9	7	1	9,956	10
N-323	rbio3.9	7	2	19,737	20
N-323	rbio3.9	7	3	38,829	40
N-323	rbio3.9	7	4	75,204	80
N-323	rbio3.9	7	5	141,469	160
N-323	rbio3.9	7	6	252,875	320
N-323	rbio3.9	7	7	412,857	320
N-323	rbio5.5	7	1	9,956	10
N-323	rbio5.5	7	2	19,737	20
N-323	rbio5.5	7	3	38,829	40
N-323	rbio5.5	7	4	75,204	80
N-323	rbio5.5	7	5	141,469	160
N-323	rbio5.5	7	6	252,875	320
N-323	rbio5.5	7	7	412,857	320
N-323	sym2	10	1	9,995	10
N-323	sym2	10	2	19,970	20
N-323	sym2	10	3	39,901	40
N-323	sym2	10	4	79,646	80
N-323	sym2	10	5	158,047	160
N-323	sym2	10	6	311,231	320
N-323	sym2	10	7	613,030	640
N-323	sym2	10	8	1190,000	1280
N-323	sym2	10	9	2247,778	2560
N-323	sym2	10	10	4046,000	5120
N-323	sym5	8	1	9,980	10
N-323	sym5	8	2	19,892	20
N-323	sym5	8	3	39,512	40
N-323	sym5	8	4	77,808	80
N-323	sym5	8	5	150,970	160
N-323	sym5	8	6	284,930	320
N-323	sym5	8	7	518,718	640
N-323	sym5	8	8	879,565	640
N-323	sym18	6	1	9,917	10
N-323	sym18	6	2	19,508	20
N-323	sym18	6	3	37,813	40
N-323	sym18	6	4	71,232	80

N-323	sym18	6	5	127,233	160
N-323	sym18	6	6	210,729	160
N-323	sym27	6	1	9,873	10
N-323	sym27	6	2	19,267	20
N-323	sym27	6	3	36,715	40
N-323	sym27	6	4	67,209	80
N-323	sym27	6	5	114,943	80
N-323	sym27	6	6	177,456	160
N-323	sym34	5	1	9,839	10
N-323	sym34	5	2	19,067	20
N-323	sym34	5	3	35,933	40
N-323	sym34	5	4	64,427	80
N-323	sym34	5	5	106,474	80
P-CaminoAncho	bior1.3	8	1	9,970	10
P-CaminoAncho	bior1.3	8	2	19,850	20
P-CaminoAncho	bior1.3	8	3	39,231	40
P-CaminoAncho	bior1.3	8	4	77,093	80
P-CaminoAncho	bior1.3	8	5	147,333	160
P-CaminoAncho	bior1.3	8	6	276,250	320
P-CaminoAncho	bior1.3	8	7	473,571	320
P-CaminoAncho	bior1.3	8	8	736,667	640
P-CaminoAncho	bior2.2	8	1	9,970	10
P-CaminoAncho	bior2.2	8	2	19,850	20
P-CaminoAncho	bior2.2	8	3	39,231	40
P-CaminoAncho	bior2.2	8	4	77,093	80
P-CaminoAncho	bior2.2	8	5	147,333	160
P-CaminoAncho	bior2.2	8	6	276,250	320
P-CaminoAncho	bior2.2	8	7	473,571	320
P-CaminoAncho	bior2.2	8	8	736,667	640
P-CaminoAncho	bior2.8	6	1	9,881	10
P-CaminoAncho	bior2.8	6	2	19,329	20
P-CaminoAncho	bior2.8	6	3	37,039	40
P-CaminoAncho	bior2.8	6	4	68,351	80
P-CaminoAncho	bior2.8	6	5	118,393	80
P-CaminoAncho	bior2.8	6	6	184,167	160
P-CaminoAncho	bior3.1	8	1	9,985	10
P-CaminoAncho	bior3.1	8	2	19,910	20
P-CaminoAncho	bior3.1	8	3	39,701	40
P-CaminoAncho	bior3.1	8	4	78,929	80
P-CaminoAncho	bior3.1	8	5	154,186	160
P-CaminoAncho	bior3.1	8	6	301,364	320
P-CaminoAncho	bior3.1	8	7	552,500	640
P-CaminoAncho	bior3.1	8	8	947,143	640
P-CaminoAncho	bior3.7	6	1	9,896	10
P-CaminoAncho	bior3.7	6	2	19,386	20
P-CaminoAncho	bior3.7	6	3	37,247	40
P-CaminoAncho	bior3.7	6	4	69,063	80

P-CaminoAncho	bior3.7	6	5	120,546	160
P-CaminoAncho	bior3.7	6	6	195,000	160
P-CaminoAncho	bior5.5	6	1	9,925	10
P-CaminoAncho	bior5.5	6	2	19,558	20
P-CaminoAncho	bior5.5	6	3	38,103	40
P-CaminoAncho	bior5.5	6	4	72,065	80
P-CaminoAncho	bior5.5	6	5	130,000	160
P-CaminoAncho	bior5.5	6	6	221,000	160
P-CaminoAncho	coif1	8	1	9,970	10
P-CaminoAncho	coif1	8	2	19,850	20
P-CaminoAncho	coif1	8	3	39,231	40
P-CaminoAncho	coif1	8	4	77,093	80
P-CaminoAncho	coif1	8	5	147,333	160
P-CaminoAncho	coif1	8	6	276,250	320
P-CaminoAncho	coif1	8	7	473,571	320
P-CaminoAncho	coif1	8	8	736,667	640
P-CaminoAncho	coif3	6	1	9,881	10
P-CaminoAncho	coif3	6	2	19,329	20
P-CaminoAncho	coif3	6	3	37,039	40
P-CaminoAncho	coif3	6	4	68,351	80
P-CaminoAncho	coif3	6	5	118,393	80
P-CaminoAncho	coif3	6	6	184,167	160
P-CaminoAncho	coif5	5	1	9,793	10
P-CaminoAncho	coif5	5	2	18,835	20
P-CaminoAncho	coif5	5	3	34,895	40
P-CaminoAncho	coif5	5	4	60,826	80
P-CaminoAncho	coif5	5	5	97,500	80
P-CaminoAncho	db1	10	1	10,000	10
P-CaminoAncho	db1	10	2	20,030	20
P-CaminoAncho	db1	10	3	40,182	40
P-CaminoAncho	db1	10	4	80,854	80
P-CaminoAncho	db1	10	5	161,707	160
P-CaminoAncho	db1	10	6	331,500	320
P-CaminoAncho	db1	10	7	663,000	640
P-CaminoAncho	db1	10	8	1326,000	1280
P-CaminoAncho	db1	10	9	3315,000	2560
P-CaminoAncho	db1	10	10	6630,000	5120
P-CaminoAncho	db6	6	1	9,925	10
P-CaminoAncho	db6	6	2	19,558	20
P-CaminoAncho	db6	6	3	38,103	40
P-CaminoAncho	db6	6	4	72,065	80
P-CaminoAncho	db6	6	5	130,000	160
P-CaminoAncho	db6	6	6	221,000	160
P-CaminoAncho	db12	5	1	9,837	10
P-CaminoAncho	db12	5	2	19,052	20
P-CaminoAncho	db12	5	3	35,838	40
P-CaminoAncho	db12	5	4	64,369	80

P-CaminoAncho	db12	5	5	106,936	80
P-CaminoAncho	db25	4	1	9,651	10
P-CaminoAncho	db25	4	2	18,065	20
P-CaminoAncho	db25	4	3	32,029	40
P-CaminoAncho	db25	4	4	52,205	40
P-CaminoAncho	db36	4	1	9,499	10
P-CaminoAncho	db36	4	2	17,266	20
P-CaminoAncho	db36	4	3	29,207	20
P-CaminoAncho	db36	4	4	44,797	40
P-CaminoAncho	db45	3	1	9,391	10
P-CaminoAncho	db45	3	2	16,742	20
P-CaminoAncho	db45	3	3	27,510	20
P-CaminoAncho	dmey	3	1	9,299	10
P-CaminoAncho	dmey	3	2	16,330	20
P-CaminoAncho	dmey	3	3	26,206	20
P-CaminoAncho	rbio1.3	8	1	9,970	10
P-CaminoAncho	rbio1.3	8	2	19,850	20
P-CaminoAncho	rbio1.3	8	3	39,231	40
P-CaminoAncho	rbio1.3	8	4	77,093	80
P-CaminoAncho	rbio1.3	8	5	147,333	160
P-CaminoAncho	rbio1.3	8	6	276,250	320
P-CaminoAncho	rbio1.3	8	7	473,571	320
P-CaminoAncho	rbio1.3	8	8	736,667	640
P-CaminoAncho	rbio2.8	6	1	9,881	10
P-CaminoAncho	rbio2.8	6	2	19,329	20
P-CaminoAncho	rbio2.8	6	3	37,039	40
P-CaminoAncho	rbio2.8	6	4	68,351	80
P-CaminoAncho	rbio2.8	6	5	118,393	80
P-CaminoAncho	rbio2.8	6	6	184,167	160
P-CaminoAncho	rbio3.1	8	1	9,985	10
P-CaminoAncho	rbio3.1	8	2	19,910	20
P-CaminoAncho	rbio3.1	8	3	39,701	40
P-CaminoAncho	rbio3.1	8	4	78,929	80
P-CaminoAncho	rbio3.1	8	5	154,186	160
P-CaminoAncho	rbio3.1	8	6	301,364	320
P-CaminoAncho	rbio3.1	8	7	552,500	640
P-CaminoAncho	rbio3.1	8	8	947,143	640
P-CaminoAncho	rbio3.7	6	1	9,896	10
P-CaminoAncho	rbio3.7	6	2	19,386	20
P-CaminoAncho	rbio3.7	6	3	37,247	40
P-CaminoAncho	rbio3.7	6	4	69,063	80
P-CaminoAncho	rbio3.7	6	5	120,546	160
P-CaminoAncho	rbio3.7	6	6	195,000	160
P-CaminoAncho	rbio3.9	6	1	9,866	10
P-CaminoAncho	rbio3.9	6	2	19,217	20
P-CaminoAncho	rbio3.9	6	3	36,630	40
P-CaminoAncho	rbio3.9	6	4	66,970	80

P-CaminoAncho	rbio3.9	6	5	114,310	80
P-CaminoAncho	rbio3.9	6	6	174,474	160
P-CaminoAncho	rbio5.5	6	1	9,866	10
P-CaminoAncho	rbio5.5	6	2	19,217	20
P-CaminoAncho	rbio5.5	6	3	36,630	40
P-CaminoAncho	rbio5.5	6	4	66,970	80
P-CaminoAncho	rbio5.5	6	5	114,310	80
P-CaminoAncho	rbio5.5	6	6	174,474	160
P-CaminoAncho	sym2	8	1	9,985	10
P-CaminoAncho	sym2	8	2	19,910	20
P-CaminoAncho	sym2	8	3	39,701	40
P-CaminoAncho	sym2	8	4	78,929	80
P-CaminoAncho	sym2	8	5	154,186	160
P-CaminoAncho	sym2	8	6	301,364	320
P-CaminoAncho	sym2	8	7	552,500	640
P-CaminoAncho	sym2	8	8	947,143	640
P-CaminoAncho	sym5	7	1	9,940	10
P-CaminoAncho	sym5	7	2	19,674	20
P-CaminoAncho	sym5	7	3	38,547	40
P-CaminoAncho	sym5	7	4	73,667	80
P-CaminoAncho	sym5	7	5	135,306	160
P-CaminoAncho	sym5	7	6	236,786	160
P-CaminoAncho	sym5	7	7	368,333	320
P-CaminoAncho	sym18	5	1	9,750	10
P-CaminoAncho	sym18	5	2	18,571	20
P-CaminoAncho	sym18	5	3	34,000	40
P-CaminoAncho	sym18	5	4	58,158	40
P-CaminoAncho	sym18	5	5	89,595	80
P-CaminoAncho	sym27	4	1	9,623	10
P-CaminoAncho	sym27	4	2	17,919	20
P-CaminoAncho	sym27	4	3	31,422	40
P-CaminoAncho	sym27	4	4	50,611	40
P-CaminoAncho	sym34	4	1	9,526	10
P-CaminoAncho	sym34	4	2	17,402	20
P-CaminoAncho	sym34	4	3	29,731	20
P-CaminoAncho	sym34	4	4	46,042	40
P-CaminoAzadillas	bior1.3	12	1	0,500	5
P-CaminoAzadillas	bior1.3	12	2	1,000	5
P-CaminoAzadillas	bior1.3	12	3	1,999	5
P-CaminoAzadillas	bior1.3	12	4	3,994	5
P-CaminoAzadillas	bior1.3	12	5	7,974	10
P-CaminoAzadillas	bior1.3	12	6	15,902	20
P-CaminoAzadillas	bior1.3	12	7	31,566	40
P-CaminoAzadillas	bior1.3	12	8	62,430	80
P-CaminoAzadillas	bior1.3	12	9	122,145	160
P-CaminoAzadillas	bior1.3	12	10	234,111	160
P-CaminoAzadillas	bior1.3	12	11	421,400	320

P-CaminoAzadillas	bior1.3	12	12	702,333	640
P-CaminoAzadillas	bior2.2	12	1	0,500	5
P-CaminoAzadillas	bior2.2	12	2	1,000	5
P-CaminoAzadillas	bior2.2	12	3	1,999	5
P-CaminoAzadillas	bior2.2	12	4	3,994	5
P-CaminoAzadillas	bior2.2	12	5	7,974	10
P-CaminoAzadillas	bior2.2	12	6	15,902	20
P-CaminoAzadillas	bior2.2	12	7	31,566	40
P-CaminoAzadillas	bior2.2	12	8	62,430	80
P-CaminoAzadillas	bior2.2	12	9	122,145	160
P-CaminoAzadillas	bior2.2	12	10	234,111	160
P-CaminoAzadillas	bior2.2	12	11	421,400	320
P-CaminoAzadillas	bior2.2	12	12	702,333	640
P-CaminoAzadillas	bior2.8	10	1	0,500	5
P-CaminoAzadillas	bior2.8	10	2	0,999	5
P-CaminoAzadillas	bior2.8	10	3	1,993	5
P-CaminoAzadillas	bior2.8	10	4	3,972	5
P-CaminoAzadillas	bior2.8	10	5	7,884	10
P-CaminoAzadillas	bior2.8	10	6	15,550	20
P-CaminoAzadillas	bior2.8	10	7	30,208	40
P-CaminoAzadillas	bior2.8	10	8	57,333	40
P-CaminoAzadillas	bior2.8	10	9	104,049	80
P-CaminoAzadillas	bior2.8	10	10	175,583	160
P-CaminoAzadillas	bior3.1	13	1	0,500	5
P-CaminoAzadillas	bior3.1	13	2	1,000	5
P-CaminoAzadillas	bior3.1	13	3	2,000	5
P-CaminoAzadillas	bior3.1	13	4	3,998	5
P-CaminoAzadillas	bior3.1	13	5	7,989	10
P-CaminoAzadillas	bior3.1	13	6	15,962	20
P-CaminoAzadillas	bior3.1	13	7	31,804	40
P-CaminoAzadillas	bior3.1	13	8	63,368	80
P-CaminoAzadillas	bior3.1	13	9	125,791	160
P-CaminoAzadillas	bior3.1	13	10	247,882	320
P-CaminoAzadillas	bior3.1	13	11	468,222	320
P-CaminoAzadillas	bior3.1	13	12	842,800	640
P-CaminoAzadillas	bior3.1	13	13	1404,667	1280
P-CaminoAzadillas	bior3.7	11	1	0,500	5
P-CaminoAzadillas	bior3.7	11	2	0,999	5
P-CaminoAzadillas	bior3.7	11	3	1,994	5
P-CaminoAzadillas	bior3.7	11	4	3,975	5
P-CaminoAzadillas	bior3.7	11	5	7,899	10
P-CaminoAzadillas	bior3.7	11	6	15,607	20
P-CaminoAzadillas	bior3.7	11	7	30,426	40
P-CaminoAzadillas	bior3.7	11	8	58,124	40
P-CaminoAzadillas	bior3.7	11	9	106,684	80
P-CaminoAzadillas	bior3.7	11	10	183,217	160
P-CaminoAzadillas	bior3.7	11	11	280,933	320

P-CaminoAzadillas	bior5.5	11	1	0,500	5
P-CaminoAzadillas	bior5.5	11	2	0,999	5
P-CaminoAzadillas	bior5.5	11	3	1,996	5
P-CaminoAzadillas	bior5.5	11	4	3,983	5
P-CaminoAzadillas	bior5.5	11	5	7,929	10
P-CaminoAzadillas	bior5.5	11	6	15,724	20
P-CaminoAzadillas	bior5.5	11	7	30,872	40
P-CaminoAzadillas	bior5.5	11	8	59,773	40
P-CaminoAzadillas	bior5.5	11	9	112,373	80
P-CaminoAzadillas	bior5.5	11	10	200,667	160
P-CaminoAzadillas	bior5.5	11	11	324,154	320
P-CaminoAzadillas	coif1	12	1	0,500	5
P-CaminoAzadillas	coif1	12	2	1,000	5
P-CaminoAzadillas	coif1	12	3	1,999	5
P-CaminoAzadillas	coif1	12	4	3,994	5
P-CaminoAzadillas	coif1	12	5	7,974	10
P-CaminoAzadillas	coif1	12	6	15,902	20
P-CaminoAzadillas	coif1	12	7	31,566	40
P-CaminoAzadillas	coif1	12	8	62,430	80
P-CaminoAzadillas	coif1	12	9	122,145	160
P-CaminoAzadillas	coif1	12	10	234,111	160
P-CaminoAzadillas	coif1	12	11	421,400	320
P-CaminoAzadillas	coif1	12	12	702,333	640
P-CaminoAzadillas	coif3	10	1	0,500	5
P-CaminoAzadillas	coif3	10	2	0,999	5
P-CaminoAzadillas	coif3	10	3	1,993	5
P-CaminoAzadillas	coif3	10	4	3,972	5
P-CaminoAzadillas	coif3	10	5	7,884	10
P-CaminoAzadillas	coif3	10	6	15,550	20
P-CaminoAzadillas	coif3	10	7	30,208	40
P-CaminoAzadillas	coif3	10	8	57,333	40
P-CaminoAzadillas	coif3	10	9	104,049	80
P-CaminoAzadillas	coif3	10	10	175,583	160
P-CaminoAzadillas	coif5	10	1	0,500	5
P-CaminoAzadillas	coif5	10	2	0,998	5
P-CaminoAzadillas	coif5	10	3	1,989	5
P-CaminoAzadillas	coif5	10	4	3,951	5
P-CaminoAzadillas	coif5	10	5	7,804	10
P-CaminoAzadillas	coif5	10	6	15,213	20
P-CaminoAzadillas	coif5	10	7	28,962	20
P-CaminoAzadillas	coif5	10	8	53,006	40
P-CaminoAzadillas	coif5	10	9	90,624	80
P-CaminoAzadillas	coif5	10	10	140,467	160
P-CaminoAzadillas	db1	15	1	0,500	5
P-CaminoAzadillas	db1	15	2	1,000	5
P-CaminoAzadillas	db1	15	3	2,000	5
P-CaminoAzadillas	db1	15	4	4,000	5

P-CaminoAzadillas	db1	15	5	8,004	10
P-CaminoAzadillas	db1	15	6	16,023	20
P-CaminoAzadillas	db1	15	7	32,046	40
P-CaminoAzadillas	db1	15	8	64,336	80
P-CaminoAzadillas	db1	15	9	129,662	160
P-CaminoAzadillas	db1	15	10	263,375	320
P-CaminoAzadillas	db1	15	11	526,750	640
P-CaminoAzadillas	db1	15	12	1053,500	1280
P-CaminoAzadillas	db1	15	13	2107,000	2560
P-CaminoAzadillas	db1	15	14	4214,000	5120
P-CaminoAzadillas	db1	15	15	8428,000	5120
P-CaminoAzadillas	db6	11	1	0,500	5
P-CaminoAzadillas	db6	11	2	0,999	5
P-CaminoAzadillas	db6	11	3	1,996	5
P-CaminoAzadillas	db6	11	4	3,983	5
P-CaminoAzadillas	db6	11	5	7,929	10
P-CaminoAzadillas	db6	11	6	15,724	20
P-CaminoAzadillas	db6	11	7	30,872	40
P-CaminoAzadillas	db6	11	8	59,773	40
P-CaminoAzadillas	db6	11	9	112,373	80
P-CaminoAzadillas	db6	11	10	200,667	160
P-CaminoAzadillas	db6	11	11	324,154	320
P-CaminoAzadillas	db12	10	1	0,500	5
P-CaminoAzadillas	db12	10	2	0,998	5
P-CaminoAzadillas	db12	10	3	1,991	5
P-CaminoAzadillas	db12	10	4	3,962	5
P-CaminoAzadillas	db12	10	5	7,847	10
P-CaminoAzadillas	db12	10	6	15,380	20
P-CaminoAzadillas	db12	10	7	29,572	20
P-CaminoAzadillas	db12	10	8	55,085	40
P-CaminoAzadillas	db12	10	9	96,874	80
P-CaminoAzadillas	db12	10	10	156,074	160
P-CaminoAzadillas	db25	9	1	0,499	5
P-CaminoAzadillas	db25	9	2	0,996	5
P-CaminoAzadillas	db25	9	3	1,980	5
P-CaminoAzadillas	db25	9	4	3,916	5
P-CaminoAzadillas	db25	9	5	7,662	10
P-CaminoAzadillas	db25	9	6	14,683	10
P-CaminoAzadillas	db25	9	7	27,100	20
P-CaminoAzadillas	db25	9	8	47,084	40
P-CaminoAzadillas	db25	9	9	74,584	80
P-CaminoAzadillas	db36	8	1	0,499	5
P-CaminoAzadillas	db36	8	2	0,994	5
P-CaminoAzadillas	db36	8	3	1,971	5
P-CaminoAzadillas	db36	8	4	3,880	5
P-CaminoAzadillas	db36	8	5	7,518	10
P-CaminoAzadillas	db36	8	6	14,165	10

P-CaminoAzadillas	db36	8	7	25,386	20
P-CaminoAzadillas	db36	8	8	41,930	40
P-CaminoAzadillas	db45	8	1	0,499	5
P-CaminoAzadillas	db45	8	2	0,992	5
P-CaminoAzadillas	db45	8	3	1,965	5
P-CaminoAzadillas	db45	8	4	3,854	5
P-CaminoAzadillas	db45	8	5	7,419	5
P-CaminoAzadillas	db45	8	6	13,794	10
P-CaminoAzadillas	db45	8	7	24,218	20
P-CaminoAzadillas	db45	8	8	38,839	40
P-CaminoAzadillas	dmey	8	1	0,499	5
P-CaminoAzadillas	dmey	8	2	0,991	5
P-CaminoAzadillas	dmey	8	3	1,960	5
P-CaminoAzadillas	dmey	8	4	3,831	5
P-CaminoAzadillas	dmey	8	5	7,329	5
P-CaminoAzadillas	dmey	8	6	13,485	10
P-CaminoAzadillas	dmey	8	7	23,282	20
P-CaminoAzadillas	dmey	8	8	36,485	40
P-CaminoAzadillas	rbio1.3	12	1	0,500	5
P-CaminoAzadillas	rbio1.3	12	2	1,000	5
P-CaminoAzadillas	rbio1.3	12	3	1,999	5
P-CaminoAzadillas	rbio1.3	12	4	3,994	5
P-CaminoAzadillas	rbio1.3	12	5	7,974	10
P-CaminoAzadillas	rbio1.3	12	6	15,902	20
P-CaminoAzadillas	rbio1.3	12	7	31,566	40
P-CaminoAzadillas	rbio1.3	12	8	62,430	80
P-CaminoAzadillas	rbio1.3	12	9	122,145	160
P-CaminoAzadillas	rbio1.3	12	10	234,111	160
P-CaminoAzadillas	rbio1.3	12	11	421,400	320
P-CaminoAzadillas	rbio1.3	12	12	702,333	640
P-CaminoAzadillas	rbio2.8	10	1	0,500	5
P-CaminoAzadillas	rbio2.8	10	2	0,999	5
P-CaminoAzadillas	rbio2.8	10	3	1,993	5
P-CaminoAzadillas	rbio2.8	10	4	3,972	5
P-CaminoAzadillas	rbio2.8	10	5	7,884	10
P-CaminoAzadillas	rbio2.8	10	6	15,550	20
P-CaminoAzadillas	rbio2.8	10	7	30,208	40
P-CaminoAzadillas	rbio2.8	10	8	57,333	40
P-CaminoAzadillas	rbio2.8	10	9	104,049	80
P-CaminoAzadillas	rbio2.8	10	10	175,583	160
P-CaminoAzadillas	rbio3.1	13	1	0,500	5
P-CaminoAzadillas	rbio3.1	13	2	1,000	5
P-CaminoAzadillas	rbio3.1	13	3	2,000	5
P-CaminoAzadillas	rbio3.1	13	4	3,998	5
P-CaminoAzadillas	rbio3.1	13	5	7,989	10
P-CaminoAzadillas	rbio3.1	13	6	15,962	20
P-CaminoAzadillas	rbio3.1	13	7	31,804	40

P-CaminoAzadillas	rbio3.1	13	8	63,368	80
P-CaminoAzadillas	rbio3.1	13	9	125,791	160
P-CaminoAzadillas	rbio3.1	13	10	247,882	320
P-CaminoAzadillas	rbio3.1	13	11	468,222	320
P-CaminoAzadillas	rbio3.1	13	12	842,800	640
P-CaminoAzadillas	rbio3.1	13	13	1404,667	1280
P-CaminoAzadillas	rbio3.7	11	1	0,500	5
P-CaminoAzadillas	rbio3.7	11	2	0,999	5
P-CaminoAzadillas	rbio3.7	11	3	1,994	5
P-CaminoAzadillas	rbio3.7	11	4	3,975	5
P-CaminoAzadillas	rbio3.7	11	5	7,899	10
P-CaminoAzadillas	rbio3.7	11	6	15,607	20
P-CaminoAzadillas	rbio3.7	11	7	30,426	40
P-CaminoAzadillas	rbio3.7	11	8	58,124	40
P-CaminoAzadillas	rbio3.7	11	9	106,684	80
P-CaminoAzadillas	rbio3.7	11	10	183,217	160
P-CaminoAzadillas	rbio3.7	11	11	280,933	320
P-CaminoAzadillas	rbio3.9	10	1	0,500	5
P-CaminoAzadillas	rbio3.9	10	2	0,998	5
P-CaminoAzadillas	rbio3.9	10	3	1,993	5
P-CaminoAzadillas	rbio3.9	10	4	3,970	5
P-CaminoAzadillas	rbio3.9	10	5	7,877	10
P-CaminoAzadillas	rbio3.9	10	6	15,493	20
P-CaminoAzadillas	rbio3.9	10	7	29,993	20
P-CaminoAzadillas	rbio3.9	10	8	56,564	40
P-CaminoAzadillas	rbio3.9	10	9	101,542	80
P-CaminoAzadillas	rbio3.9	10	10	168,560	160
P-CaminoAzadillas	rbio5.5	10	1	0,500	5
P-CaminoAzadillas	rbio5.5	10	2	0,998	5
P-CaminoAzadillas	rbio5.5	10	3	1,993	5
P-CaminoAzadillas	rbio5.5	10	4	3,970	5
P-CaminoAzadillas	rbio5.5	10	5	7,877	10
P-CaminoAzadillas	rbio5.5	10	6	15,493	20
P-CaminoAzadillas	rbio5.5	10	7	29,993	20
P-CaminoAzadillas	rbio5.5	10	8	56,564	40
P-CaminoAzadillas	rbio5.5	10	9	101,542	80
P-CaminoAzadillas	rbio5.5	10	10	168,560	160
P-CaminoAzadillas	sym2	13	1	0,500	5
P-CaminoAzadillas	sym2	13	2	1,000	5
P-CaminoAzadillas	sym2	13	3	2,000	5
P-CaminoAzadillas	sym2	13	4	3,998	5
P-CaminoAzadillas	sym2	13	5	7,989	10
P-CaminoAzadillas	sym2	13	6	15,962	20
P-CaminoAzadillas	sym2	13	7	31,804	40
P-CaminoAzadillas	sym2	13	8	63,368	80
P-CaminoAzadillas	sym2	13	9	125,791	160
P-CaminoAzadillas	sym2	13	10	247,882	320

P-CaminoAzadillas	sym2	13	11	468,222	320
P-CaminoAzadillas	sym2	13	12	842,800	640
P-CaminoAzadillas	sym2	13	13	1404,667	1280
P-CaminoAzadillas	sym5	11	1	0,500	5
P-CaminoAzadillas	sym5	11	2	0,999	5
P-CaminoAzadillas	sym5	11	3	1,997	5
P-CaminoAzadillas	sym5	11	4	3,987	5
P-CaminoAzadillas	sym5	11	5	7,943	10
P-CaminoAzadillas	sym5	11	6	15,783	20
P-CaminoAzadillas	sym5	11	7	31,100	40
P-CaminoAzadillas	sym5	11	8	60,633	80
P-CaminoAzadillas	sym5	11	9	115,452	80
P-CaminoAzadillas	sym5	11	10	210,700	160
P-CaminoAzadillas	sym5	11	11	351,167	320
P-CaminoAzadillas	sym18	9	1	0,499	5
P-CaminoAzadillas	sym18	9	2	0,997	5
P-CaminoAzadillas	sym18	9	3	1,986	5
P-CaminoAzadillas	sym18	9	4	3,942	5
P-CaminoAzadillas	sym18	9	5	7,761	10
P-CaminoAzadillas	sym18	9	6	15,050	20
P-CaminoAzadillas	sym18	9	7	28,377	20
P-CaminoAzadillas	sym18	9	8	51,079	40
P-CaminoAzadillas	sym18	9	9	85,131	80
P-CaminoAzadillas	sym27	9	1	0,499	5
P-CaminoAzadillas	sym27	9	2	0,995	5
P-CaminoAzadillas	sym27	9	3	1,979	5
P-CaminoAzadillas	sym27	9	4	3,911	5
P-CaminoAzadillas	sym27	9	5	7,641	10
P-CaminoAzadillas	sym27	9	6	14,607	10
P-CaminoAzadillas	sym27	9	7	26,841	20
P-CaminoAzadillas	sym27	9	8	46,055	40
P-CaminoAzadillas	sym27	9	9	72,034	80
P-CaminoAzadillas	sym34	8	1	0,499	5
P-CaminoAzadillas	sym34	8	2	0,994	5
P-CaminoAzadillas	sym34	8	3	1,973	5
P-CaminoAzadillas	sym34	8	4	3,887	5
P-CaminoAzadillas	sym34	8	5	7,545	10
P-CaminoAzadillas	sym34	8	6	14,261	10
P-CaminoAzadillas	sym34	8	7	25,695	20
P-CaminoAzadillas	sym34	8	8	42,782	40
P-CerroAlmaden	bior1.3	13	1	0,500	5
P-CerroAlmaden	bior1.3	13	2	1,000	5
P-CerroAlmaden	bior1.3	13	3	1,999	5
P-CerroAlmaden	bior1.3	13	4	3,996	5
P-CerroAlmaden	bior1.3	13	5	7,985	10
P-CerroAlmaden	bior1.3	13	6	15,942	20
P-CerroAlmaden	bior1.3	13	7	31,734	40

P-CerroAlmaden	bior1.3	13	8	62,877	80
P-CerroAlmaden	bior1.3	13	9	124,023	160
P-CerroAlmaden	bior1.3	13	10	241,402	320
P-CerroAlmaden	bior1.3	13	11	450,617	320
P-CerroAlmaden	bior1.3	13	12	795,206	640
P-CerroAlmaden	bior1.3	13	13	1351,850	1280
P-CerroAlmaden	bior2.2	13	1	0,500	5
P-CerroAlmaden	bior2.2	13	2	1,000	5
P-CerroAlmaden	bior2.2	13	3	1,999	5
P-CerroAlmaden	bior2.2	13	4	3,996	5
P-CerroAlmaden	bior2.2	13	5	7,985	10
P-CerroAlmaden	bior2.2	13	6	15,942	20
P-CerroAlmaden	bior2.2	13	7	31,734	40
P-CerroAlmaden	bior2.2	13	8	62,877	80
P-CerroAlmaden	bior2.2	13	9	124,023	160
P-CerroAlmaden	bior2.2	13	10	241,402	320
P-CerroAlmaden	bior2.2	13	11	450,617	320
P-CerroAlmaden	bior2.2	13	12	795,206	640
P-CerroAlmaden	bior2.2	13	13	1351,850	1280
P-CerroAlmaden	bior2.8	11	1	0,500	5
P-CerroAlmaden	bior2.8	11	2	0,999	5
P-CerroAlmaden	bior2.8	11	3	1,996	5
P-CerroAlmaden	bior2.8	11	4	3,983	5
P-CerroAlmaden	bior2.8	11	5	7,929	10
P-CerroAlmaden	bior2.8	11	6	15,719	20
P-CerroAlmaden	bior2.8	11	7	30,864	40
P-CerroAlmaden	bior2.8	11	8	59,553	40
P-CerroAlmaden	bior2.8	11	9	111,723	80
P-CerroAlmaden	bior2.8	11	10	198,801	160
P-CerroAlmaden	bior2.8	11	11	321,869	320
P-CerroAlmaden	bior3.1	14	1	0,500	5
P-CerroAlmaden	bior3.1	14	2	1,000	5
P-CerroAlmaden	bior3.1	14	3	1,999	5
P-CerroAlmaden	bior3.1	14	4	3,998	5
P-CerroAlmaden	bior3.1	14	5	7,994	10
P-CerroAlmaden	bior3.1	14	6	15,979	20
P-CerroAlmaden	bior3.1	14	7	31,883	40
P-CerroAlmaden	bior3.1	14	8	63,467	80
P-CerroAlmaden	bior3.1	14	9	126,341	160
P-CerroAlmaden	bior3.1	14	10	250,343	320
P-CerroAlmaden	bior3.1	14	11	482,804	640
P-CerroAlmaden	bior3.1	14	12	901,233	640
P-CerroAlmaden	bior3.1	14	13	1689,813	1280
P-CerroAlmaden	bior3.1	14	14	2703,700	2560
P-CerroAlmaden	bior3.7	11	1	0,500	5
P-CerroAlmaden	bior3.7	11	2	0,999	5
P-CerroAlmaden	bior3.7	11	3	1,997	5

P-CerroAlmaden	bior3.7	11	4	3,985	5
P-CerroAlmaden	bior3.7	11	5	7,938	10
P-CerroAlmaden	bior3.7	11	6	15,756	20
P-CerroAlmaden	bior3.7	11	7	31,006	40
P-CerroAlmaden	bior3.7	11	8	60,082	80
P-CerroAlmaden	bior3.7	11	9	113,601	80
P-CerroAlmaden	bior3.7	11	10	204,826	160
P-CerroAlmaden	bior3.7	11	11	337,963	320
P-CerroAlmaden	bior5.5	12	1	0,500	5
P-CerroAlmaden	bior5.5	12	2	0,999	5
P-CerroAlmaden	bior5.5	12	3	1,997	5
P-CerroAlmaden	bior5.5	12	4	3,989	5
P-CerroAlmaden	bior5.5	12	5	7,957	10
P-CerroAlmaden	bior5.5	12	6	15,830	20
P-CerroAlmaden	bior5.5	12	7	31,293	40
P-CerroAlmaden	bior5.5	12	8	61,170	80
P-CerroAlmaden	bior5.5	12	9	117,552	80
P-CerroAlmaden	bior5.5	12	10	218,040	160
P-CerroAlmaden	bior5.5	12	11	375,514	320
P-CerroAlmaden	bior5.5	12	12	587,761	640
P-CerroAlmaden	coif1	13	1	0,500	5
P-CerroAlmaden	coif1	13	2	1,000	5
P-CerroAlmaden	coif1	13	3	1,999	5
P-CerroAlmaden	coif1	13	4	3,996	5
P-CerroAlmaden	coif1	13	5	7,985	10
P-CerroAlmaden	coif1	13	6	15,942	20
P-CerroAlmaden	coif1	13	7	31,734	40
P-CerroAlmaden	coif1	13	8	62,877	80
P-CerroAlmaden	coif1	13	9	124,023	160
P-CerroAlmaden	coif1	13	10	241,402	320
P-CerroAlmaden	coif1	13	11	450,617	320
P-CerroAlmaden	coif1	13	12	795,206	640
P-CerroAlmaden	coif1	13	13	1351,850	1280
P-CerroAlmaden	coif3	11	1	0,500	5
P-CerroAlmaden	coif3	11	2	0,999	5
P-CerroAlmaden	coif3	11	3	1,996	5
P-CerroAlmaden	coif3	11	4	3,983	5
P-CerroAlmaden	coif3	11	5	7,929	10
P-CerroAlmaden	coif3	11	6	15,719	20
P-CerroAlmaden	coif3	11	7	30,864	40
P-CerroAlmaden	coif3	11	8	59,553	40
P-CerroAlmaden	coif3	11	9	111,723	80
P-CerroAlmaden	coif3	11	10	198,801	160
P-CerroAlmaden	coif3	11	11	321,869	320
P-CerroAlmaden	coif5	10	1	0,500	5
P-CerroAlmaden	coif5	10	2	0,998	5
P-CerroAlmaden	coif5	10	3	1,993	5

P-CerroAlmaden	coif5	10	4	3,970	5
P-CerroAlmaden	coif5	10	5	7,878	10
P-CerroAlmaden	coif5	10	6	15,503	20
P-CerroAlmaden	coif5	10	7	30,041	40
P-CerroAlmaden	coif5	10	8	56,563	40
P-CerroAlmaden	coif5	10	9	101,643	80
P-CerroAlmaden	coif5	10	10	168,981	160
P-CerroAlmaden	db1	15	1	0,500	5
P-CerroAlmaden	db1	15	2	1,000	5
P-CerroAlmaden	db1	15	3	2,000	5
P-CerroAlmaden	db1	15	4	4,001	5
P-CerroAlmaden	db1	15	5	8,004	10
P-CerroAlmaden	db1	15	6	16,017	20
P-CerroAlmaden	db1	15	7	32,034	40
P-CerroAlmaden	db1	15	8	64,069	80
P-CerroAlmaden	db1	15	9	128,748	160
P-CerroAlmaden	db1	15	10	259,971	320
P-CerroAlmaden	db1	15	11	519,942	640
P-CerroAlmaden	db1	15	12	1039,885	1280
P-CerroAlmaden	db1	15	13	2253,083	2560
P-CerroAlmaden	db1	15	14	4506,167	5120
P-CerroAlmaden	db1	15	15	13518,500	5120
P-CerroAlmaden	db6	12	1	0,500	5
P-CerroAlmaden	db6	12	2	0,999	5
P-CerroAlmaden	db6	12	3	1,997	5
P-CerroAlmaden	db6	12	4	3,989	5
P-CerroAlmaden	db6	12	5	7,957	10
P-CerroAlmaden	db6	12	6	15,830	20
P-CerroAlmaden	db6	12	7	31,293	40
P-CerroAlmaden	db6	12	8	61,170	80
P-CerroAlmaden	db6	12	9	117,552	80
P-CerroAlmaden	db6	12	10	218,040	160
P-CerroAlmaden	db6	12	11	375,514	320
P-CerroAlmaden	db6	12	12	587,761	640
P-CerroAlmaden	db12	11	1	0,500	5
P-CerroAlmaden	db12	11	2	0,999	5
P-CerroAlmaden	db12	11	3	1,994	5
P-CerroAlmaden	db12	11	4	3,976	5
P-CerroAlmaden	db12	11	5	7,901	10
P-CerroAlmaden	db12	11	6	15,610	20
P-CerroAlmaden	db12	11	7	30,447	40
P-CerroAlmaden	db12	11	8	58,019	40
P-CerroAlmaden	db12	11	9	106,445	80
P-CerroAlmaden	db12	11	10	182,682	160
P-CerroAlmaden	db12	11	11	281,635	320
P-CerroAlmaden	db25	10	1	0,500	5
P-CerroAlmaden	db25	10	2	0,997	5

P-CerroAlmaden	db25	10	3	1,988	5
P-CerroAlmaden	db25	10	4	3,948	5
P-CerroAlmaden	db25	10	5	7,787	10
P-CerroAlmaden	db25	10	6	15,155	20
P-CerroAlmaden	db25	10	7	28,763	20
P-CerroAlmaden	db25	10	8	52,195	40
P-CerroAlmaden	db25	10	9	88,356	80
P-CerroAlmaden	db25	10	10	135,185	160
P-CerroAlmaden	db36	9	1	0,499	5
P-CerroAlmaden	db36	9	2	0,996	5
P-CerroAlmaden	db36	9	3	1,982	5
P-CerroAlmaden	db36	9	4	3,924	5
P-CerroAlmaden	db36	9	5	7,694	10
P-CerroAlmaden	db36	9	6	14,807	10
P-CerroAlmaden	db36	9	7	27,533	20
P-CerroAlmaden	db36	9	8	48,280	40
P-CerroAlmaden	db36	9	9	77,249	80
P-CerroAlmaden	db45	9	1	0,499	5
P-CerroAlmaden	db45	9	2	0,995	5
P-CerroAlmaden	db45	9	3	1,978	5
P-CerroAlmaden	db45	9	4	3,907	5
P-CerroAlmaden	db45	9	5	7,625	10
P-CerroAlmaden	db45	9	6	14,552	10
P-CerroAlmaden	db45	9	7	26,664	20
P-CerroAlmaden	db45	9	8	45,671	40
P-CerroAlmaden	db45	9	9	70,777	80
P-CerroAlmaden	dmey	9	1	0,499	5
P-CerroAlmaden	dmey	9	2	0,995	5
P-CerroAlmaden	dmey	9	3	1,975	5
P-CerroAlmaden	dmey	9	4	3,892	5
P-CerroAlmaden	dmey	9	5	7,569	10
P-CerroAlmaden	dmey	9	6	14,336	10
P-CerroAlmaden	dmey	9	7	25,947	20
P-CerroAlmaden	dmey	9	8	43,608	40
P-CerroAlmaden	dmey	9	9	65,944	80
P-CerroAlmaden	rbio1.3	13	1	0,500	5
P-CerroAlmaden	rbio1.3	13	2	1,000	5
P-CerroAlmaden	rbio1.3	13	3	1,999	5
P-CerroAlmaden	rbio1.3	13	4	3,996	5
P-CerroAlmaden	rbio1.3	13	5	7,985	10
P-CerroAlmaden	rbio1.3	13	6	15,942	20
P-CerroAlmaden	rbio1.3	13	7	31,734	40
P-CerroAlmaden	rbio1.3	13	8	62,877	80
P-CerroAlmaden	rbio1.3	13	9	124,023	160
P-CerroAlmaden	rbio1.3	13	10	241,402	320
P-CerroAlmaden	rbio1.3	13	11	450,617	320
P-CerroAlmaden	rbio1.3	13	12	795,206	640

P-CerroAlmaden	rbio1.3	13	13	1351,850	1280
P-CerroAlmaden	rbio2.8	11	1	0,500	5
P-CerroAlmaden	rbio2.8	11	2	0,999	5
P-CerroAlmaden	rbio2.8	11	3	1,996	5
P-CerroAlmaden	rbio2.8	11	4	3,983	5
P-CerroAlmaden	rbio2.8	11	5	7,929	10
P-CerroAlmaden	rbio2.8	11	6	15,719	20
P-CerroAlmaden	rbio2.8	11	7	30,864	40
P-CerroAlmaden	rbio2.8	11	8	59,553	40
P-CerroAlmaden	rbio2.8	11	9	111,723	80
P-CerroAlmaden	rbio2.8	11	10	198,801	160
P-CerroAlmaden	rbio2.8	11	11	321,869	320
P-CerroAlmaden	rbio3.1	14	1	0,500	5
P-CerroAlmaden	rbio3.1	14	2	1,000	5
P-CerroAlmaden	rbio3.1	14	3	1,999	5
P-CerroAlmaden	rbio3.1	14	4	3,998	5
P-CerroAlmaden	rbio3.1	14	5	7,994	10
P-CerroAlmaden	rbio3.1	14	6	15,979	20
P-CerroAlmaden	rbio3.1	14	7	31,883	40
P-CerroAlmaden	rbio3.1	14	8	63,467	80
P-CerroAlmaden	rbio3.1	14	9	126,341	160
P-CerroAlmaden	rbio3.1	14	10	250,343	320
P-CerroAlmaden	rbio3.1	14	11	482,804	640
P-CerroAlmaden	rbio3.1	14	12	901,233	640
P-CerroAlmaden	rbio3.1	14	13	1689,813	1280
P-CerroAlmaden	rbio3.1	14	14	2703,700	2560
P-CerroAlmaden	rbio3.7	11	1	0,500	5
P-CerroAlmaden	rbio3.7	11	2	0,999	5
P-CerroAlmaden	rbio3.7	11	3	1,997	5
P-CerroAlmaden	rbio3.7	11	4	3,985	5
P-CerroAlmaden	rbio3.7	11	5	7,938	10
P-CerroAlmaden	rbio3.7	11	6	15,756	20
P-CerroAlmaden	rbio3.7	11	7	31,006	40
P-CerroAlmaden	rbio3.7	11	8	60,082	80
P-CerroAlmaden	rbio3.7	11	9	113,601	80
P-CerroAlmaden	rbio3.7	11	10	204,826	160
P-CerroAlmaden	rbio3.7	11	11	337,963	320
P-CerroAlmaden	rbio3.9	11	1	0,500	5
P-CerroAlmaden	rbio3.9	11	2	0,999	5
P-CerroAlmaden	rbio3.9	11	3	1,995	5
P-CerroAlmaden	rbio3.9	11	4	3,981	5
P-CerroAlmaden	rbio3.9	11	5	7,919	10
P-CerroAlmaden	rbio3.9	11	6	15,683	20
P-CerroAlmaden	rbio3.9	11	7	30,724	40
P-CerroAlmaden	rbio3.9	11	8	59,033	40
P-CerroAlmaden	rbio3.9	11	9	109,907	80
P-CerroAlmaden	rbio3.9	11	10	193,121	160

P-CerroAlmaden	rbio3.9	11	11	307,239	320
P-CerroAlmaden	rbio5.5	11	1	0,500	5
P-CerroAlmaden	rbio5.5	11	2	0,999	5
P-CerroAlmaden	rbio5.5	11	3	1,995	5
P-CerroAlmaden	rbio5.5	11	4	3,981	5
P-CerroAlmaden	rbio5.5	11	5	7,919	10
P-CerroAlmaden	rbio5.5	11	6	15,683	20
P-CerroAlmaden	rbio5.5	11	7	30,724	40
P-CerroAlmaden	rbio5.5	11	8	59,033	40
P-CerroAlmaden	rbio5.5	11	9	109,907	80
P-CerroAlmaden	rbio5.5	11	10	193,121	160
P-CerroAlmaden	rbio5.5	11	11	307,239	320
P-CerroAlmaden	sym2	14	1	0,500	5
P-CerroAlmaden	sym2	14	2	1,000	5
P-CerroAlmaden	sym2	14	3	1,999	5
P-CerroAlmaden	sym2	14	4	3,998	5
P-CerroAlmaden	sym2	14	5	7,994	10
P-CerroAlmaden	sym2	14	6	15,979	20
P-CerroAlmaden	sym2	14	7	31,883	40
P-CerroAlmaden	sym2	14	8	63,467	80
P-CerroAlmaden	sym2	14	9	126,341	160
P-CerroAlmaden	sym2	14	10	250,343	320
P-CerroAlmaden	sym2	14	11	482,804	640
P-CerroAlmaden	sym2	14	12	901,233	640
P-CerroAlmaden	sym2	14	13	1689,813	1280
P-CerroAlmaden	sym2	14	14	2703,700	2560
P-CerroAlmaden	sym5	12	1	0,500	5
P-CerroAlmaden	sym5	12	2	1,000	5
P-CerroAlmaden	sym5	12	3	1,998	5
P-CerroAlmaden	sym5	12	4	3,991	5
P-CerroAlmaden	sym5	12	5	7,966	10
P-CerroAlmaden	sym5	12	6	15,867	20
P-CerroAlmaden	sym5	12	7	31,438	40
P-CerroAlmaden	sym5	12	8	61,728	80
P-CerroAlmaden	sym5	12	9	119,633	80
P-CerroAlmaden	sym5	12	10	225,308	160
P-CerroAlmaden	sym5	12	11	397,603	320
P-CerroAlmaden	sym5	12	12	643,738	640
P-CerroAlmaden	sym18	10	1	0,500	5
P-CerroAlmaden	sym18	10	2	0,998	5
P-CerroAlmaden	sym18	10	3	1,991	5
P-CerroAlmaden	sym18	10	4	3,963	5
P-CerroAlmaden	sym18	10	5	7,850	10
P-CerroAlmaden	sym18	10	6	15,397	20
P-CerroAlmaden	sym18	10	7	29,646	20
P-CerroAlmaden	sym18	10	8	55,178	40
P-CerroAlmaden	sym18	10	9	97,255	80

P-CerroAlmaden	sym18	10	10	157,192	160
P-CerroAlmaden	sym27	9	1	0,500	5
P-CerroAlmaden	sym27	9	2	0,997	5
P-CerroAlmaden	sym27	9	3	1,987	5
P-CerroAlmaden	sym27	9	4	3,944	5
P-CerroAlmaden	sym27	9	5	7,769	10
P-CerroAlmaden	sym27	9	6	15,088	20
P-CerroAlmaden	sym27	9	7	28,520	20
P-CerroAlmaden	sym27	9	8	51,401	40
P-CerroAlmaden	sym27	9	9	86,105	80
P-CerroAlmaden	sym34	9	1	0,499	5
P-CerroAlmaden	sym34	9	2	0,996	5
P-CerroAlmaden	sym34	9	3	1,983	5
P-CerroAlmaden	sym34	9	4	3,929	5
P-CerroAlmaden	sym34	9	5	7,712	10
P-CerroAlmaden	sym34	9	6	14,872	10
P-CerroAlmaden	sym34	9	7	27,759	20
P-CerroAlmaden	sym34	9	8	48,980	40
P-CerroAlmaden	sym34	9	9	79,056	80
P-CerroSanCristobal	bior1.3	12	1	0,500	5
P-CerroSanCristobal	bior1.3	12	2	1,000	5
P-CerroSanCristobal	bior1.3	12	3	1,998	5
P-CerroSanCristobal	bior1.3	12	4	3,993	5
P-CerroSanCristobal	bior1.3	12	5	7,965	10
P-CerroSanCristobal	bior1.3	12	6	15,850	20
P-CerroSanCristobal	bior1.3	12	7	31,463	40
P-CerroSanCristobal	bior1.3	12	8	61,691	80
P-CerroSanCristobal	bior1.3	12	9	118,726	80
P-CerroSanCristobal	bior1.3	12	10	224,732	160
P-CerroSanCristobal	bior1.3	12	11	393,281	320
P-CerroSanCristobal	bior1.3	12	12	629,250	640
P-CerroSanCristobal	bior2.2	12	1	0,500	5
P-CerroSanCristobal	bior2.2	12	2	1,000	5
P-CerroSanCristobal	bior2.2	12	3	1,998	5
P-CerroSanCristobal	bior2.2	12	4	3,993	5
P-CerroSanCristobal	bior2.2	12	5	7,965	10
P-CerroSanCristobal	bior2.2	12	6	15,850	20
P-CerroSanCristobal	bior2.2	12	7	31,463	40
P-CerroSanCristobal	bior2.2	12	8	61,691	80
P-CerroSanCristobal	bior2.2	12	9	118,726	80
P-CerroSanCristobal	bior2.2	12	10	224,732	160
P-CerroSanCristobal	bior2.2	12	11	393,281	320
P-CerroSanCristobal	bior2.2	12	12	629,250	640
P-CerroSanCristobal	bior2.8	10	1	0,500	5
P-CerroSanCristobal	bior2.8	10	2	0,998	5
P-CerroSanCristobal	bior2.8	10	3	1,991	5
P-CerroSanCristobal	bior2.8	10	4	3,963	5

P-CerroSanCristobal	bior2.8	10	5	7,846	10
P-CerroSanCristobal	bior2.8	10	6	15,385	20
P-CerroSanCristobal	bior2.8	10	7	29,682	20
P-CerroSanCristobal	bior2.8	10	8	55,197	40
P-CerroSanCristobal	bior2.8	10	9	96,808	80
P-CerroSanCristobal	bior2.8	10	10	157,313	160
P-CerroSanCristobal	bior3.1	13	1	0,500	5
P-CerroSanCristobal	bior3.1	13	2	1,000	5
P-CerroSanCristobal	bior3.1	13	3	1,999	5
P-CerroSanCristobal	bior3.1	13	4	3,995	5
P-CerroSanCristobal	bior3.1	13	5	7,985	10
P-CerroSanCristobal	bior3.1	13	6	15,930	20
P-CerroSanCristobal	bior3.1	13	7	31,780	40
P-CerroSanCristobal	bior3.1	13	8	62,925	80
P-CerroSanCristobal	bior3.1	13	9	123,382	160
P-CerroSanCristobal	bior3.1	13	10	242,019	320
P-CerroSanCristobal	bior3.1	13	11	449,464	320
P-CerroSanCristobal	bior3.1	13	12	786,563	640
P-CerroSanCristobal	bior3.1	13	13	1258,500	1280
P-CerroSanCristobal	bior3.7	10	1	0,500	5
P-CerroSanCristobal	bior3.7	10	2	0,998	5
P-CerroSanCristobal	bior3.7	10	3	1,993	5
P-CerroSanCristobal	bior3.7	10	4	3,968	5
P-CerroSanCristobal	bior3.7	10	5	7,866	10
P-CerroSanCristobal	bior3.7	10	6	15,461	20
P-CerroSanCristobal	bior3.7	10	7	29,964	20
P-CerroSanCristobal	bior3.7	10	8	56,183	40
P-CerroSanCristobal	bior3.7	10	9	99,881	80
P-CerroSanCristobal	bior3.7	10	10	165,592	160
P-CerroSanCristobal	bior5.5	11	1	0,500	5
P-CerroSanCristobal	bior5.5	11	2	0,999	5
P-CerroSanCristobal	bior5.5	11	3	1,994	5
P-CerroSanCristobal	bior5.5	11	4	3,978	5
P-CerroSanCristobal	bior5.5	11	5	7,905	10
P-CerroSanCristobal	bior5.5	11	6	15,614	20
P-CerroSanCristobal	bior5.5	11	7	30,546	40
P-CerroSanCristobal	bior5.5	11	8	58,264	40
P-CerroSanCristobal	bior5.5	11	9	106,653	80
P-CerroSanCristobal	bior5.5	11	10	185,074	160
P-CerroSanCristobal	bior5.5	11	11	286,023	320
P-CerroSanCristobal	coif1	12	1	0,500	5
P-CerroSanCristobal	coif1	12	2	1,000	5
P-CerroSanCristobal	coif1	12	3	1,998	5
P-CerroSanCristobal	coif1	12	4	3,993	5
P-CerroSanCristobal	coif1	12	5	7,965	10
P-CerroSanCristobal	coif1	12	6	15,850	20
P-CerroSanCristobal	coif1	12	7	31,463	40

P-CerroSanCristobal	coif1	12	8	61,691	80
P-CerroSanCristobal	coif1	12	9	118,726	80
P-CerroSanCristobal	coif1	12	10	224,732	160
P-CerroSanCristobal	coif1	12	11	393,281	320
P-CerroSanCristobal	coif1	12	12	629,250	640
P-CerroSanCristobal	coif3	10	1	0,500	5
P-CerroSanCristobal	coif3	10	2	0,998	5
P-CerroSanCristobal	coif3	10	3	1,991	5
P-CerroSanCristobal	coif3	10	4	3,963	5
P-CerroSanCristobal	coif3	10	5	7,846	10
P-CerroSanCristobal	coif3	10	6	15,385	20
P-CerroSanCristobal	coif3	10	7	29,682	20
P-CerroSanCristobal	coif3	10	8	55,197	40
P-CerroSanCristobal	coif3	10	9	96,808	80
P-CerroSanCristobal	coif3	10	10	157,313	160
P-CerroSanCristobal	coif5	9	1	0,499	5
P-CerroSanCristobal	coif5	9	2	0,997	5
P-CerroSanCristobal	coif5	9	3	1,985	5
P-CerroSanCristobal	coif5	9	4	3,935	5
P-CerroSanCristobal	coif5	9	5	7,740	10
P-CerroSanCristobal	coif5	9	6	14,982	10
P-CerroSanCristobal	coif5	9	7	28,092	20
P-CerroSanCristobal	coif5	9	8	49,940	40
P-CerroSanCristobal	coif5	9	9	81,721	80
P-CerroSanCristobal	db1	14	1	0,500	5
P-CerroSanCristobal	db1	14	2	1,000	5
P-CerroSanCristobal	db1	14	3	2,000	5
P-CerroSanCristobal	db1	14	4	4,000	5
P-CerroSanCristobal	db1	14	5	8,006	10
P-CerroSanCristobal	db1	14	6	16,011	20
P-CerroSanCristobal	db1	14	7	32,105	40
P-CerroSanCristobal	db1	14	8	64,209	80
P-CerroSanCristobal	db1	14	9	128,418	160
P-CerroSanCristobal	db1	14	10	262,188	320
P-CerroSanCristobal	db1	14	11	524,375	640
P-CerroSanCristobal	db1	14	12	1048,750	1280
P-CerroSanCristobal	db1	14	13	2097,500	2560
P-CerroSanCristobal	db1	14	14	6292,500	5120
P-CerroSanCristobal	db6	11	1	0,500	5
P-CerroSanCristobal	db6	11	2	0,999	5
P-CerroSanCristobal	db6	11	3	1,994	5
P-CerroSanCristobal	db6	11	4	3,978	5
P-CerroSanCristobal	db6	11	5	7,905	10
P-CerroSanCristobal	db6	11	6	15,614	20
P-CerroSanCristobal	db6	11	7	30,546	40
P-CerroSanCristobal	db6	11	8	58,264	40
P-CerroSanCristobal	db6	11	9	106,653	80

P-CerroSanCristobal	db6	11	10	185,074	160
P-CerroSanCristobal	db6	11	11	286,023	320
P-CerroSanCristobal	db12	10	1	0,500	5
P-CerroSanCristobal	db12	10	2	0,997	5
P-CerroSanCristobal	db12	10	3	1,988	5
P-CerroSanCristobal	db12	10	4	3,950	5
P-CerroSanCristobal	db12	10	5	7,797	10
P-CerroSanCristobal	db12	10	6	15,199	20
P-CerroSanCristobal	db12	10	7	28,865	20
P-CerroSanCristobal	db12	10	8	52,438	40
P-CerroSanCristobal	db12	10	9	88,627	80
P-CerroSanCristobal	db12	10	10	136,793	160
P-CerroSanCristobal	db25	9	1	0,499	5
P-CerroSanCristobal	db25	9	2	0,994	5
P-CerroSanCristobal	db25	9	3	1,974	5
P-CerroSanCristobal	db25	9	4	3,889	5
P-CerroSanCristobal	db25	9	5	7,554	10
P-CerroSanCristobal	db25	9	6	14,301	10
P-CerroSanCristobal	db25	9	7	25,789	20
P-CerroSanCristobal	db25	9	8	43,099	40
P-CerroSanCristobal	db25	9	9	64,871	80
P-CerroSanCristobal	db36	8	1	0,499	5
P-CerroSanCristobal	db36	8	2	0,992	5
P-CerroSanCristobal	db36	8	3	1,962	5
P-CerroSanCristobal	db36	8	4	3,842	5
P-CerroSanCristobal	db36	8	5	7,368	5
P-CerroSanCristobal	db36	8	6	13,620	10
P-CerroSanCristobal	db36	8	7	23,656	20
P-CerroSanCristobal	db36	8	8	37,455	40
P-CerroSanCristobal	db45	8	1	0,498	5
P-CerroSanCristobal	db45	8	2	0,990	5
P-CerroSanCristobal	db45	8	3	1,954	5
P-CerroSanCristobal	db45	8	4	3,807	5
P-CerroSanCristobal	db45	8	5	7,241	5
P-CerroSanCristobal	db45	8	6	13,192	10
P-CerroSanCristobal	db45	8	7	22,393	20
P-CerroSanCristobal	db45	8	8	34,385	40
P-CerroSanCristobal	dmey	7	1	0,498	5
P-CerroSanCristobal	dmey	7	2	0,988	5
P-CerroSanCristobal	dmey	7	3	1,946	5
P-CerroSanCristobal	dmey	7	4	3,777	5
P-CerroSanCristobal	dmey	7	5	7,126	5
P-CerroSanCristobal	dmey	7	6	12,816	10
P-CerroSanCristobal	dmey	7	7	21,331	20
P-CerroSanCristobal	rbio1.3	12	1	0,500	5
P-CerroSanCristobal	rbio1.3	12	2	1,000	5
P-CerroSanCristobal	rbio1.3	12	3	1,998	5

P-CerroSanCristobal	rbio1.3	12	4	3,993	5
P-CerroSanCristobal	rbio1.3	12	5	7,965	10
P-CerroSanCristobal	rbio1.3	12	6	15,850	20
P-CerroSanCristobal	rbio1.3	12	7	31,463	40
P-CerroSanCristobal	rbio1.3	12	8	61,691	80
P-CerroSanCristobal	rbio1.3	12	9	118,726	80
P-CerroSanCristobal	rbio1.3	12	10	224,732	160
P-CerroSanCristobal	rbio1.3	12	11	393,281	320
P-CerroSanCristobal	rbio1.3	12	12	629,250	640
P-CerroSanCristobal	rbio2.8	10	1	0,500	5
P-CerroSanCristobal	rbio2.8	10	2	0,998	5
P-CerroSanCristobal	rbio2.8	10	3	1,991	5
P-CerroSanCristobal	rbio2.8	10	4	3,963	5
P-CerroSanCristobal	rbio2.8	10	5	7,846	10
P-CerroSanCristobal	rbio2.8	10	6	15,385	20
P-CerroSanCristobal	rbio2.8	10	7	29,682	20
P-CerroSanCristobal	rbio2.8	10	8	55,197	40
P-CerroSanCristobal	rbio2.8	10	9	96,808	80
P-CerroSanCristobal	rbio2.8	10	10	157,313	160
P-CerroSanCristobal	rbio3.1	13	1	0,500	5
P-CerroSanCristobal	rbio3.1	13	2	1,000	5
P-CerroSanCristobal	rbio3.1	13	3	1,999	5
P-CerroSanCristobal	rbio3.1	13	4	3,995	5
P-CerroSanCristobal	rbio3.1	13	5	7,985	10
P-CerroSanCristobal	rbio3.1	13	6	15,930	20
P-CerroSanCristobal	rbio3.1	13	7	31,780	40
P-CerroSanCristobal	rbio3.1	13	8	62,925	80
P-CerroSanCristobal	rbio3.1	13	9	123,382	160
P-CerroSanCristobal	rbio3.1	13	10	242,019	320
P-CerroSanCristobal	rbio3.1	13	11	449,464	320
P-CerroSanCristobal	rbio3.1	13	12	786,563	640
P-CerroSanCristobal	rbio3.1	13	13	1258,500	1280
P-CerroSanCristobal	rbio3.7	10	1	0,500	5
P-CerroSanCristobal	rbio3.7	10	2	0,998	5
P-CerroSanCristobal	rbio3.7	10	3	1,993	5
P-CerroSanCristobal	rbio3.7	10	4	3,968	5
P-CerroSanCristobal	rbio3.7	10	5	7,866	10
P-CerroSanCristobal	rbio3.7	10	6	15,461	20
P-CerroSanCristobal	rbio3.7	10	7	29,964	20
P-CerroSanCristobal	rbio3.7	10	8	56,183	40
P-CerroSanCristobal	rbio3.7	10	9	99,881	80
P-CerroSanCristobal	rbio3.7	10	10	165,592	160
P-CerroSanCristobal	rbio3.9	10	1	0,500	5
P-CerroSanCristobal	rbio3.9	10	2	0,998	5
P-CerroSanCristobal	rbio3.9	10	3	1,990	5
P-CerroSanCristobal	rbio3.9	10	4	3,958	5
P-CerroSanCristobal	rbio3.9	10	5	7,826	10

P-CerroSanCristobal	rbio3.9	10	6	15,310	20
P-CerroSanCristobal	rbio3.9	10	7	29,404	20
P-CerroSanCristobal	rbio3.9	10	8	54,246	40
P-CerroSanCristobal	rbio3.9	10	9	93,918	80
P-CerroSanCristobal	rbio3.9	10	10	149,821	160
P-CerroSanCristobal	rbio5.5	10	1	0,500	5
P-CerroSanCristobal	rbio5.5	10	2	0,998	5
P-CerroSanCristobal	rbio5.5	10	3	1,990	5
P-CerroSanCristobal	rbio5.5	10	4	3,958	5
P-CerroSanCristobal	rbio5.5	10	5	7,826	10
P-CerroSanCristobal	rbio5.5	10	6	15,310	20
P-CerroSanCristobal	rbio5.5	10	7	29,404	20
P-CerroSanCristobal	rbio5.5	10	8	54,246	40
P-CerroSanCristobal	rbio5.5	10	9	93,918	80
P-CerroSanCristobal	rbio5.5	10	10	149,821	160
P-CerroSanCristobal	sym2	13	1	0,500	5
P-CerroSanCristobal	sym2	13	2	1,000	5
P-CerroSanCristobal	sym2	13	3	1,999	5
P-CerroSanCristobal	sym2	13	4	3,995	5
P-CerroSanCristobal	sym2	13	5	7,985	10
P-CerroSanCristobal	sym2	13	6	15,930	20
P-CerroSanCristobal	sym2	13	7	31,780	40
P-CerroSanCristobal	sym2	13	8	62,925	80
P-CerroSanCristobal	sym2	13	9	123,382	160
P-CerroSanCristobal	sym2	13	10	242,019	320
P-CerroSanCristobal	sym2	13	11	449,464	320
P-CerroSanCristobal	sym2	13	12	786,563	640
P-CerroSanCristobal	sym2	13	13	1258,500	1280
P-CerroSanCristobal	sym5	11	1	0,500	5
P-CerroSanCristobal	sym5	11	2	0,999	5
P-CerroSanCristobal	sym5	11	3	1,996	5
P-CerroSanCristobal	sym5	11	4	3,983	5
P-CerroSanCristobal	sym5	11	5	7,925	10
P-CerroSanCristobal	sym5	11	6	15,692	20
P-CerroSanCristobal	sym5	11	7	30,846	40
P-CerroSanCristobal	sym5	11	8	59,363	40
P-CerroSanCristobal	sym5	11	9	110,395	80
P-CerroSanCristobal	sym5	11	10	196,641	160
P-CerroSanCristobal	sym5	11	11	314,625	320
P-CerroSanCristobal	sym18	9	1	0,499	5
P-CerroSanCristobal	sym18	9	2	0,996	5
P-CerroSanCristobal	sym18	9	3	1,981	5
P-CerroSanCristobal	sym18	9	4	3,921	5
P-CerroSanCristobal	sym18	9	5	7,683	10
P-CerroSanCristobal	sym18	9	6	14,771	10
P-CerroSanCristobal	sym18	9	7	27,359	20
P-CerroSanCristobal	sym18	9	8	47,670	40

P-CerroSanCristobal	sym18	9	9	75,813	80
P-CerroSanCristobal	sym27	8	1	0,499	5
P-CerroSanCristobal	sym27	8	2	0,994	5
P-CerroSanCristobal	sym27	8	3	1,972	5
P-CerroSanCristobal	sym27	8	4	3,882	5
P-CerroSanCristobal	sym27	8	5	7,527	10
P-CerroSanCristobal	sym27	8	6	14,172	10
P-CerroSanCristobal	sym27	8	7	25,373	20
P-CerroSanCristobal	sym27	8	8	41,950	40
P-CerroSanCristobal	sym34	8	1	0,499	5
P-CerroSanCristobal	sym34	8	2	0,992	5
P-CerroSanCristobal	sym34	8	3	1,964	5
P-CerroSanCristobal	sym34	8	4	3,849	5
P-CerroSanCristobal	sym34	8	5	7,403	5
P-CerroSanCristobal	sym34	8	6	13,739	10
P-CerroSanCristobal	sym34	8	7	24,017	20
P-CerroSanCristobal	sym34	8	8	38,369	40
P-CerroSanCristobal-b	bior1.3	8	1	9,979	10
P-CerroSanCristobal-b	bior1.3	8	2	19,846	20
P-CerroSanCristobal-b	bior1.3	8	3	39,361	40
P-CerroSanCristobal-b	bior1.3	8	4	77,011	80
P-CerroSanCristobal-b	bior1.3	8	5	147,604	160
P-CerroSanCristobal-b	bior1.3	8	6	272,500	320
P-CerroSanCristobal-b	bior1.3	8	7	472,333	320
P-CerroSanCristobal-b	bior1.3	8	8	787,222	640
P-CerroSanCristobal-b	bior2.2	8	1	9,979	10
P-CerroSanCristobal-b	bior2.2	8	2	19,846	20
P-CerroSanCristobal-b	bior2.2	8	3	39,361	40
P-CerroSanCristobal-b	bior2.2	8	4	77,011	80
P-CerroSanCristobal-b	bior2.2	8	5	147,604	160
P-CerroSanCristobal-b	bior2.2	8	6	272,500	320
P-CerroSanCristobal-b	bior2.2	8	7	472,333	320
P-CerroSanCristobal-b	bior2.2	8	8	787,222	640
P-CerroSanCristobal-b	bior2.8	6	1	9,895	10
P-CerroSanCristobal-b	bior2.8	6	2	19,358	20
P-CerroSanCristobal-b	bior2.8	6	3	37,094	40
P-CerroSanCristobal-b	bior2.8	6	4	68,786	80
P-CerroSanCristobal-b	bior2.8	6	5	120,085	160
P-CerroSanCristobal-b	bior2.8	6	6	191,487	160
P-CerroSanCristobal-b	bior3.1	8	1	9,993	10
P-CerroSanCristobal-b	bior3.1	8	2	19,958	20
P-CerroSanCristobal-b	bior3.1	8	3	39,803	40
P-CerroSanCristobal-b	bior3.1	8	4	78,722	80
P-CerroSanCristobal-b	bior3.1	8	5	154,022	160
P-CerroSanCristobal-b	bior3.1	8	6	295,208	320
P-CerroSanCristobal-b	bior3.1	8	7	545,000	640
P-CerroSanCristobal-b	bior3.1	8	8	1012,143	1280

P-CerroSanCristobal-b	bior3.7	6	1	9,909	10
P-CerroSanCristobal-b	bior3.7	6	2	19,464	20
P-CerroSanCristobal-b	bior3.7	6	3	37,487	40
P-CerroSanCristobal-b	bior3.7	6	4	70,149	80
P-CerroSanCristobal-b	bior3.7	6	5	124,298	160
P-CerroSanCristobal-b	bior3.7	6	6	202,429	160
P-CerroSanCristobal-b	bior5.5	7	1	9,937	10
P-CerroSanCristobal-b	bior5.5	7	2	19,626	20
P-CerroSanCristobal-b	bior5.5	7	3	38,297	40
P-CerroSanCristobal-b	bior5.5	7	4	73,041	80
P-CerroSanCristobal-b	bior5.5	7	5	133,679	160
P-CerroSanCristobal-b	bior5.5	7	6	228,548	160
P-CerroSanCristobal-b	bior5.5	7	7	354,250	320
P-CerroSanCristobal-b	coif1	8	1	9,979	10
P-CerroSanCristobal-b	coif1	8	2	19,846	20
P-CerroSanCristobal-b	coif1	8	3	39,361	40
P-CerroSanCristobal-b	coif1	8	4	77,011	80
P-CerroSanCristobal-b	coif1	8	5	147,604	160
P-CerroSanCristobal-b	coif1	8	6	272,500	320
P-CerroSanCristobal-b	coif1	8	7	472,333	320
P-CerroSanCristobal-b	coif1	8	8	787,222	640
P-CerroSanCristobal-b	coif3	6	1	9,895	10
P-CerroSanCristobal-b	coif3	6	2	19,358	20
P-CerroSanCristobal-b	coif3	6	3	37,094	40
P-CerroSanCristobal-b	coif3	6	4	68,786	80
P-CerroSanCristobal-b	coif3	6	5	120,085	160
P-CerroSanCristobal-b	coif3	6	6	191,487	160
P-CerroSanCristobal-b	coif5	5	1	9,813	10
P-CerroSanCristobal-b	coif5	5	2	18,893	20
P-CerroSanCristobal-b	coif5	5	3	35,249	40
P-CerroSanCristobal-b	coif5	5	4	62,149	80
P-CerroSanCristobal-b	coif5	5	5	99,789	80
P-CerroSanCristobal-b	db1	10	1	10,007	10
P-CerroSanCristobal-b	db1	10	2	20,014	20
P-CerroSanCristobal-b	db1	10	3	40,028	40
P-CerroSanCristobal-b	db1	10	4	80,511	80
P-CerroSanCristobal-b	db1	10	5	161,023	160
P-CerroSanCristobal-b	db1	10	6	322,046	320
P-CerroSanCristobal-b	db1	10	7	644,091	640
P-CerroSanCristobal-b	db1	10	8	1417,000	1280
P-CerroSanCristobal-b	db1	10	9	3542,500	2560
P-CerroSanCristobal-b	db1	10	10	7085,000	5120
P-CerroSanCristobal-b	db6	7	1	9,937	10
P-CerroSanCristobal-b	db6	7	2	19,626	20
P-CerroSanCristobal-b	db6	7	3	38,297	40
P-CerroSanCristobal-b	db6	7	4	73,041	80
P-CerroSanCristobal-b	db6	7	5	133,679	160

P-CerroSanCristobal-b	db6	7	6	228,548	160
P-CerroSanCristobal-b	db6	7	7	354,250	320
P-CerroSanCristobal-b	db12	5	1	9,854	10
P-CerroSanCristobal-b	db12	5	2	19,149	20
P-CerroSanCristobal-b	db12	5	3	36,148	40
P-CerroSanCristobal-b	db12	5	4	65,000	80
P-CerroSanCristobal-b	db12	5	5	109,000	80
P-CerroSanCristobal-b	db25	4	1	9,679	10
P-CerroSanCristobal-b	db25	4	2	18,167	20
P-CerroSanCristobal-b	db25	4	3	32,352	40
P-CerroSanCristobal-b	db25	4	4	53,271	40
P-CerroSanCristobal-b	db36	4	1	9,536	10
P-CerroSanCristobal-b	db36	4	2	17,451	20
P-CerroSanCristobal-b	db36	4	3	29,769	20
P-CerroSanCristobal-b	db36	4	4	46,006	40
P-CerroSanCristobal-b	db45	4	1	9,434	10
P-CerroSanCristobal-b	db45	4	2	16,950	20
P-CerroSanCristobal-b	db45	4	3	28,115	20
P-CerroSanCristobal-b	db45	4	4	41,923	40
P-CerroSanCristobal-b	dmey	3	1	9,347	10
P-CerroSanCristobal-b	dmey	3	2	16,515	20
P-CerroSanCristobal-b	dmey	3	3	26,837	20
P-CerroSanCristobal-b	rbio1.3	8	1	9,979	10
P-CerroSanCristobal-b	rbio1.3	8	2	19,846	20
P-CerroSanCristobal-b	rbio1.3	8	3	39,361	40
P-CerroSanCristobal-b	rbio1.3	8	4	77,011	80
P-CerroSanCristobal-b	rbio1.3	8	5	147,604	160
P-CerroSanCristobal-b	rbio1.3	8	6	272,500	320
P-CerroSanCristobal-b	rbio1.3	8	7	472,333	320
P-CerroSanCristobal-b	rbio1.3	8	8	787,222	640
P-CerroSanCristobal-b	rbio2.8	6	1	9,895	10
P-CerroSanCristobal-b	rbio2.8	6	2	19,358	20
P-CerroSanCristobal-b	rbio2.8	6	3	37,094	40
P-CerroSanCristobal-b	rbio2.8	6	4	68,786	80
P-CerroSanCristobal-b	rbio2.8	6	5	120,085	160
P-CerroSanCristobal-b	rbio2.8	6	6	191,487	160
P-CerroSanCristobal-b	rbio3.1	8	1	9,993	10
P-CerroSanCristobal-b	rbio3.1	8	2	19,958	20
P-CerroSanCristobal-b	rbio3.1	8	3	39,803	40
P-CerroSanCristobal-b	rbio3.1	8	4	78,722	80
P-CerroSanCristobal-b	rbio3.1	8	5	154,022	160
P-CerroSanCristobal-b	rbio3.1	8	6	295,208	320
P-CerroSanCristobal-b	rbio3.1	8	7	545,000	640
P-CerroSanCristobal-b	rbio3.1	8	8	1012,143	1280
P-CerroSanCristobal-b	rbio3.7	6	1	9,909	10
P-CerroSanCristobal-b	rbio3.7	6	2	19,464	20
P-CerroSanCristobal-b	rbio3.7	6	3	37,487	40

P-CerroSanCristobal-b	rbio3.7	6	4	70,149	80
P-CerroSanCristobal-b	rbio3.7	6	5	124,298	160
P-CerroSanCristobal-b	rbio3.7	6	6	202,429	160
P-CerroSanCristobal-b	rbio3.9	6	1	9,881	10
P-CerroSanCristobal-b	rbio3.9	6	2	19,305	20
P-CerroSanCristobal-b	rbio3.9	6	3	36,901	40
P-CerroSanCristobal-b	rbio3.9	6	4	67,476	80
P-CerroSanCristobal-b	rbio3.9	6	5	116,148	80
P-CerroSanCristobal-b	rbio3.9	6	6	181,667	160
P-CerroSanCristobal-b	rbio5.5	6	1	9,881	10
P-CerroSanCristobal-b	rbio5.5	6	2	19,305	20
P-CerroSanCristobal-b	rbio5.5	6	3	36,901	40
P-CerroSanCristobal-b	rbio5.5	6	4	67,476	80
P-CerroSanCristobal-b	rbio5.5	6	5	116,148	80
P-CerroSanCristobal-b	rbio5.5	6	6	181,667	160
P-CerroSanCristobal-b	sym2	8	1	9,993	10
P-CerroSanCristobal-b	sym2	8	2	19,958	20
P-CerroSanCristobal-b	sym2	8	3	39,803	40
P-CerroSanCristobal-b	sym2	8	4	78,722	80
P-CerroSanCristobal-b	sym2	8	5	154,022	160
P-CerroSanCristobal-b	sym2	8	6	295,208	320
P-CerroSanCristobal-b	sym2	8	7	545,000	640
P-CerroSanCristobal-b	sym2	8	8	1012,143	1280
P-CerroSanCristobal-b	sym5	7	1	9,951	10
P-CerroSanCristobal-b	sym5	7	2	19,681	20
P-CerroSanCristobal-b	sym5	7	3	38,505	40
P-CerroSanCristobal-b	sym5	7	4	73,802	80
P-CerroSanCristobal-b	sym5	7	5	136,250	160
P-CerroSanCristobal-b	sym5	7	6	236,167	160
P-CerroSanCristobal-b	sym5	7	7	372,895	320
P-CerroSanCristobal-b	sym18	5	1	9,772	10
P-CerroSanCristobal-b	sym18	5	2	18,694	20
P-CerroSanCristobal-b	sym18	5	3	34,393	40
P-CerroSanCristobal-b	sym18	5	4	59,042	40
P-CerroSanCristobal-b	sym18	5	5	92,013	80
P-CerroSanCristobal-b	sym27	4	1	9,653	10
P-CerroSanCristobal-b	sym27	4	2	18,028	20
P-CerroSanCristobal-b	sym27	4	3	31,914	40
P-CerroSanCristobal-b	sym27	4	4	51,715	40
P-CerroSanCristobal-b	sym34	4	1	9,561	10
P-CerroSanCristobal-b	sym34	4	2	17,581	20
P-CerroSanCristobal-b	sym34	4	3	30,278	40
P-CerroSanCristobal-b	sym34	4	4	47,233	40
P-CerroSantin	bior1.3	12	1	0,500	5
P-CerroSantin	bior1.3	12	2	0,999	5
P-CerroSantin	bior1.3	12	3	1,997	5
P-CerroSantin	bior1.3	12	4	3,991	5

P-CerroSantin	bior1.3	12	5	7,964	10
P-CerroSantin	bior1.3	12	6	15,859	20
P-CerroSantin	bior1.3	12	7	31,358	40
P-CerroSantin	bior1.3	12	8	61,322	80
P-CerroSantin	bior1.3	12	9	117,426	80
P-CerroSantin	bior1.3	12	10	220,760	160
P-CerroSantin	bior1.3	12	11	394,214	320
P-CerroSantin	bior1.3	12	12	613,222	640
P-CerroSantin	bior2.2	12	1	0,500	5
P-CerroSantin	bior2.2	12	2	0,999	5
P-CerroSantin	bior2.2	12	3	1,997	5
P-CerroSantin	bior2.2	12	4	3,991	5
P-CerroSantin	bior2.2	12	5	7,964	10
P-CerroSantin	bior2.2	12	6	15,859	20
P-CerroSantin	bior2.2	12	7	31,358	40
P-CerroSantin	bior2.2	12	8	61,322	80
P-CerroSantin	bior2.2	12	9	117,426	80
P-CerroSantin	bior2.2	12	10	220,760	160
P-CerroSantin	bior2.2	12	11	394,214	320
P-CerroSantin	bior2.2	12	12	613,222	640
P-CerroSantin	bior2.8	10	1	0,500	5
P-CerroSantin	bior2.8	10	2	0,998	5
P-CerroSantin	bior2.8	10	3	1,990	5
P-CerroSantin	bior2.8	10	4	3,959	5
P-CerroSantin	bior2.8	10	5	7,828	10
P-CerroSantin	bior2.8	10	6	15,331	20
P-CerroSantin	bior2.8	10	7	29,356	20
P-CerroSantin	bior2.8	10	8	54,108	40
P-CerroSantin	bior2.8	10	9	93,542	80
P-CerroSantin	bior2.8	10	10	149,162	160
P-CerroSantin	bior3.1	12	1	0,500	5
P-CerroSantin	bior3.1	12	2	1,000	5
P-CerroSantin	bior3.1	12	3	1,999	5
P-CerroSantin	bior3.1	12	4	3,996	5
P-CerroSantin	bior3.1	12	5	7,987	10
P-CerroSantin	bior3.1	12	6	15,951	20
P-CerroSantin	bior3.1	12	7	31,718	40
P-CerroSantin	bior3.1	12	8	62,716	80
P-CerroSantin	bior3.1	12	9	122,644	160
P-CerroSantin	bior3.1	12	10	239,957	160
P-CerroSantin	bior3.1	12	11	459,917	320
P-CerroSantin	bior3.1	12	12	788,429	640
P-CerroSantin	bior3.7	10	1	0,500	5
P-CerroSantin	bior3.7	10	2	0,998	5
P-CerroSantin	bior3.7	10	3	1,992	5
P-CerroSantin	bior3.7	10	4	3,965	5
P-CerroSantin	bior3.7	10	5	7,851	10

P-CerroSantin	bior3.7	10	6	15,416	20
P-CerroSantin	bior3.7	10	7	29,672	20
P-CerroSantin	bior3.7	10	8	55,190	40
P-CerroSantin	bior3.7	10	9	96,825	80
P-CerroSantin	bior3.7	10	10	157,686	160
P-CerroSantin	bior5.5	10	1	0,500	5
P-CerroSantin	bior5.5	10	2	0,999	5
P-CerroSantin	bior5.5	10	3	1,994	5
P-CerroSantin	bior5.5	10	4	3,973	5
P-CerroSantin	bior5.5	10	5	7,896	10
P-CerroSantin	bior5.5	10	6	15,590	20
P-CerroSantin	bior5.5	10	7	30,324	40
P-CerroSantin	bior5.5	10	8	57,490	40
P-CerroSantin	bior5.5	10	9	104,132	80
P-CerroSantin	bior5.5	10	10	178,032	160
P-CerroSantin	coif1	12	1	0,500	5
P-CerroSantin	coif1	12	2	0,999	5
P-CerroSantin	coif1	12	3	1,997	5
P-CerroSantin	coif1	12	4	3,991	5
P-CerroSantin	coif1	12	5	7,964	10
P-CerroSantin	coif1	12	6	15,859	20
P-CerroSantin	coif1	12	7	31,358	40
P-CerroSantin	coif1	12	8	61,322	80
P-CerroSantin	coif1	12	9	117,426	80
P-CerroSantin	coif1	12	10	220,760	160
P-CerroSantin	coif1	12	11	394,214	320
P-CerroSantin	coif1	12	12	613,222	640
P-CerroSantin	coif3	10	1	0,500	5
P-CerroSantin	coif3	10	2	0,998	5
P-CerroSantin	coif3	10	3	1,990	5
P-CerroSantin	coif3	10	4	3,959	5
P-CerroSantin	coif3	10	5	7,828	10
P-CerroSantin	coif3	10	6	15,331	20
P-CerroSantin	coif3	10	7	29,356	20
P-CerroSantin	coif3	10	8	54,108	40
P-CerroSantin	coif3	10	9	93,542	80
P-CerroSantin	coif3	10	10	149,162	160
P-CerroSantin	coif5	9	1	0,499	5
P-CerroSantin	coif5	9	2	0,996	5
P-CerroSantin	coif5	9	3	1,982	5
P-CerroSantin	coif5	9	4	3,925	5
P-CerroSantin	coif5	9	5	7,697	10
P-CerroSantin	coif5	9	6	14,836	10
P-CerroSantin	coif5	9	7	27,595	20
P-CerroSantin	coif5	9	8	48,412	40
P-CerroSantin	coif5	9	9	77,732	80
P-CerroSantin	db1	14	1	0,500	5

P-CerroSantin	db1	14	2	1,000	5
P-CerroSantin	db1	14	3	2,000	5
P-CerroSantin	db1	14	4	4,002	5
P-CerroSantin	db1	14	5	8,010	10
P-CerroSantin	db1	14	6	16,044	20
P-CerroSantin	db1	14	7	32,087	40
P-CerroSantin	db1	14	8	64,174	80
P-CerroSantin	db1	14	9	128,349	160
P-CerroSantin	db1	14	10	262,810	320
P-CerroSantin	db1	14	11	551,900	640
P-CerroSantin	db1	14	12	1103,800	1280
P-CerroSantin	db1	14	13	2759,500	2560
P-CerroSantin	db1	14	14	5519,000	5120
P-CerroSantin	db6	10	1	0,500	5
P-CerroSantin	db6	10	2	0,999	5
P-CerroSantin	db6	10	3	1,994	5
P-CerroSantin	db6	10	4	3,973	5
P-CerroSantin	db6	10	5	7,896	10
P-CerroSantin	db6	10	6	15,590	20
P-CerroSantin	db6	10	7	30,324	40
P-CerroSantin	db6	10	8	57,490	40
P-CerroSantin	db6	10	9	104,132	80
P-CerroSantin	db6	10	10	178,032	160
P-CerroSantin	db12	9	1	0,500	5
P-CerroSantin	db12	9	2	0,997	5
P-CerroSantin	db12	9	3	1,987	5
P-CerroSantin	db12	9	4	3,942	5
P-CerroSantin	db12	9	5	7,762	10
P-CerroSantin	db12	9	6	15,079	20
P-CerroSantin	db12	9	7	28,448	20
P-CerroSantin	db12	9	8	51,102	40
P-CerroSantin	db12	9	9	84,908	80
P-CerroSantin	db25	8	1	0,499	5
P-CerroSantin	db25	8	2	0,994	5
P-CerroSantin	db25	8	3	1,970	5
P-CerroSantin	db25	8	4	3,876	5
P-CerroSantin	db25	8	5	7,499	5
P-CerroSantin	db25	8	6	14,079	10
P-CerroSantin	db25	8	7	25,086	20
P-CerroSantin	db25	8	8	41,187	40
P-CerroSantin	db36	8	1	0,498	5
P-CerroSantin	db36	8	2	0,991	5
P-CerroSantin	db36	8	3	1,957	5
P-CerroSantin	db36	8	4	3,819	5
P-CerroSantin	db36	8	5	7,291	5
P-CerroSantin	db36	8	6	13,363	10
P-CerroSantin	db36	8	7	22,900	20

P-CerroSantin	db36	8	8	35,606	40
P-CerroSantin	db45	7	1	0,498	5
P-CerroSantin	db45	7	2	0,989	5
P-CerroSantin	db45	7	3	1,947	5
P-CerroSantin	db45	7	4	3,780	5
P-CerroSantin	db45	7	5	7,140	5
P-CerroSantin	db45	7	6	12,865	10
P-CerroSantin	db45	7	7	21,475	20
P-CerroSantin	dmey	7	1	0,498	5
P-CerroSantin	dmey	7	2	0,987	5
P-CerroSantin	dmey	7	3	1,939	5
P-CerroSantin	dmey	7	4	3,747	5
P-CerroSantin	dmey	7	5	7,022	5
P-CerroSantin	dmey	7	6	12,458	10
P-CerroSantin	dmey	7	7	20,365	20
P-CerroSantin	rbio1.3	12	1	0,500	5
P-CerroSantin	rbio1.3	12	2	0,999	5
P-CerroSantin	rbio1.3	12	3	1,997	5
P-CerroSantin	rbio1.3	12	4	3,991	5
P-CerroSantin	rbio1.3	12	5	7,964	10
P-CerroSantin	rbio1.3	12	6	15,859	20
P-CerroSantin	rbio1.3	12	7	31,358	40
P-CerroSantin	rbio1.3	12	8	61,322	80
P-CerroSantin	rbio1.3	12	9	117,426	80
P-CerroSantin	rbio1.3	12	10	220,760	160
P-CerroSantin	rbio1.3	12	11	394,214	320
P-CerroSantin	rbio1.3	12	12	613,222	640
P-CerroSantin	rbio2.8	10	1	0,500	5
P-CerroSantin	rbio2.8	10	2	0,998	5
P-CerroSantin	rbio2.8	10	3	1,990	5
P-CerroSantin	rbio2.8	10	4	3,959	5
P-CerroSantin	rbio2.8	10	5	7,828	10
P-CerroSantin	rbio2.8	10	6	15,331	20
P-CerroSantin	rbio2.8	10	7	29,356	20
P-CerroSantin	rbio2.8	10	8	54,108	40
P-CerroSantin	rbio2.8	10	9	93,542	80
P-CerroSantin	rbio2.8	10	10	149,162	160
P-CerroSantin	rbio3.1	12	1	0,500	5
P-CerroSantin	rbio3.1	12	2	1,000	5
P-CerroSantin	rbio3.1	12	3	1,999	5
P-CerroSantin	rbio3.1	12	4	3,996	5
P-CerroSantin	rbio3.1	12	5	7,987	10
P-CerroSantin	rbio3.1	12	6	15,951	20
P-CerroSantin	rbio3.1	12	7	31,718	40
P-CerroSantin	rbio3.1	12	8	62,716	80
P-CerroSantin	rbio3.1	12	9	122,644	160
P-CerroSantin	rbio3.1	12	10	239,957	160

P-CerroSantin	rbio3.1	12	11	459,917	320
P-CerroSantin	rbio3.1	12	12	788,429	640
P-CerroSantin	rbio3.7	10	1	0,500	5
P-CerroSantin	rbio3.7	10	2	0,998	5
P-CerroSantin	rbio3.7	10	3	1,992	5
P-CerroSantin	rbio3.7	10	4	3,965	5
P-CerroSantin	rbio3.7	10	5	7,851	10
P-CerroSantin	rbio3.7	10	6	15,416	20
P-CerroSantin	rbio3.7	10	7	29,672	20
P-CerroSantin	rbio3.7	10	8	55,190	40
P-CerroSantin	rbio3.7	10	9	96,825	80
P-CerroSantin	rbio3.7	10	10	157,686	160
P-CerroSantin	rbio3.9	10	1	0,500	5
P-CerroSantin	rbio3.9	10	2	0,998	5
P-CerroSantin	rbio3.9	10	3	1,989	5
P-CerroSantin	rbio3.9	10	4	3,953	5
P-CerroSantin	rbio3.9	10	5	7,806	10
P-CerroSantin	rbio3.9	10	6	15,246	20
P-CerroSantin	rbio3.9	10	7	29,047	20
P-CerroSantin	rbio3.9	10	8	53,067	40
P-CerroSantin	rbio3.9	10	9	90,475	80
P-CerroSantin	rbio3.9	10	10	141,513	160
P-CerroSantin	rbio5.5	10	1	0,500	5
P-CerroSantin	rbio5.5	10	2	0,998	5
P-CerroSantin	rbio5.5	10	3	1,989	5
P-CerroSantin	rbio5.5	10	4	3,953	5
P-CerroSantin	rbio5.5	10	5	7,806	10
P-CerroSantin	rbio5.5	10	6	15,246	20
P-CerroSantin	rbio5.5	10	7	29,047	20
P-CerroSantin	rbio5.5	10	8	53,067	40
P-CerroSantin	rbio5.5	10	9	90,475	80
P-CerroSantin	rbio5.5	10	10	141,513	160
P-CerroSantin	sym2	12	1	0,500	5
P-CerroSantin	sym2	12	2	1,000	5
P-CerroSantin	sym2	12	3	1,999	5
P-CerroSantin	sym2	12	4	3,996	5
P-CerroSantin	sym2	12	5	7,987	10
P-CerroSantin	sym2	12	6	15,951	20
P-CerroSantin	sym2	12	7	31,718	40
P-CerroSantin	sym2	12	8	62,716	80
P-CerroSantin	sym2	12	9	122,644	160
P-CerroSantin	sym2	12	10	239,957	160
P-CerroSantin	sym2	12	11	459,917	320
P-CerroSantin	sym2	12	12	788,429	640
P-CerroSantin	sym5	11	1	0,500	5
P-CerroSantin	sym5	11	2	0,999	5
P-CerroSantin	sym5	11	3	1,995	5

P-CerroSantin	sym5	11	4	3,979	5
P-CerroSantin	sym5	11	5	7,918	10
P-CerroSantin	sym5	11	6	15,679	20
P-CerroSantin	sym5	11	7	30,661	40
P-CerroSantin	sym5	11	8	58,713	40
P-CerroSantin	sym5	11	9	108,216	80
P-CerroSantin	sym5	11	10	190,310	160
P-CerroSantin	sym5	11	11	306,611	320
P-CerroSantin	sym18	9	1	0,499	5
P-CerroSantin	sym18	9	2	0,995	5
P-CerroSantin	sym18	9	3	1,979	5
P-CerroSantin	sym18	9	4	3,911	5
P-CerroSantin	sym18	9	5	7,644	10
P-CerroSantin	sym18	9	6	14,601	10
P-CerroSantin	sym18	9	7	26,791	20
P-CerroSantin	sym18	9	8	45,992	40
P-CerroSantin	sym18	9	9	71,675	80
P-CerroSantin	sym27	8	1	0,499	5
P-CerroSantin	sym27	8	2	0,993	5
P-CerroSantin	sym27	8	3	1,968	5
P-CerroSantin	sym27	8	4	3,865	5
P-CerroSantin	sym27	8	5	7,458	5
P-CerroSantin	sym27	8	6	13,937	10
P-CerroSantin	sym27	8	7	24,638	20
P-CerroSantin	sym27	8	8	39,993	40
P-CerroSantin	sym34	8	1	0,499	5
P-CerroSantin	sym34	8	2	0,991	5
P-CerroSantin	sym34	8	3	1,959	5
P-CerroSantin	sym34	8	4	3,830	5
P-CerroSantin	sym34	8	5	7,329	5
P-CerroSantin	sym34	8	6	13,494	10
P-CerroSantin	sym34	8	7	23,287	20
P-CerroSantin	sym34	8	8	36,550	40
P-Jimena-Torres	bior1.3	8	1	9,984	10
P-Jimena-Torres	bior1.3	8	2	19,903	20
P-Jimena-Torres	bior1.3	8	3	39,549	40
P-Jimena-Torres	bior1.3	8	4	78,093	80
P-Jimena-Torres	bior1.3	8	5	151,066	160
P-Jimena-Torres	bior1.3	8	6	287,969	320
P-Jimena-Torres	bior1.3	8	7	511,944	640
P-Jimena-Torres	bior1.3	8	8	837,727	640
P-Jimena-Torres	bior2.2	8	1	9,984	10
P-Jimena-Torres	bior2.2	8	2	19,903	20
P-Jimena-Torres	bior2.2	8	3	39,549	40
P-Jimena-Torres	bior2.2	8	4	78,093	80
P-Jimena-Torres	bior2.2	8	5	151,066	160
P-Jimena-Torres	bior2.2	8	6	287,969	320

P-Jimena-Torres	bior2.2	8	7	511,944	640
P-Jimena-Torres	bior2.2	8	8	837,727	640
P-Jimena-Torres	bior2.8	6	1	9,919	10
P-Jimena-Torres	bior2.8	6	2	19,523	20
P-Jimena-Torres	bior2.8	6	3	37,766	40
P-Jimena-Torres	bior2.8	6	4	70,885	80
P-Jimena-Torres	bior2.8	6	5	126,233	160
P-Jimena-Torres	bior2.8	6	6	209,432	160
P-Jimena-Torres	bior3.1	9	1	9,995	10
P-Jimena-Torres	bior3.1	9	2	19,946	20
P-Jimena-Torres	bior3.1	9	3	39,720	40
P-Jimena-Torres	bior3.1	9	4	78,761	80
P-Jimena-Torres	bior3.1	9	5	156,186	160
P-Jimena-Torres	bior3.1	9	6	307,167	320
P-Jimena-Torres	bior3.1	9	7	575,938	640
P-Jimena-Torres	bior3.1	9	8	1023,889	1280
P-Jimena-Torres	bior3.1	9	9	1843,000	1280
P-Jimena-Torres	bior3.7	6	1	9,930	10
P-Jimena-Torres	bior3.7	6	2	19,565	20
P-Jimena-Torres	bior3.7	6	3	38,079	40
P-Jimena-Torres	bior3.7	6	4	71,992	80
P-Jimena-Torres	bior3.7	6	5	129,789	160
P-Jimena-Torres	bior3.7	6	6	219,405	160
P-Jimena-Torres	bior5.5	7	1	9,951	10
P-Jimena-Torres	bior5.5	7	2	19,690	20
P-Jimena-Torres	bior5.5	7	3	38,556	40
P-Jimena-Torres	bior5.5	7	4	74,315	80
P-Jimena-Torres	bior5.5	7	5	137,537	160
P-Jimena-Torres	bior5.5	7	6	242,500	320
P-Jimena-Torres	bior5.5	7	7	383,958	320
P-Jimena-Torres	coif1	8	1	9,984	10
P-Jimena-Torres	coif1	8	2	19,903	20
P-Jimena-Torres	coif1	8	3	39,549	40
P-Jimena-Torres	coif1	8	4	78,093	80
P-Jimena-Torres	coif1	8	5	151,066	160
P-Jimena-Torres	coif1	8	6	287,969	320
P-Jimena-Torres	coif1	8	7	511,944	640
P-Jimena-Torres	coif1	8	8	837,727	640
P-Jimena-Torres	coif3	6	1	9,919	10
P-Jimena-Torres	coif3	6	2	19,523	20
P-Jimena-Torres	coif3	6	3	37,766	40
P-Jimena-Torres	coif3	6	4	70,885	80
P-Jimena-Torres	coif3	6	5	126,233	160
P-Jimena-Torres	coif3	6	6	209,432	160
P-Jimena-Torres	coif5	5	1	9,856	10
P-Jimena-Torres	coif5	5	2	19,158	20
P-Jimena-Torres	coif5	5	3	36,280	40

P-Jimena-Torres	coif5	5	4	65,355	80
P-Jimena-Torres	coif5	5	5	109,702	80
P-Jimena-Torres	db1	10	1	10,005	10
P-Jimena-Torres	db1	10	2	20,033	20
P-Jimena-Torres	db1	10	3	40,065	40
P-Jimena-Torres	db1	10	4	80,130	80
P-Jimena-Torres	db1	10	5	161,667	160
P-Jimena-Torres	db1	10	6	329,107	320
P-Jimena-Torres	db1	10	7	658,214	640
P-Jimena-Torres	db1	10	8	1316,429	1280
P-Jimena-Torres	db1	10	9	3071,667	2560
P-Jimena-Torres	db1	10	10	9215,000	5120
P-Jimena-Torres	db6	7	1	9,951	10
P-Jimena-Torres	db6	7	2	19,690	20
P-Jimena-Torres	db6	7	3	38,556	40
P-Jimena-Torres	db6	7	4	74,315	80
P-Jimena-Torres	db6	7	5	137,537	160
P-Jimena-Torres	db6	7	6	242,500	320
P-Jimena-Torres	db6	7	7	383,958	320
P-Jimena-Torres	db12	6	1	9,887	10
P-Jimena-Torres	db12	6	2	19,319	20
P-Jimena-Torres	db12	6	3	37,008	40
P-Jimena-Torres	db12	6	4	68,259	80
P-Jimena-Torres	db12	6	5	118,141	80
P-Jimena-Torres	db12	6	6	184,300	160
P-Jimena-Torres	db25	5	1	9,751	10
P-Jimena-Torres	db25	5	2	18,579	20
P-Jimena-Torres	db25	5	3	33,879	40
P-Jimena-Torres	db25	5	4	57,594	40
P-Jimena-Torres	db25	5	5	88,606	80
P-Jimena-Torres	db36	4	1	9,639	10
P-Jimena-Torres	db36	4	2	17,963	20
P-Jimena-Torres	db36	4	3	31,667	40
P-Jimena-Torres	db36	4	4	51,194	40
P-Jimena-Torres	db45	4	1	9,559	10
P-Jimena-Torres	db45	4	2	17,552	20
P-Jimena-Torres	db45	4	3	30,213	40
P-Jimena-Torres	db45	4	4	47,256	40
P-Jimena-Torres	dmey	4	1	9,490	10
P-Jimena-Torres	dmey	4	2	17,224	20
P-Jimena-Torres	dmey	4	3	29,069	20
P-Jimena-Torres	dmey	4	4	44,303	40
P-Jimena-Torres	rbio1.3	8	1	9,984	10
P-Jimena-Torres	rbio1.3	8	2	19,903	20
P-Jimena-Torres	rbio1.3	8	3	39,549	40
P-Jimena-Torres	rbio1.3	8	4	78,093	80
P-Jimena-Torres	rbio1.3	8	5	151,066	160

P-Jimena-Torres	rbio1.3	8	6	287,969	320
P-Jimena-Torres	rbio1.3	8	7	511,944	640
P-Jimena-Torres	rbio1.3	8	8	837,727	640
P-Jimena-Torres	rbio2.8	6	1	9,919	10
P-Jimena-Torres	rbio2.8	6	2	19,523	20
P-Jimena-Torres	rbio2.8	6	3	37,766	40
P-Jimena-Torres	rbio2.8	6	4	70,885	80
P-Jimena-Torres	rbio2.8	6	5	126,233	160
P-Jimena-Torres	rbio2.8	6	6	209,432	160
P-Jimena-Torres	rbio3.1	9	1	9,995	10
P-Jimena-Torres	rbio3.1	9	2	19,946	20
P-Jimena-Torres	rbio3.1	9	3	39,720	40
P-Jimena-Torres	rbio3.1	9	4	78,761	80
P-Jimena-Torres	rbio3.1	9	5	156,186	160
P-Jimena-Torres	rbio3.1	9	6	307,167	320
P-Jimena-Torres	rbio3.1	9	7	575,938	640
P-Jimena-Torres	rbio3.1	9	8	1023,889	1280
P-Jimena-Torres	rbio3.1	9	9	1843,000	1280
P-Jimena-Torres	rbio3.7	6	1	9,930	10
P-Jimena-Torres	rbio3.7	6	2	19,565	20
P-Jimena-Torres	rbio3.7	6	3	38,079	40
P-Jimena-Torres	rbio3.7	6	4	71,992	80
P-Jimena-Torres	rbio3.7	6	5	129,789	160
P-Jimena-Torres	rbio3.7	6	6	219,405	160
P-Jimena-Torres	rbio3.9	6	1	9,909	10
P-Jimena-Torres	rbio3.9	6	2	19,441	20
P-Jimena-Torres	rbio3.9	6	3	37,459	40
P-Jimena-Torres	rbio3.9	6	4	69,811	80
P-Jimena-Torres	rbio3.9	6	5	122,867	160
P-Jimena-Torres	rbio3.9	6	6	200,326	160
P-Jimena-Torres	rbio5.5	6	1	9,909	10
P-Jimena-Torres	rbio5.5	6	2	19,441	20
P-Jimena-Torres	rbio5.5	6	3	37,459	40
P-Jimena-Torres	rbio5.5	6	4	69,811	80
P-Jimena-Torres	rbio5.5	6	5	122,867	160
P-Jimena-Torres	rbio5.5	6	6	200,326	160
P-Jimena-Torres	sym2	9	1	9,995	10
P-Jimena-Torres	sym2	9	2	19,946	20
P-Jimena-Torres	sym2	9	3	39,720	40
P-Jimena-Torres	sym2	9	4	78,761	80
P-Jimena-Torres	sym2	9	5	156,186	160
P-Jimena-Torres	sym2	9	6	307,167	320
P-Jimena-Torres	sym2	9	7	575,938	640
P-Jimena-Torres	sym2	9	8	1023,889	1280
P-Jimena-Torres	sym2	9	9	1843,000	1280
P-Jimena-Torres	sym5	7	1	9,962	10
P-Jimena-Torres	sym5	7	2	19,775	20

P-Jimena-Torres	sym5	7	3	38,882	40
P-Jimena-Torres	sym5	7	4	75,533	80
P-Jimena-Torres	sym5	7	5	141,769	160
P-Jimena-Torres	sym5	7	6	255,972	320
P-Jimena-Torres	sym5	7	7	418,864	320
P-Jimena-Torres	sym18	5	1	9,824	10
P-Jimena-Torres	sym18	5	2	18,961	20
P-Jimena-Torres	sym18	5	3	35,442	40
P-Jimena-Torres	sym18	5	4	62,687	80
P-Jimena-Torres	sym18	5	5	102,389	80
P-Jimena-Torres	sym27	5	1	9,731	10
P-Jimena-Torres	sym27	5	2	18,467	20
P-Jimena-Torres	sym27	5	3	33,509	40
P-Jimena-Torres	sym27	5	4	56,534	40
P-Jimena-Torres	sym27	5	5	86,122	80
P-Jimena-Torres	sym34	4	1	9,659	10
P-Jimena-Torres	sym34	4	2	18,069	20
P-Jimena-Torres	sym34	4	3	31,997	40
P-Jimena-Torres	sym34	4	4	52,062	40
P-Pegalajar-Central	bior1.3	7	1	9,968	10
P-Pegalajar-Central	bior1.3	7	2	19,808	20
P-Pegalajar-Central	bior1.3	7	3	39,114	40
P-Pegalajar-Central	bior1.3	7	4	76,296	80
P-Pegalajar-Central	bior1.3	7	5	147,143	160
P-Pegalajar-Central	bior1.3	7	6	268,696	320
P-Pegalajar-Central	bior1.3	7	7	475,385	320
P-Pegalajar-Central	bior2.2	7	1	9,968	10
P-Pegalajar-Central	bior2.2	7	2	19,808	20
P-Pegalajar-Central	bior2.2	7	3	39,114	40
P-Pegalajar-Central	bior2.2	7	4	76,296	80
P-Pegalajar-Central	bior2.2	7	5	147,143	160
P-Pegalajar-Central	bior2.2	7	6	268,696	320
P-Pegalajar-Central	bior2.2	7	7	475,385	320
P-Pegalajar-Central	bior2.8	6	1	9,872	10
P-Pegalajar-Central	bior2.8	6	2	19,252	20
P-Pegalajar-Central	bior2.8	6	3	36,786	40
P-Pegalajar-Central	bior2.8	6	4	67,174	80
P-Pegalajar-Central	bior2.8	6	5	114,444	80
P-Pegalajar-Central	bior2.8	6	6	176,571	160
P-Pegalajar-Central	bior3.1	8	1	9,984	10
P-Pegalajar-Central	bior3.1	8	2	19,935	20
P-Pegalajar-Central	bior3.1	8	3	39,615	40
P-Pegalajar-Central	bior3.1	8	4	78,228	80
P-Pegalajar-Central	bior3.1	8	5	154,500	160
P-Pegalajar-Central	bior3.1	8	6	294,286	320
P-Pegalajar-Central	bior3.1	8	7	561,818	640
P-Pegalajar-Central	bior3.1	8	8	1030,000	1280

P-Pegalajar-Central	bior3.7	6	1	9,888	10
P-Pegalajar-Central	bior3.7	6	2	19,373	20
P-Pegalajar-Central	bior3.7	6	3	37,229	40
P-Pegalajar-Central	bior3.7	6	4	68,667	80
P-Pegalajar-Central	bior3.7	6	5	118,846	80
P-Pegalajar-Central	bior3.7	6	6	187,273	160
P-Pegalajar-Central	bior5.5	6	1	9,920	10
P-Pegalajar-Central	bior5.5	6	2	19,557	20
P-Pegalajar-Central	bior5.5	6	3	37,914	40
P-Pegalajar-Central	bior5.5	6	4	71,860	80
P-Pegalajar-Central	bior5.5	6	5	128,750	160
P-Pegalajar-Central	bior5.5	6	6	213,103	160
P-Pegalajar-Central	coif1	7	1	9,968	10
P-Pegalajar-Central	coif1	7	2	19,808	20
P-Pegalajar-Central	coif1	7	3	39,114	40
P-Pegalajar-Central	coif1	7	4	76,296	80
P-Pegalajar-Central	coif1	7	5	147,143	160
P-Pegalajar-Central	coif1	7	6	268,696	320
P-Pegalajar-Central	coif1	7	7	475,385	320
P-Pegalajar-Central	coif3	6	1	9,872	10
P-Pegalajar-Central	coif3	6	2	19,252	20
P-Pegalajar-Central	coif3	6	3	36,786	40
P-Pegalajar-Central	coif3	6	4	67,174	80
P-Pegalajar-Central	coif3	6	5	114,444	80
P-Pegalajar-Central	coif3	6	6	176,571	160
P-Pegalajar-Central	coif5	5	1	9,778	10
P-Pegalajar-Central	coif5	5	2	18,727	20
P-Pegalajar-Central	coif5	5	3	34,525	40
P-Pegalajar-Central	coif5	5	4	60,000	80
P-Pegalajar-Central	coif5	5	5	95,077	80
P-Pegalajar-Central	db1	10	1	10,000	10
P-Pegalajar-Central	db1	10	2	20,000	20
P-Pegalajar-Central	db1	10	3	40,130	40
P-Pegalajar-Central	db1	10	4	80,260	80
P-Pegalajar-Central	db1	10	5	162,632	160
P-Pegalajar-Central	db1	10	6	325,263	320
P-Pegalajar-Central	db1	10	7	686,667	640
P-Pegalajar-Central	db1	10	8	1545,000	1280
P-Pegalajar-Central	db1	10	9	3090,000	2560
P-Pegalajar-Central	db1	10	10	6180,000	5120
P-Pegalajar-Central	db6	6	1	9,920	10
P-Pegalajar-Central	db6	6	2	19,557	20
P-Pegalajar-Central	db6	6	3	37,914	40
P-Pegalajar-Central	db6	6	4	71,860	80
P-Pegalajar-Central	db6	6	5	128,750	160
P-Pegalajar-Central	db6	6	6	213,103	160
P-Pegalajar-Central	db12	5	1	9,825	10

P-Pegalajar-Central	db12	5	2	19,015	20
P-Pegalajar-Central	db12	5	3	35,723	40
P-Pegalajar-Central	db12	5	4	63,711	80
P-Pegalajar-Central	db12	5	5	104,746	80
P-Pegalajar-Central	db25	4	1	9,626	10
P-Pegalajar-Central	db25	4	2	17,913	20
P-Pegalajar-Central	db25	4	3	31,531	40
P-Pegalajar-Central	db25	4	4	50,656	40
P-Pegalajar-Central	db36	4	1	9,464	10
P-Pegalajar-Central	db36	4	2	17,119	20
P-Pegalajar-Central	db36	4	3	28,744	20
P-Pegalajar-Central	db36	4	4	43,521	40
P-Pegalajar-Central	db45	3	1	9,349	10
P-Pegalajar-Central	db45	3	2	16,568	20
P-Pegalajar-Central	db45	3	3	26,987	20
P-Pegalajar-Central	dmey	3	1	9,251	10
P-Pegalajar-Central	dmey	3	2	16,094	20
P-Pegalajar-Central	dmey	3	3	25,537	20
P-Pegalajar-Central	rbio1.3	7	1	9,968	10
P-Pegalajar-Central	rbio1.3	7	2	19,808	20
P-Pegalajar-Central	rbio1.3	7	3	39,114	40
P-Pegalajar-Central	rbio1.3	7	4	76,296	80
P-Pegalajar-Central	rbio1.3	7	5	147,143	160
P-Pegalajar-Central	rbio1.3	7	6	268,696	320
P-Pegalajar-Central	rbio1.3	7	7	475,385	320
P-Pegalajar-Central	rbio2.8	6	1	9,872	10
P-Pegalajar-Central	rbio2.8	6	2	19,252	20
P-Pegalajar-Central	rbio2.8	6	3	36,786	40
P-Pegalajar-Central	rbio2.8	6	4	67,174	80
P-Pegalajar-Central	rbio2.8	6	5	114,444	80
P-Pegalajar-Central	rbio2.8	6	6	176,571	160
P-Pegalajar-Central	rbio3.1	8	1	9,984	10
P-Pegalajar-Central	rbio3.1	8	2	19,935	20
P-Pegalajar-Central	rbio3.1	8	3	39,615	40
P-Pegalajar-Central	rbio3.1	8	4	78,228	80
P-Pegalajar-Central	rbio3.1	8	5	154,500	160
P-Pegalajar-Central	rbio3.1	8	6	294,286	320
P-Pegalajar-Central	rbio3.1	8	7	561,818	640
P-Pegalajar-Central	rbio3.1	8	8	1030,000	1280
P-Pegalajar-Central	rbio3.7	6	1	9,888	10
P-Pegalajar-Central	rbio3.7	6	2	19,373	20
P-Pegalajar-Central	rbio3.7	6	3	37,229	40
P-Pegalajar-Central	rbio3.7	6	4	68,667	80
P-Pegalajar-Central	rbio3.7	6	5	118,846	80
P-Pegalajar-Central	rbio3.7	6	6	187,273	160
P-Pegalajar-Central	rbio3.9	6	1	9,856	10
P-Pegalajar-Central	rbio3.9	6	2	19,193	20

P-Pegalajar-Central	rbio3.9	6	3	36,353	40
P-Pegalajar-Central	rbio3.9	6	4	65,745	80
P-Pegalajar-Central	rbio3.9	6	5	110,357	80
P-Pegalajar-Central	rbio3.9	6	6	167,027	160
P-Pegalajar-Central	rbio5.5	6	1	9,856	10
P-Pegalajar-Central	rbio5.5	6	2	19,193	20
P-Pegalajar-Central	rbio5.5	6	3	36,353	40
P-Pegalajar-Central	rbio5.5	6	4	65,745	80
P-Pegalajar-Central	rbio5.5	6	5	110,357	80
P-Pegalajar-Central	rbio5.5	6	6	167,027	160
P-Pegalajar-Central	sym2	8	1	9,984	10
P-Pegalajar-Central	sym2	8	2	19,935	20
P-Pegalajar-Central	sym2	8	3	39,615	40
P-Pegalajar-Central	sym2	8	4	78,228	80
P-Pegalajar-Central	sym2	8	5	154,500	160
P-Pegalajar-Central	sym2	8	6	294,286	320
P-Pegalajar-Central	sym2	8	7	561,818	640
P-Pegalajar-Central	sym2	8	8	1030,000	1280
P-Pegalajar-Central	sym5	7	1	9,936	10
P-Pegalajar-Central	sym5	7	2	19,619	20
P-Pegalajar-Central	sym5	7	3	38,385	40
P-Pegalajar-Central	sym5	7	4	73,571	80
P-Pegalajar-Central	sym5	7	5	134,348	160
P-Pegalajar-Central	sym5	7	6	228,889	160
P-Pegalajar-Central	sym5	7	7	363,529	320
P-Pegalajar-Central	sym18	5	1	9,732	10
P-Pegalajar-Central	sym18	5	2	18,503	20
P-Pegalajar-Central	sym18	5	3	33,587	40
P-Pegalajar-Central	sym18	5	4	56,697	40
P-Pegalajar-Central	sym18	5	5	87,042	80
P-Pegalajar-Central	sym27	4	1	9,596	10
P-Pegalajar-Central	sym27	4	2	17,759	20
P-Pegalajar-Central	sym27	4	3	30,900	40
P-Pegalajar-Central	sym27	4	4	49,048	40
P-Pegalajar-Central	sym34	4	1	9,493	10
P-Pegalajar-Central	sym34	4	2	17,263	20
P-Pegalajar-Central	sym34	4	3	29,151	20
P-Pegalajar-Central	sym34	4	4	44,460	40
P-SierraPeñaDelAguila	bior1.3	9	1	9,985	10
P-SierraPeñaDelAguila	bior1.3	9	2	19,926	20
P-SierraPeñaDelAguila	bior1.3	9	3	39,618	40
P-SierraPeñaDelAguila	bior1.3	9	4	78,314	80
P-SierraPeñaDelAguila	bior1.3	9	5	153,068	160
P-SierraPeñaDelAguila	bior1.3	9	6	292,826	320
P-SierraPeñaDelAguila	bior1.3	9	7	538,800	640
P-SierraPeñaDelAguila	bior1.3	9	8	962,143	1280
P-SierraPeñaDelAguila	bior1.3	9	9	1496,667	1280

P-SierraPeñaDelAguila	bior2.2	9	1	9,985	10
P-SierraPeñaDelAguila	bior2.2	9	2	19,926	20
P-SierraPeñaDelAguila	bior2.2	9	3	39,618	40
P-SierraPeñaDelAguila	bior2.2	9	4	78,314	80
P-SierraPeñaDelAguila	bior2.2	9	5	153,068	160
P-SierraPeñaDelAguila	bior2.2	9	6	292,826	320
P-SierraPeñaDelAguila	bior2.2	9	7	538,800	640
P-SierraPeñaDelAguila	bior2.2	9	8	962,143	1280
P-SierraPeñaDelAguila	bior2.2	9	9	1496,667	1280
P-SierraPeñaDelAguila	bior2.8	7	1	9,941	10
P-SierraPeñaDelAguila	bior2.8	7	2	19,664	20
P-SierraPeñaDelAguila	bior2.8	7	3	38,486	40
P-SierraPeñaDelAguila	bior2.8	7	4	73,607	80
P-SierraPeñaDelAguila	bior2.8	7	5	136,061	160
P-SierraPeñaDelAguila	bior2.8	7	6	236,316	160
P-SierraPeñaDelAguila	bior2.8	7	7	374,167	320
P-SierraPeñaDelAguila	bior3.1	9	1	9,993	10
P-SierraPeñaDelAguila	bior3.1	9	2	19,956	20
P-SierraPeñaDelAguila	bior3.1	9	3	39,852	40
P-SierraPeñaDelAguila	bior3.1	9	4	79,235	80
P-SierraPeñaDelAguila	bior3.1	9	5	156,628	160
P-SierraPeñaDelAguila	bior3.1	9	6	306,136	320
P-SierraPeñaDelAguila	bior3.1	9	7	585,652	640
P-SierraPeñaDelAguila	bior3.1	9	8	1122,500	1280
P-SierraPeñaDelAguila	bior3.1	9	9	1924,286	2560
P-SierraPeñaDelAguila	bior3.7	7	1	9,948	10
P-SierraPeñaDelAguila	bior3.7	7	2	19,693	20
P-SierraPeñaDelAguila	bior3.7	7	3	38,596	40
P-SierraPeñaDelAguila	bior3.7	7	4	74,420	80
P-SierraPeñaDelAguila	bior3.7	7	5	138,866	160
P-SierraPeñaDelAguila	bior3.7	7	6	244,909	320
P-SierraPeñaDelAguila	bior3.7	7	7	396,177	320
P-SierraPeñaDelAguila	bior5.5	7	1	9,963	10
P-SierraPeñaDelAguila	bior5.5	7	2	19,780	20
P-SierraPeñaDelAguila	bior5.5	7	3	39,043	40
P-SierraPeñaDelAguila	bior5.5	7	4	76,102	80
P-SierraPeñaDelAguila	bior5.5	7	5	144,839	160
P-SierraPeñaDelAguila	bior5.5	7	6	264,118	320
P-SierraPeñaDelAguila	bior5.5	7	7	449,000	320
P-SierraPeñaDelAguila	coif1	9	1	9,985	10
P-SierraPeñaDelAguila	coif1	9	2	19,926	20
P-SierraPeñaDelAguila	coif1	9	3	39,618	40
P-SierraPeñaDelAguila	coif1	9	4	78,314	80
P-SierraPeñaDelAguila	coif1	9	5	153,068	160
P-SierraPeñaDelAguila	coif1	9	6	292,826	320
P-SierraPeñaDelAguila	coif1	9	7	538,800	640
P-SierraPeñaDelAguila	coif1	9	8	962,143	1280

P-SierraPeñaDelAguila	coif1	9	9	1496,667	1280
P-SierraPeñaDelAguila	coif3	7	1	9,941	10
P-SierraPeñaDelAguila	coif3	7	2	19,664	20
P-SierraPeñaDelAguila	coif3	7	3	38,486	40
P-SierraPeñaDelAguila	coif3	7	4	73,607	80
P-SierraPeñaDelAguila	coif3	7	5	136,061	160
P-SierraPeñaDelAguila	coif3	7	6	236,316	160
P-SierraPeñaDelAguila	coif3	7	7	374,167	320
P-SierraPeñaDelAguila	coif5	6	1	9,897	10
P-SierraPeñaDelAguila	coif5	6	2	19,409	20
P-SierraPeñaDelAguila	coif5	6	3	37,313	40
P-SierraPeñaDelAguila	coif5	6	4	69,433	80
P-SierraPeñaDelAguila	coif5	6	5	121,351	160
P-SierraPeñaDelAguila	coif5	6	6	195,217	160
P-SierraPeñaDelAguila	db1	11	1	10,000	10
P-SierraPeñaDelAguila	db1	11	2	20,015	20
P-SierraPeñaDelAguila	db1	11	3	40,089	40
P-SierraPeñaDelAguila	db1	11	4	80,179	80
P-SierraPeñaDelAguila	db1	11	5	160,357	160
P-SierraPeñaDelAguila	db1	11	6	320,714	320
P-SierraPeñaDelAguila	db1	11	7	641,429	640
P-SierraPeñaDelAguila	db1	11	8	1347,000	1280
P-SierraPeñaDelAguila	db1	11	9	2694,000	2560
P-SierraPeñaDelAguila	db1	11	10	6735,000	5120
P-SierraPeñaDelAguila	db1	11	11	13470,000	5120
P-SierraPeñaDelAguila	db6	7	1	9,963	10
P-SierraPeñaDelAguila	db6	7	2	19,780	20
P-SierraPeñaDelAguila	db6	7	3	39,043	40
P-SierraPeñaDelAguila	db6	7	4	76,102	80
P-SierraPeñaDelAguila	db6	7	5	144,839	160
P-SierraPeñaDelAguila	db6	7	6	264,118	320
P-SierraPeñaDelAguila	db6	7	7	449,000	320
P-SierraPeñaDelAguila	db12	6	1	9,919	10
P-SierraPeñaDelAguila	db12	6	2	19,522	20
P-SierraPeñaDelAguila	db12	6	3	37,837	40
P-SierraPeñaDelAguila	db12	6	4	71,270	80
P-SierraPeñaDelAguila	db12	6	5	128,286	160
P-SierraPeñaDelAguila	db12	6	6	213,810	160
P-SierraPeñaDelAguila	db25	5	1	9,825	10
P-SierraPeñaDelAguila	db25	5	2	18,999	20
P-SierraPeñaDelAguila	db25	5	3	35,635	40
P-SierraPeñaDelAguila	db25	5	4	63,239	80
P-SierraPeñaDelAguila	db25	5	5	103,615	80
P-SierraPeñaDelAguila	db36	5	1	9,747	10
P-SierraPeñaDelAguila	db36	5	2	18,554	20
P-SierraPeñaDelAguila	db36	5	3	33,844	40
P-SierraPeñaDelAguila	db36	5	4	57,564	40

P-SierraPeñaDelAguila	db36	5	5	88,618	80
P-SierraPeñaDelAguila	db45	4	1	9,691	10
P-SierraPeñaDelAguila	db45	4	2	18,252	20
P-SierraPeñaDelAguila	db45	4	3	32,694	40
P-SierraPeñaDelAguila	db45	4	4	54,096	40
P-SierraPeñaDelAguila	dmey	4	1	9,642	10
P-SierraPeñaDelAguila	dmey	4	2	18,008	20
P-SierraPeñaDelAguila	dmey	4	3	31,769	40
P-SierraPeñaDelAguila	dmey	4	4	51,412	40
P-SierraPeñaDelAguila	rbio1.3	9	1	9,985	10
P-SierraPeñaDelAguila	rbio1.3	9	2	19,926	20
P-SierraPeñaDelAguila	rbio1.3	9	3	39,618	40
P-SierraPeñaDelAguila	rbio1.3	9	4	78,314	80
P-SierraPeñaDelAguila	rbio1.3	9	5	153,068	160
P-SierraPeñaDelAguila	rbio1.3	9	6	292,826	320
P-SierraPeñaDelAguila	rbio1.3	9	7	538,800	640
P-SierraPeñaDelAguila	rbio1.3	9	8	962,143	1280
P-SierraPeñaDelAguila	rbio1.3	9	9	1496,667	1280
P-SierraPeñaDelAguila	rbio2.8	7	1	9,941	10
P-SierraPeñaDelAguila	rbio2.8	7	2	19,664	20
P-SierraPeñaDelAguila	rbio2.8	7	3	38,486	40
P-SierraPeñaDelAguila	rbio2.8	7	4	73,607	80
P-SierraPeñaDelAguila	rbio2.8	7	5	136,061	160
P-SierraPeñaDelAguila	rbio2.8	7	6	236,316	160
P-SierraPeñaDelAguila	rbio2.8	7	7	374,167	320
P-SierraPeñaDelAguila	rbio3.1	9	1	9,993	10
P-SierraPeñaDelAguila	rbio3.1	9	2	19,956	20
P-SierraPeñaDelAguila	rbio3.1	9	3	39,852	40
P-SierraPeñaDelAguila	rbio3.1	9	4	79,235	80
P-SierraPeñaDelAguila	rbio3.1	9	5	156,628	160
P-SierraPeñaDelAguila	rbio3.1	9	6	306,136	320
P-SierraPeñaDelAguila	rbio3.1	9	7	585,652	640
P-SierraPeñaDelAguila	rbio3.1	9	8	1122,500	1280
P-SierraPeñaDelAguila	rbio3.1	9	9	1924,286	2560
P-SierraPeñaDelAguila	rbio3.7	7	1	9,948	10
P-SierraPeñaDelAguila	rbio3.7	7	2	19,693	20
P-SierraPeñaDelAguila	rbio3.7	7	3	38,596	40
P-SierraPeñaDelAguila	rbio3.7	7	4	74,420	80
P-SierraPeñaDelAguila	rbio3.7	7	5	138,866	160
P-SierraPeñaDelAguila	rbio3.7	7	6	244,909	320
P-SierraPeñaDelAguila	rbio3.7	7	7	396,177	320
P-SierraPeñaDelAguila	rbio3.9	7	1	9,934	10
P-SierraPeñaDelAguila	rbio3.9	7	2	19,607	20
P-SierraPeñaDelAguila	rbio3.9	7	3	38,267	40
P-SierraPeñaDelAguila	rbio3.9	7	4	72,811	80
P-SierraPeñaDelAguila	rbio3.9	7	5	133,366	160
P-SierraPeñaDelAguila	rbio3.9	7	6	228,305	160

P-SierraPeñaDelAguila	rbio3.9	7	7	354,474	320
P-SierraPeñaDelAguila	rbio5.5	7	1	9,934	10
P-SierraPeñaDelAguila	rbio5.5	7	2	19,607	20
P-SierraPeñaDelAguila	rbio5.5	7	3	38,267	40
P-SierraPeñaDelAguila	rbio5.5	7	4	72,811	80
P-SierraPeñaDelAguila	rbio5.5	7	5	133,366	160
P-SierraPeñaDelAguila	rbio5.5	7	6	228,305	160
P-SierraPeñaDelAguila	rbio5.5	7	7	354,474	320
P-SierraPeñaDelAguila	sym2	9	1	9,993	10
P-SierraPeñaDelAguila	sym2	9	2	19,956	20
P-SierraPeñaDelAguila	sym2	9	3	39,852	40
P-SierraPeñaDelAguila	sym2	9	4	79,235	80
P-SierraPeñaDelAguila	sym2	9	5	156,628	160
P-SierraPeñaDelAguila	sym2	9	6	306,136	320
P-SierraPeñaDelAguila	sym2	9	7	585,652	640
P-SierraPeñaDelAguila	sym2	9	8	1122,500	1280
P-SierraPeñaDelAguila	sym2	9	9	1924,286	2560
P-SierraPeñaDelAguila	sym5	8	1	9,970	10
P-SierraPeñaDelAguila	sym5	8	2	19,838	20
P-SierraPeñaDelAguila	sym5	8	3	39,271	40
P-SierraPeñaDelAguila	sym5	8	4	76,971	80
P-SierraPeñaDelAguila	sym5	8	5	148,022	160
P-SierraPeñaDelAguila	sym5	8	6	274,898	320
P-SierraPeñaDelAguila	sym5	8	7	481,071	640
P-SierraPeñaDelAguila	sym5	8	8	748,333	640
P-SierraPeñaDelAguila	sym18	6	1	9,875	10
P-SierraPeñaDelAguila	sym18	6	2	19,270	20
P-SierraPeñaDelAguila	sym18	6	3	36,803	40
P-SierraPeñaDelAguila	sym18	6	4	67,350	80
P-SierraPeñaDelAguila	sym18	6	5	115,128	80
P-SierraPeñaDelAguila	sym18	6	6	179,600	160
P-SierraPeñaDelAguila	sym27	5	1	9,811	10
P-SierraPeñaDelAguila	sym27	5	2	18,919	20
P-SierraPeñaDelAguila	sym27	5	3	35,262	40
P-SierraPeñaDelAguila	sym27	5	4	62,074	80
P-SierraPeñaDelAguila	sym27	5	5	100,522	80
P-SierraPeñaDelAguila	sym34	5	1	9,761	10
P-SierraPeñaDelAguila	sym34	5	2	18,631	20
P-SierraPeñaDelAguila	sym34	5	3	34,188	40
P-SierraPeñaDelAguila	sym34	5	4	58,565	40
P-SierraPeñaDelAguila	sym34	5	5	91,014	80

A-1102								
	3,000	4,000	5,000	6,000	7,000	8,000	9,000	10,000
39,683	78,568	154,802	300,673	558,393	977,188	1563,500	3127,000	
39,683	78,568	154,802	300,673	558,393	977,188	1563,500	5211,667	
38,701	74,452	138,363	244,297	390,875	1116,786	1954,375	3127,000	
39,885	79,365	157,929	312,700	601,346	710,682	1563,500	3127,000	
38,797	75,168	140,856	252,177	411,447	977,188	2605,833		
39,185	76,642	146,122	269,569	459,853	1302,917	1563,500		
39,683	78,568	154,802	300,673	558,393	710,682	1954,375		
38,701	74,452	138,363	244,297	390,875	977,188	1954,375		
37,675	70,747	126,089	205,724	651,458	1116,786			
40,090	80,179	161,186	325,729	459,853	1116,786			
39,185	76,642	146,122	269,569	339,891	781,750			
38,134	72,384	131,387	223,357	558,393				
36,192	65,146	108,576	300,673	390,875				
34,591	59,904	94,758	244,297	601,346				
33,552	56,649	86,381	312,700	411,447				
32,709	54,100	154,802	252,177	372,262				
39,683	78,568	138,363	236,894	372,262				
38,701	74,452	157,929	236,894	601,346				
39,885	79,365	140,856	312,700	488,594				
38,797	75,168	135,957	279,196					
38,510	73,750	135,957	190,671					
38,510	73,750	157,929						
39,885	79,365	148,905						
39,383	77,401	120,269						
37,226	68,877	105,642						
35,860	64,078	97,112						
34,900	60,837							
Media	38,066	72,487	135,933	267,411	483,016	978,649	1840,370	3648,167
Desv. Típica	2,074	7,495	21,580	38,531	98,585	185,684	364,800	1042,334
Coef. Variación	0,054	0,103	0,159	0,144	0,204	0,190	0,198	0,286
Amplitud Rango	7,381	26,079	74,804	135,059	311,567	592,235	1042,333	2084,667

A-311								
	3,000	4,000	5,000	6,000	7,000	8,000	9,000	10,000
39,229	77,135	149,239	274,600	490,357	762,778	3432,500	6865,000	
39,229	77,135	149,239	274,600	490,357	762,778			
37,108	68,650	118,362	185,541	572,083	980,714			
39,682	78,908	156,023	298,478	490,357	762,778			
37,514	70,051	122,589	196,143	686,500	1373,000			
38,139	72,263	132,019	221,452	490,357	762,778			
39,229	77,135	149,239	274,600	572,083	980,714			
37,108	68,650	118,362	185,541	572,083	980,714			
35,026	61,295	98,071	326,905	381,389				
40,146	80,765	163,452	221,452					
38,139	72,263	132,019	274,600					
36,132	64,764	107,266	185,541					
32,230	52,808	149,239	298,478					
29,591	45,464	118,362	196,143					
27,907	77,135	156,023	176,026					
26,506	68,650	122,589	176,026					
39,229	78,908	114,417	298,478					
37,108	70,051	114,417	236,724					
39,682	67,304	156,023						
37,514	67,304	137,300						
36,711	78,908	91,533						
36,711	73,817							
39,682	58,675							
38,567	51,231							
34,154	46,701							
31,636								
29,978								
Media	36,070	68,239	131,228	238,963	527,285	920,782	3432,500	6865,000
Desv. Típica	3,898	10,306	20,831	50,996	85,228	212,179	#DIV/0!	#DIV/0!
Coef. Variación	0,108	0,151	0,159	0,213	0,162	0,230	#DIV/0!	#DIV/0!
Amplitud Rango	13,640	35,301	71,919	150,879	305,111	610,222	0,000	0,000

			A-316					
	3,000	4,000	5,000	6,000	7,000	8,000	9,000	10,000
	39,702	78,839	155,467	302,455	573,621	1039,688	1663,500	3327,000
	39,702	78,839	155,467	302,455	573,621	1039,688	1663,500	5545,000
	38,776	74,932	139,790	248,284	405,732	1188,214	2079,375	3327,000
	39,892	79,593	158,429	313,868	616,111	756,136	1663,500	3327,000
	38,867	75,271	142,180	255,923	426,539	1039,688	2772,500	
	39,233	76,659	147,212	272,705	475,286	1386,250	1663,500	
	39,702	78,839	155,467	302,455	573,621	756,136	2079,375	
	38,776	74,932	139,790	248,284	405,732	1039,688	2079,375	
	37,807	71,090	126,985	210,570	665,400	1188,214		
	40,084	80,362	161,505	326,177	475,286	1188,214		
	39,233	76,659	147,212	272,705	353,936	831,750		
	38,241	72,961	133,080	227,877	573,621			
	36,400	66,012	110,900	168,030	405,732			
	34,874	60,934	97,281	302,455	616,111			
	33,880	57,760	88,957	248,284	426,539			
	33,072	55,266	83,175	313,868	386,861			
	39,702	78,839	155,467	255,923	386,861			
	38,776	74,932	139,790	241,087	616,111			
	39,892	79,593	158,429	241,087	504,091			
	38,867	75,271	142,180	313,868				
	38,596	74,263	137,479	281,949				
	38,596	74,263	137,479	195,706				
	39,892	79,593	158,429					
	39,419	77,372	149,865					
	37,382	69,603	122,316					
	36,085	64,980	108,020					
	35,169		99,611					
Media	38,171	73,372	135,258	265,728	497,937	1041,242	1958,078	3881,500
Desv. Típica	1,968	6,953	22,992	42,317	98,609	197,560	388,132	1109,000
Coef. Variación	0,052	0,095	0,170	0,159	0,198	0,190	0,198	0,286
Amplitud Rango	7,013	25,097	78,330	158,146	311,464	630,114	1109,000	2218,000

	A-316A							
	3,000	4,000	5,000	6,000	7,000	8,000	9,000	10,000
	39,366	77,639	149,732	279,500	493,235	838,500	1677,000	8385,000
	39,366	77,639	149,732	279,500	493,235	838,500	2795,000	
	37,601	70,462	125,149	204,512	559,000	1048,125	1677,000	
	39,739	79,104	155,278	299,464	364,565	838,500	1677,000	
	37,941	71,667	129,000	215,000	493,235	1397,500		
	38,463	73,553	135,242	232,917	645,000	838,500		
	39,366	77,639	149,732	279,500	364,565	1048,125		
	37,601	70,462	125,149	204,512	493,235	1048,125		
	35,833	64,008	106,139	322,500	559,000			
	40,120	80,625	161,250	232,917	559,000			
	38,463	73,553	135,242	178,404	399,286			
	36,776	67,080	114,863	279,500				
	33,406	56,275	85,561	204,512				
	31,056	49,324	149,732	299,464				
	29,525	45,324	125,149	215,000				
	28,232	42,348	155,278	195,000				
	39,366	77,639	129,000	195,000				
	37,601	70,462	121,522	299,464				
	39,739	79,104	121,522	246,618				
	37,941	71,667	155,278					
	37,267	69,298	139,750					
	37,267	69,298	98,647					
	39,739	79,104						
	38,819	74,866						
	35,084	61,654						
	32,882	54,804						
	31,404	50,512						
Media	36,665	67,967	132,634	245,436	493,032	986,984	1956,500	8385,000
Desv. Típica	3,377	11,187	20,025	44,790	88,287	195,641	559,000	#iDIV/O!
Coef. Variación	0,092	0,165	0,151	0,182	0,179	0,198	0,286	#iDIV/O!
Amplitud Rango	11,887	38,277	75,689	144,096	280,435	559,000	1118,000	0,000

A-320								
3,000	4,000	5,000	6,000	7,000	8,000	9,000	10,000	
39,625	78,542	153,430	293,222	549,792	942,500	1466,111	6597,500	
39,625	78,542	153,430	293,222	549,792	942,500	1466,111		
38,469	73,715	136,031	235,625	366,528	1099,583	1885,000		
39,864	79,488	157,083	306,861	599,773	942,500	1466,111		
38,582	74,129	137,448	239,909	388,088	1319,500	2639,000		
39,038	75,833	143,424	258,726	439,833	942,500	1466,111		
39,625	78,542	153,430	293,222	549,792	1099,583	1885,000		
38,469	73,715	136,031	235,625	366,528	1099,583	1885,000		
37,274	69,084	121,055	194,044	659,750	733,056			
40,106	80,457	160,915	321,829	439,833				
39,038	75,833	143,424	258,726	549,792				
37,808	71,324	128,107	212,823	366,528				
35,566	63,134	103,086	293,222	599,773				
33,747	57,370	87,967	235,625	388,088				
32,580	53,857	153,430	306,861	347,237				
31,643	51,143	136,031	239,909	347,237				
39,625	78,542	157,083	227,500	599,773				
38,469	73,715	137,448	227,500	471,250				
39,864	79,488	133,283	306,861					
38,582	74,129	133,283	269,286					
38,246	72,901	157,083	178,311					
38,246	72,901	146,611						
39,864	79,488	114,739						
39,271	76,715	99,962						
36,755	67,321	90,377						
35,187	61,948							
34,096	58,385							
Media	37,751	71,490	134,968	258,519	476,632	1013,478	1769,806	6597,500
Desv. Típica	2,386	8,433	21,304	40,509	105,358	163,814	407,822	#iDIV/0!
Coef. Variación	0,063	0,118	0,158	0,157	0,221	0,162	0,230	#iDIV/0!
Amplitud Rango	8,464	29,314	72,948	143,519	312,513	586,444	1172,889	0,000

A-324								
3,000	4,000	5,000	6,000	7,000	8,000	9,000	10,000	
39,650	78,302	153,704	296,429	541,304	957,692	2075,000	6225,000	
39,650	78,302	153,704	296,429	541,304	957,692	3112,500		
38,308	73,235	133,871	230,556	355,714	1131,818	2075,000		
39,776	79,299	157,595	311,250	592,857	957,692	2075,000		
38,545	74,107	136,813	239,423	377,273	1383,333			
38,906	75,455	143,103	259,375	429,310	957,692			
39,650	78,302	153,704	296,429	541,304	1131,818			
38,308	73,235	133,871	230,556	355,714	1131,818			
37,164	68,785	119,712	188,636	655,263	732,353			
40,032	80,323	161,688	327,632	429,310				
38,906	75,455	143,103	259,375	541,304				
37,727	70,739	125,758	207,500	355,714				
35,269	62,250	100,403	296,429	592,857				
33,468	56,335	85,862	230,556	377,273				
32,254	52,754	153,704	311,250	336,487				
31,281	50,000	133,871	239,423	336,487				
39,650	78,302	157,595	222,321	592,857				
38,308	73,235	136,813	222,321	461,111				
39,776	79,299	131,053	311,250					
38,545	74,107	131,053	270,652					
38,073	72,384	157,595	172,917					
38,073	72,384	146,471						
39,776	79,299	113,182						
39,151	76,380	97,266						
36,510	66,578	88,298						
34,972	61,029							
33,740	57,373							
Media	37,610	71,009	133,992	258,129	467,414	1037,990	2334,375	6225,000
Desv. Típica	2,486	8,746	22,299	44,453	107,168	181,961	518,750	#iDIV/0!
Coef. Variación	0,066	0,123	0,166	0,172	0,229	0,175	0,222	#iDIV/0!
Amplitud Rango	8,751	30,323	75,826	154,715	318,777	650,980	1037,500	0,000

A-44								
3,000	4,000	5,000	6,000	7,000	8,000	9,000	10,000	
39,820	79,268	157,068	306,566	591,744	1106,304	1957,308	4240,833	
39,820	79,268	157,068	306,566	591,744	1106,304	1957,308	6361,250	
39,146	76,411	146,236	267,842	462,636	727,000	2313,182	4240,833	
39,945	79,765	159,031	314,136	620,610	1211,667	1957,308	4240,833	
39,267	76,873	147,936	273,602	480,094	771,061	2827,222		
39,511	77,813	151,458	285,899	519,286	877,414	1957,308		
39,820	79,268	157,068	306,566	591,744	1106,304	2313,182		
39,146	76,411	146,236	267,842	462,636	727,000	2313,182		
38,553	73,968	136,801	237,804	379,776	1339,211	1496,765		
40,008	80,016	160,031	322,089	652,436	877,414			
39,511	77,813	151,458	285,899	519,286	1106,304			
38,847	75,281	141,361	251,931	417,131	727,000			
37,530	70,096	124,122	201,944	591,744	1211,667			
36,506	66,436	112,589	171,926	462,636	771,061			
35,788	63,932	105,145	306,566	620,610	687,703			
35,194	61,910	99,784	267,842	480,094	687,703			
39,820	79,268	157,068	314,136	446,404	1211,667			
39,146	76,411	146,236	273,602	446,404	942,407			
39,945	79,765	159,031	262,320	620,610				
39,267	76,873	147,936	262,320	541,383				
39,086	76,183	144,574	314,136	348,562				
39,086	76,183	144,574	292,471					
39,945	79,765	159,031	227,188					
39,572	78,292	153,283	195,731					
38,263	72,908	133,220	176,701					
37,364	69,522	121,746						
36,717	67,137	114,617						
Media	38,764	75,068	142,026	267,745	516,551	955,288	2121,418	4770,937
Desv. Típica	1,356	5,178	17,691	44,071	87,244	219,027	371,887	1060,209
Coef. Variación	0,035	0,069	0,125	0,165	0,169	0,229	0,175	0,222
Amplitud Rango	4,814	18,106	60,247	150,163	303,874	651,508	1330,457	2120,417

JP-2332								
3,00	4,00	5,00	6,00	7,00	8,00	9,00	10,00	
39,11	76,22	145,00	270,23	457,31	990,83	2972,50	5945,00	
39,11	76,22	145,00	270,23	457,31	1486,25			
36,70	66,80	114,33	174,85	540,45	990,83			
39,63	78,22	152,44	297,25	457,31	990,83			
37,16	68,33	118,90	185,78	660,56				
37,87	71,63	129,24	212,32	457,31				
39,11	76,22	145,00	270,23	540,45				
36,70	66,80	114,33	174,85	540,45				
34,36	59,45	92,89	330,28	349,71				
40,17	80,34	160,68	212,32					
37,87	71,63	129,24	270,23					
35,60	63,24	102,50	174,85					
31,29	49,96	145,00	297,25					
28,44	42,77	114,33	185,78					
26,66	76,22	152,44	297,25					
25,19	66,80	118,90	228,65					
39,11	78,22	110,09						
36,70	68,33	110,09						
39,63	65,33	152,44						
37,16	65,33	135,11						
36,25	78,22	84,93						
36,25	73,40							
39,63	56,08							
38,35	48,33							
33,40	43,71							
30,64								
28,86								
Media	35,59	66,71	127,28	240,77	495,65	1114,69	2972,50	5945,00
Desv. Típica	4,30	11,08	21,41	52,85	86,89	247,71		
Coef. Variación	0,12	0,17	0,17	0,22	0,18	0,22		
Amplitud Rango	14,98	37,57	75,75	155,42	310,85	495,42	0,00	0,00

			JV- 2222				
3,000	4,000	5,000	6,000	7,000	8,000	9,000	10,000
39,630	78,429	154,433	299,600	554,815	998,667	1664,444	7490,000
39,630	78,429	154,433	299,600	554,815	998,667	1664,444	
38,608	74,158	137,431	241,613	384,103	1152,308	2140,000	
39,840	79,259	157,684	312,083	599,200	713,333	1664,444	
38,808	74,900	140,000	249,667	404,865	998,667	2996,000	
39,112	76,429	145,437	267,500	453,939	1361,818	1664,444	
39,630	78,429	154,433	299,600	554,815	713,333	2140,000	
38,608	74,158	137,431	241,613	384,103	998,667	2140,000	
37,544	70,329	124,833	202,432	651,304	1152,308		
40,053	80,107	161,075	325,652	453,939	1152,308		
39,112	76,429	145,437	267,500	332,889	788,421		
38,117	72,367	131,404	220,294	554,815			
36,010	64,569	107,000	299,600	384,103			
34,437	59,444	93,043	241,613	599,200			
33,363	56,105	85,114	312,083	404,865			
32,424	53,310	154,433	249,667	365,366			
39,630	78,429	137,431	234,063	365,366			
38,608	74,158	157,684	234,063	599,200			
39,840	79,259	140,000	312,083	483,226			
38,808	74,900	134,955	277,407				
38,410	73,431	134,955	187,250				
38,410	73,431	157,684					
39,840	79,259	148,317					
39,318	77,216	118,889					
37,079	68,402	104,028					
35,667	63,475	95,414					
34,676	60,161						
Media	37,971	72,184	135,115	265,475	478,154	1002,591	2009,222
Desv. Típica	2,137	7,679	22,029	39,537	100,683	202,376	462,991
Coef. Variación	0,056	0,106	0,163	0,149	0,211	0,202	0,230
Amplitud Rango	7,629	26,797	75,962	138,402	318,415	648,485	1331,556

JV-2223							
3,000	4,000	5,000	6,000	7,000	8,000	9,000	10,000
39,463	77,788	149,815	278,966	505,625	809,000	1618,000	8090,000
39,463	77,788	149,815	278,966	505,625	809,000	2696,667	
37,454	69,741	122,576	197,317	577,857	1011,250	1618,000	
39,657	78,544	155,577	299,630	367,727	809,000	1618,000	
37,804	70,965	126,406	207,436	505,625	1348,333		
38,341	73,545	134,833	231,143	674,167	809,000		
39,463	77,788	149,815	278,966	367,727	1011,250		
37,454	69,741	122,576	197,317	505,625	1011,250		
35,796	63,701	105,065	323,600	577,857			
40,050	80,099	161,800	231,143	577,857			
38,341	73,545	134,833	175,870	404,500			
36,606	66,860	113,944	278,966				
33,156	55,411	83,402	197,317				
30,760	48,735	149,815	299,630				
29,206	44,696	122,576	207,436				
27,993	41,701	155,577	188,140				
39,463	77,788	126,406	188,140				
37,454	69,741	118,971	299,630				
39,657	78,544	118,971	245,152				
37,804	70,965	155,577					
37,110	68,559	139,483					
37,110	68,559	97,470					
39,657	78,544						
38,708	74,907						
34,871	60,827						
32,753	54,295						
31,115	49,632						
Media	36,545	67,519	131,605	242,356	506,381	952,260	1887,667
Desv. Típica	3,464	11,358	20,894	47,659	96,078	188,758	539,334
Coef. Variación	0,095	0,168	0,159	0,197	0,190	0,198	0,286
Amplitud Rango	12,056	38,398	78,398	147,730	306,439	539,333	1078,667

	JV-2224							
	3,000	4,000	5,000	6,000	7,000	8,000	9,000	10,000
	39,195	76,629	148,261	272,800	487,143	757,778	3410,000	6820,000
	39,195	76,629	148,261	272,800	487,143	757,778		
	37,065	68,200	117,586	184,324	568,333	974,286		
	39,651	78,391	155,000	296,522	487,143	757,778		
	37,473	69,592	121,786	194,857	682,000	1364,000		
	38,101	72,553	131,154	220,000	487,143	757,778		
	39,195	76,629	148,261	272,800	568,333	974,286		
	37,065	68,200	117,586	184,324	568,333	974,286		
	34,974	61,441	98,841	324,762	378,889			
	40,118	80,235	162,381	220,000				
	38,101	72,553	131,154	272,800				
	36,085	64,952	108,254	184,324				
	32,170	52,462	148,261	296,522				
	29,524	45,467	117,586	194,857				
	27,837	76,629	155,000	174,872				
	26,434	68,200	121,786	174,872				
	39,195	78,391	113,667	296,522				
	37,065	69,592	113,667	235,172				
	39,651	66,863	155,000					
	37,473	66,863	136,400					
	36,667	78,391	90,933					
	36,667	74,130						
	39,651	58,291						
	38,531	50,896						
	34,100	46,395						
	31,574							
	29,912							
Media	36,025	67,943	130,515	237,396	523,829	914,746	3410,000	6820,000
Desv. Típica	3,911	10,233	20,489	50,661	84,669	210,788		
Coef. Variación	0,109	0,151	0,157	0,213	0,162	0,230		
Amplitud Rango	13,684	34,769	71,448	149,890	303,111	606,222	0,000	0,000

	JV-2225							
	3,000	4,000	5,000	6,000	7,000	8,000	9,000	10,000
	1.9983	9907,958	15,847	31,423	61,450	117,670	221,220	
	1.9983	9907,958	15,847	31,423	61,450	117,670	221,220	
	1.9903	9597,834	15,320	29,418	54,221	93,737	149,473	
	1.9993	9967,981	15,938	31,784	62,847	122,900	240,457	
	1.9923	9657,856	15,405	29,734	55,305	97,026	158,014	
	1.9943	9737,889	15,579	30,387	57,609	104,349	178,403	
	1.9983	9907,958	15,847	31,423	61,450	117,670	221,220	
	1.9903	9597,834	15,320	29,418	54,221	93,737	149,473	
	1.9833	9287,703	14,827	27,653	48,513	77,894	263,357	
	2,0004	0,0028,004	16,030	32,154	64,308	128,616	178,403	
	1.9943	9737,889	15,579	30,387	57,609	104,349	221,220	
	1.9873	9427,768	15,069	28,508	51,208	85,085	149,473	
	1.9703	8767,504	14,108	25,139	41,272	117,670	240,457	
	1.9573	8197,287	13,359	22,853	35,452	93,737	158,014	
	1.9473	7807,145	12,862	21,436	61,450	122,900	141,808	
	1.9393	7477,018	12,456	20,333	54,221	97,026	141,808	
	1.9983	9907,958	15,847	31,423	62,847	90,664	240,457	
	1.9903	9597,834	15,320	29,418	55,305	90,664	190,707	
	1.9993	9967,981	15,938	31,784	53,178	122,900		
	1.9923	9657,856	15,405	29,734	53,178	108,441		
	1.9893	9537,811	15,236	29,108	62,847	71,825		
	1.9893	9537,811	15,236	29,108	58,835			
	1.9993	9967,981	15,938	31,784	46,088			
	1.9953	9797,912	15,667	30,725	40,076			
	1.9793	9117,639	14,592	26,847	36,385			
	1.9683	8657,464	13,966	24,690				
	1.9593	8307,325	13,489	23,237				
Media	1.9853	9377,746	15,038	28,568	54,053	103,644	192,510	
Desv. Típica	0.0170	0,0710,275	1,009	3,417	7,947	16,257	41,083	
Coef. Variación	0.0090	0,0180,035	0,067	0,120	0,147	0,157	0,213	
Amplitud Rango	0.0610	2,550,985	3,574	11,821	28,856	56,792	121,549	

JV-2226								
3,000	4,000	5,000	6,000	7,000	8,000	9,000	10,000	
39,233	76,722	146,915	276,200	493,214	767,222	3452,500	6905,000	
39,233	76,722	146,915	276,200	493,214	767,222			
37,124	68,366	119,052	186,622	575,417	986,429			
39,684	78,466	153,444	300,217	493,214	767,222			
37,527	69,747	123,304	197,286	690,500	1381,000			
38,149	72,684	132,789	222,742	493,214	767,222			
39,233	76,722	146,915	276,200	575,417	986,429			
37,124	68,366	119,052	186,622	575,417	986,429			
35,051	61,652	98,643	328,810	383,611				
40,145	80,291	160,581	222,742					
38,149	72,684	132,789	276,200					
36,152	65,142	107,891	186,622					
32,266	52,710	146,915	300,217					
29,635	45,728	119,052	197,286					
27,955	76,722	153,444	177,051					
26,558	68,366	123,304	177,051					
39,233	78,466	115,083	300,217					
37,124	69,747	115,083	238,103					
39,684	67,039	153,444						
37,527	67,039	138,100						
36,729	78,466	90,855						
36,729	74,247							
39,684	58,517							
38,575	51,148							
34,183	46,655							
31,674								
30,022								
Media	36,088	68,097	130,646	240,355	530,358	926,147	3452,500	6905,000
Desv. Típica	3,882	10,171	19,621	51,293	85,725	213,415		
Coef. Variación	0,108	0,149	0,150	0,213	0,162	0,230		
Amplitud Rango	13,588	34,562	69,726	151,758	306,889	613,778	0,000	0,000

JV-3012								
3,000	4,000	5,000	6,000	7,000	8,000	9,000	10,000	
39,500	77,589	149,828	280,323	511,177	869,000	1738,000	8690,000	
39,500	77,589	149,828	280,323	511,177	869,000	2896,667		
37,619	70,650	125,942	206,905	579,333	1086,250	1738,000		
39,680	79,000	155,179	299,655	377,826	869,000	1738,000		
37,948	71,818	129,702	217,250	511,177	1448,333			
38,451	73,644	135,781	234,865	668,462	869,000			
39,500	77,589	149,828	280,323	377,826	1086,250			
37,619	70,650	125,942	206,905	511,177	1086,250			
36,058	64,851	107,284	321,852	579,333				
40,046	80,463	160,926	234,865	579,333				
38,451	73,644	135,781	181,042	413,810				
36,822	67,364	115,867	280,323					
33,552	56,797	86,900	206,905					
31,259	49,943	149,828	299,655					
29,760	45,979	125,942	217,250					
28,586	43,020	155,179	197,500					
39,500	77,589	129,702	197,500					
37,619	70,650	122,394	299,655					
39,680	79,000	122,394	248,286					
37,948	71,818	155,179						
37,296	69,520	140,161						
37,296	69,520	99,885						
39,680	79,000	83,558						
38,795	74,914							
35,182	62,071							
33,168	55,350							
31,600	51,118							
Media	36,745	68,190	131,000	246,915	510,966	1022,885	2027,667	8690,000
Desv. Típica	3,286	10,924	21,722	43,781	91,498	202,757	579,334	
Coef. Variación	0,089	0,160	0,166	0,177	0,179	0,198	0,286	
Amplitud Rango	11,461	37,443	77,368	140,810	290,635	579,333	1158,667	0,000

JV-3241								
3,000	4,000	5,000	6,000	7,000	8,000	9,000	10,000	
39,565	78,000	151,667	287,368	520,000	910,000	1820,000	5460,000	
39,565	78,000	151,667	287,368	520,000	910,000	2730,000		
38,049	72,318	131,566	222,857	341,250	1092,000	1820,000		
39,854	79,130	156,000	303,333	574,737	910,000	1820,000		
38,316	73,289	134,815	232,340	364,000	1365,000			
38,861	75,310	141,818	253,954	420,000	910,000			
39,565	78,000	151,667	287,368	520,000	1092,000			
38,049	72,318	131,566	222,857	341,250	1092,000			
36,768	67,407	114,947	179,016	642,353				
40,000	80,294	160,588	321,177	420,000				
38,861	75,310	141,818	253,954	520,000				
37,397	69,554	122,697	198,546	341,250				
34,667	60,331	95,789	287,368	574,737				
32,695	54,059	151,667	222,857	364,000				
31,379	50,323	131,566	303,333	574,737				
30,333	47,478	156,000	232,340	436,800				
39,565	78,000	134,815	214,118					
38,049	72,318	128,471	214,118					
39,854	79,130	128,471	303,333					
38,316	73,289	156,000	260,000					
37,917	71,373	143,684						
37,917	71,373	108,119						
39,854	79,130	92,542						
39,000	75,833	82,727						
36,159	65,000							
34,340	59,027							
33,091	55,152							
Media	37,333	70,028	133,361	254,380	467,195	1035,125	2047,500	5460,000
Desv. Típica	2,770	9,525	21,531	41,057	100,264	160,867	455,000	
Coef. Variación	0,074	0,136	0,161	0,161	0,215	0,155	0,222	
Amplitud Rango	9,667	32,816	77,861	142,160	301,103	455,000	910,000	0,000

JV-3242								
3,000	4,000	5,000	6,000	7,000	8,000	9,000	10,000	
39,570	77,863	150,859	283,971	508,158	877,727	1931,000	9655,000	
39,570	77,863	150,859	283,971	508,158	877,727	3218,333		
37,863	71,519	128,733	214,556	567,941	1072,778	1931,000		
39,733	79,139	155,726	301,719	344,821	877,727	1931,000		
38,162	72,594	132,260	224,535	386,200	1379,286			
38,620	74,269	137,929	241,375	508,158	877,727			
39,570	77,863	150,859	283,971	643,667	1072,778			
37,863	71,519	128,733	214,556	386,200	1072,778			
36,434	66,130	110,977	169,386	508,158				
40,062	80,458	160,917	321,833	567,941				
38,620	74,269	137,929	241,375	344,821				
37,135	68,475	119,198	189,314	567,941				
34,117	58,515	91,085	283,971	419,783				
31,970	51,909	150,859	214,556					
30,554	48,035	128,733	301,719					
29,436	45,117	155,726	224,535					
39,570	77,863	132,260	205,426					
37,863	71,519	125,390	205,426					
39,733	79,139	125,390	301,719					
38,162	72,594	155,726	254,079					
37,568	70,474	141,985						
37,568	70,474	103,817						
39,733	79,139	87,773						
38,931	75,430							
35,627	63,520							
33,759	57,130							
32,291	53,049							
Media	37,040	69,106	133,205	248,099	481,688	1013,566	2252,833	9655,000
Desv. Típica	3,038	10,276	20,487	44,197	96,130	176,505	643,666	
Coef. Variación	0,082	0,149	0,154	0,178	0,200	0,174	0,286	
Amplitud Rango	10,626	35,342	73,144	152,447	298,845	501,559	1287,333	0,000

N-323								
3,000	4,000	5,000	6,000	7,000	8,000	9,000	10,000	
39,745	79,023	155,615	301,940	578,000	1064,737	1839,091	4046,000	
39,745	79,023	155,615	301,940	578,000	1064,737	1839,091	6743,333	
38,979	75,768	143,475	259,359	430,426	1190,000	2247,778	4046,000	
39,901	79,646	158,047	311,231	613,030	697,586	1839,091	4046,000	
39,054	76,053	144,500	262,727	449,556	809,200	2890,000		
39,358	77,214	148,750	277,123	493,415	1064,737	1839,091		
39,745	79,023	155,615	301,940	578,000	1348,667	2247,778		
38,979	75,768	143,475	259,359	430,426	809,200	2247,778		
38,170	72,509	132,222	224,778	342,881	1064,737			
40,059	80,278	160,556	321,111	652,581	1190,000			
39,358	77,214	148,750	277,123	493,415	697,586			
38,533	74,103	137,619	240,833	381,698	1190,000			
36,984	68,114	117,616	183,909	578,000	879,565			
35,679	63,616	104,278	301,940	430,426				
34,819	60,751	96,794	259,359	613,030				
34,115	58,468	90,717	311,231	449,556				
39,745	79,023	155,615	262,727	412,857				
38,979	75,768	143,475	252,875	412,857				
39,901	79,646	158,047	252,875	613,030				
39,054	76,053	144,500	311,231	518,718				
38,829	75,204	141,469	284,930					
38,829	75,204	141,469	210,729					
39,901	79,646	158,047	177,456					
39,512	77,808	150,970						
37,813	71,232	127,233						
36,715	67,209	114,943						
35,933	64,427	106,474						
Media	38,460	73,992	138,366	267,336	502,495	1005,443	2123,712	4720,333
Desv. Típica	1,663	6,198	20,297	40,097	91,691	207,459	369,828	1348,667
Coef. Variación	0,043	0,084	0,147	0,150	0,182	0,206	0,174	0,286
Amplitud Rango	5,945	21,810	69,838	143,655	309,699	651,081	1050,909	2697,333

P-CaminoAncho								
3,000	4,000	5,000	6,000	7,000	8,000	9,000	10,000	
39,231	77,093	147,333	276,250	473,571	736,667	3315,000	6630,000	
39,231	77,093	147,333	276,250	473,571	736,667			
37,039	68,351	118,393	184,167	552,500	947,143			
39,701	78,929	154,186	301,364	473,571	736,667			
37,247	69,063	120,546	195,000	663,000	1326,000			
38,103	72,065	130,000	221,000	473,571	736,667			
39,231	77,093	147,333	276,250	552,500	947,143			
37,039	68,351	118,393	184,167	552,500	947,143			
34,895	60,826	97,500	331,500	368,333				
40,182	80,854	161,707	221,000					
38,103	72,065	130,000	276,250					
35,838	64,369	106,936	184,167					
32,029	52,205	147,333	301,364					
29,207	44,797	118,393	195,000					
27,510	77,093	154,186	174,474					
26,206	68,351	120,546	174,474					
39,231	78,929	114,310	301,364					
37,039	69,063	114,310	236,786					
39,701	66,970	154,186						
37,247	66,970	135,306						
36,630	78,929	89,595						
36,630	73,667							
39,701	58,158							
38,547	50,611							
34,000	46,042							
31,422								
29,731								
Media	35,951	67,917	129,896	239,490	509,235	889,262	3315,000	6630,000
Desv. Típica	4,010	10,524	20,354	52,938	82,310	204,915		
Coef. Variación	0,112	0,155	0,157	0,221	0,162	0,230		
Amplitud Rango	13,976	36,056	72,113	157,026	294,667	589,333	0,000	0,000

P-CaminoAzadillas								
3,000	4,000	5,000	6,000	7,000	8,000	9,000	10,000	
1,999	3,994	7,974	15,902	31,566	62,430	122,145	234,111	
1,999	3,994	7,974	15,902	31,566	62,430	122,145	234,111	
1,993	3,972	7,884	15,550	30,208	57,333	104,049	175,583	
2,000	3,998	7,989	15,962	31,804	63,368	125,791	247,882	
1,994	3,975	7,899	15,607	30,426	58,124	106,684	183,217	
1,996	3,983	7,929	15,724	30,872	59,773	112,373	200,667	
1,999	3,994	7,974	15,902	31,566	62,430	122,145	234,111	
1,993	3,972	7,884	15,550	30,208	57,333	104,049	175,583	
1,989	3,951	7,804	15,213	28,962	53,006	90,624	140,467	
2,000	4,000	8,004	16,023	32,046	64,336	129,662	263,375	
1,996	3,983	7,929	15,724	30,872	59,773	112,373	200,667	
1,991	3,962	7,847	15,380	29,572	55,085	96,874	156,074	
1,980	3,916	7,662	14,683	27,100	47,084	74,584	234,111	
1,971	3,880	7,518	14,165	25,386	41,930	122,145	175,583	
1,965	3,854	7,419	13,794	24,218	38,839	104,049	247,882	
1,960	3,831	7,329	13,485	23,282	36,485	125,791	183,217	
1,999	3,994	7,974	15,902	31,566	62,430	106,684	168,560	
1,993	3,972	7,884	15,550	30,208	57,333	101,542	168,560	
2,000	3,998	7,989	15,962	31,804	63,368	101,542	247,882	
1,994	3,975	7,899	15,607	30,426	58,124	125,791	210,700	
1,993	3,970	7,877	15,493	29,993	56,564	115,452		
1,993	3,970	7,877	15,493	29,993	56,564	85,131		
2,000	3,998	7,989	15,962	31,804	63,368	72,034		
1,997	3,987	7,943	15,783	31,100	60,633			
1,986	3,942	7,761	15,050	28,377	51,079			
1,979	3,911	7,641	14,607	26,841	46,055			
1,973	3,887	7,545	14,261	25,695	42,782			
Media	1,990	3,958	7,829	15,342	29,535	55,484	107,985	204,117
Desv. Típica	0,011	0,047	0,187	0,711	2,495	8,124	16,245	36,366
Coef. Variación	0,006	0,012	0,024	0,046	0,084	0,146	0,150	0,178
Amplitud Rango	0,040	0,169	0,675	2,538	8,764	27,851	57,627	122,908

P-CerroAlmaden								
3,000	4,000	5,000	6,000	7,000	8,000	9,000	10,000	
1,999	3,996	7,985	15,942	31,734	62,877	124,023	241,402	
1,999	3,996	7,985	15,942	31,734	62,877	124,023	241,402	
1,996	3,983	7,929	15,719	30,864	59,553	111,723	198,801	
1,999	3,998	7,994	15,979	31,883	63,467	126,341	250,343	
1,997	3,985	7,938	15,756	31,006	60,082	113,601	204,826	
1,997	3,989	7,957	15,830	31,293	61,170	117,552	218,040	
1,999	3,996	7,985	15,942	31,734	62,877	124,023	241,402	
1,996	3,983	7,929	15,719	30,864	59,553	111,723	198,801	
1,993	3,970	7,878	15,503	30,041	56,563	101,643	168,981	
2,000	4,001	8,004	16,017	32,034	64,069	128,748	259,971	
1,997	3,989	7,957	15,830	31,293	61,170	117,552	218,040	
1,994	3,976	7,901	15,610	30,447	58,019	106,445	182,682	
1,988	3,948	7,787	15,155	28,763	52,195	88,356	135,185	
1,982	3,924	7,694	14,807	27,533	48,280	77,249	241,402	
1,978	3,907	7,625	14,552	26,664	45,671	70,777	198,801	
1,975	3,892	7,569	14,336	25,947	43,608	65,944	250,343	
1,999	3,996	7,985	15,942	31,734	62,877	124,023	204,826	
1,996	3,983	7,929	15,719	30,864	59,553	111,723	193,121	
1,999	3,998	7,994	15,979	31,883	63,467	126,341	193,121	
1,997	3,985	7,938	15,756	31,006	60,082	113,601	250,343	
1,995	3,981	7,919	15,683	30,724	59,033	109,907	225,308	
1,995	3,981	7,919	15,683	30,724	59,033	109,907	157,192	
1,999	3,998	7,994	15,979	31,883	63,467	126,341		
1,998	3,991	7,966	15,867	31,438	61,728	119,633		
1,991	3,963	7,850	15,397	29,646	55,178	97,255		
1,987	3,944	7,769	15,088	28,520	51,401	86,105		
1,983	3,929	7,712	14,872	27,759	48,980	79,056		
Media	1,994	3,973	7,892	15,578	30,371	58,031	107,912	212,470
Desv. Típica	0,007	0,030	0,121	0,469	1,716	5,870	18,457	33,358
Coef. Variación	0,004	0,008	0,015	0,030	0,056	0,101	0,171	0,157
Amplitud Rango	0,025	0,108	0,435	1,682	6,087	20,461	62,804	124,786

	P-CerroSanCristobal							
	3,000	4,000	5,000	6,000	7,000	8,000	9,000	10,000
	1,998	3,993	7,965	15,850	31,463	61,691	118,726	224,732
	1,998	3,993	7,965	15,850	31,463	61,691	118,726	224,732
	1,991	3,963	7,846	15,385	29,682	55,197	96,808	157,313
	1,999	3,995	7,985	15,930	31,780	62,925	123,382	242,019
	1,993	3,968	7,866	15,461	29,964	56,183	99,881	165,592
	1,994	3,978	7,905	15,614	30,546	58,264	106,653	185,074
	1,998	3,993	7,965	15,850	31,463	61,691	118,726	224,732
	1,991	3,963	7,846	15,385	29,682	55,197	96,808	157,313
	1,985	3,935	7,740	14,982	28,092	49,940	81,721	262,188
	2,000	4,000	8,006	16,011	32,105	64,209	128,418	185,074
	1,994	3,978	7,905	15,614	30,546	58,264	106,653	136,793
	1,988	3,950	7,797	15,199	28,865	52,438	88,627	224,732
	1,974	3,889	7,554	14,301	25,789	43,099	64,871	157,313
	1,962	3,842	7,368	13,620	23,656	37,455	118,726	242,019
	1,954	3,807	7,241	13,192	22,933	34,385	96,808	165,592
	1,946	3,777	7,126	12,816	21,331	61,691	123,382	149,821
	1,998	3,993	7,965	15,850	31,463	55,197	99,881	149,821
	1,991	3,963	7,846	15,385	29,682	62,925	93,918	242,019
	1,999	3,995	7,985	15,930	31,780	56,183	93,918	196,641
	1,993	3,968	7,866	15,461	29,964	54,246	123,382	
	1,990	3,958	7,826	15,310	29,404	54,246	110,395	
	1,990	3,958	7,826	15,310	29,404	62,925	75,813	
	1,999	3,995	7,985	15,930	31,780	59,363		
	1,996	3,983	7,925	15,692	30,846	47,670		
	1,981	3,921	7,683	14,771	27,359	41,950		
	1,972	3,882	7,527	14,172	25,373	38,369		
	1,964	3,849	7,403	13,739	24,017			
Media	1,987	3,944	7,775	15,134	28,885	54,131	103,919	194,396
Desv. Típica	0,015	0,062	0,245	0,901	3,109	8,682	17,038	39,677
Coef. Variación	0,008	0,016	0,031	0,060	0,108	0,160	0,164	0,204
Amplitud Rango	0,050	0,220	0,879	3,196	10,774	29,824	63,547	125,394

	P-CerroSanCristobal-b							
	3,000	4,000	5,000	6,000	7,000	8,000	9,000	10,000
	39,361	77,011	147,604	272,500	472,333	787,222	3542,500	7085,000
	39,361	77,011	147,604	272,500	472,333	787,222		
	37,094	68,786	120,085	191,487	545,000	1012,143		
	39,803	78,722	154,022	295,208	354,250	787,222		
	37,487	70,149	124,298	202,429	472,333	1417,000		
	38,297	73,041	133,679	228,548	644,091	787,222		
	39,361	77,011	147,604	272,500	354,250	1012,143		
	37,094	68,786	120,085	191,487	472,333	1012,143		
	35,249	62,149	99,789	322,046	545,000			
	40,028	80,511	161,023	228,548	545,000			
	38,297	73,041	133,679	272,500	372,895			
	36,148	65,000	109,000	191,487				
	32,352	53,271	147,604	295,208				
	29,769	46,006	120,085	202,429				
	28,115	41,923	154,022	181,667				
	26,837	77,011	124,298	181,667				
	39,361	68,786	116,148	295,208				
	37,094	78,722	116,148	236,167				
	39,803	70,149	154,022					
	37,487	67,476	136,250					
	36,901	67,476	92,013					
	36,901	78,722						
	39,803	73,802						
	38,505	59,042						
	34,393	51,715						
	31,914	47,233						
	30,278							
Media	36,189	67,406	131,384	240,755	477,256	950,290	3542,500	7085,000
Desv. Típica	3,829	11,160	19,364	46,688	91,022	218,978		
Coef. Variación	0,106	0,166	0,147	0,194	0,191	0,230		
Amplitud Rango	13,191	38,588	69,010	140,379	289,841	629,778	0,000	0,000

P-CerroSantin								
3,000	4,000	5,000	6,000	7,000	8,000	9,000	10,000	
1,997	3,991	7,964	15,859	31,358	61,322	117,426	220,760	
1,997	3,991	7,964	15,859	31,358	61,322	117,426	220,760	
1,990	3,959	7,828	15,331	29,356	54,108	93,542	149,162	
1,999	3,996	7,987	15,951	31,718	62,716	122,644	239,957	
1,992	3,965	7,851	15,416	29,672	55,190	96,825	157,686	
1,994	3,973	7,896	15,590	30,324	57,490	104,132	178,032	
1,997	3,991	7,964	15,859	31,358	61,322	117,426	220,760	
1,990	3,959	7,828	15,331	29,356	54,108	93,542	149,162	
1,982	3,925	7,697	14,836	27,595	48,412	77,732	262,810	
2,000	4,002	8,010	16,044	32,087	64,174	128,349	178,032	
1,994	3,973	7,896	15,590	30,324	57,490	104,132	220,760	
1,987	3,942	7,762	15,079	28,448	51,102	84,908	149,162	
1,970	3,876	7,499	14,079	25,086	41,187	117,426	239,957	
1,957	3,819	7,291	13,363	22,900	35,606	93,542	157,686	
1,947	3,780	7,140	12,865	21,475	31,322	122,644	141,513	
1,939	3,747	7,022	12,458	20,365	34,108	96,825	141,513	
1,997	3,991	7,964	15,859	31,358	62,716	90,475	239,957	
1,990	3,959	7,828	15,331	29,356	55,190	90,475	190,310	
1,999	3,996	7,987	15,951	31,718	53,067	122,644		
1,992	3,965	7,851	15,416	29,672	53,067	108,216		
1,989	3,953	7,806	15,246	29,047	62,716	71,675		
1,989	3,953	7,806	15,246	29,047	58,713			
1,999	3,996	7,987	15,951	31,718	45,992			
1,995	3,979	7,918	15,679	30,661	39,993			
1,979	3,911	7,644	14,601	26,791	36,550			
1,968	3,865	7,458	13,937	24,638				
1,959	3,830	7,329	13,494	23,287				
Media	1,985	3,937	7,747	15,045	28,521	53,959	103,429	192,110
Desv. Típica	0,017	0,071	0,277	1,015	3,385	8,426	16,223	40,997
Coef. Variación	0,009	0,018	0,036	0,067	0,119	0,156	0,157	0,213
Amplitud Rango	0,062	0,255	0,989	3,585	11,722	28,568	56,674	121,297

P-Jimena-Torres								
3,000	4,000	5,000	6,000	7,000	8,000	9,000	10,000	
39,549	78,093	151,066	287,969	511,944	837,727	1843,000	9215,000	
39,549	78,093	151,066	287,969	511,944	837,727	3071,667		
37,766	70,885	126,233	209,432	575,938	1023,889	1843,000		
39,720	78,761	156,186	307,167	383,958	837,727	1843,000		
38,079	71,992	129,789	219,405	511,944	1316,429			
38,556	74,315	137,537	242,500	658,214	837,727			
39,549	78,093	151,066	287,969	383,958	1023,889			
37,766	70,885	126,233	209,432	511,944	1023,889			
36,280	65,355	109,702	329,107	575,938				
40,065	80,130	161,667	242,500	575,938				
38,556	74,315	137,537	184,300	418,864				
37,008	68,259	118,141	287,969					
33,879	57,594	88,606	209,432					
31,667	51,194	151,066	307,167					
30,213	47,256	126,233	219,405					
29,069	44,303	156,186	200,326					
39,549	78,093	129,789	200,326					
37,766	70,885	122,867	307,167					
39,720	78,761	122,867	255,972					
38,079	71,992	156,186						
37,459	69,811	141,769						
37,459	69,811	102,389						
39,720	78,761	86,122						
38,882	75,533							
35,442	62,687							
33,509	56,534							
31,997	52,062							
Media	36,921	68,683	132,187	252,395	510,962	967,376	2150,167	9215,000
Desv. Típica	3,148	10,548	21,400	45,904	86,657	168,461	614,334	
Coef. Variación	0,085	0,154	0,162	0,182	0,170	0,174	0,286	
Amplitud Rango	10,996	35,828	75,545	144,807	274,256	478,702	1228,667	0,000

P-Pegalajar-Central								
3,000	4,000	5,000	6,000	7,000	8,000	9,000	10,000	
39,114	76,296	147,143	268,696	475,385	1030,000	3090,000	6180,000	
39,114	76,296	147,143	268,696	475,385	1545,000			
36,786	67,174	114,444	176,571	561,818	1030,000			
39,615	78,228	154,500	294,286	475,385	1030,000			
37,229	68,667	118,846	187,273	686,667				
37,914	71,860	128,750	213,103	475,385				
39,114	76,296	147,143	268,696	561,818				
36,786	67,174	114,444	176,571	561,818				
34,525	60,000	95,077	325,263	363,529				
40,130	80,260	162,632	213,103					
37,914	71,860	128,750	268,696					
35,723	63,711	104,746	176,571					
31,531	50,656	147,143	294,286					
28,744	43,521	114,444	187,273					
26,987	76,296	154,500	167,027					
25,537	67,174	118,846	167,027					
39,114	78,228	110,357	294,286					
36,786	68,667	110,357	228,889					
39,615	65,745	154,500						
37,229	65,745	134,348						
36,353	78,228	87,042						
36,353	73,571							
39,615	56,697							
38,385	49,048							
33,587	44,460							
30,900								
29,151								
Media	35,698	67,034	128,341	232,017	515,243	1158,750	3090,000	6180,000
Desv. Típica	4,184	10,827	21,742	53,196	90,323	257,500		
Coef. Variación	0,117	0,162	0,169	0,229	0,175	0,222		
Amplitud Rango	14,593	36,739	75,589	158,236	323,137	515,000	0,000	0,000

P-SierraPeñaDelAguila								
3,000	4,000	5,000	6,000	7,000	8,000	9,000	10,000	
39,618	78,314	153,068	292,826	538,800	962,143	1496,667	6735,000	
39,618	78,314	153,068	292,826	538,800	962,143	1496,667		
38,486	73,607	136,061	236,316	374,167	1122,500	1924,286		
39,852	79,235	156,628	306,136	585,652	962,143	1496,667		
38,596	74,420	138,866	244,909	396,177	1347,000	2694,000		
39,043	76,102	144,839	264,118	449,000	962,143	1496,667		
39,618	78,314	153,068	292,826	538,800	1122,500	1924,286		
38,486	73,607	136,061	236,316	374,167	1122,500	1924,286		
37,313	69,433	121,351	195,217	641,429	748,333			
40,089	80,179	160,357	320,714	449,000				
39,043	76,102	144,839	264,118	538,800				
37,837	71,270	128,286	213,810	374,167				
35,635	63,239	103,615	292,826	585,652				
33,844	57,564	88,618	236,316	396,177				
32,694	54,096	153,068	306,136	354,474				
31,769	51,412	136,061	244,909	354,474				
39,618	78,314	156,628	228,305	585,652				
38,486	73,607	138,866	228,305	481,071				
39,852	79,235	133,366	306,136					
38,596	74,420	133,366	274,898					
38,267	72,811	156,628	179,600					
38,267	72,811	148,022						
39,852	79,235	115,128						
39,271	76,971	100,522						
36,803	67,350	91,014						
35,262	62,074							
34,188	58,565							
Media	37,778	71,504	135,256	259,884	475,359	1034,601	1806,691	6735,000
Desv. Típica	2,345	8,305	21,054	39,736	95,203	167,228	416,321	
Coef. Variación	0,062	0,116	0,156	0,153	0,200	0,162	0,230	
Amplitud Rango	8,320	28,766	71,739	141,114	286,955	598,667	1197,333	0,000